REGIA BIBLIOTECA DELL' UNIVERSITÀ DI TORINO

Q. III. 185

185

VITELLIONIS

MATHEMATICI DOCTISSIMI

ΠΕΡῚ ΟΠΤΙΚΗ͂Σ, ID EST, DE NATVRA, RATIOne, & proiectione radiorum uiſus, luminum, colorum atq; formarum, quam uulgo Perſpectiuam uocant,

LIBRI X.

Habes in hoc opere, Candide Lector, quum magnum numerum Geometricorum elementorum, quæ in Euclide nuſquam extant, tum uero de proiectione, infractione & refractione radiorum uiſus, luminum, colorum, & formarum, in corporibus transparētibus atq; ſpeculis, planis, ſphæricis, columnaribus, pyramidalibus, concauis & conuexis, ſcilicet cur quædam imagines rerum uiſarum æquales, quædam maiores, quædam minores, quædam rectas, quædam inuerſas, quædam intra, quædam uero extra ſe in aere magno miraculo pendentes: quædam motum rei uerum, quædam eundem in contrarium oſtendant: quædam Soli oppoſita, uehementiſsime adurant, ignemq; admota materia excitent: deq; umbris, ac uarijs circa uiſum deceptionibus, à quibus magna pars Magiæ naturalis dependet. Omnia ab hoc Autore (qui eruditorum omnium conſenſu, primas in hoc ſcripti genere tenet) diligentiſsime tradita, ad ſolidam abſtruſarum rerū cognitionem, non minus utilia quàm iucunda. Nunc primum opera Mathematicorū preſtantiſs. dd. Georgij Tanſteter & Petri Apiani in lucem ædita.



Norimbergæ apud Ioann Petreium, Anno MDLI.

R.A BIBLIOTECA UNIVERSITARIA DI TORINO

CAROLVS Quintus, diuina fauente clemētia Romanorum Imperator, ſemper Auguſtus, ac Germaniæ, Hiſpaniarū, utriuſq; Siciliæ, Hieruſalem, Hungariæ, Dalmaciæ, Croatiæ, &c. Rex. Archidux Auſtriæ, dux Burgūdiæ, Brabātiæ, &c. Comes Habſpurgi, Flādriæ, Tyrolis, &c. Vniuerſis & ſingulis notū eſſe uolumus. Quū noſter & Imperij Sacri fidelis, dilectus Petrus Apianus Mathematicæ rei in primis peritus, nobis humilimè ſupplicauerit, ꝙ Ephemerides quaſdā, unà cū alijs infra cōmemoratis opuſculis, maximo ſuo ſumptu, pariq; tū inuētionis, tū æditionis labore, in cōmunē bonorū ſtudioſorumq; omniū uſum candidè & humaniter ædere ſecū cōſtituerit. Vereaturq; iam ne eadē ab alijs quoq;, q ex alterius incōmodo ſuū aucupari contendūt commodū, quiq; alieno labore bene parta, in ſuū ipſorum male conuertūt uſum, imprimeretur, id q̃d in ſuum haud uulgare detrimentū redūdaret, quatenus Priuilegij noſtri prærogatiua ad certū annorū numerū, in quo nemo planè illud tentare auderet, ſe adiuuare dignaremur. Quumq; nos eorū, qui tū opera diligēti ac ſedula, tū uigilantia ſua nō mediocri, quam & prouehendis bonis artibus gnauiter impendūt, & inuulgandis utilibus libris nulli nec ſumptui parcentes, nec labori, liberaliter inſumūt, Reipub. inſigniter ꝓdeſſe ſolēt, emolumētū promouere, cōtra diſpēdiū amouere, ꝓ germano & innato nobis ad eximia honeſtiſſimaq; ingenuarū artiū ſtudia fauore ſtudeamus, fit ut facilius Apiano q̃q; ꝓdicto, precibus eiuſdē & ſupplici petitiōi condeſcendētes, Gratiā noſtrā hac in re impertiamus ſingularē. Omnibus itaq; & ſingulis chalcographis, Bibliopolis, & qbuſuis alijs tenore præſentiū diſtrictè inhibemus, ne uidelicet infraſcriptos libros, q̃s ꝓnominatus Apianus uel iā æditiōi deſtinauit, uel æditurus, eruditis omnibus in publicū cōmunicaturus eſt unq̃, puta Ephemerides ab anno ſalutis noſtræ Milleſimo quingētesimo triceſimoquarto ad ſeptuageſimū ſupra Milleſimū & quingenteſimū duraturas, præterea libros de Vmbris, Cētiloquiū Arithmetices: & aliū adhuc de Arithmetica libellū, cū Regulis Coſſæ demōſtratis: De mēſuratione uaſorū cū artificiali partis uacuæ inuētione: Schedulas diarias ſiue Almanach cū iudicijs annalibus, ſeu (ut uulgus loqtur) Practicis, qbus aēris mutatiōes, dierumq; electiones ſingulæ cōtinentur: Libros itē de cōiunctionibus: Ptolemæū ex nouiſſima illa Vuilibaldi Pyrckameri tranſlatiōe, ante hac nunq̃ æditū, cū Tabulis correctiſſimis, & in quadrāgularē figurā, cuiuſmodi hactenus excuſæ nō ſunt, cōformatis: Ptolemæi etiā libros græce, eruditos eos ſanè, & (q̃d tāto authore digniſſimū erat) elegantes, natiuamq; illā ſuam gratiā in propria lingua retinētes: Librū de Eclipſibus: Librū Azophi aſtrologi uetuſtiſſimi: Libros Gebri: VITELLIONIS q̃q; authoris antiqſſimi ſimul ac doctiſſimi Perſpectiuā, opus & ingens & ipſa materiæ iucūditate laudatiſſimū: Aſtronomicū Imperatoriū: Librum de diebus Creticis: Libros de Iride: Tabulas reſolutas iā ꝑ eundē recēs ſupputatas: Radiū nouum Aſtronomicū, ſimulq; & Geometricū, unà cū uario Sinuū & Chordarū uſu: Librū de Speculo ad pulcherrimas dimēſiones apte accōmodato: Introductionē Coſmographicā cū omnis generis obſeruatiōibus itidē ꝑ ſinus & chordas, adiūcto inſuꝑ Meteoroſcopio duplici, plano & (q̃d inauditū erit pleriſq;) numerorū, Aſtrolabiumq; numerorum uniuerſale, ut recēs ita utiliſſimū: Tabulas ſeu Mappas, ut uocant, uniuerſi terrarū orbis generales, aut etiā quarūdā Regionū ſeu Prouinciarū particulares: & qcquid in Mathematicis rebus dictus Apianus ſub titulo & nomine ſuo, aut ſi qua aliena rerū Mathematicarū monumēta prius neutiq̃ excuſa, ſua uero iā induſtria recognita & reſtaurata, uel etiam figuris tantū illuſtrata, ꝑ quoſcūq; uolet Impreſſores, in lucē æditerit, intra ſpaciū triginta annorū, ab ipſo æditiōis die cōputando, ꝑter ſuam ipſius uoluntatē, excudant ſeu excudere faciant, neq; ſic excuſos uenū exponant, ſeu uendant, ſub pœna decē Marcharū Auri puri, ꝓ una Cameræ noſtræ Imperiali, altera uero medietate dicto Apiano irremiſſibiliter exoluendarū, tū amiſſionis librorū ſic ad æmulationē excuſorū, q̃s ubicūq; locorū nactus fuerit per ſe, ſiue ſuos, aut adiumēto Magiſtratus eius loci, ſibi uendicare, & in poteſtatem ſuam redigere poterit. Harum teſtimonio literarum Sigilli noſtri appenſione munitarum. Datum in Ciuitate noſtra Imperiali Ratiſpona, die tertia Menſis Iulij, Anno Domini Milleſimo Quingenteſimo Triceſimoſecundo, Imperij noſtri Duodecimo, & aliorum Regnorum noſtrorum Decimoſeptimo.



R. BIBLIOTECA
UNIVERSITARIA
DI TORINO

ILLVSTRISSIMO PRINCIPI AC DOMINO, DOMINO PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET VTRIVSQVE BAVARIAE DVCI, &c. Domino ſuo gratioſiſsimo, Georgius Tanſteter Collimitius Regius Phyſicus & Mathematicus S. D.

CVM iam inde antiquitus moris fuerit, qui ad hanc noſtram uſq; ætatem defluxit, ut literati uiri quoties uel ſuas ipſorum lucubrationes uel aliena ſcripta à ſe è tenebris eruta, ac luci & quaſi uitę reſtituta, in publicũ emittere deſtinarunt, delegerint ex omni multitudine uirum aliquẽ ſingularem, uel bene de ſe meritum uel uirtute præditum, uel ipſum eruditum ac literis probe tinctũ, ac eius artis quæ in libro eo tractatur ſtudioſum, cuius nomini dedicati ſiue proprij ſiue alieni labores auſpicato prodirent. Quorum ego in præſentiarũ inſtitutum in primis decens atq; honeſtum rite æmulatus Illuſtriſsime Princeps, tuæ Celſitudini alienum, ſed præclarũ tamen & perutilem laborem mea opera primum, ac deinde tua potiſsimum ab interitu uindicatum, ac iam primum in lucem exeuntem inſcribere dedicare conſtitui. Cum præſertim cauſæ propter quas ſingulas alij libros ſuos inſcripſerunt, in te omnes congruant. Primum enim, id quidem mereri Celſitudinem tuam, atq; his longe maiora, neceſſe habeo confiteri. Quandoquidem cum antea ex Petro Apiano probata fide homine ac Mathematices eximie perito cognoueram Celſitudinem tuam, & huiuſmodi ſtudijs maiorem in modum delectari, & eis operam interdum dare ſolere. Tum anno ſuperiore, cum hic inclitus ac potentiſsimus Rex Ferdinandus per hyemen ageret, cuius tu in Aulico famulitio Princeps principem obtines locum, aliquoties ſtudio Mathematico illectus me domi meæ inuiſere non es grauatus, ac non ſolum prima illa rudimenta eius artis ſcienter mecum exprompſiſti, ſed etiam de illis, quæ & ſtudium accuratius & iudicium requirunt recondita magis & abſtruſa eleganter diſſeruiſti. Deinde tot ſunt uirtutes tuæ ac tãtæ quibus inſigniter eniteſcit, ut ſi pro ſingulis libri ſint tibi dedicandi, nulla unquam quamuis copioſa & affluenter inſtructa Bibliotheca ſit ſatis futura, quas ſi ſigillatim nominare uelim modum profecto Epiſtolæ egrederer. Vnam hanc è ſingularem ac notabilem cõmemorabo, quod anno ab hinc quarto, cum grauiſsima & pericoloſa obſidione Vienna Auſtriæ cingeretur, circumfuſo longe lateq; Turcarum exercitu prope infinito, tu fama exitus modo aduentus hoſtium & formiduloſæ impreſsionis ſponte tua quod uirium de repente contrahere poteras, tecum Viennam raptim adduxiſti, antequã teterrimi hoſtes urbem omni ex parte circumueniſſent. Qua quidem in urbe toto illo obſidionis tempore omnia propugnationis munia ſic obijſti, ut noctes dieſq; ad ſigna nihil laboris ac diſcriminis refugiens primis ſemper immixtus & ipſe primus conſtiteris, alioſq; defenſanda ad mœnia ſubinde luculenta & maſcula oratione fueris exhortatus, ſic ut fortiter dicere,

fortius

fortius agere, fortiſsimè pugnare, promptus habeare & expeditus, nihil ſtrenuiſsimo conceſſurus. Ac cum tua uirtute urbs illa ciuesq́ præcipue defenſi conſeruatiq́ fuerint, Illuſtriſsime Princeps author hic, quem tuæ Celſitudini dedico, haud minus quàm quiuis ciuis urbis illius tibi debere uidetur. Siquidem iam ingruente in Auſtriam hoſtium exercitu inter reliquam librariam ſupellectilem relictus, niſi per te, haud ſecus ac ciuis alter quiſquam defenſus fuiſſet, capta urbe ac direpta, & uerè extrema paſſus interijſſet. Itaq́ pro ciuica corona, quam author mecum una tibi debet à te conſeruatus, uindicatusq́ ab exitio, & mea nunc opera in publicum emiſſus tibi dedicationis munere grata mentis confeſsionem ultro mecum exponit. Authori porrò nomen eſt gentile Vitellio, qui ex Turingis Polonus annis ut conijcio ab hinc plus, minus DC. uixit. Et abſolutum hoc opus περὶ ὀπτικῆς ſummo iudicio pariq́ diligentiæ conſcripſit, exactoq́ ordine omnia tractauit adeo, ut quod ad præclariſsimæ huius artis apprehenſionem conſummatamq́ ſcientiam attinet, nihil in eo deſiderari poſsit, eum Celſitudini tuæ iam primum in lucem exeuntem nuncupatim dedico, ſimulq́ obnixe rogo, animum dantis, & affectum potius quàm ipſum oblatum munus intuearis, & Tanſtetterum, quem hactenus fouiſti, pari benignitate porrò etiam proſequi ne dedigneris. Fœliciter uale Illuſtriſsime Princeps.

AD ILLVSTRISSIMVM PRINCIPEM ac Dominum, D. Philippum Comitem Palatinum Rheni, & utriuſq́ Bauariæ Ducem &c. Vrſinus Velius.

Iampridem magnis animi ſpectate periclis
Prima Palatinæ fama Philippe domus:
Maxima ſeruatæ fueras qui cauſſa Viennæ,
Hoſtibus innumeris urbs ubi cincta fuit.
Hic quoq́ tum obſeſſus ſe nunc tibi dedicat author,
Hæc tibi ſeruati præmia ciuis habe.
Quod non hoſtili fuerit deperditus igni,
Perpetuo dici geſtit, & eſſe tuus.
Huic tibi conſimilem debere fatetur honorem
Tanſtetter, cuius prodit hic auſpicijs.
Prodit, & in toto nunc orbe Vitellio nomen,
Diuulgat populi docta per ora tuum.

ILLVSTRISSIMO VERE QVE MAGNANIMO PRINCIPI AC DOMINO D. PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET utriuſq; Boiariæ duci &c. Domino & Mecœnati ſuo clementiſsimo Petrus Apianus Mathematicæ ordinarius in gymnaſio Ingolſtadienſi profeſſor, ſalutem precatur & incolumitatē.

SVbinde mecum ipſe admirari ſoleo, Princeps Illuſtriſsime, hominum quorundam inhumanum adeo ingenium, atq; ab omni humanitate alienum, ut optimas & nobiliſsimas quaſq; artes conuicijs impetere non dubitent, illaſq; miſeris proſcindere modis, non ſine maximo contemptu, digni profecto ipſi, qui ex hominum numero rejiciantur. Neq; multo diuerſum eſt & eorum inſtitutum, qui non quidem ſemel omnes contemnunt literas, ſed ex ea lucroſa iſta & illiberaliter quæſtuoſa utilitate tantum metiuntur, ita ut in liberalium artium numero uix aliquam relinquant, quæ non ſit, ut ipſi loquuntur, de pane lucrando. Hinc fieri uidemus, ut ferè pereat hoc noſtro ſeculo alioqui in bonarum artium profectu fœlicisſimo ſuus artibus honos, hinc uidemus uniuerſam iam philoſophiam clangueſcere, & eas quidem illius partes magis, quæ minus pani ſeruiunt lucrando. Solari autem in hac re uiciſsim nos debet, quod omnibus retro ſeculis fuerunt Zoili & Momi, qui quæuis reprehendere maluerint quàm potuerint imitari, neq; in uulgo tantum hominum reperti ſunt oſores huiuſmodi, maximi quoq; uiri uſq; adeo à genuino ueræ humanitatis ingenio defecerunt, ut dolendum ſit Valentinianum Imperatorem Gratiani filium immenſo literarum odio conflagraſſe, ac deinde Licinium quoq; Imperatorem tam infeſtum fuiſſe literis, ut uirus ac peſtem publicam eas appellarit, ſed quur obſecro non odiſſet, quorum ipſe adeo expers fuerit, ut ne decretis quidem ſubſcribere poſſet? Rectius ſenſerunt plæriq; omnes ueterum Rhomanorum, quorumquiſq; habitus eſt præſtantior, quo fuit in ſolidis artibus, maxime uero philoſophiæ & eloquentiæ ſtudijs uerſatior. Superfluum fuerit hic Fabios, Scipiones, Lælios, Cicerones, Catones, & reliquos uiros ſapientiæ ſtudijs clariſsimos commemorare. Quis non eximium Auguſti admiretur ſtudium? Ex Græcis uero quis non merito Alexandri Magni uere regium, & ab optimo præceptore non male inſtitutum commendat ingenium? Certe, ut ex noſtratibus unicum quoq; adiungam exemplum, Sigiſmundus Imperator non ipſe tantum bonarum literarum ſtudia fouit, doctiſq; & literatis omnibus egregie fauit, ſed reliquos etiam Germaniæ Principes plærumq; accuſauit, qui latinas odiſſent literas. Inſuper etiam à quibuſdam reprehenſus, quod uiros humiles & eruditos foueret. Ego, inquit, eos amo, quos uirtutibus & doctrina, ex quibus nobilitatem metior, cæteris uideo antecellere. Præclarum ille quidem & Imperatore dignum dedit Principibus omnibus exemplar, quod imitentur. Fruſtra autem hæc ego omnia

Celſi

Celſitudini tuæ cõmemoro, cui tantus eſt in literas & literatos omnes fauor, tantuſq́ ſtudij etiam Mathematici amor, & nõ infœliciter reſpondens amori profectus, ut minus iam mirum mihi fiat, quur non ignobilem hunc de Perſpectiua authorem illuſtriſsimæ tuæ Celſitudini dedicare inſtituerit, uir clariſſimus D. Georgius Tanſtetter Collimitius Regius Phyſicus & Mathematicus, qui authoris huius exemplar mihi eò facilius ex ſelectiſsimis ſuæ bibliothecæ libris communicauit, ut optimus hic ſcriptor ad lucem aliquando progreſſus in manus ueniret quàm plurimorum, huius autem dedicationis officium mihi tanquam ueteri amico demandarit. Nec potui miniſterium illud offerendi authorem hunc Celſitudini tuæ optimæ de me ſemper meritæ negare, neq́ uiro illi mihi multis modis deuinctiſsimo, maxime quum author ipſe nunc ueluti recens natus atq́ in lucē æditus, tam præclare de Perſpectiua ſcripſerit, ut unus merito omnibus qui de hac re ſcripſerunt ſit anteferendus. Nõ male quidem ſcripſit ſuper hac materia Pomponius Gauricus, ſed paucioribus quàm ut ſuſcepto reſpondeat argumento, ex ueteribus ſuper ſunt monumenta, Alhacen, Bachonis, Rogerij, Balneoli, Ioannis Piſani Anglici, fratris Theodorici ordinis Prædicatorum, & fortè aliorum quæ aliquando ædentur. Quanto plus laudis emeruit hic noſter Vitellio, in quo ædendo nihil ſanè neglectum eſt, quod ad uniuerſi huius ſtudij faciat profectum, nos quoq́ pro candore noſtro, & in omnes ſtudioſos beneuolentia authorem hunc figuris, & omnibus ad hanc rem neceſſarijs ita illuſtrauimus, ut ne ſtudioſi habeant quod in nobis deſiderent. Hic etiam aliud declarare non uolui, niſi ut optimo uiro D. Georgio Tanſtetter ſatis uideor feciſſe, & opus hoc illuſtriſsimæ Celſitudini tuæ cum paratiſsimis obſequijs obtuliſſe. Bene ualeat nunc nobis omnibus T. C. illuſtriſsime Princeps, & bonarum artium profectum ſedulo adiuuet. Datum die quinto Februarij, quo die non longe ante meridiem Iupiter blando & amico aſpectu Venerem ſibi ueterem diuq́ cognitam adiunxit comitem, quam hoc modo multis etiam ultra annum integrum diebus non aſpexerat. Anno M. D. XXXV.

R. Biblioteca Universitaria di Torino

VERITATIS AMATORI FRATRI GVILHERMO DE MORBEKA VITELLO FILIVS THVRINGORVM ET Polonorum, æternæ lucis irrefracto mentis radio fœlicem intuitum, & intellectum perſpicuum ſubſcriptorum.

VNIVERSALIVM entium ſtudioſius amor te uinctum detinens, me tibi ut idē appetentem, ſic coniunxit, ut uoluntas tua mihi ſit imperiū, me quoq; arceat ab effectibus tibi diſplicentium paſsionum. Quia ergo tibi, ut totius entis ſedulo ſcrutatori, dum ens intelligibile à primis ſuis prodiēs principijs, entibus indiuiduis ſenſibilibus per modū cauſæ actu mentis coniungeres, & ſingulorum cauſas ſingulas indagares, occurrit diuinarum uirtutum influentiam inferioribus rebus corporalibus per uirtutes corporales ſuperiores modo mirabili fieri. Nec enim res corporeæ inferiores in ordine partium uniuerſi, diuinæ uirtutis incorporaliter ſunt participes, ſed per ſuperiora ſui ordinis cōtractam uirtutem participant ut poſſunt, ſicut & in alio ſubſtantiarum intellectiuarum ordine inferiores ſubſtantias per ſuperiorum ſui ordinis illuſtrationem à fonte diuinæ bonitatis deriuatam, pro ut uniuſcuiuſq; natura fert, per modum intelligibilium influentiarum fieri mentis acumine perſpexiſti: Sic ut omnis rerum entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibilitas ab intelligentia diuina, omniſq; uitalitas à diuina uita, quarum influentiarum diuinum lumen per modum intelligibile eſt principium, medium & finis: ut à quo, & per quod, & ad quod omnia diſponuntur. Corporalium uero influentiarum lumen ſenſibile, & medium ſuperioribus corporibus perpetuis ſecundum ſubſtantiam ſolum in potentia ad ubi exiſtentibus infima corpora, quæ ſecundum formas & ubi uariantur mirifice illuminans & connectens. Eſt enim lumen ſupremarum formarum corporalium diffuſio per naturam corporalis formæ materijs inferiorum corporum ſe applicans, & ſecus delatas formas diuinorum & indiuidualium artificum per modum diuiſibilem caducis corporibus imprimens, ſuiq; cum illis incorporatione nouas ſemper formas ſpecificas aut indiuiduas producens, in quibus reſultat per actum luminis diuinum artificium tam motorum orbium quàm mouentium uirtutum. Quia itaq; lumen corporalis formæ actum habet, corporalibus dimenſionibus corporū, quibus influit, ſe coæquat, & extenſione capacium corporum ſe extendit: attamen quia fontem, à qua profluit, habet ſemper ſecundum ſuæ uirtutis exordium, proſpicere dimenſionem diſtantiæ, quæ eſt linea recta, per accidēs aſſumit, ſicq; ſibi nomen radij coaptat. Et quoniam linea recta naturalis ſemper eſt in aliqua ſuperficie naturali. Superficierum uero paſsio quæ per terminantes lineas eis accidit eſt angulus: ideo radio luminoſo conſideratio adiacet angularis, & rectis angulis radiorum perpendicularitas eſt cauſa. Obliquatio uero irradiantis corporis ſuper irradiatum corpus, acutos cauſat angulos & obtuſos, & ſecundum huiuſmodi luminarium influentiarum uariantur. Cum itaq; tua ſolertis diligentia ingenij ſecundum hæc cœleſtium influentiarum diuinam uirtutem reſpectu rerum capacium imitari proſpiceret, & non ſolum ſecundum uirtutes agentes, ſed ſecundum diuerſitatem modi actionis, res actas diuerſari uideret, placuit tibi in illius rei occulta indagine uerſari, eiuſq; diligenti inquiſitioni ſtudioſam animam applicare. Libros itaq; ueterum tibi ſuper hoc negocio perquirenti, occurrit tædium uerboſitatis Arabicæ, implicationis Græcæ, paucitas quoq; exarationis Latinæ, præſertim quia tibi commiſſum officium pœnitentiariæ Romanæ eccleſiæ, cuius curæ partē geris, credens plus intellectu practico quàm ſpeculatiuo, pœnitentibus ſuccurrere, te cohibuit à multitudine uidendorum: maluiſti enim languentium animarum diuino antidoto languoribus ſuccurrere, quàm ipſorum hominum ignorantias releuare. Meq; putans uacare ocio, ſub amoris nexu, quo tibi coniungor, uoluiſti conſtringere, ut hoc laboris tibi placiti onus

ſubirem,hiſq; materijs mihi nondum cognitis,animum applicarem. At ego,qui cunctis iuſsionibus tuis obtemperare deſidero,uelle tuum ſuſcipiens pro mandato, maioris negocij,quod de ordine entium olim conſcribendum ſuſceperam capitulum,in tempus ſcmoui,præſentiſq; operis diſpendium pro meæ poſsibilitatis uiribus,quibus hic impar fateor,adij conſcribendum. Attendens quoq; quia eadem uis formæ immittitur in contrarium & in ſenſum,& quòd lumen ſit primum omnium formarum ſenſibilium,quodq; rerum ſenſibilium omnium cauſas efficientes intendamus perquirere,quorum plurimas differentias uiſus nobis oſtendit. Præmiſſorum per modum entium uiſibilium perſcrutatio placuit,ſicut & eadem uiri,qui ante nos plurimi tractauerunt huius ſciẽtiæ negociũ, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantes,quorum & ego nominationẽ ut placitam approbo:licet plus ad naturalium formarũ actionis modum occultiſsimum pertractandum,ut opus præſens tuis affectibus reſpondeat,ſcribentis intentio ſe declinet. Quòd enim in ſenſu uiſus plus perceptibiliter agitur,hoc in ipſius ſenſus abſentia in rebus naturalibus nullatenus euitatur. Senſus enim præſentia nihil addit actionibus naturaliũ formarum. Omnem itaq; modum uiſionis Mathematica uel naturali demonſtratione tranſcurrendo,ea quæ de naturalibus formarum actionibus per modum paſsionum uiſibilium iuxta triplicem uidendi modum,pro meæ poſsibilitatis modulo tractabo. In omnibus enim illis uidendi modis,formæ naturales ad uiſum ſe diffundunt, radijq; uiſuales non exeunt ad capeſcendas formas rerum. Vnde ſi præſentiæ formarum diffuſarum per corpora naturalia ipſarum ſuſceptibilia,uiſus non affuerit, non propter hoc naturalis actio non erit, ſed formæ in ſubiecta corpora ſibi diſsimilia,imprimẽt quantum poſſunt. Tu itaq; uir deſideriorum omnis ſciẽtialis boni,ſuſcipe quod fieri mandaſti, in quo ſi quid incultum inueneris,perſpicaciori ingenio modereris.

TOTIVS OPERIS IN DECEM LIbros diuiſio,& quid in ſingulis tractetur.

PRAESENS itaq; negocium decem libris partialibus duximus diſtinguendum. Volentes enim omne ens uiſibile,ut ſuæ uiſibilitati paſsio accidit,Mathematica demonſtratione concludere,& hac uia eatenus ut nobis eſt poſsibile,certius ambulare,librum hunc per ſe ſtantem effecimus, exceptis his quæ ex Elementis Euclidis,& paucis quæ ex Conicis elemẽtis Pergæi Apolonij dependent,quæ ſunt ſolum duo,quibus in hac ſcientia ſumus uſi, ut in proceſſu poſtmodum patebit. In primo itaq; huius ſcientiæ libro axiomata præmittimus, quæ præter elementa Euclidis huic ſcientiæ ſunt neceſſaria. Et in hoc ea duo quæ demõſtrata ſunt ab Appollonio,declaramus. Plurima & horũ,quæ in hoc libro præmittimus, continentur in eo libro,quem de elementatis concluſionibus nominamus,in quo uniuerſaliter omnia conſcripſimus,quæ nobis uiſa ſunt,& quæ ad nos peruenerunt à uiris poſterioribus Euclide,pro particularium neceſsitate ſcientiarum uniuerſaliter concluſa.
In ſecundo quoq; hoc noſtro libro, de modo proiectionis radiorum per medium unius diaphani,uel plurium,ſuper figuras corporum diuerſas:Necnon de proiectione umbrarum & figuratione lucis cadentis per feneſtras tractauimus, ut de his quæ præambula ſunt actioni ſenſibili formarum naturalium, & quæ fiunt non exiſtente ſenſu. In tertio uero libro de organo uiſus,deq; eſſentiali modo uidendi ſuo modo tractauimus, ut patitur ſcientia Opticorum. In quarto quoq; libro, percurrimus deceptiones, quæ accidunt uiſui ſecundum directum modum uidendi per unum medium, ſiue ſint paſſiones Mathematicæ,ſiue etiam naturales. In quinto autem libro nos ad alium modum uidendi,qui fit per reflectiones à politis corporibus,quæ ſpecula dicimus,transferentes tractauimus de paſsionibus communibus omni ſpeculo,ſiue ſit planum,ſiue ſphæricũ. columnare ſiue pyramidale, concauum uel conuexum. Hæc enim ſunt omnia ſpecula, à quibus

à quibus regularis poteſt fieri reflectio,ut nos declarabimus ſuo loco:nec tamen intelligimus per hæc ſpecula ſolum corpora polita artificio,ſed potius per naturam. Quia dū demonſtrationem his ſpeculis applicamus,naturalia corpora eiuſdem figuræ intelligimus. Quod enim in artificialibus corporibus irregulariter accidit,in corporibus naturalibus certius accidere neceſſe eſt. Et dum ſic per figuras ſpeculorū diſcurrimus, cœleſtes & omnes naturales influentias à ſubiectis corporibus ſub quodam reflectionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuerſitatibus latens eſt naturæ operatio,& ab eiſdem agentibus ſecundum huius diuerſitatis modum fit diuerſitas formarum,& accidit uiſibus,ſi ad locum reflectionis deueniāt,ut ad ipſos fiat reflectio:quoniam uiſibus ut quodam poſteriori formis naturalibus & corporibus exiſtentibus ipſorum præſentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaqꝫ ſpeculorum communes paſsiones, & omnes proprietates ſpeculorum planorum in quinto libro propoſuimus. In ſexto uero libro demonſtramus paſsiones, quæ accidunt uiſibus & rebus ex reflectione facta à ſpeculis ſphæricis conuexis. In ſeptimo uero poſuimus paſsiones accidentium à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis,& hæc duo ſpecula ſimul cōiunximus propter conformitatem plurium paſsionum. In octauo,de reflectionibus quæ fiunt à ſpeculis ſphæricis cōcauis prolixius tractauimus. In nono quoqꝫ de his,quæ fiunt à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis. Et in eodem de ſpeculis quibuſdam irregularibus,à quorum totali ſuperficie fit reflectio lucis & uirtutis ad punctum unum, quæ ſpecula comburentia dicimus,adiunximus tractatum. In decimo uero libro huius ſcientiæ, agimus de tertio modo uidendi,qui eſt per medium alterius diaphani, ut cum per aerem fit uiſio ſub aqua uel ſub uitro. Et de deceptionibus,quæ ex hoc accidunt uiſui:nam & ſi uiſus non fuerit,eædem paſsiones uirtuti accidūt agenti. Et in hoc quoqꝫ decimo tractatu adiecimus paſsionem ſoli uiſui accidentem ex diuerſitate mediorum,ut eſt impreſsio arcus demonis,qui dicitur iris:quoniam et illius generatio ex hac præſenti ſcientia ortum habet. Sicqꝫ quaſi omnium uiſibilium generalibus paſsionibus percunctatis,operi finem damus. Patet itaqꝫ ex præmiſsis, quòd triplex eſt modus uidendi. Quidam per unum medium tantum,qui eſt uiſio directa. Quidam uero per reflectionē formarum uiſibilium à corporibus politis. Quidam uero per refractionem formarum uiſibilium propter diuerſitatem mediorum. Hi quoqꝫ tres modi uidendi ſignum ſunt triplicis actionis formarum & omnium uirtutum cœleſtium & naturalium. Quædam enim agunt directe in obiectum ſuſceptibile,& hæc actio eſt fortior,quoniam eſt directe intenta per naturam,& fit ſecundum lineas rectas. Accidit autem illi uirtuti, quando eſt corporalis debilitas,propter remotionem maiorem agentis ab ipſo actu. Sol enim non adeo calefacit remotiora ſicut propinquiora calefactibilia,quæ ſunt eiuſdem diſpoſitionis. Alia uero naturalis actio fit per reflectionem à corporibus alijs,ut radij Solis à corpore Lunæ reflectuntur,quamuis enim propter raritatem Lunaris corporis quiddam Solaris tranſeat uirtutis. Plurimi tamen radiorum reflectuntur inferius,ut à ſpeculo ſphærico conuexo. Eſt ergo illi actioni conueniens omne quod diximus in paſsionibus ſpeculorum aſsimilante ſe figura corporis,à quo fit reflectio figuræ ſpeculari. Tertia uero maneries naturalium actionum,eſt per plura media diuerſorum diaphonorum, quæ ſimiliter in ſuo modo agendi diuerſiattem accipit,quam uiſibus accidere dicemus In his itaqꝫ naturalibus actionibus uiſus ſignum eſt,non cauſa,niſi forte deceptio ſit per ſe proueniens in uiſu:quoniam non exiſtente perceptione uiſiua,idem modi ſunt omnium naturalium actionum. His itaqꝫ præmiſsis,aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus,quia dum ex libro Elementorum Euclidis arguimus,ſola nominatione numeri libri & theorematis contenti ſumus. Dum uero aliquid ex hoc noſtro libro adducimus,& numerum & theorema huius libri nominamus.

LIBER PRIMVS PERSPECTIVÆ VITELLIONIS.

DIFFINITIONES.

QVAE uero per modũ principiorũ huic primo libro præmittimus, ſunt iſta. Kathetum, dicimus lineam perpendicularẽ ſuper ſuperficiem aliquam erectam. Polum, dicimus omnem punctũ lineæ ſuper ſuperficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. Conuexam lineam uel ſuperficiem, dicimus quæ extrinſecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam concauam uel ſuperficiem dicimus, quæ intrinſecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam ſuper ſuperficiem conuexam uel concauam perpendicularem dicimus, quæ ſuper planam ſuperficiem in puncto ſuæ incidentiæ ſuperficiem conuexam uel concauam contingentẽ eſt erecta. Circuli ſeinuicem ſecantes dicũtur, quorũ diametris eſt aliqua linea cõmunis uno reliquum nõ cõtinente. Circulus magnus ſphæræ dicitur, qui tranſiens centrum ſphæræ, diuidit ipſam in duo æqualia. Minor uero circulus ſphæræ dicitur, qui neq; tranſit centrũ ſphæræ, neq; diuidit ipſam in duo æqualia. Sphæræ æquales dicimus, quarum diametri ſunt æquales. Sphæras uel circulos ſeinuicem continentes æquediſtãtes dicimus, inter quas à centro maioris ductæ lineæ à conuexo minoris ad concauum maioris ſunt æquales. Sphæras ſeinuicem cõtingentes dicimus, quæ ſe tangentes extrinſecus uel intrinſecus non ſecant. Sphæras ſeinuicem interſecantes dicimus, cum ſphæris ſe non continentibus diameter unius per alteram reſecatur. Sphæras intrinſecus ſe interſecãtes, dicimus quorũ maior pars unius in altera cõtinetur. Superficiem planam ſphærã contingere dicimus, quæ cũ ſphæram tangat, ad omnẽ partem educta nõ ſecat. Denominatio proportionis primi ad ſecundũ, dicitur quantitas quæ ducta in minorem producit maiorem, uel quæ maiorem diuidit ſecundum minorem. Proportio dicitur componi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producitur ex ductu denominationũ illarũ proportionum unius in alteram.

PETITIONES.



Petimus autem hæc. Aequales angulos ſuper idem punctum conſtitutos, æqualem continere diſtantiam æqualium linearum, ut ſi anguli a b c & c b d ſint æquales, & linea a b & b d ſunt æquales, tantum diſtabit linea a b à linea b c, quantum linea b d diſtat ab eadem linea b c. Item inter quælibet duo puncta lineam, & inter quaslibet duas lineas ſuperficiem poſſe extendi. Item cum duæ planæ ſuperficies ſe contingunt, unam ex eis fieri ſuperficiem. Item duas planas ſuperficies corpus non includere. Item omnes eaſdem proportiones ex ſimilibus proportionibus componi, & in ſimiles proportiones diuidi, & eaſdem habere demonſtrationes.

THEOREMA I.



Omnes lineæ æquediſtantes in eadem ſuperficie plana neceſſario conſiſtunt.

Sint duæ lineæ æquediſtantes, quæ a b & c d, utcunq; diſpoſitæ, dico quod ipſæ ſunt in eadem ſuperficie plana, copulentur enim per lineam b d, quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniunguntur, palam quoniam ipſæ ſunt in eadem ſuperficie, per 2. undecimi. Similiter quia duæ lineæ a d & b d angulariter coniunguntur, erunt ipſæ in eadem ſuperficie. Si linea b d eſt in una tantum ſuperficie plana, quoniam ipſius partem eſſe in ſublimi, partem in plano eſt impoſsibile per primam undecimi. Palam ergo, quoniã lineæ a b & c d neceſſario conſiſtunt in eadem plana ſu

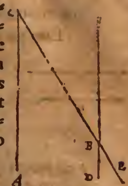
per ſi-

perficie contenta inter eas & inter lineas extremitates illarum linearum copulantes, q̃d eſt propoſitum.

II.

Lineam à puncto unius linearum æquediſtãtium in eadem ſuperficie per tractam, cum altera indefinitæ quantitatis concurrere eſt neceſſe.

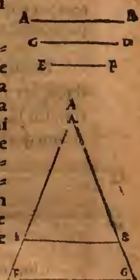
Sint duæ lineæ æquediſtãtes quæ a b & c d, quarũ unã ſcilicet a b ſecet linea b a in puncto b. Dico ꝙ linea b e ſecabit etiam lineam c d, quia enim linea c d indefinitæ quantitatis eſſe ſupponitur, protrahatur uerſus ipſam lineam b e, quæ ſi concurrit cum c d habetur propoſitũ. Si non concurrat palàm per diffinitionem æquediſtantiũ linearũ, quoniam linea b e eſt æquediſtans lineæ c d, & quia lineæ a b & b e ambæ ſunt æquediſtantes lineæ c a, erit per 30. primi linea e b æquediſtans lineæ a b, ſed palam ex hypotheſi, quoniam concurrunt, ut in puncto b, non ergo æquediſtat linea b e lineæ c d, ergo neceſſario concurrit linea b e cum linea c d, quod eſt propoſitum.



III.

Datis tribus lineis cuilibet tertiæ ſecundum proportionem aliarum duarum proportionabilem inuenire.

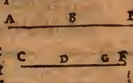
Sint datæ tres lineæ quæ ſunt a b, c d, e f, quarum uni ut a b ſecundũ proportionẽ aliarũ duarũ quæ ſunt c d & e f, quarta proportionalis debeat inueniri. Duæ itaq; lineæ æquales duabus lineis quæ ſunt c d & e f, ab una linea continua abſcindatur quæ ſit a e f per per 3. primi, & illi lineæ a e f angulariter tertia data ſcilicet a b, coniungatur in puncto a, & à puncto communi diſtinguente duas lineas reſectas, q̃d ſit punctũ e. Ducatur linea e b ad extremitatẽ tertiæ datarũ quæ eſt a b, & à puncto f ducatur linea æquediſtans lineæ e b per 31. primi, q̃ ſit f g. Deinde ꝓtrahatur linea a b in cõtinuũ & directũ, quouſq; ſecet lineã f g, ſecabit autẽ per præmiſſam, ſit itaq; pũctus concurſus g. Dico ꝙ ꝑ ſecũdã 6. eadẽ eſt proportio lineæ a b ad lineam d g, quæ eſt lineæ e a datæ ad lineam e f datam. Similiter quoq; de quolibet aliarũ reſpectu reliquarum duarum demonſtrari poteſt, patet ergo propoſitum.



IIII.

Cum duabus lineis inæqualibus notæ proportionis æqualium linearum facta fuerit additio maioris ad minorem minuitur proportio.

Sint duæ lineæ a b & c d inæquales notæ proportionis, ſitq; linea a b maior q̃ linea c d, addatur quoq; linea b e ipſi a b, & linea d f ipſi c d, ſintq; lineæ b e & d f æquales. Dico ꝙ minor eſt proportio lineæ a e ad lineam c f q̃ lineæ a b ad lineam c d, quoniã enim datæ ſunt tres lineæ, quæ ſunt a b & c d & b e, inuenitur per præcedentem linea proportionalis lineæ b e ſecundum proportionem linearum a b & c d quæ ſit d g, quia ergo linea a b eſt maior q̃ linea c d, patet quia linea b e eſt maior q̃ linea d g, ergo & linea d f eſt maior q̃ linea d g, abſcindatur ergo per 3. primi lineæ d f æqualis ipſi d g, quia ergo eſt proportio lineæ a b ad lineam c d, ſicut lineæ b e ad lineam d g, erit per 13. quinti, proportio totius lineæ a e ad totalem lineam c g, ſicut lineæ a b ad lineam c d, ſed per 8. quinti minor eſt ꝓportio lineæ a e ad lineã c f maiorem, quàm ad lineam c g minorem, eſt ergo maior proportio lineæ a b ad lineam c d, quàm lineæ a c ad lineam c f, & hoc eſt propoſitum.



V.

Cum fuerit propo t io primi ad ſecundum tanquàm tertij ad quartum, erit econtrario proportio ſecundi ad primum ſicut quarti ad tertium.

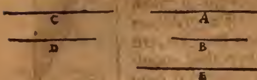
Sit enim a primum, & b ſecundum, & c tertium, & d quartũ, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d. Dico ꝙ erit econtrario proportio b ad a, ſicut d ad c, quoniam enim eſt proportio a ad b, ſicut c ad d, erit per 16. quinti,



permutatim proportio b ad a ſicut d ad c, ſecũdi uidelicet ad primum ſicut quarti ad tertium, quod eſt propoſitum.

VI.

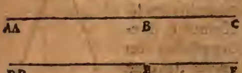
Cum fuerit quatuor quantitatum proportio, primæ ad ſecundam maior quàm tertiæ ad quartam, erit econtrario minor proportio ſecundæ ad primam quàm quartæ ad tertiam.



Eſto proportio lineæ a ad lineã b maior ꝗ̃ lineæ c ad lineã d. Dico ꝙ erit econtrario minor proportio lineæ b ad lineã a ꝗ̃ lineæ d ad lineam c. Sic enim per tertiam huius, ut quæ eſt proportio lineæ c ad lineam d, eadẽ ſit lineæ e ad lineam b, quia ergo maior eſt proportio lineæ a ad lineam b, ꝗ̃ lineæ c ad lineã d, ex hypotheſi patet, ꝙ minor eſt proportio lineæ e ad lineam b ꝗ̃ lineæ a ad lineam b, ergo per 10. quinti linea a eſt maior ꝗ̃ linea e, & quia eſt proportio lineæ e ad lineam b, ſicut lineæ c ad lineam d, erit per præmiſſam eadem proportio lineæ b ad lineam e, quæ lineæ d ad lineam c. Eſt autem per 8. quinti, minor proportio lineæ b ad lineam a, ꝗ̃ ad lineam e, eſt ergo minor proportio lineæ b ad lineam a, ꝗ̃ lineæ d ad lineam c, quod eſt propoſitum.

VII.

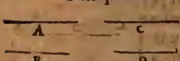
Si quatuor quantitatum proportionabilium prima fuerit maior ꝗ̃ ſecunda, & tertia maior ꝗ̃ quarta, erit euerſim eadẽ proportio primæ ad augmentum ſui ſuper ſecundam, quæ tertiæ ad augmentum ſui ſuper quartam.



Sint quatuor lineæ proportionales a c prima, b c ſecunda, d f tertia, & e f quarta. Sitq; linea a b maior quàm linea b c, & linea d f maior ꝗ̃ linea e f excedat quoq; linea a c lineam b c, in linea a b, & linea b f, lineam e f in linea d e. Dico ꝙ eadem erit proportio lineæ a c ad lineam a b, quæ lineæ d f ad lineam d e, quoniam enim eſt proportio lineæ a c ad lineam b c ſicut lineæ d f ad lineam e f, eſt ergo per 16. quinti, permutatim proportio lineæ a c ad lineam d f ſicut lineæ b c ad lineam e f, ergo per 19. quinti erit proportio lineæ a b ad lineam d e ſicut lineæ a c ad lineam d f, ergo per 4. huius erit proportio lineæ a c ad lineam a b ſicut lineæ d f ad lineam d e, quod eſt propoſitum.

VIII.

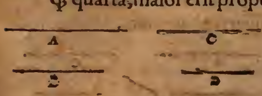
Si quatuor quantitatum prima fuerit maior ſecunda, & tertia maior quarta, erit maior proportio primæ ad quartam quàm ſecundæ ad tertiam.



Sint quatuor lineæ a b c d, & ſit a prima maior ꝗ̃ b ſecũda, & ſit c tertia maior ꝗ̃ d q̃rta. Dico ꝙ maior ẽ ꝓportio lineæ a ad lineã q, ꝗ̃ lineæ d ad lineã c quia eñ linea c eſt maior ꝗ̃ linea d, ex hypotheſi, patet per 8. quinti, quoniam maior eſt proportio lineæ a ad lineam d quàm ad lineam c, minor uero eſt proportio lineæ b ad lineam c ꝗ̃ lineæ a ad lineam c per eandem 8. quinti, quoniam ut præmiſſum eſt linea a eſt maior ꝗ̃ linea b, & quoniã quicquid eſt maius maiore eſt maius minore, patet, ꝙ maior eſt proportio lineæ a ad lineam d ꝗ̃ lineæ b ad lineam c, patet ergo propoſitum.

IX.

Cum quatuor quantitatum prima fuerit maior ꝗ̃ tertia, & ſecunda minor ꝗ̃ quarta, maior erit proportio primæ ad ſecundam ꝗ̃ tertiæ ad quartam.



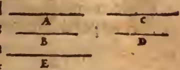
Sint quatuor lineæ a prima, b ſecunda, c tertia, d quarta, ſitq; a maior quàm c, & ſit b minor ꝗ̃ d. Dico qđ maior eſt ꝓportio a ad b ꝗ̃ c ad d, quoniã enim linea a eſt maior ꝗ̃ linea c, patet per 8. quinti, quoniam maior eſt proportio lineæ a ad lineam b ꝗ̃ lineæ c ap lineam b

Sed

Sed q̄a ex hypotheſi linea b eſt minor ꝗ linea d, patet ꝑ eandẽ 8. huius q̄nti, quoniã maior eſt ꝓportio lineæ c ad lineã b ꝗ ad lineã d, eſt ergo maior ꝓportio lineæ a primæ ad lineam b ſecundam ꝗ lineæ c tertiæ ad lineam d quartam, & hoc eſt propoſitum.

X.

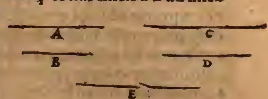
Si quatuor quantitatum fuerit maior proportio primæ ad ſecundam ꝗ tertiæ ad quartã, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quàm ſecundæ ad quartam.



Sint quatuor lineæ a b c d, ſitq́ꝫ proportio a ad b maior quàm c ad d. Dico quòd erit permutatim maior proportio lineæ ad lineam c ꝗ lineæ b ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineam d, erit ergo ex hypotheſi & ex 10. quinti linea e minor ꝗ linea a, ergo per 8. quinti maior eſt proportio lineæ a ad lineam c quàm lineæ e ad lineam c. Eſt autem ex præmiſsis & per 16. quinti, proportio lineæ e ad lineam c ſicut lineæ b ad lineam d, palam ergo, quoniam maior eſt proportio lineæ a ad lineam c quàm lineæ b ad lineam d, quod eſt propoſitum.

XI.

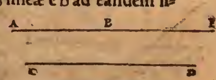
Cum quatuor quantitatum maior fuerit proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, erit coniunctim maior proportio primæ & ſecundę ad ſecundam quàm tertiæ & quartæ ad quartam.



Eſto 4. linearũ a b c d maior ꝓportio a ad b ꝗ c ad d. Dico ꝙ totius lineæ a b ad lineã b maior erit ꝓportio ꝗ totius lineæ c d ad lineã d. Sit eñ ꝑ 3. huius ꝓportio lineæ e ad lineã b, q̄ lineæ c ad lineã d, eſt ergo ex hypotheſi maior ꝓportio lineæ a ad lineam b ꝗ lineæ e ad lineã b, ergo ꝑ 10. q̄nti linea a eſt maior ꝗ linea e. Tota ergo linea a b eſt maior ꝗ tota linea e b, ergo ꝑ 8. q̄nti maior eſt ꝓportio totius lineæ a b ad lineam b ꝗ totius lineæ e b ad lineam b, per 18. uero quinti, eſt proportio lineæ e b ad lineam b, q̄ lineæ c d ad lineã d, eſt enim ex præmiſsis ꝓportio lineæ e ad lineã b, ſicut lineæ c ad lineã d. Eſt ergo maior ꝓportio lineæ a b ad lineam b ꝗ lineæ c d ad lineã d, q̄d eſt ꝓpoſitum.

XII.

Si quatuor quantitatum proportio primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit diſiunctim maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam.



Sit proportio totius lineæ a b ad eius partẽ lineam b maior quàm totius lineæ c d ad eius partẽ d. Dico ꝙ erit diſiunctim proportio lineæ a ad lineã b maior ꝗ lineæ c ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e b ad lineam b, ſicut lineæ c d ad lineam d, erit ergo ex hypotheſi maior proportio lineæ a b ad lineam b, ꝗ lineæ e b ad eandem lineam b, ergo per 10. quinti erit linea a b maior ꝗ linea e b, ablata ergo utrobiq́ꝫ linea b cõmuni, relinquitur linea a maior ꝗ linea e, eſt ergo per 8. quinti, maior ꝓportio lineæ a ad lineam b ꝗ lineæ e ad eandem lineam b. Sed per præmiſſa eſt proportio lineæ e b ad lineam b, ſicut lineæ c d ad lineam d, ergo per 17. quinti eſt proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineam d, erit ergo maior proportio lineæ a ad lineam b quàm lineæ c ad lineam d, & hoc eſt propoſitum.

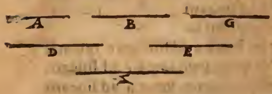
XIII.

Quarumlibet trium quantitatũ quocꝫ ordine diſpoſitarum, quarum mediæ ad utramq́ꝫ extremarum aliqua ſit proportio, erit proportio primæ ad tertiam compoſita ex proportione primæ ad ſecundam & ſecundæ ad tertiã, ex quo patet quòd proportio extremorum ad inuicem componitur ſemper

ex pro

ex proportione mediorum adinuicem & ad ipſa extrema.

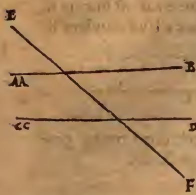
Sint extra gradus tres lineæ quæ a b g, quarum prima quæ eſt a ſit maior ꝙ media quæ eſt b, & b ſit maior ꝙ tertia quæ eſt g, ſitq; ipſius b ad ambas extremas ꝓportio nota. Dico ꝙ proportio lineæ a ad lineam g, tertiam componitur ex proportiōe lineæ a ad lineam b, & ex proportiōe lineæ b ad lineam g; quoniam enim proportio lineæ a ad lineā b eſt nota, ſit quantitas d denominatio illius proportionis, & ſimiliter quia proportio lineæ b ad lineam g eſt nota, ſit denominatio illius proportiōis quantitas e, & ſit quantitas z, denominatio proportionis lineæ a ad lineam g. Dico ꝙ ex ductu e in d fit z, quoniam enim per diffinitionem ex ductu z denominationis proportiōis lineæ a ad lineam g in ipſam lineam g minorem ꝙ ſit a fit linea a, ſimiliter & ex ductu d ad lineam b fit linea a. Proponitur itaq; z primū & d ſecundū linea b tertium, & linea g quartum, quia itaq; illud quod fit ex ductu primi in quartum eſt æquale ei quod fit ex ductu ſecundi in tertium, patet per 15. ſexti, quoniam eſt proportio primi ad ſecundum ſicut tertij ad quartū, eſt ergo proportio z ad d, ſicut lineæ b ad lineam g; ergo denominatio proportionis z ad d ex ſuppoſitione eſt eadē cū denominatiōe proportiōis, lineæ b ad lineā g. ſed denominatio ꝓportiōis lineæ b ad lineā g, eſt quantitas e, ergo denominatio ꝓportionis z ad d, eſt idē e, ergo ex ductu e in d fit z, quia ergo denominatio ꝓportiōis lineæ a ad lineā g; quæ eſt z, ꝓducitur ex ductu denominationis ꝓportiōis lineæ a ad lineā b, in denominationē ꝓportionis lineæ b ad lineā g, patet ꝑ diffinitionē, quoniam ꝓportio lineæ a primæ ad lineā g tertiā cōponitur ex ꝓportiōe lineæ a primæ ad lineā b ſecundam, & ex proportiōe lineæ b ſecūdæ ad lineam g tertiam, ꝗd eſt propoſitū primū. Eodē q̄q; modo poteſt faciliter demonſtrari de quocūq; medijs inter quælibet duo extrema collocatis, ſemper enim proportio extremorum ad inuicem componitur ex omnibus proportionibus mediorū ad inuicem. Et ipſa extrema ſimiliter demonſtrandi uia diuiſionis, ſi mediam contingat eſſe maiorem qualibet extremarum, patet ergo propoſitum.



XIIII.

Si linea recta ſuper duas rectas ceciderit, feceritq; angulos coalternos inæquales, aut duos intrinſecos minores duobus rectis, uel extrinſecum inæqualem intrinſeco, illas lineas ad minorem angulorum partem concurrere eſt neceſſe, ad aliam uero partem impoſsibile, & ſi lineæ concurrunt, neceſſe eſt dictos angulos aliquo propoſitorum modorum ſe habere.

Sint duæ lineæ a b & c d, quas ſecet linea e f, ſecundū quod ꝓponitur. Dico, ꝗniam lineæ a b & c d cōcurrent, ſi enim non cōcurrant, patet ꝙ ſunt æquediſtantes, ergo ꝑ 29. primi ſequitur cōtrarium hypothe. ꝙ eſt inconueniens, concurrunt ergo, ad partem uero minorum angulorum concurrere eſt neceſſariū, quoniam ſi ad partem maiorum angulorum concurrant, ſequeretur angulū extrinſecum trigoni tanti fieri minorē angulo intrinſeco, & eſt cōtra 16. & 32. primi, & quia per præmiſſas propoſitiones ad partes minorum angulorū concūrrūt, ſi ex conceſſo ad partes maiorum angulorū concurrēt, ſequeretur rectas lineas ſuperficiem includere, quod eſt impoſsibile. Eſt ergo impoſsibile, ut ad partes maiorum angulorum concurrāt, ꝗd eſt propoſitum primum. Sed & ſi detur quod illæ lineæ concurrāt neceſſe eſt angulos aliquo propoſitorum modorum ſe habere ꝑ 32. primi, patet ergo totum quod proponitur, ſeruata ſemper hypotheſi.

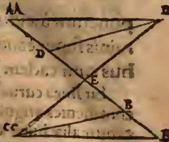


XV.

Cum lineis ſe inter duas lineas æquediſtantes, à quarum terminis producuntur, ſecantibus ex utraq; parte ſectionis, partes eiuſdem lineæ inter ſe fuerint æquales, neceſſe eſt lineas, inter quas fit ſectio, æquales eſſe.

Verbi

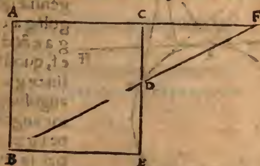
Verbi gratia: Sint ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquediſtantes, à quarum terminis producuntur, quæ ſunt a d & c b, ſecent ſe in puncto e, ita quòd linea a e æqualis lineæ e b, & linea c e ſit æqualis ipſi e d. Dico quod linea a d eſt æqualis lineæ e b, quando enim per 15. primi angulus a e d eſt æqualis angulo c e b, erit ex hypoteſi & per 4. primi linea a d æqualis lineæ c b, quod eſt propoſitum.



XVI.

Si per terminos duarum linearum æquediſtantium & inæqualiũ rectæ producãtur, illas ad partẽ minoris lineæ cõcurrere eſt neceſſe.

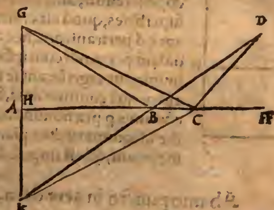
Sint duæ lineæ a b & c d æquediſtantes & inæquales, ſitq́ linea c d minor quàm linea a b, producanturq́ per terminos ipſarum lineæ a c & b d. Dico quod illæ lineæ a c & b d concurrent ultra lineam c d, producatur enim linea c d ultra punctum d ad punctũ e, fiatq́ per 3. primi, linea c e æqualis lineæ a b, & ducatur linea b e. Hic itaq́ linea b e per 33. primi, eſt æquediſtans lineæ a c, ergo per 2. huius cum linea b d concurrat cum linea b e in puncto b. Patet quòd ipſa concurrit cum linea a c, quæ æquediſtat lineæ b e, ſed & ad partem lineæ c d, quæ eſt minor quàm linea a b concurrere eſt neceſſe per 14. huius, uel per 2. ſexti, patet ergo propoſitum, punctus enim concurſus plus qui eſt f, erit ultra lineam c d.



XVII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea recta, cui ad unum punctum incidunt, ſimul iunctæ, ſunt breuiores omnibus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales ſimul iunctis.

Sit linea recta quæ a b c f, & ſint duo puncta d & g, à quibus duæ lineæ g b & d b productæ ſuper lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulos a b g ſit æqualis angulo c b d. Dico quòd ſi à punctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f, quòd ſit c, lineæ ductæ contineant inæquales angulos, ita ut angulus g c a ſit minor angulo f c d, quòd lineæ g b & b d ſimul iunctæ ſuper minores duas lineas g c & d c, ſimul iunctis, Ducatur enim à puncto g ſuper lineam a f perpendicularis per 12. primi, quæ ſit g h, & producatur linea g h ultra punctum h, & producatur d b donec concurrat cum linea g h producta, concurrent autem per 14. huius, ſit ergo punctus concurſus k, & coniungatur linea k c, & quoniam angulus d b c eſt æqualis angulo g b h, ex hypotheſi & angulo h b k, ex 15. primi, palam quòd angulus h b k eſt æqualis g b h, ſed anguli g h b & k h b ſunt æquales, quia recti, ergo per 32. primi, trigoni g h b & k h b etiam æque æquianguli, ergo per 4. ſexti, cum linea h b ſit communis & æqualis ſibijpſi, erit linea g b æqualis lineæ k b, & linea g h æqualis lineæ h k. Et eadem ratione per 4. primi erit linea g c æqualis lineæ k c, quia uero per 20. primi linea k d in trigono k d c minor eſt ambabus lineis d c & k c, ſimul iunctis, & linea g b æqualis eſt lineæ b k, & linea g c æqualis eſt lineæ k c, palam quia ambæ lineæ g b & d b ſimul iunctæ, minores ſunt ambabus lineis d c & g c ſimul iunctis, ſimiliter quoq́ de quibuſcunq́ lineis à punctis g & d ad lineam a f productis eſt demonſtrandum, patet ergo propoſitum.

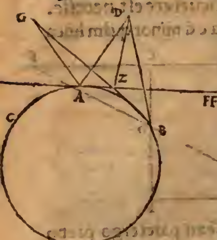


XVIII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea conuexa, cui ad unũ

punctum incidunt ſimul iunctæ, ſunt breuiores omnibus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales ſimul iunctis.

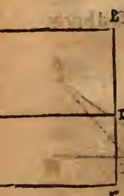
Sit linea curua a b c, ſuper cuius conuexum à punctis g & d incidant lineæ d a & g a continentes angulos æquales, ita ut angulus c a g ſit æqualis angulo b a d. Dico ꝙ ſi ducantur aliæ lineæ à punctis g & d ſuper lineam a b c, ut g b & d b, continentes angulos inæquales cum linea a b c, ꝙ ambæ lineæ g a & d a ſimul iunctæ, erunt breuiores duabus lineis g b & d b, ſimul iunctis. Ducatur enim linea e f contingens arcum a b c in puncto a per 16. tertij, anguli ergo contingentiæ qui ſunt e a c & f a b, ſunt æquales per 15. tertij, ſed anguli g a c & d a b ſunt æquales ex hypotheſi, erunt ergo anguli g a e & d a f æquales, & ad punctum ubi linea g b ſecat lineam e f, quod ſit z, ducatur linea d z, ergo per præcedentem ambæ lineæ g a & d a ſunt breuiores ambabus lineis g z & d z, cum angulus g z a ſit minor angulo g a e, & angulus d z f, ſit maior angulo d a f, per 16. primi. Sed linea g b eſt maior quàm linea g z, quia totum parte & linea d b eſt maior quàm linea d z per 19. primi, quoniam angulus d z b eſt maior angulo ſiti trigoni, patet ergo propoſitum in arcu circuli conuexo, & eodem modo demonſtrandum in quacunqꝫ alia columnali uel pyramidali ſectione ſecundum ipſius conuexum, patet ergo propoſitum.



XIX.

Vna linea recta in duabus ſuperficiebus planis exiſtente, neceſſe eſt ut illæ duæ ſuperficies ſecundum illam lineam ſe ſecent.

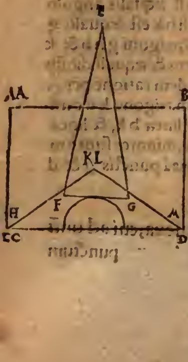
Sint duæ ſuperficies planæ a b c d & c d e f, in quarum utraqꝫ ſit linea c d. Dico ꝙ illæ duæ ſuperficies ſecant ſe ſuper lineam c d. Si enim illæ duæ ſuperficies ad lineam c d ut ad communem terminũ per modũ unius ſuperficiei cõtingẽtiæ cõpellerentur, tunc patet quod ipſæ ſunt partes unius ſuperficiei, & nõ duæ ſuperficies, quod eſt contra hypotheſim, quod ſi ipſæ ſuperficies datam lineam c d pertranſeant, nec ad ipſam, ut ad cõmunem terminum copulentur, palam per 3. niſi cum ipſæ ad inuicem ſe ſecent, ꝙ ipſis aliqua linea eſt communis, aut ergo ſecant ſe ſuper linem c d, & habetur propoſitum, aut ſuper aliam quã continet datã, & tunc cũ illa ſit ambabus propoſitis ſuperficiebus cõmunis ꝑ prænominatam tertiã, niſi & eiſdem ſit lina c d cõmunis ex hypotheſi, ſequitur ut duæ planæ ſuperficies illas duas lineas interiacẽtes corpus includant, ꝙd eſt impoſsibile, & cõtra ſuppoſitionẽ, patet ergo propoſitum.



XX.

Ab uno puncto in aere dato, ſuper unamquãqꝫ ſubſtructam planam uel cõuexã ſuperficiẽ, una tantũ perpendicularis duci poteſt.

Sit data ſuperficies plana a b c d, & datus in aere punctus e. Dico ꝙ à puncto e ad ſubſtructã ſuperficiem unam tantum perpendicularem duci eſt poſsibile, ſi enim impoſsibile ſit, ut ſuperficiem planam datam quæ a b c d, ducantur à puncto e duæ perpendiculares, quæ ſunt e f & e g, quia itaqꝫ lineæ e f & e g angulariter coniunguntur in puncto e, patet per 2. undecimi, quoniam illæ duæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie, & quoniã lineæ illæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem a b c d, erit ſuperficies, in qua ſunt lineæ illæ e recta ſuper ſuperficiem a b c d. Huius itaqꝫ ſupficiei & ſuperficiei a b c d cõmunis ſectio eſt linea f g per præmiſſam, in trigono itaqꝫ e f g ſunt duo anguli recti, ſcilicet e f g & e g f per diffinitionem lineæ erectæ ſuper ſuperficiem, hoc autem



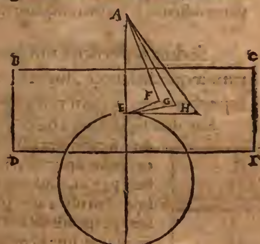
eſt

eſt impoſsibile,& cōtra 32.primi,ꝙ hoc etiam patet in ſuperficiebus cōuexisq́,a enim ut per diffinitionē omnis linea perpēdicularis ſit quam continet ſuperficiem cōnuexam, eſt perpendicularis ſuper planam ſuperficiem ipſam conuexam,ſuperficiem in puncto incidentiæ lineæ illius contingentem,patet quia in omni ſuperficie conuexa idem accidit impoſsibile. Si enim ſit ſuperficies ſphærica conuexa,in qua ſit arcus f g,ſit ut ipſam contingat in pūcto f ſuperficies plana,in qua ducatur linea h f k,& in puncto g ſuperficies plana,in qua ſit linea l g m,palam ergo ex præmiſsis,quia anguli e f k & e g f ſunt recti,producta quæq; chorda f g,palam quia anguli e f g & e g f ſunt maiores rectis, quod eſt impoſsibile,non eſt ergo poſsibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad ſuperficiem planam uel conuexam,patet ergo propoſitum,quoniam in quibuſcunq; alijs conuexis ſuperficiebus eſt eodem modo demonſtrandum.

XXI.

Omnium linearum ab eodem puncto ad eandem ſuperficiem planam uel conuexam productarum, minima eſt perpendicularis.

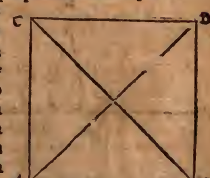
Eſto ſuperficies plana b c d, & punctum extra ſignatum a,à quo ducantur plurimæ lineæ ad ſuperficiem datam,ut contingit,ſcilicet a e,a f,a g,a h,ſola tamen a e ſit perpendicularis. Dico quòd linea a e eſt omnium aliarum breuiſsima,ducantur a lineæ e f,e g,e h,& componantur trigona orthogonia, palā itaq; cum per 32.primi,angulus rectus ſit maior in quolibet trigono orthogonio, quoniam linea a e per 19.primi,breuior eſt qualibet linearum a f,a g,a h,& etiam aliarum quarumcunq; ſic productarum,patet ergo propoſitum in planis ſed & in conuexis patet idem,quoniam ſi perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem ſit a e,& ſit b c d l ſuperficies plana contingens ſuperficiem conuexam ſecundum punctum e,ducanturq; lineæ a f,a g,a h,ſuper ſuperficiem planam,erunt illæ omnes maiores perpendiculares,ſed eædem productæ ad ſuperficiem cōuexam ſunt maiores,patet ergo propoſitum.



XXII.

Ductæ à ſupremo termino lineæ ſuper ſuperficiem erectæ ad lineam perpendicularem,cuicunq; lineæ à puncto incidentiæ lineæ rectæ in ſubiecta ſuperficie ꝑtractæ,neceſſe eſt correctā lineā ſuperiacentem perpēdicularē eſſe.

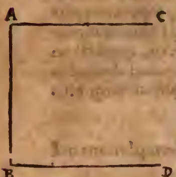
Sit punctū in aere datū quòd ſit a,à quo ad ſuperficiem planam ſubiectam quæ ſit b c d,erigatur linea per 12.undecimi,quæ ſit a b,incidēs datæ ſuperficiei in puncto b,& in ſuperficie b c d ducatur linea d c ut placuerit,& à puncto b ducatur perpendicularis ſuper lineam d c,quæ ſit b d,& copuletur,linea a d eſt perpēdicularis ſuper lineam d c. Sumatur enī in linea d c quodcūq; pūctū ut c, & ducatur linea a c,b c,quia itaq; linea a b eſt erecta ſuper ſuperficiem b c d,patet ꝑ diffinitionē lineæ erectæ,quoniā angulus a b c eſt rectus,ergo ꝑ penultimam primi quadratū lineæ a c,eſt æquale duobus quadratis linearū a b & b c,ſed & quadratū lineæ b c eſt æquale duobus quadratis c d & b d per eandē penultimam 10. ꝙ linea b d eſt perpendicularis ſuper lineam c d ex hypotheſi; quadratum itaq; lineæ a c eſt æquale tribus quadratis trium linearū quæ ſunt a b & b d & c d,ſed quadratum lineæ a d eſt æquale duobus quadratis duarum linearum a b & b d,quadratum ergo lineæ a c eſt æquale duobus quadratis duarum linearum a d & d c,ergo per ultimā primi angulus a d c eſt rectus,patet ergo,ꝙ linea a d eſt perpendicularis ſuper lineam d c,quod eſt propoſitum.



XXIII.

Duabus planis ſuperficiebus æquediſtātibus, una linea recta incidēte, quæ ad alteram earū erit perpēdicularis, erit quoq; ad reliquam perpendicularis.

Sit ut duabus ſuperficiebus planis & æquediſtantibus incidat una linea quæ a b uni ipſarum in puncto a, & reliqua in puncto b. Dico quòd ſi linea a b fuerit perpendicularis ſuper unam iſtarū ſuperficierū, ꝙ erit perpendicularis & ſuper reliquam, & à puncto a ducatur in altera ſuperficierū illarū linea recta quæ a c, & in reliqua à puncto b ducatur linea b d, palam itaq;, quoniam lineæ a c & b d æquediſtant, in infinitum enim pro tractæ non concurrent, quia & ſuperficies in quibus ſunt, non concurrunt. Si itaq; alter angulorum, qui b a c uel a b d fuerit rectus, palàm ſemper per 29. primi, quoniam & reliquus ipſorum erit rectus, & quoniam eodem modo poteſt hoc declarari de omnibus lineis in ſuperficiebus hinc inde ductis à punctis a & b, patet quòd linea a b cum ſingulis ſibi cōterminantibus lineis in utraq; ſuperficierum illarum productis angulos rectos facit. Si eſt ergo linea a b perpendicularis ſuper alteram ſuperficierum, palam, quia eſt perpendicularis ſuper reliquam ipſarum, & hoc eſt propoſitum.



XXIIII.

Si duæ ſuperficies uni ſuperficiei æquediſtantes fuerint, eædem inter ſe erunt æquediſtantes, ſuperficies quoq; concurrens cum una æquediſtantium ſuperficierum & cum reliqua concurret.

Sint duæ ſuperficies a b c & g h k æquediſtantes uni ſuperficiei quæ d e f. Dico ꝙ illæ duæ ſuperficies a b c & g h k neceſſario adinuicem æquediſtabunt, educatur enim à puncto l ſuperficiei a b c linea perpendicularis ſuper illam ſuperficiē per 12. undecimi, quæ ſit l m, palam itaq; per præmiſſam, quoniam illa linea l m ultra alterutrum ſuorum terminorū erit ipſa per eandem præmiſſam perpendicularis ſuperficiem g h k, æquediſtantem ſuperficiei a b c, quia itaq; una linea l m ſuper duas ſuperficies a b c & g h k orthogonaliter inſiſtit, patet per 14. undecimi, ꝙ illæ duæ ſuperficies, etiam ſi in infinitum protrahantur, nunquam concurrent, ſunt ergo æquediſtantes, patet propoſitū primum, & per hoc & per 2. huius, patet etiam ſecundum propoſitum.



XXV.

Omnes lineæ perpēdiculares inter lineas uel ſuperficies æque diſtantes ductæ, ſunt æquediſtantes & æquales, & ſi lineæ rectæ lineis uel ſuperficiebus æquediſtantibus ad angulos æquales incidant, ſunt æquales.

Sint duæ lineæ a b & c d æquediſtātes, inter quas ducātur lineæ perpēdiculares, q̄ e f & g h. Dico ꝙ lineæ e f & g h ſunt æquediſtātes & æquales, ꝙ enim ſunt æquediſtātes, hoc patet per 28. primi, ꝙ etiā ſunt æquales, patet p 34. primi, & eodē modo demonſtrandū eſt, ſi lineæ a b & c d ſunt in ſuperficiebus æquediſtātibus ſignatæ, q̄d ſi lineæ e f & g h non ꝑpendiculariter, ſed ad angulos æquales incidant, ductis lineis uel ſuperficiebus, ita ut angulus g h c ſit æq̄lis angulo e f d, erunt etiā lineæ g h & e f æquales, concurrent enim per 14. huius, ſi ergo punctus concurſus k, quia itaq; angulus k f h eſt æqualis angulo k h f, ex hypotheſi erit per 6. primi trigoni k f h latus k f. æquali lateri k h. Sed p 29. & per 16. primi, erit trigoni k e g latus k e, æquale lateri k g, relinquitur ergo linea e f, æqualis lineæ g h, quod eſt propoſitum, in ſuperficiebus quoq; æquediſtantibus ſignatis lineis a b & c d eadem eſt demonſtratio, patet ergo illud quod proponebatur.

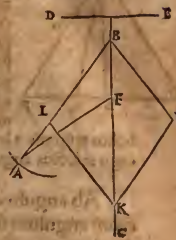


Cuili-

XXVI.

Cuilibet angulo dato baſem æqualem datæ lineæ ſubtendere.

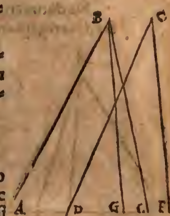
Eſt angulus datus a b c,& linea data d e,ſeparetur itaq; à linea b c, & ex parte puncti b, linea b f,nō maior medietate lineæ d e per 3.primi,& in puncto f, poſito pede circini immobili,deſcribatur circulus ſecundum quantitatem ſemidiametri,de hoc itaq; ſecabit neceſſario latus b c per 20 primi,& cum latus b f non ſit maius medietate lineæ d e. Sit ergo ut ſecet ipſam in puncto g,& ducatur linea g f, hic itaq; neceſſario erit æqualis lineæ d e per circuli diffinitionē,patet ergo propoſitum. Poteſt & idem aliter demonſtrari,à puncto enim b ducatur linea b h angulariter,ut contingit ſuper lineam a b,quæ per 3.primi,fiet æqualis datæ lineæ d e,& à puncto h ducatur æquediſtans lineæ a b, per 31.primi,quæ per ſecundum huius neceſſario concurret cum linea b c. Sit punctus concurſus k,& à puncto k ducatur linea æquediſtans lineæ b k,quæ ſit k l,erit quoq; ſuperficies b h k æquediſtantium laterum.ergo per 34,primi,linea l k eſt æqualis lineæ l h,ergo & lineæ datæ quæ eſt d e,patet ergo propoſitum.



XXVII.

Datis duobus angulis inæqualibus,ex maiore ipſorum æquum minori reſecare.

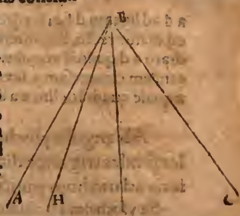
Sint duo anguli dati a b c & d e f,ſit a b c maior,& d e f minor,propoſitum eſt,ut ex angulo a b c reſecetur angulus æqualis angulo d e f,hoc autem fiet per 23.primi,ſi ſuper b terminum lineæ a b intra angulum a b c fiat angulus æqualis angulo d e f,qui ſit a b g,& hoc eſt propoſitum.



XXVIII.

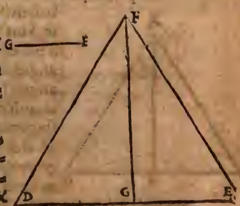
Datum angulum rectum in tres partes æquales diuidere.

Non indiguimus quo ad præſens propoſitū diuiſione aliorum angulorum in partes tres æquales,ſed ſolum recto,& ob hoc nō proponimus hic niſi de recto in uniuerſaliori ſcientia,ut in ea quæ de elementatis concluſionē uniuerſaliorē dignā propoſitū exiſtimātes. Sit itaq; angulus rectus a b c,quē in partes tres æquales uolumus diuidere, aſſumatur ergo linea quæcunq; & ſit b e,ſuper quam conſtituatur trigonum æquilaterum per 1.primi,quòd ſit d f e,cuius angulus d f e diuidatur per æqualia per 9.primi, ducta linea f g, erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipſe ſit g, pars duorum rectorum per 33.primi, ergo per præcedentem angulo recto a b c, reſecetur angulus a b h æqualis angulo d f g,& diuidatur angulus h b c per æqualia per 9.primi,patet ergo propoſitum.



XXIX.

Linea diuidens angulum alicuius trigoni producta,baſem ſubtenſam illi angulo neceſſario ſecabit, & ſi linea ſecans baſem ad punctum, concurſus laterum trigoni producatur, illa angulum baſi oppoſitum ſecabit.



Sit ut linea d b ſecet angulum a b c trigoni a b c. Dico ꝙ eadem linea b d producta,neceſſario ſecabit baſem a c, illi angulo ſubtenſam. Si enim non ſecabit baſem a c,concurret tamen cum producta a c per 14.huius,ideo quia anguli b a c & a b f ſunt minores duobus rectis ex hypotheſi & per 32.primi,

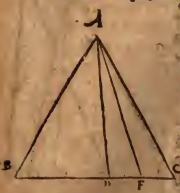


mi,ſit ergo concurſus in puncto f,ultra punctum c, eſt ergo trigonorū a b c & a b f,angulus b a c cōmunis,& angulus b c a maior angulo b f c per 16.primi,erit ergo per 32.primi,angulus a b f,maior angulo a b c, non ergo ſecat linea b d f,angulum a b c,cadet itaq; neceſſario inter pūcta a & c,& ita ſecabit baſem a c, quia ſi etiā caderet in punctū a, uel in punctū c,nō adhuc diuideret angulū a b c,patet ergo propoſitū primū, patet etiam & reliquū propoſitorū,quoniam ſi linea b d ſecet baſem trigoni a b c,& applicetur puncto b,quod eſt punctus concurſus laterum a b & c b,patet quod linea b d ſecabit angulū a b c. Sit enim per 16.primi angulus a d b maior angulo a c b,ſed angulus b a c eſt cōmunis ambobus trigonis a b c & a b d,ergo per 32.primi,angulus a b d eſt minor angulo a b c,eſt ergo reſectus angulus a b c per lineam b d,quod eſt ſecundum propoſitum.

XXX.

Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad baſem producta,ſi rectum angulum ſub partibus baſis contentum,maius fuerit quadrato perpendicularis,neceſſe eſt angulum à quo fit ductio obtuſum eſſe, ſi minus acutum ſi æquale rectum.

Sit datus trigonus a b c,à cuius angulo b a c ducatur linea perpēdicularis ſup baſem b c,ſecetq; ipſam in pūcto d,& ſit a d,ſitq; illud q̄d fit ex ductu b d in d c maius quadrato

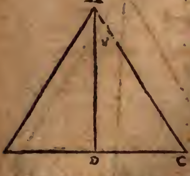


lineæ a d. Dico,quia angulus b a c eſt obtuſus,patet enim per 16.ſexti, quia nō eſt ꝓportio lineæ b d ad lineā a d,quæ lineæ a d ad lineam d c. Sit ergo per 10.ſexti,ut quæ eſt ꝓportio lineæ b d ad lineam a d, eadē ſit lineæ a d ad lineam g e,erit ergo illud q̄d fit ex ductu lineæ b d ad lineam g e æquale quadrato lineæ a d p 16.ſexti,& q̄a illud q̄d fit ex ductu lineę b d in lineam d c,eſt maius quadrato lineæ a d,patet q̄ linea g e eſt minor q̄ linea d c per 1.ſexti,abſcindatur ergo à linea d c æqualis lineæ g e per 3.primi,& ſit d f,ducaturq; linea a f, q̄a itaq; illud quod fit ex ductu lineæ b d in lineam d f,eſt æquale quadrato lineæ a d, patet per 16.ſexti,quoniam eſt ꝓportio lineæ b d ad lineam a d,ſicut lineę a d ad lineam d f,erit ergo per cōuerſam 8.ſexti,angulus b a f rectus,ergo angulus b a c eſt maior recto. Similiterq; demōſtrādū,q̄ ſi illud q̄d fit ex ductu b d in d c,ſit minus quadrato a d,quoniā angulus b a c eſt acutus,nam p eandē demonſtrationē patet etiam per eandem conuerſam 8.ſexti,quoniam ſi illud quod fit ex ductu lineæ b d in lineam d c, ſit æquale quadrato lineæ a d,quoniam angulus b a c eſt rectus,patet ergo propoſitum.

XXXI.

Ab angulo yſocheles ducta perpendicularis ſuper baſem in duas partiales ſimiles trigonos diuidit yſochelem, ex quo patet,quòd linea perpendicularis ad medium punctum baſis neceſſario pertingit.

Sit yſocheles a b c,cuius latera a b & a c ſint æqualia,& ab angulo b a c ducatur ſuper



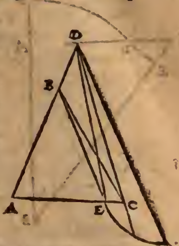
baſem b c perpendicularis a d. Dico q̄ propoſitus yſocheles diuiſus eſt in duos trigonos partiales ſimiles,quoniam enim per 5.primi,angulus a b d eſt æqualis angulo a c d,ſed & per diffinitionem perpendicularis anguli a d b & a d c ſunt æquales,quia recti, patet per 32.primi, quia anguli b a d & c a d ſunt æquales,ergo trigona a b d & a c d ſunt æquianguli,ergo per 4.ſexti,latera illorum trigonorum æquos angulos reſpicientia ſunt proportionalia, ſunt ergo illa trigona partialia, quæ a b d & a c d ſimilia per diffinitionem ſimilium trigonorum, patet ergo propoſitum primum, & quoniam illa trigona a b d & a c d ſunt ſimilia,& eorum latera a b & a c ſunt æqualia,& latus a d commune,patet,quia etiam latera c d & b d ſunt æqualia,linea ergo perpendicularis quæ a d, neceſſario pertingit ad medium punctum lineæ b c,quod eſt propoſitum ſecundum.

Linea

XXXII.

Linea ducta à quocunq; puncto unius lateris trigoni producti, ultra trigonũ ſecãs latus ab illo pũcto remotius & ꝓpinquius illi neceſſario ſecabit.

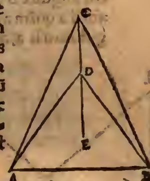
Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatur ultra punctum b ad punctum d, & à puncto d ducatur linea d e ſecans latus trigoni a c in puncto e. Dico ꝙ d e neceſſario ſecabit latus b c. Si non ſecabit latus b c, ſed ſolũ latus a c, ducatur linea d c, & producatur in continuum, & directum, ſecabit itaq; linea d c in aliquo puncto lineam d e, quoniam cum linea d c exeat à puncto d, à quo exit etiam linea d c, & terminetur ad punctum c interiacens punctum e, neceſſario illam ſecabit, ſit punctus ſectionis f, palam itaq;, quoniam duæ rectæ lineæ quæ ſunt d f & d e f includunt ſuperficiem, quod eſt impoſsibile. Idem quoq; accidit, ſi linea d e ducatur extra lineam b c ultra punctum a, quod eſt propoſitum.



XXXIII.

Si à punctis terminalibus unius lateris trianguli duæ rectæ exeuntes, intra trigonum ad punctũ unum conueniant, erit angulus inferior æqualis ſuperiori, & duobus angulis inter lineas ductas, ad alia duo latera trigoni contentis.

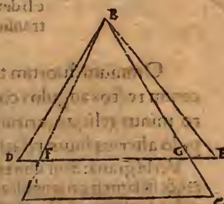
Sit trigonum a b c, à cuius unius laterum a b pũctis terminalibus quæ ſunt a & b ducantur lineæ taliter, ut intra trigonum a b c cõcurrunt in puncto d. Dico quod angulus a d b eſt æqualis angulo a c b, & inſuper duobus angulis c a d & c d b, quod enim angulus a d b ſit maior angulo a c b, hoc patet per 21. primi. Producatur itaq; linea d c ultra punctum d uſq; ad punctũ e, eſt itaq; per 32. primi, angulus e d a æqualis duobus angulis d c a & d a c & ſimiliter angulus e d b æqualis eſt duobus angulis d b c & d c b, totus ergo angulus a d b æqualis eſt angulo a c b, & angulus d a c & d e b quod eſt propoſitum.



XXXIIII.

Linea æqualis & æquædiſtans baſi alicuius trigoni uicinior angulo ſupremo, maiori angulo neceſſario ſubtenditur.

Eſto trigonum a b c, cuis baſi a c, uicinior a b c, ducatur linea æqualis & æquediſtans quæ ſit d e. Dico ꝙ ſi à puncto b ducãtur lineæ b d & b e, quia angulus d b e eſt maior angulo a b c, quia enim linea d e eſt æqualis lineæ a c, palam quia ipſa ſit producta ſecat lineas a b & b c argumento 15. huius ꝙ etiã patet ex aliis. Omnis linea cadens intra trigonum ſecans latera eius & æquediſtans b a c, eſt maior baſe per 29. primi, & 4. ſexti. Secet ergo linea d e latus b a in puncto f, & latus b c in puncto g, quia itaq; per 16. primi, angulus b g f eſt maior angulo b e g, erit per 29. primi, angulus b c a maior angulo b e d, & eadem ratione angulus b a c eſt maior angulo b d e, neceſſario ergo per 32. primi, erit angulus b d e, cum angulis minoribus ualens duos rectos maior angulo a b c, ualente cum duobus angulis maioribus duos rectos patet ergo propoſitum.

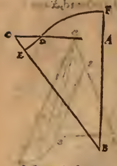


XXXV.

In trigono orthogonio ab uno reliquorum angulorum producta linea ad baſem, erit remotioris anguli ad propinquiorem recto minor proportio, quàm partis baſis remotioris ad propinquiorem.

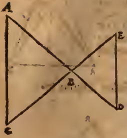
Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c ſit rectus, & à puncto b ducatur

tur ad latus a c, quod eſt baſis anguli a b c, linea recta quæ ſit b d. Dico ꝙ minor eſt proportio anguli c b d remotioris ab angulo recto ad angulū d b a propinquiorem ipſi recto ꝙ partis baſis remotioris ab angulo recto q eſt c d ad latus d a ꝓpinquus ipſi angulo recto, quoniam enim angulus b a eſt rectus, patet, quia angulus b d a eſt acutus per 32. primi, ergo patet ꝑ 13. primi, angulus b d c eſt obtuſus, ergo ꝑ 19. primi, latus b d eſt maius latere a b, & minus latere b c, à centro itaq; ſecundum quantitatem ſemidiametri b d deſcribatur arcus circuli ſecans lineam b c in puncto e, & ad ipſum producatur linea b a in punctum f, factiq; erunt duæ ſectiones b d e, minor trigono b d c, & b d f maior trigono b d a, & quoniam eſt portio ſectionis ad ſectorem, ſicut arcus f d ad arcum d e, ut patet per modum demonſtrationis primæ ſexti, quoniam omnes ſectores eiuſdem circuli ſunt eiuſdem altitudinis, & æquæ multiplicia arcuum faciunt æquemultiplicia ipſorum ſectorum, proportio uero arcus d f ad arcum d e eſt ſicut anguli d b f ad angulum d b e ꝑ ultimam ſexti. Cum itaq; trigonum c d b ſit maius quàm ſector e d b, & ſector f d b ſit maior trigono a d b, erit per 9. huius trigoni c b d primi, ad trigonum d b a ſecundum maior proportio quàm ſectoris e b d tertij ad ſectorem d b f quartum. Eſt autem per 1. ſexti, trigoni c b d ad trigonum d b a, ſicut baſis c d ad baſem d a, ſectoris uero a d f ad ſectorem d b f, ut patet ex præmiſſis, eſt proportio ſicut anguli e b d ad angulum a b f, patet ergo quòd maior eſt proportio lineæ c d ad lineam d a quàm anguli c b d ad angulum d b a, ergo minor eſt proportio anguli c b d ad angulum d b a, quàm lateris c d ad latus d a, quod eſt propoſitum.



XXXVI.

Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigonum priori ſimile principiant lateribus poſitione & ſitu tranſmutatis.



Sit trigonum a b c, cuius latus a b ſit dextrum, & latus b c ſiniſtrum, quæ producantur ultra punctum b, & proportionaliter prioribus lateribus abſcindantur per 15. ſexti, linea ſcilicet a b in pūcto d, & linea c b in puncto e, & coniungatur linea d e, erit itaq; trigonum d b e ſimile trigono a b c, ſed & latus d b ſit ſiniſtrum, & latus e b dextrum. Sunt itaq; latera iſtorum trigonorum poſitæ, & ſitu transmutata, quod eſt propoſitum primum.

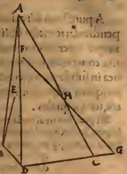
XXXVII.

Omnium duorum trigonorum rectangulorum, quorum unius unum laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius, reliquum uero minus reliquo, erit angulus acutus unius maius latus reſpiciens maior angulo alterius ſuum relatiuum latus reſpiciente.

Verbi gratia: Sint duo trianguli rectanguli a b c & a c d, ſintq; anguli a b c & a d c recti, & ſit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a c d, & reliquū laterū rectos angulos continentiū a b unius ſit minus reliquo latere alterius, qđ eſt a d, ut patet in ꝓpoſita figuratione, ſi linea a b intelligatur erecta ſuper lineā b c ſuperficiem eius, & linea b d intelligatur perpendicularis ſuper lineā d c in eadem ſuperficie iacentem, tunc enim erit linea a d perpēdicularis ſuper lineā d c per 22. huius, quod etiā patet, ſi in ſuperficie iacente ducatur linea b e æquediſtanter lineæ d c per 31. primi, & quoniā linea a b eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem iacentem, in qua ſunt lineæ b d, d c, b e, palam per diffinitionem lineæ erectæ, quoniā angulus a b e eſt rectus, ſed & angulus e b d eſt rectus per 29. primi, cum angulus b d c ſit rectus per 22. huius, & lineæ b e & d c, æquediſtent, ergo per 4. undecimi linea b e eſt erecta ſup ſuperficiem trigoni a b d, ergo per 8. undecimi linea d c eſt perpendicularis ſuper eandem ſuperficiem trigoni a b d, angulus ergo a d c rectus, ſed

& latu

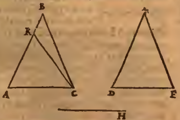
& latus a d maius eſt latere a b per 19.primi, quoniã angulus a b d eſt rectus. Dico ergo ꝙ angulus a c d eſt maior angulo a c b, quoniã enim latus a d eſt maius latere b a per 19.primi, cum angulus a b d ſit rectus, patet, ꝙ præſens figuratio eſt conformis hypotheſi, reſecetur ergo per 3.primi à latere d a æquale lateri b a, ꝙ ſit linea d f, & quia linea d c eſt minor latere b c per 19.primi, quoniã angulus b d c eſt rectus. Protrahatur linea d c, & reſecetur in puncto g taliter, ut ſit linea d g æqualis lineæ b c, quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g ſunt æqualia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c, & angulus f d g æqualis eſt angulo a b c, quia uterqꝫ rectus, erit ꝑ 4.primi baſis f g æqualis baſi a c, & reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo f g d æqualis erit angulo a c b, quia uero puncta a & f ſunt in linea a d, & puncta c & g ſunt in linea d g, palàm, quia lineæ a c & f g ſunt in una ſuperficie quæ a d g per 2.undecimi, ergo interſecant ſe lineæ g f & c a, ſit earum interſectio in puncto h, quia uero in trigonio c h g latus g c protrahitur, palàm ex 16.primi, quoniã angulus h c d maior eſt angulo h g c, ergo & eius æquali ſcilicet angulo a c b, angulus ergo a c d maior eſt angulo a c b, quod eſt ꝓpoſitum, ſimiliterqꝫ demonſtrandum in alijs, ſi enim trigona propoſita fuerint in diuerſis locis conſtituta, palã, quia in ipſis æqualia & æquiangula trigona ſic poſſunt ordinari, ut in figura diſponuntur, & demonſtratio facta de ijs ſe extendit ad alia, patet ergo, ꝙ uniuerſaliter ꝓpoſitum, & ex hoc patet, ꝙ angulus b a c eſt maior angulo d a c, per 32.primi.



XXXVIII.

Oĩm duorũ trigonorũ rectangulorũ, quorũ latus ſubtẽſum recto angulo unius ad minus latus eiuſdem proportionem habuerit maiorem, quàm latus ſubtenſum recto angulo alterius ad minus latus eiuſdem, erit angulus linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris proportionis, & econuerſo.

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f, quorꝫ anguli a b c & d e f ſint recti, ſitqꝫ latus b c minus latere a b, & latus e f minus latere d e, ſitqꝫ maior ꝓportio lineæ a c ad lineam c b, ꝗ̃ lineæ d f ad lineã f e. Dico, ꝙ angulus a c b maior eſt angulo d f e, quia enim maior eſt proportio lineæ a c ad lineã c b, ꝗ̃ lineæ d f ad lineã f e. Sed per 46.primi quadratũ lineæ a c ualet quadratũ duarũ linearꝫ a b & c b, & quadratũ lineæ d f ualet quadrata duarꝫ linearũ quæ ſunt d e & f e, & quia per 18.ſexti ꝓportio quadratorũ eſt ꝓportio duplicata laterũ, patet, ꝙ maior eſt ꝓportio q̃drati a c ad q̃dratũ c b, ꝗ̃ q̃drati d f ad quadratũ f e, eſt ergo per 11.huius maior proportio amborum quadratorũ linearum a b & b c ad quadratũ b c, ꝗ̃ amborꝫ quadratorum linearũ d e & f e ad quadratum f e, ergo ꝑ 12.huius maior eſt ꝓportio quadrati a b ad quadratum b c, ꝗ̃ quadrati d e ad quadratum e f, eſt ergo per 24.ſexti maior proportio lineæ a b ad lineã b c, ꝗ̃ lineæ d e ad lineã e f. Eſto, ut quæ eſt proportio lineæ d e ad lineã e f, eadem ſit arcus lineæ ut g h ad lineã c b per 3.huius, erit ergo linea g h minor ꝗ̃ linea a b per 10.quinti. Reſecetur ergo per 3.primi ex linea a b æqualis lineæ g h & ſit b k, & cõtinetur linea c k, erunt ergo per 6.ſexti trigona d e f & k b c æquiãgula, angulus itaqꝫ b c k eſt æqualis angulo e f d, ſed angulus b c a eſt maior angulo b c k per 24.huius, angulus itaqꝫ a c b maior eſt angulo d f e, & hoc eſt ꝓpoſitum, ex quo etiam patet, ꝙ eius cõuerſa eſt uera, quoniã in talibus trigonis lineæ ma

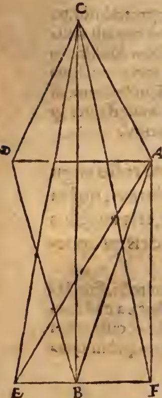


iores angulos continentes, maiorem habent ad ſeinuicem proportionem.

XXXIX.

A puncto in aëre dato ad ſubſtratam planam ſuperficiem una linea perpendiculariter, alia oblique incidente, & linea recta inter puncta incidentiæ in ipſa ſuperficie protracta, erit angulus à non perpendiculari cum iacente linea contentus, minimus omnium angulorũ ſub illa obliqua & quacunqꝫ linea in ſubſtrata ſuperficie protracta contentorum, & omnis angulus illi propinquior, eſt minor remotiore, & duo ex utraqꝫ parte æqualiter approximãtes, ſunt æquales.

Sit punctus in aëre datus a, cui c ſubſtrata ſuperficies plana quæ b c d, ſuper quã ab illo puncto ducatur oblique linea a b, ducaturqꝫ ꝑpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c. Dico, ꝙ angulus a b c eſt minimus omnium angulorũ contentorũ ſub linea obliqua a b, & ſub unaquaqꝫ linearum à puncto b ductarũ in ſuperficie b c d, & ꝙ ſemper propinquior eſt ipſi minor ꝙ̃ remotior, & ꝙ duo anguli æquales ſolum ex utraqꝫ parte ipſius conſiſtunt. Ducatur enim in data plana ſuperficie, utcunqꝫ cõtingat linea b d, & à puncto c ducatur in eadem ſuperficie linea ꝑpendicularis ſuper lineã b d per 13. primi, & copuletur à puncto a linea a d, eſt itaqꝫ per 22. huius linea a d perpendicularis ſuper lineã b d, & quoniam angulus a c d eſt rectus, palàm per 19. primi, quoniã obliqua linea a d maior eſt katheto. Ac linea itaqꝫ b a ad lineã a c maiorem habet ꝓportionem ꝙ̃ ad lineã a d per 8. quinti, & anguli b c a & b d a ſunt recti, & erit itaqꝫ per præcedentẽ proximã angulus b a c maior angulo b a d, erit ergo per 32. primi angulus a b c minor angulo a b d. Similiterqꝫ patet, quoniã angulus a b c minimus eſt omnium angulorũ contentorũ ſub linea obliqua incidente à puncto a lineæ b c, & ſub ipſa linea b c, ꝓpinquior quoqꝫ illi eſt minor remotiore, ducatẽ enim à puncto b in ſubſtrata ſuperficie linea, ut contingit, quæ ſit b e, & à puncto c ducatur in eadem ſuperficie linea perpendicularis ſuper lineam b e, quæ ſit linea c e, & producatur linea a e, quæ per 22. huius erit ꝑpendicularis ſuper lineã b e, & quoniã angulus b d c eſt rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior eſt angulo b c e per conuerſam præmiſſæ, quoniã lineæ e c ad lineã b c maiorem habet ꝓportionẽ ꝙ̃ linea d c ad lineã c b, linea itaqꝫ e c eſt multo maior ꝙ̃ linea c d, ſed cathetus a c ꝑpendiculariter incidit lineis c e & c d per diffinitionẽ lineæ erectæ, maior eſt ergo linea a e ꝙ̃ linea a d per 46. primi, linea c e eſt maior ꝙ̃ linea c d. Linea itaqꝫ b a ad lineã a d maiorem habet ꝓportionem ꝙ̃ ad lineã e a per 8. quinti, & anguli a d b ſunt recti, angulus itaqꝫ b a d eſt maior angulo b a e, per præcedentem ergo per 32. primi angulus a b d minor eſt angulo a b e. Similiter quoqꝫ demonſtrãdum, ꝙ ſemper angulus ꝓpinquior minor eſt remotiore, ſolũ uero duo ex utraqꝫ parte æquales conſiſtunt, ſuper punctum enim b terminũ lineæ c b in ſubiecta ſuperficie conſtituitur angulus æqualis angulo d b c per 23. primi, qui ſit c b f, & à puncto c ducatur linea c f ꝑpendiculariter ſuper lineã b f per 12. primi, & ducatur linea a f, quia itaqꝫ angulus c b d eſt æqualis angulo c b f ex hypotheſi, & angulus c d b eſt rectus æqualis angulo c f b recto, & linea c b eſt cõmunis ambobus trigonis b c d & b c f, palàm per 26. primi, quoniã latus b d eſt æquale lateri b f, & latus d c æquale lateri c f, ſed linea a c eſt cathetus ſuper ſuperficiem b c d, eſt ꝑpendicularis ſuper ambas d c & f c. Eſt itaqꝫ linea a d æqualis lineæ a f, quoniã itaqꝫ æqualis linea d b lineæ b f, & linea b a eſt cõmunis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a æqualis lineæ d f, erit angulus a b d æqualis angulo d b f per 8. primi, ſimiliter quoqꝫ demonſtrandũ, quoniã angulus a b d, non erit aliquis alius æqualis, eſt ergo angulus a b c minimus etc. ut ꝓponitur, patet itaqꝫ intentum.

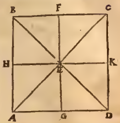


Omnium

XL.

Omnium ſuperficierum æquediſtantium laterum diagoni per æqualia ſe ſecant, ex quo patet, ꝙ punctum interſectionis diagonorum eſt medium punctum eiuſdem ſuperficiei.

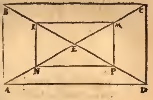
Sit ſuperficies æquediſtantiũ laterum, ſiue ſit quadrata ſiue altera parte longior, quæ a b c d, in qua ducantur diagoni qui ſint a c & b d, ſecantes ſe in puncto e. Dico, ꝙ diagoni ſecantur ſe adinuicem per æqualia, & ꝙ punctũ e eſt medium punctũ ſuperficiei a b c d, palàm enim, quia trigona b e c & a e d per 15. & per 19. primi ſunt æquiangula, & erit angulus e b c æqualis angulo e d a, quia ſunt coalterni. Similiter quoq; angulus, a c e b, eſt æqualis angulo, e a d, ergo per 4. ſexti erit proportio lineæ b e, ad lineam e d, ſicut lineæ c e, ad lineam e a, & ſicut b c ad lineam a d, ſed linea b c eſt æqualis lineæ a d per 34. primi. linea ergo b c eſt æqualis lineæ e d, & linea c e æqualis lineæ e a. Illi ergo diagoni diuidunt ſe adinuicem per æqualia. & per hoc manifeſtum eſt correlarium, punctum enim e æqualiter diſtat ab omnibus extremis, in quo tñ ſi aliquod dubiũ fuerit, ducantur à puncto e lineæ æquediſtantes lateribus ſuperficiei propoſitæ, per 31. primi, quæ ſint f g & h k, ſequeturq; propter æqualitatem partiũ ipſorum diagonorum modo prædicto argumentando, lineam f e æqualẽ fieri lineæ e g, & h e æqualẽ e k. patet ita q; qm̃ in omni modo punctũ e æqualiter diſtat à punctis extremarum linearum directe, igitur oppoſitus eſt, ergo medium inter illas, quod eſt propoſitum.



XLI.

Datæ ſuperficiei æquediſtantium laterum ſimilem ſuperficiem, cuius latera æquediſtent, datæ ſuperficiei lateribus inſcribere.

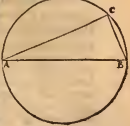
Data ſuperficies æquediſtantiũ laterum, cui altera inſcribi modo prædicto debeat, ſic a b c d, in qua ducantur diagoni a c & b d, ſecantes ſe in puncto e, palamq; per proximã præcedentem, qm̃ illi diagoni per æqualia ſe ſecant in puncto e, ſed & ipſi adinuicẽ ſunt æquales. & ſi quidem data ſuperficies fuerit rectangula, tunc patet per 34. & per 16. primi, qm̃ ipſorum diagoni ſunt æquales, & ipſorum medietates æquales, à pũcto itaq; e, à medietatibus diagonorum partes æquales abſcindantur, per 3. primi, & ſi data ſuperficies nõ fuerit rectangula tunc diagoni forſitan inæquales, ab illis ergo partes proportionabiles reſecentur, ſecundũ 3. huius, utcunq; autẽ hoc contingat, abſcindantur illæ partes ex parte puncti e, quæ ſint e l e m, e n, e p, & ducantur lineæ l m, l n, n p, m p, dico itaq; ꝙ ſuperficies l m, p n, eſt datæ ſuperficiei ſimilis, & ꝙ latera ipſius æquediſtant lateribus datæ ſuperficiei, qm̃ enim in trigono b e c reſecta ſunt latera b e & c e in punctis l & m, & eſt proportio b l ad l e, ſicut c m ad m c. patet ergo per 2. ſexti. qm̃ linea l m æquediſtat lineæ b c, ſimiliter quoq; linea l n æquediſtat lateri a b, & linea n b lateri a d, & linea p m lateri c d. ergo per 29. primi anguli ſuperficiei l m, p n ſunt æquales angulis datæ ſuperficiei a b c d, & latera eorũ ſunt proportionabilia per 4. ſexti. patet ergo, ꝙ illæ ſuperficies ſunt ſimiles, & hoc proponitur faciendum. patet ergo propoſitum.



XLII.

Omnis angulus à diametro & quacunq; linea ſuper circumferentiã circuli contentus neceſſario eſt acutus.

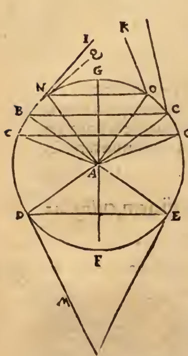
Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utq; contingit, Dico ꝙ angulus b a c neceſſario eſt acutus. Producatur



tur enim linea b c ad peripheriam in punctum e.& qm̄ angulus a c b eſt rectus per 30 tertij,patet per 32.primi,quia angulus b a c eſt acutus,& ſimiliter angulus a b c, patet itaqꝫ propoſitum,& de hoc theoremate nõ ſinimus intentum, ſed breuitati ſtuduimus, quia hanc demonſtrationem totiens ut occurrit repetere tædium fuit.

XLIII.

Omnes angulos æqualium uel ſimiliũ portionũ eiuſdẽ circuli ſub arcu & recta contentos æquales,angulos uero cuiuſcunqꝫ minoris portionis minores,& maioris maiores eſſe neceſſe eſt. Ex quo patet oẽs angulos ſemicirculorũ æquales eſſe.



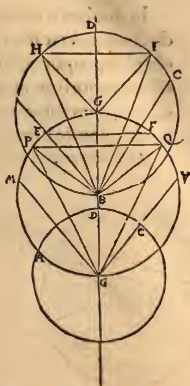
Sit circulus,cuius centrum a,& diameter g f, & in eo ſignentur arcus æquales,qui ſint b c & d e, productis cordis b c & d e dico ꝙ anguli g b c,& f d e,ſub arcubus & cordis cõtenti ſunt æquales,ducantur enim à puncto b linea cõtingens circulũ,per 16 tertij,quæ ſit b d,& à puncto d linea d m, & producãtur à centro lineæ a b,a d,a c,a e,erũtqꝫ per 5.primi anguli a b c & a c b æquales,& anguli a d e & a e d æquales:ſed trigona a b c & a d e ſunt æquiangula per 4.primi.angulus enim b a c eſt æqualis angulo d a e, ꝑ decimãſextã tertij. angulus ꝗqꝫ a b l eſt æqualis angulo a d a,qm̄ uterqꝫ eorũ eſt rectus per 17.tertij, ſed angulus contingentiæ l b g,eſt æqualis angulo contingentiæ m d f. qm̄ uterqꝫ ipſorũ eſt minus acutorũ per 15.tertij,relinquitur ergo angulus g b c ab arcu g b,& recta b c contentus æqualis arcui f d e ab arcu f d,& recta d e contento,ſed angulus g c b eſt æqualis angulo g b c eadem ratione,ſimiliter quoqꝫ angulus f e d eſt æqualis angulo f d e.Omnes itaqꝫ hi anguli ſunt æquales. ſit quoqꝫ angulus minor arcu b c,qui reſecetur ab arcu b c,qui ſit arcus n o, & ducantur lineæ a n,a o,ducatur quoqꝫ corda n o, & ducantur cõtingentes n o & o n,quia itaqꝫ trigoni a n o anguli ad baſem ſunt æquales,& angulus o a n minor eſt angulo c a b,per 26.tertij, erunt per 32.primi quilibet angulorum a n o & a o n maior quolibet angulorũ a b c & a c b,ſit itaqꝫ angulus o n a maior angulo c b a,ſed angulus contingentiæ q n g eſt æqualis angulo contingẽtiæ l b g.relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c,cum anguli l b a & q n a ſunt æquales,quia uterqꝫ rectus,per 17.tertij,ſit enim arcus maior arcu b c,quæ ſit s c,& ducatur corda f c,& quia angulus c a s eſt maior angulo c a b ꝑ 16. tertij.patet tunc,ꝙ angulus a s c eſt minor angulo a b c,& ita concludatur ut prius, qm̄ angulus g s c cõtentus arcu g s,& corda s c eſt maior angulo g b c,ergo & angulo g n o. patet & hoc idem de ſimilibus arcubus,quibuſcunqꝫ eorundẽ circulorũ,qm̄ per diffinitionem ſimiliũ arcuũ ipſi angulos ſuſcipiunt æquales.Ex quo patet correlariũ per penult. qm̄ oẽs anguli ſemicirculorũ ſunt æquales,oẽs enim ſemicirculi ſunt ſimiles, & eiuſdem circuli ſimiles & æquales. hoc itaqꝫ proponebatur.

XLIIII.

Si idem angulus ſuper centrum unius æqualium circulorum,& ſuper peripheriam alterius conſiſtat,arcus reſpondens angulo ſuper peripheriã conſtituto,reliquo arcui duplus erit. In circulis uero inæqualibus illorũ arcuũ proportio ad ſuas totales periferias duplicatur.

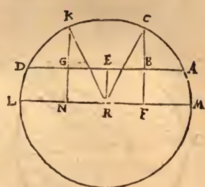
Sint duo circuli æquales,unus a b c d,cuius centrum g,& alius e f g ,cuius centrũ b, punctũ periferiæ circuli a b c d,& producantur lineæ a b & c b,ſecantes circulũ e g f in punctis e & f,palam itaqꝫ,qm̄ angulus a b c erit ſuper periferiã circuli a b c & ſuper centrum circuli e g f,dico ꝙ arcus a d c,capiens angulũ a b c ſuper circũferentiã ſui circuli eſt duplus arcui e g f,capienti eundem angulum ſuper eius centrũ b. ſit enim ut linea b a ſecet circulũ e g f in puncto e,& linea b c in puncto f. ducatur quoqꝫ linea e f, & ducta linea

nea g h ſuper centrum g, fiat per 23.primi angulus æqualis angulo a b c qui ſit h g l, ductis lineis g h & g l ad circuli circumferentiam a b c d, & ducantur lineæ b h, b l, h l, palam itaq; per 19.tertij, quoniã angulus h g l eſt duplus angulo h b l, ergo etiã angulus a b c eſt duplus eidem, ergo p̃ ultimã ſexti arcus a d c eſt duplus arcui h d l, ſed arcus h d l eſt æqualis arcui e g f per 25.tertij, erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f, quod eſt propoſitũ primum. Quod ſi circulus a b c d ſit minor circulo e g f, & angulus m g n ſit æqualis angulo a g c, facto angulo p b q ſuper centrũ b, per 23.primi æquali angulo a g c, & ductis lineis g p & g q, b p & b q, erit angulus p b q duplus angulo p g q, per 19.tertij, ergo angulus a g c eſt duplus angulo p g q. ꝓportio itaq; arcus m f n ad ſui totã circũferentiã duplicatur reſpectu arcus a c ad totã ſui periferiã, q̃m enim angulus m g n eſt duplus angulo p g q, erit per ultimam ſexti arcus m f n duplus arcui p f q, ſed arcus p f p eiuſdem eſt proportiõis ad ſui periferiã, cuius eſt arcus a d c ad ſuam, arcus enim a d c ſi fuerit quinq; partiũ reſpectu ſuæ circũferẽtiæ, erit arcus m f n decem partiũ reſpectu ſuæ periferiæ, & hoc eſt ꝓpoſitum.



XLV.

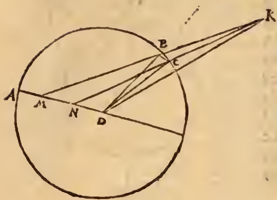
A terminis lineæ intra circulũ collocatæ partibus æqualibus reſectis, & à punctis ſectionũ perpendicularibus ſuper illã lineã ad circumferentiã productis, neceſſe eſt ductas perpendiculares æquales eſſe. Et ſi ductæ perpẽdiculares ſunt æquales, neceſſarium eſt à terminis illius lineæ partes reſectas æquales eſſe.



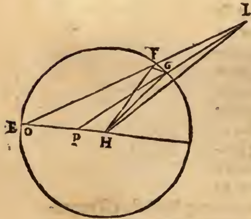
Sit circulus a k d, cuius centrum r, in quo circulo collocata ſit linea a d, à cuius terminis a & d reſecentur lineæ a b & d g æquales, & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpendiculares ſuper lineam d a, quæ producta ad circũferentiã ſint g k & b c, dico q; linea g k eſt æqualis lineæ b c, ducatur enim à cẽtro r linea æquediſtans a d per 31.primi, quæ ſit l m diameter, & diuidat lineam d a in duo æqualia in puncto e per 10.primi, & à puncto e, ducatur perpendicularis ſuper l m per 12.primi, hæc ergo p̃ primam tertij tranſibit centrũ circuli quod eſt punctũ r, eritq; linea e r, educatur autem linea k g ultra punctũ g ad diametrũ l m in punctũ n, & linea c b in punctũ f, & copulẽt lineæ k r & c r, quia itaq; linea d e eſt æqualis lineæ a e per tertiam tertij, et lineæ d g et b a ex hypotheſi ſunt æquales, remanet ergo linea g c æqualis lineæ c b. ſed per 34.primi, linea g c eſt æqualis lineæ n r, et linea c b æqualis lineæ c f. ſunt ergo lineæ n r et r f æquales. ſed per 46.primi, quadratũ lineæ r k ualet duo quadrata lineaꝝ k n et r n. quia ex præmiſſis angulus k n r eſt rectus, et ſimiliter quadratũ lineæ c r ualet duo quadrata lineaꝝ i f et r f. eſt autẽ quadratum lineæ k r æquale quadrato lineæ c r, quoniã linea p r eſt æqualis lineæ c r per diffinitionem circuli, et quadratũ lineæ n r eſt æquale quadrato lineæ f r. relinquitur ergo quadratũ lineæ k n æquale quadrato lineæ c f. eſt ergo linea k l æqualis lineæ c f. ſed per 25.huius linea g n eſt æqualis b f. relinquitur ergo linea k g æqualis lineæ c b, quod eſt primũ propoſitũ. Conuerſa etiã patet, manente totali diſpoſitione ut prius. quia enim g n eſt æqualis lineæ b f, per 34.primi, & linea k g æqualis lineæ c b, ex hypotheſi erit tota linea k n æqualis toti lineæ c f. ergo per 46.primi, erit linea n r æqualis lineæ r f. ergo & linea ipſi lineæ c b æqualis erit, & linea d g ipſi lineæ b a, quod eſt proſitum ſecundum. patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

In duobus circulis inæqualibus duobus ſimilibus arcubus ſumptis, productiſq; præter illos ad arcus alios ſimiles ſemidiametris, ſi à punctis extra circulos proportionaliter ſemidiametris diſtantibus, ab utriſq; extremitatibus amborū arcuum per terminos ſimiliū arcuum lineæ ad diametros ducantur, pars diametri interiacens lineas, arcus circuli maioris eſt maior parte interiacente lineas arcus circuli minoris.



Sint duo circuli inæquales, quorum maior ſit a b c, & eius centrum d, & ſemidiameter d a minor uero ſit e f g, cuius centrum h, & ſemidiameter h e, ſignenturq; in ipſis arcus ſimiles in maiori circulo arcus b c, & in minori arcus f g, ſitq; arcus a b ſimilis arcui e f, ſitq; punctum k extra circulū maiorē, & punctum l extra circulū minorem taliter data, ut illa puncta ſecundum proportionem ſemidiametri d a ad ſemidiametrum h e, diſtent ab utriuſq; terminis dictorum arcuum, erit ergo proportio lineæ k b ad lineā l f, & lineæ k c ad lineam l g, ſicut ſemidiametrorū a d ad h e, & producantur lineæ ad ſemidiametros k b in punctum m, & k c in punctū n. Similiter quoq; producatur linea l f in punctū o, & l g in punctum p. Dico, ꝙ linea m n pars ſemidiametri a d, eſt maior q̃ linea a p pars ſemidiametri e h. Ducantur enim cordæ b c & f g, & copulentur à centris lineæ d b, d c, h f, h g, palamq; propter æqualitatē circulorū, quoniā linea d b eſt maior q̃ linea h f, ſed ꝑpter ſimilitudinē arcuum angulus b d c eſt æqualis angulo f h g, ergo per 5. primi trigona b c d & f g h propter æquiangula, ergo per 4. ſexti latera ſunt ꝑportionabilia, eſt ergo ꝑportio lineæ b c ad lineam f g, ſicut lineæ b d ad lineam f h, ergo ex hypotheſi per 11. quinti, ſicut b k ad l f, & ſicut b c ad l g, ergo per 5. ſexti angulus b k c eſt æqualis angulo f l g, & angulus k b c æqualis angulo l f g, ſed ex præmiſſis anguli d b c & h f g ſunt æquales, eſt ergo angulus d b k æqualis angulo h f l, ducantur ergo lineæ d k & h l, quia itaq; in trigonis d b k & f h l anguli æquales, qui d b k & h f l ſunt lateribus ꝑportionabilibus contenti, patet per 6. ſexti, quoniā illa trigona ſunt æquiangula, ergo angulus b k d eſt æqualis angulo f o h, & angulus b d k æqualis angulo f h l, ſed angulus a d b eſt æqualis angulo e h f ex hypotheſi propter ſimilitudinē arcuum a b & d f, totus ergo angulus m d k eſt æqualis toti angulo o h l, ergo per 32. primi trigona d k m & o h l ſunt æquiangula, & angulus k m d eſt æqualis toti angulo l o h, ergo per 4. ſexti erit ꝑportio lineæ m k ad lineam o l, ſicut lineæ k d ad lineā l h, ergo per 11. quinti ſicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; ex præmiſſis angulus m k n eſt æqualis angulo o l p, & angulus k m n æqualis angulo l o p, patet per 32. primi, quoniā trigona k g n & l o p ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti eſt proportio lineæ m n ad lineam o p, ſicut lineæ m k ad lineam o l, ergo ſicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; a d ſemidiameter maior eſt ſemidiametro e h, erit linea m n maior q̃ linea o p, patet ergo propoſitum.

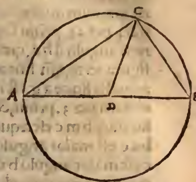


XLVII.

A quocunq; puncto diameter circuli producta linea ad periferiam, ſi maior q̃ illa fuerit, una pars diametri erit pars illa maior reliqua ſui parte, & ſi minor, minor.

Eſto

Eſto circulus a b c, cuius diameter a b, in qua ſumam punctum d, utcunq; contingit, & ducatur linea d c ad circumferentiã, itaq; pars diametri quæ eſt a d ſit maior q̃ linea d c. Dico, ꝙ linea a d eſt maior q̃ linea d b, quæ eſt reliqua pars ipſius diametri, qđ patet, ſi copulentur lineæ a c & b c, quia itaq; linea a d maior eſt q̃ linea d b ex hypotheſi, ergo per 18. primi angulus a c d maior eſt angulo c a d, & angulus a c b eſt rectus per 30. tertij, palam ergo per 32. primi, quoniã angulus c b d maior eſt angulo d c b, quia enim angulus c b d cum angulo c a b ualet rectũ, & angulus d c b cum angulo a c d, qui eſt maior angulo c a d ualet rectum, patet, ꝙ angulus c b d eſt maior angulo d c b, ergo per 19. primi erit latus d c maius latere d b, ſed latus a d eſt maius latere d c, ergo multo maius erit latus a d q̃ latus d b, & hoc eſt unum propoſitum. Eodem quoq; modo demonſtrandũ, ſi pars diametri quæ eſt a d, ſit minor q̃ linea d c, quoniã erit linea a d minor q̃ linea d b, & hoc proponetur.



XLVIII.

Si à quocunq; puncto diametri circuli duæ lineæ, quarum ſemper una ſit maior reliqua, ad circuli periferiam ducantur, erit pars diametri, cui maior linea propinquior ducitur, maior reliqua ſui parte.

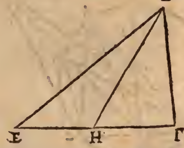
Sit circulus a b d e, cuius diameter ſit a b, in qua ſumatur punctus d, ut libuerit, ducanturq; à puncto d lineæ d c maior & d e minor, ſit autem c ſuperior uerſus a & e, inferior uerſus b. Dico, ꝙ pars diametri q̃ eſt a d, maior eſt q̃ d b, ducatur enim linea c e, & ſuper lineã c e ducatur à puncto d per 12. primi linea ꝑpendicularis quæ ſit d f, quia itaq; quadratũ lineæ d c per penultimã primi ualet ambo quadrata linearũ d f & f e. Quadratum uero lineæ d c maius eſt quadrato lineæ d e, ideo, quia linea d c eſt maior q̃ linea d e, ablato itaq; quadrato lineæ d f, relinquitur quadratũ lineæ e f, maius quadrato lineæ f e. Diuidatur itaq; linea c e in partes æquales in puncto g per 10. primi, & ab illo puncto g ducatur linea g h ad diametrũ æquediſtanter lineæ d f per 31. primi, erit itaq; per 29. primi linea h g perpendicularis ſuper lineam c e, ſecat autem h g ipſam c e in duo æqualia, tranſit ergo linea h g per centrum circuli per 1. tertij. & quoniã punctum h cadit in diametrum a b, palam, quia ipſum punctũ h eſt centrum circuli, eſt ergo linea a d pars diametri a b maior q̃ linea d b, & hoc eſt ꝓpoſitum.



XLIX.

Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates ſuarum baſium æqualiũ una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, ſitq; quælibet ductarum maior medietate ſuæ baſis, erit angulus trigoni, à quo ducit̃ perpendicularis, maior angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

Sint duo trigona a b c & d e f, quorum baſes b f, bc, & e f, ſint æquales, quæ ſecent̃ per 10. primi, in partes æquales b c in puncto g, & e f in puncto h, & ducantur ab angulis ad baſes lineæ a g & d h quæ ſint æquales. Sitq; linea a g perpendicularis ſuper lineam b c, linea uero d h non ſit perpendicularis ſuper lineam e f. Sitq; linea perpendicularis a g maior linea b g parte baſis. Dico, ꝙ angulus b a c eſt maior angulo e d f, circumſcribatur enim trigono a b c circulus per 5. quarti, & producatur linea a g ad circumferentiam in punctum k, hoc autem poſſibile, quoniã uero ſuppoſitum eſt lineam d g eſſe ma

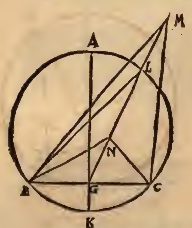


iorem linea g b, erit per 47. huius linea a g maior ꝙ linea g k, ergo per primã tertij centrum circuli in linea a g inter puncta a & g, & erit a k diameter, & per 7. tertij linea g a eſt longiſſima omnium linearũ à puncto g ad circumferentiã ꝓductarum, & linea g k erit omnium lineaꝝ minima, & quælibet ꝓpinquior lineæ g a eſt maior remotiore. Fiat itaq; per 23. primi ſuper punctũ g termini lineæ c g angulus æqualis angulo f h d minori angulo d h e, quæ ſit l g c, producta linea l g uſq; ad periferiã circuli, palam itaq; ex figura tertij, qm̃ linea g a f l eſt maior ꝙ linea g l, ergo & linea d h, quæ ex hypotheſi eſt æqualis lineæ a g, eſt maior ꝙ linea g l. Producatur itaq; linea g l quouſq; ſit æqualis lineæ d h per 3. primi, & ſit linea g m æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ m b & m c, angulus itaq; b m c eſt æqualis angulo e d f, ex hypotheſi per 4. & per 13. primi, ſed angulus b a c eſt maior angulo b m c. Producantur enim lineæ b l & c l, palam, quia angulus b l c eſt maior angulo b m c per 21. primi, ſed angulus b a c eſt æqualis angulo b l c per 26. tertij, erit ergo angulus b a c maior angulo b m c, ergo & angulus e d f, & hoc proponebatur, & hoc eſt propoſitum.

L.

Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates ſuarum baſium æqualiũ una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, ſic q; quælibet ductarum minor medietate baſis ſuæ, erit angulus trigoni, à quo ducitur ꝑpendicularis, minor angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

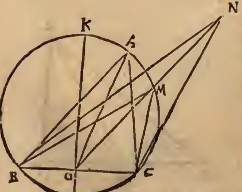
Remanet diſpoſitio præcedentis, niſi qđ perpẽdicularis a g ſit minor medietate baſis b g. Dico, ꝙ angulus b a c eſt minor angulo e d f. Sit enim ut prius angulus c g l æqualis angulo d h f, & quoniã linea a g eſt minor ꝙ linea b g, & linea a k eſt diameter, palam per 47. huius, quoniã centrum circuli eſt inter puncta g & k, ergo per 7. tertij linea g a eſt minima omniũ lineaꝝ à puncto g ad periferiã circuli productarũ, eſt ergo linea g l minor ꝙ linea g a, ergo & maior ꝙ linea d h. Fiat itaq; per 3. primi linea g n æqualis lineæ d h, & copulentur lineæ b n & c n, erit itaq; ut in præmiſſis angulus e d f æqualis angulo b n c, ſed angulus b n c maior eſt angulo b l c per 21. primi, & angulus b l c æqualis angulo b a c per 26. tertij, erit ergo angulus b a c minor angulo b n c, ergo & eius æquali angulo e d f, & hoc eſt propoſitum.



LI.

Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates ſuarũ baſium æqualiũ duæ lineæ æquales oblique incidant ad angulos inæquales, & ſi quælibet linearum incidentium maior fuerit medietate ſuæ baſis, erit angulus ſuperior illius trigoni, cuius incidens linea maiorem angulum cum baſe continet maior angulo ſuperiori alterius, & ſi minor, minor.

Sint inter duo trianguli a b c & d e f, habentes baſes b c & e f æquales, diuidaturq; baſis b c per æqualia in puncto g, & baſis e f in puncto h, & ducãtur lineæ a g, d h quæ ſint æquales, & utraq; ipſarum incidat oblique ſuæ baſi, ſit autem angulus a g c maior angulo d h f. Dico, ꝙ ſi maior ſit a g ꝙ linea g c, erit angulus b a c maior angulo e d f. Et ſi linea a g ſit minor ꝙ linea g c, erit angulus b a c minor angulo e d f, circumſcribatur enim per 5. quarti trigono a b c circulus, & ducatur à puncto g perpendicularis ſuper lineam b c per 11. primi, quæ producta ad circumferentiam, ſit g k per primã tertij pars diametri circuli propoſiti



poſiti quæ completa ſit k l, ſit itaq; prius linea a g maior ꝙ linea g l per 48. huius. In linea ergo g k eſt centrũ circuli, eſt ergo linea k g maior ꝙ linea a g per 7. tertij, ergo & maior ꝙ linea d h, quæ eſt æqualis ipſi a g ex hypotheſi. Fiat itaq; per 23. primi ſuper punctũ g termini lineæ c g, angulus æqualis angulo d h f qui ſit m g c, cadetq; punctum m in periferiam circuli, eſt itaq; per 7. tertij linea a g maior ꝙ linea m g, ergo & linea d h eſt maior ꝙ linea m g, producatur itaq;, donec linea g m ſit æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ n c & n b, erit itaq; angulus b n c æqualis angulo e d f, ſed angulus b m c eſt maior angulo b n c, eſt angulus ergo b a c maior angulo e d f per modũ præoſtenſum, ſimiliter ꝗq; demonſtrandũ, ſi linea a g ſit minor ꝙ linea g c, quia minor angulus b a c angulo e d f, quod proponebatur demonſtrandum.

LII.

Si duas lineas rectas ſecãtes circulũ æquales arcus interiaceãt, illæ neceſſario ſunt æquediſtãtes, idẽq; accidit, ſi una earũ fuerit ſecans & alia cõtingẽs.

Sit circulus a b c, cuius centrum ſit punctum o, ſecentq; duæ lineæ a c & d e illũ circulum taliter, ut arcus d a ſit æqualis arcui e c. Dico, ꝙ linea a c & d e ſunt æquediſtãtes, aut itaq; o centrũ circuli eſt in altera illarũ linearũ, aut in neutra, & tũc uel inter utraſq;, uel extra utraſq;, ſi ſit in altera ipſarũ, eſto ꝙ ſit ĩ linea a c, & a centro o ducatur linea ꝑpẽdicularis ſuper a c ꝑ 11. primi, & producatur ad circumferentiã, ſitq; o b ſecans lineam d e in puncto f, & ducantur lineæ o d & o e, quæ cum ſint æquales, erũt per 5. primi, anguli o d f & o e f æquales, ſed angulus f o a eſt æqualis angulo f o s, quia ſunt recti. angulus uero d o a æqualis eſt angulo e o c per 26. tertij, cũ ex hypotheſi arcus d a ſit æq̃lis arcui e c, erit angulus d o f æqualis angulo e o f, ergo ꝑ 32. primi erit angulus d o f æqualis angulo e f o. eſt ergo linea o f perpendicularis ſuper lineam d e, erunt ergo per 28. primi d e & a c æquediſtantes. Si uero centrũ o fuerit inter ipſas lineas a c & d e, ductis lineis à centro ad terminos linearũ



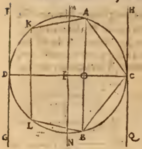
a c & d c, quæ ſint o a, o c, o d, o e, & diametro h k, fient ex utraq; parte centri quatuor anguli æquales duobus rectis, ideo, quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos, quos ex æquo diuidit quælibet diameter, ſed angulus o e c eſt æqualis angulo d o a per 26. tertij, remanet ergo angulus d o c æqualis angulo a o c, per diffinitionẽ ergo circuli & per 6. ſexti trianguli d o e & a o c ſunt inuicem æquianguli, ergo per 5. primi erit angulus g c o æqualis angulo o d f, ſed angulus o g c eſt æqualis angulo o f d, quia uterq; rectus. ex præmiſſis ergo per 32. primi trigona g o c, d o f ſunt æquiangula, ergo per 14. primi lineæ d o & o c coniunctæ ſunt linea una, quia anguli c o h & d o h ex præmiſſis ſunt æquales duobus rectis, ergo per 27. primi patet propoſitum. Quòd ſi centrum o fuerit extra utraſq;, ducatur perpendicularis à centro o ſuper ipſarũ alterum, & ſit linea d g ꝑpendicularis ſup lineã a c, quæ diuidet ipſam a c in duo æqualia per 23. tertij, ꝓducaturq; linea o g, ut ſecet lineam d e in puncto f, & ductis lineis o a, o c, o d, o e, palam itaq; per 4. primi, cum in trigonis a g o & g e o duo latera a g & g c ſint æqualia, & latus g o cõmune, ꝙ angulus a o g eſt æqualis angulo c o g, ſed a o d æqualis eſt angulo c o e per 26. tertij. relinquitur ergo angulus d o f æqualis angulo f o e, ſed latus d o æquale lateri e o, & latus o f cõmune, erit ergo ꝑ 4. primi angulus o f d æqualis angulo o f e, uterq; ergo eſt rectus. Eſt ergo angulus o f d æqualis angulo o g a, ergo per 28. primi lineæ d e & a c ſunt æquediſtantes, qđ eſt ꝓpoſitũ primũ. Qđ ſi una illarũ duarũ linearum ſecet circulum, & alia ipſum contingat, ſi ſecans tranſit centrum, & ſit diameter quæ h k, & linea l m contingat in puncto n, ſitq; arcus n h æqualis arcui n k, palam, ꝙ illorum arcuũ quælibet eſt 4. circuli, ducaturq; linea n o, ergo per 27. tertij angulus l n o eſt rectus, ſed angulus n o h eſt rectus, ergo per 28. primi lineæ l m & h k æquediſtant, qđ eſt ſcđm ꝓpoſitũ. Qđ ſi linea l m circulũ contingentẽ in puncto n, linea d e ſecet circulum, inſcri-

batur eidem ſemicirculo linea æqualis lineæ d e & æquediſtans,& ducantur lineæ o d l & o e m,& à centro o ad punctum contactus qđ eſt n,ducatur linea o n ſecans lineam d e in pũcto f,quia itaq; arcus n d eſt æqualis arcui n e,erit per 26.tertij angulus l o n æqualis angulo m o n,ſed per 17.tertij angulus o n l eſt æqualis angulo o n m,quia ambo ſunt recti.Item per 4.primi angulus o f d eſt æqualis angulo o f e, ſunt ergo recti, ergo per 28.primi patet propoſitum.

LIII.

Lineas æquediſtãtes trans circuli ſuperficiẽ productas,ſiue ambæ ſecent, ſiue ambæ contingãt,ſiue una ſecet & alia cõtingat,arcus interiacẽt æquales.

Sit circulus a b c d,cuius centrum e,contingatq; ipſum duæ lineæ æquediſtantes f g in puncto d,& h q in puncto c,& à puncto contingentiæ qđ eſt d ducatur linea d e ad centrum e. eſt ergo per 17.tertij linea d e perpendicularis ſuper lineã in illo puncto contingentẽ quæ f g,ducatur quoq; linea c e à puncto contingentiæ ad centrum e,erit ergo linea c e ꝑpendicularis ſuper lineã h k contingentẽ in puncto c, ducatur quoq; à centro e linea æquediſtans lineæ f g per 31. primi,quæ ſit n m,hoc etiam quoq; æquediſtabit lineæ h q per 30.primi,ergo per 29.eiuſdem angulus m e d eſt æqualis angulo m e c,ergo per 14.primi lineæ d e & e c coniunctæ ſunt linea una,eſt ergo linea d c diameter circuli cum tranſeat per centrum e,arcus itaq; d a c eſt ſemicirculus æqualis ſemicirculo d b c,ſed & ſi linea a b ſecet circulum æquediſtans lineæ h q contingenti in puncto c,erit iterum arcus a c æqualis arcui c b,quia enim ſemidiameter e c ſecat lineam contingentẽ quæ h q,palam per 2.huius,quoniã ſecabit & eius æquediſtantẽ quæ eſt linea e b.ſit ut ſecet ipſam in pũcto o, & quia angulus h c e per 17 tertij palã ꝑ 29.primi,quoniã angulus b o e eſt rectus, ergo ꝑ 3.tertij linea a b diuiditur per æqualia in puncto o.ducantur itaq; lineæ a c & c b, palãq; per 4.primi,quoniã illæ erunt æquales,ergo per 27.tertij arcus a c eſt æqualis arcui b c; ꝙ ſi linea æquediſtans lineæ b c ſecet circulum qui ſit k l,palam,quoniã ſemidiameter e c ꝓducta ſecabit lineã k l per æqualia per 29.primi & per 3.tertij,ſecet ergo ipſam per æqualia orthogonaliter in puncto p,& ducantur lineæ p a,p b,k a,l b,erit ergo in trigonis p a c,p b c per præmiſſa,& per 4.primi latus p a æquale lateri p b, eſt angulus p b c æqualis angulo a p c,relinquitur ergo angulus k p a æqualis angulo b p l, ſed linea k p eſt æqualis lineæ p b,erit ergo per 4.primi linea k a æqualis lineæ l b,ergo per 27. tertij erit arcus k a æqualis arcui l b,quod eſt propoſitum.

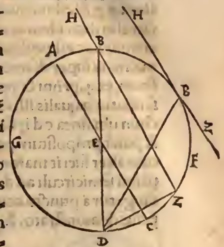


LIIII.

Duabus cordis in aliquo circulo ſe ſecantibus,erit quilibet angulus ſectionis æqualis angulo apud circumferentiam cadenti in arcum æqualem,duobus arcubus eidem angulo & ſuo contrapoſito ſubtenſis.

Sit circulus a b c d,in quo ſecent ſe duæ cordæ a c & c b,& ſit ſectionis e.Dico,ꝙ angulus a e b eſt æqualis angulo qui eſt in circumferentia quã ſubtendunt duo arcus a b & c d,& ꝙ angulus b e c eſt æqualis angulo in circumferentia quã ſubtendunt duo arcus d g a & b z c,ducatur enim puncto b linea b z æquediſtanter lineæ a c per 31.primi. Si ergo linea b z ſecat circulũ,palam,quia arcus c z eſt æqualis arcui a b per præcedentẽ,arcus itaq; z d æqualis eſt ambobus arcubus a b & d c,qm̃ arcus d c ubiq; eſt cõmunis, ſed arcus d z reſpicit angulũ d b z,qui eſt æqualis angulo a e b per 29.primi ,angulus itaq; a e b eſt æqualis angulo in circumferentiã cadenti in arcum æqualem duobus arcubus b a & c d. Item ducatur linea d z,& ꝓducatur linea z b extra circulũ in punctum h, erit ergo angulus h b d extrinſecus æqualis duobus angulis intrinſecis b d z,b z d ꝑ 32.primi,ſed duo anguli b z d & b d z reſpiciuntur à duobus arcubus b f z & b g d,angulus ergo h

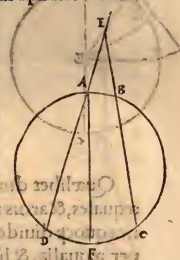
go h b d eſt æqualis angulo quem reſpiciunt duo arcus b g d & b f z, hoc autem eſt arcus d a, ſed arcus a d eſt æqualis arcui z c, arcus itaq; d a z eſt æqualis duobus arcubus d g a & b z c. Cum itaq; per 29. primi angulus h b e ſit æqualis angulo b e c, patet, quia angulus b e c eſt æqualis angulo quẽ in circumferentia reſpiciunt duo arcus d g a & b z c, quoniã ſi linea h b z continet circulũ & non ſecat, tunc patet per 31. tertij, quia angulus e b z eſt æqualis angulo cadenti in portionem circuli quæ eſt b a d, & angulus e b h eſt æqualis angulo cadenti in portionẽ circuli b c d, ſed angulus e b z eſt æqualis angulo b e a per 29. primi, angulus itaq; b e a eſt æqualis angulo qui apud circumferentiam cadit in arcum b c d, ſed arcus b c eſt æqualis arcui b a per ꝓximam præcedentẽ, arcus ergo b c d eſt æqualis duobus arcubus b a & c d, angulus itaq; b e a eſt æqualis angulo qui apud circumferentiam reſpicit duo arcus a b & c d, quoniã angulus cadens in arcum b c d eſt conſiſtens in portione circuli qui eſt b g d, ſimiliter quoq; poteſt declarari, ꝙ angulus b e c eſt æqualis angulo apud circumferentiã quem reſpiciunt duo arcus b c & a d, quoniã angulus b e c eſt æqualis angulo h b d, cuius æqualitas per 31. tertij cadit in portionẽ circuli b c d, quod eſt in arcũ b a d, eſt autem ex præmiſſis arcus a b æqualis arcui b c, patet itaq; propoſitum.



LV.

Angulus à duabus lineis ab uno puncto extra circulum dato circulum ſecantibus contentus æqualis eſt angulo ſuper circumferentiã cadenti in arcũ, quo maior arcuum inter illas duas lineas compræhenſus excedit minorem.

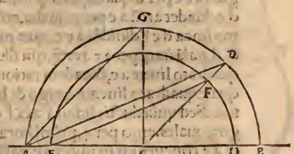
Eſto circulus a b c d, extra quem ſit datum punctum e, & ducantur à puncto e duæ lineæ ſecantes circulum quæ ſint a e d & e b c. Dico itaq;, ꝙ angulus d e c eſt æqualis angulo qui eſt apud circũferentiã circuli, quẽ reſpicit arcus, in quo arcus d c excedit arcum a b, à puncto enim a ducatur per circulum linea a f æquediſtans lineæ b c per 31. primi, erit ergo per 53. huius arcus e f æqualis arcui a b. eſt itaq; arcus d f exceſſus arcus d c ſuper arcum a b, ſed angulus d a f apud circumferentiã exiſtens cadit in arcũ d f, & angulus d a f eſt æqualis angulo d e c per 29. primi, ergo angulus d e c eſt æqualis angulo cadenti ſuper circumferentiam in arcum d f, quod eſt propoſitum.



LVI.

In dato ſemicirculo ad unum punctum circumferentiæ duabus lineis, una à termino diametri, & alia à centro ductis ab eiſdem punctis ad aliud pũctum quodcunq; ſemicirculi dati lineas duas prioribus duabus ꝓportionales duci eſt impoſſibile. In diuerſis uero ſemicirculis hoc eſt poſſibile.

Eſto datus ſemicirculus a d b, cuius diameter a b, centrum uero c, & ſit a d punctum circumferentiæ d, & ducatur à puncto a tertio diametri ad punctum d linea a d, & à centro c linea c d. Dico, ꝙ ſi à punctis a & c duæ lineæ ad aliud punctum ſemicirculi ducantur, ꝙ illæ duæ ductæ lineæ duabus lineis a d & c d, proportionabiles non erũt, ſit enim, ſi poſſibile eſt, ut à punctis a & c ducantur ad punctum g duæ lineæ a g & c g, & quæ eſt proportio lineæ a d ad lineam c d, eadem ſit lineæ a g ad lineam c g, erit permutatim per 16. quinti ꝓportio lineæ a d ad lineam a g, ſicut lineæ c d ad lineam c g, ſed linea c d eſt æqualis lineæ c g

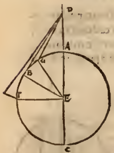


d 2 quoniã

quoniam ambæ ſunt ex centro ſemicirculi,ergo linea a d æqualis erit lineæ a g, hoc autem eſt impoſſibile ex 7.tertij & 18.primi,maiori enim angulo ſubtenditur linea a d q̃ linea a g,& eſt uiciniot diametri,patet ergo propoſitũ primum,quia à quocunq; puncto alio dato idem accidit impoſſibile,& eodem modo deducendũ,in diuerſis uero ſemicirculis hoc eſt poſſibile.Si enim ſemicirculi æquales fuerunt,tunc ex centro alterius ſemicirculi ſuper diametrũ conſtituto æquali angulo a c d,per 23.primi compleatur ꝓpoſitum,ex 4.primi & per 4.ſexti,ꝙ ſi alter ſemicirculus minor fuerit dato ſemicirculo,inſcribatur æqualis illi ſemicirculo ad idem centrum, erit ꝙ æquediſtans primo & in punctum ubi linea c d ipſum ſecabit,qđ ſit f,ducat̃ linea à termino ſui ſemidiametri q̃ ſit e f, & patet propoſitum per diffinitionẽ circuli & 29.primi,& per 4.ſexti.& ſi dato ſemicirculo alter fuerit maior,circumſcribatur æquediſtanter eidem,& producta linea à centro primi ſemicirculi ad datum punctũ d quouſq; tangat periferiã alterius ſemicirculi,& cõiungatur à puncto contactus alia linea ad terminum diametri,& deinde compleatur ut prius demonſtrato, & patet propoſitum.

LVII.

A puncto uno ad datũ ſemicirculũ unam tantũ lineã contingentẽ poſſibile eſt duci,ex quo patet,ꝙ omnis linea ab eodẽ puncto ſub contingente ducta ſecat ſemicirculũ in uno pũcto ſuꝑ punctũ cõtingẽtiæ,& in alio ſub ipſo.



Eſto datus ſemicirculus a b c,euius centrũ e, & ſit extra datus punctus d,à quo ad ſemicirculũ ducatur linea contingens, quæ ſit d b.Dico ꝙ à puncto d ad ſemicirculũ a b c, aliã contingentẽ q̃ lineã d b duci eſt impoſſibile, ſi enim hoc ſit poſſibile, ducatur, hoc ergo cõtingens aut cadet ultra punctũ d,aut citra,ſit primo ut cadat ultra punctũ b uerſus c in punctũ f,& ſit d f, ducantur à centro itaq; e ad puncta contingentiæ lineæ e f, e b,& ꝓducatur diameter c e a,ſed ad punctũ d,palã ergo per 17.tertij,qm̃ angulus e b d, eſt rectus,ſimiliter angulus e f d eſt rectus.Sũt itaq; æquales & cadũt in trigono e f d,quod eſt contra 21.primi.Idem quoq; accidit impoſſibile,ſi linea contingens ducta à puncto d ad ſemicirculũ d b c cadat inter puncta b & a,ſit linea d g,palam ergo corollariũ, quoniã enim linea d g non contingit ſemicirculum, tangit autem, ergo ipſa producta ſecat ipſum, & hoc eſt propoſitum.

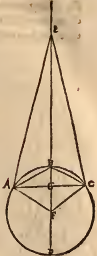
LVIII.

Quælibet duæ lineæ ab uno puncto productæ circulũ cõtingentes ſunt æquales,& arcus interiacens puncta cõtingentiæ eſt minor ſemicirculo.Linea quoq; diuidens angulũ illarum per æqualia,& arcũ interiacentẽ diuidit per æqualia, & linea per æqualia diuidens arcũ, hæc producta per æqualia diuidit & angulum à lineis contingentibus contentum.

Sit circulus a b c,cuius centrum f,& ſit ut à puncto e ducantur duæ lineæ circulũ cõtingentes ꝑ 16.tertij,q̃ ſint e a & e c,dico ꝙ ſunt æquales,& ꝙ arcus a b c interiacẽs puncta contingentiæ eſt minor ſemicirculo.& ſi producatur à puncto e linea e b,diuidẽs angulũ a e c per æqualia, dico ꝙ linea e b in pũcto b diuidet arcũ a c per æqualia, & ſi linea d e diuidet arcũ a c per æqualia,etiã diuidet angulũ a e c per æqualia. Ducatur enim primo linea d e f,diuidẽs a e c, quæ producta ſecabit circulũ,ſecet ergo ipſum in punctis b & d.palã itaq; per 35.tertij.qm̃ illud quod fit ex ductu lineæ d e in lineã e b,æqualis eſt quadrato lineæ a e,& eadem ratione quadrato lineæ e c. ergo quadratũ lineæ a c eſt æquale quadrato lineæ e c,ergo & linea a e eſt æqualis lineæ c e,& hoc eſt primũ propoſitoꝝ.Sed quia ductis lineis f a & f c,erunt anguli f c e & f a e recti,per 17.tertij,ſunt ergo æquales.ergo per 4.primi linea f e diuidet angulũ a e c per æqualia.& quia lineæ c e & a e concurrunt in puncto e.palã per 32.primi,qm̃ anguli e f c & e f a ſunt minores rectis,arcus ergo a b c eſt minor ſemicirculo per ultimã ſexti,quod eſt ſecundũ. Ducatur

quoq;

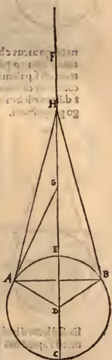
quoq; linea a c ſecans lineã e d in puncto g,& ducantur a b & a c, quia ergo linea e g ſecat angulũ a e c per æqualia, patet per quartã primi, cũ linea a e ſit æqualis lineæ e c,& latus e g ſit cõe, quoniã linea a g eſt æqualis lineæ c g,& angulus e g a eſt æqualis angulo e g c. Sed & trigonis a b g & c b g latus b g eſt cõmune, ergo per 4. primi erit linea a b æqualis lineæ b c, ergo per 27. tertij, arcus a b eſt æqualis arcui b c, eodẽ quoq; modo patet, q ſi linea g e ſecat arcũ a c per æqualia in puncto b, quod ipſa etiã diuidet per æqualia angulũ a e c, quia enim trigona a e b & c e b ſunt æquilatera, ut patet, palam ergo per 8. primi, qm̃ angulus a e b eſt æqualis angulo c e b,& hoc eſt totũ quod proponebatur.



LIX.

Arcubus æqualibus minoribus quolibet quarta circuli ex utraq; parte diametri circuli reſectis à terminis illorum arcuũ ductas contingentes in uno puncto eductæ diametri concurrere eſt neceſſe, & ab uno puncto diametri ductas contingentes in terminis æqualiũ arcuũ cõtingere eſt neceſſe. Ex quo patet, qm̃ oẽm angulũ & arcum à lineis contingentibus contentũ diuidit diameter educta per æqualia.

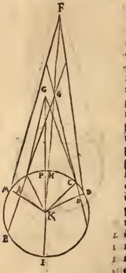
Eſto circulus a b c, cuius centrũ ſit d,& eius diameter c e, quæ ꝓducam indefinite ad punctũ f,& ab unaquaq; parte puncti e ſint a e & b e arcus æquales,& à punctis a & b ducantur lineæ circulũ contingentes per 16. tertij. Dico q illæ duæ lineæ concurrẽt in uno puncto eductæ diametri e f. q ſi dicaт ipſas nõ concurrere in puncto uno diametri concurrent tñ ambæ contingentes cũ diametro d f productis lineis d a, d b, erunt anguli in puncto a & b recti, ſed anguli e d a & e d b ſunt acuti per ultimã ſexti. arcus enim a e, b e ſunt minores qualibet quarta circuli, ergo per 14. huius, lineaꝝ cõtingentium utraq; cõcurret cũ linea d f, ſi itaq; nõ fiat, hoc in eodem puncto fit, ut linea contingens ducta à puncto a cõcurrat cũ linea d f in puncto g, & contingens ducta in puncto b cõcurrat cũ d f in puncto h, & ſit utraq; punctum g,& ducatur linea a h. eritq; per 16. tertij, & ex hypotheſi angulus h d a æqualis angulo h d b, ergo per 4. primi erit angulus h a d æqualis angulo h b a. ergo per 17. tertij uterq; ipſoꝝ eſt rectus. quia itaq; angulus d a g eſt rectus per eandem 17. tertij. patet q ipſe eſt æqualis angulo d a h recto,& angulus a d g eſt cõmunis. erit ergo per 32. primi, angulus a g d æqualis angulo a h d extrinſecus ſcilicet intrinſeco a h g, quod eſt contra 16. primi,& impoſſibile. patet ergo primum. Sed & ſi à puncto diametri h ducanт duæ lineæ circulũ cõtingentes in punctis a & b, erũt arcus a e & b o æquales, trigona enim a h d & h b d ſunt æquilatera per præcedentem, ergo ſunt æquiangula per 8. primi, eſt ergo angulus a h d æqualis angulo b d h, ergo per 25. tertij. arcus a e eſt æqualis arcui b e, qđ eſt propoſitum,& patet corollarium.



LX.

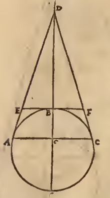
Si intra duas lineas circulũ cõtingentes ab uno puncto ductas aliæ duæ lineæ eundem circulũ cõtingentes ducantur, cadent puncta contingentiæ interiorũ intra puncta cõtingentiæ extreriorũ,& ſi arcus hinc inde interiacẽtes pun

ćta cõtingentiæ fuerint æquales, erit utrarũqȝ concurſus ſemper in eadem diametro circuli educta, interiores quoqȝ ad utramqȝ partem productæ cũ exterioribus neceſſario concurrent.



Eſto circulus a b c d e, cuius centrũ k, & eius diameter e h educatur, & ſic ut ab aliquo puncto ſuo, quod ſit f, lineæ f a & f d cõtingentes circulũ ducantur, & inter lineas f a & f d ducantur ab aliquo puncto ſuperficiei a f d, quod ſit g, lineæ g b & g c circulũ contingentes in punctis b & c, cadent puncta a & d. ſi enim non cadunt inter puncta a & d, aut cadunt in illis punctis aut extra, ſi in illis, ducantur lineæ k a & k d à centro k ad puncta contingentiæ a & d. erit itaqȝ per 17. tertij angulus k a f rectus, & ſimilit̃ angulus k a g rectus, & ſic rectus maior recto. Item inter contingẽtẽ f a & circulũ alia linea capit̃, ut g a. hoc aũt eſt cõtra 15. tertij, palã ergo, q̃m impoſſibile. Si uero detur, ꝙ puncta b & c cadãt extra puncta a & d, ſic punctũ b ultra a punctũ, ſecabit'qȝ linea g b productã lineã f a, per 14. huius. Et q̃m eſt contingens ſolum in puncto b, erit punctus ſectionis extra circulũ, ſit ille punctus m. Palã itaqȝ, q̃m linea m a & m b ab uno puncto m productæ ſemicirculũ cõtingunt, quod eſt cõtra 57. huius, non ergo cadit punctum b ultra punctũ a, ſed intra. Similiter'qȝ demõſtrabitur, quià punctũ c cadit intra punctũ d. cadunt ergo puncta contingentiæ interiorꝫ intra puncta cõtingentiæ exteriorꝫ. Sed & arcubus a b & c d exiſtentibus æqualibus, punctũ g neceſſario cadit in diametro e h f, ſi enim extra illã ducat̃ linea k g ſecans circũferentiã in puncto f, quia ergo arcus b f eſt æqualis arcui p c per præcedentẽ, arcus quoqȝ a b eſt æqualis arcui c d, ex hypotheſi, remanet ergo arcus c h æqualis arcui h b, ſed arcus h b eſt maior arcui p b, ergo arcus c h eſt maior arcu c p, pars ſui toto, quod eſt impoſſibile. Nõ ergo cadit punctũ g extra diametrum e h f, palam eſt per 14. huius, quoniã linea g b producta ultra punctũ b, neceſſario concurret cũ linea f a, & linea c g producta ultra punctũ c concurret neceſſario cũ linea f d. linea enĩ k c rectũ angulũ cõtinens cũ linea a g, continet acutũ cũ linea f d. patet ergo propoſitum.

LXI.



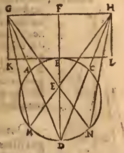
Si ad mediũ punctũ arcus interiacentis puncta cõtingentiæ duarũ linearũ ab uno puncto ad circulum productarum linea contingens circulũ ad alias cõtingentes producantur, illa in puncto ſuo cõtingentiæ per æqualia diuiditur, & ab alijs lineis contingentibus partes abſcindit æquales.

Sit circulus a b c, quẽ cõtingunt duæ lineæ d a & d c, à puncto d productæ, producat̃ ergo diameter g b d, & palam per 59. huius, q̃niã ipſa diuidit angulũ a d c, & arcũ a c per æqualia in puncto b. à puncto itaqȝ b producatur linea contingens circulũ per 16. tertij hoc itaqȝ, q̃m eſt orthogonalis ſuper diametrũ g b, ut patet per 17. tertij, palam per 14. huius, quia ipſa producta ſecabit lineas d a & d c, ſic ergo ut ſecet lineam d à in puncto e. & lineã d c in puncto f. quia itaqȝ e d b & f d b anguli ſunt æquales per 59. huius, & anguli d b e & d b f ſunt recti, palã, quia trigona e b d & f d b ſunt æquiangula per 32. primi, ergo per 4. ſexti, latera ſunt proportionabilia, ſed latus d b eſt æquale ſibi, erit ergo linea e b æqualis lineæ b f, & linea d e æqualis lineæ d f, quod etiã ſic patere poteſt, quia enim à puncto e ducuntur duæ lineæ cõtingentes cir

tes circulũ.ſ.c a & e b,patet per 58.huius,quod ipſæ ſunt æquales.oẽs ergo lineæ a e,e b, b f,f e,ſunt æquales,ergo lineæ e d & f d ſunt æquales.patet ergo propoſitum.

LXII.

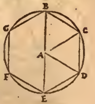
Duobus punctis æqualiter diſtantibus ab uno termino eductæ diametri & à linea circulũ in termino propiore diametri contingente duabus lineis ad aliũ terminũ diametri productis arcus interiacentes illarũ linearũ alteram & diametrũ ſunt æquales, illis uero ad alium punctũ circũferentiæ productis, arcus interiacent inæquales.



Sit circulus a b c d, cuius centrũ e, diameterq; eius d b, educaẽ ad punctũ f, ſintq; duo puncta g & h æqualiter diſtantia à puncto f eductæ diametri, ducanturq; duæ lineæ g d & h d, ad alium terminũ diametri ſecantes circulũ linea g d in puncto a, & linea h d in puncto c, & à puncto h ducatur linea contingens circulũ quæ ſit k b l, à qua æqualiter diſtẽt puncta g & h. Dico ꝙ arcus a b & b c ſunt æquales. ducatur enim linea g f h, erit ergo ex hypotheſi linea g f æqualis lineæ h f, ideo quia puncta g & h æqualiter diſtãt à puncto f. & ducantur lineæ h l & g k perpẽdiculariter ſuper lineã k b l contingentẽ per 12. primi, erunt ergo ex hypotheſi & illæ æquales. ergo per 33. primi, linea g h æquediſtat lineæ k l. ergo per 17. tertij, & per 29. primi, anguli d h f & d f g ſunt recti. ergo per 4. primi, anguli g d f & h d f ſunt æquales, ergo per 23. tertij, arcus a b eſt æqualis arcui b c. patet quoq; manifeſte ꝙ ſi à punctis h & g lineæ ad aliud punctũ circũferentiæ q̃ ad punctũ d producantur, ut ad punctũ m uel n, ꝙ illæ lineæ arcus reſecabunt inæquales. qualibet enim illarũ quæ ſecat diametrum, abſcindit minorẽ arcũ, & alia maiorẽ. & hoc eſt quod proponebatur.

LXIII.

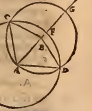
Diameter circuli diuidens exagonũ, eidem circulo inſcriptũ, ab oppoſitis angulis per æqualia duobus lateribus medijs exagoni erit æquediſtans.



Sit circulus, cuius centrũ ſit punctũ a, inſcriptus exagonus qui b c, d e, f g, & ab oppoſitis angulis illius exagoni ducatur diameter b a e, dico ꝙ illa diameter æquediſtat duabus medijs lateribus exagoni, quæ ſunt c d & g f. ducant enim lineæ a c & a d, quia itaq; lineæ b c & c d, q̃ ſunt latera exagoni ſunt inter ſe æqualia, & utrunq; ipſorũ eſt æquale ſemidiametro circuli, per 15. quarti, patet ergo ꝙ trigona a b c & a c d ſunt æquilatera. ergo per 8. primi, ipſa ſunt æquiangula. erit ergo angulus c a b æqualis angulo a c d, ergo per 27. primi lineæ a b & c d æquediſtant. Similiter quoq; poteſt demonſtrari de lineis a b & f g. patet ergo q̃m diameter b e æquediſtat medijs lateribus exagoni, q̃d eſt ꝓpoſitũ.

LXIIII.

Duobus circulis inæqualibus ſe ſecantibus ita, ut minor pertranſeat centrum maioris, arcum minoris interiacentem periferiã maioris in centro maioris per æqualia diuidi eſt neceſſe.



Sint duo circuli c f d maior, & centrum ſit a, & c g d minor, cuius centrum ſi b, ſecentq; hi circuli in punctis c & d, tranſeatq; minor qui c g d per centrum maioris qđ eſt a, eritq; arcus c a d minoris circuli contentus intra periferiã maioris. Dico, ꝙ arcus c a d diuiditur per æqualia in puncto a, ducatur enim linea copulans centra quæ ſit a b, & hæc producta compleaẽ diametrũ minoris circuli quæ ſit a b g, & ad puncta ſectionum c & d, ducantur lineæ a d, a c, b d, b c, quia itaq; in

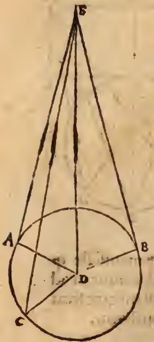
trigo-

trigonis a b c & a b d, duo latera a b & b c unius ſunt æqualia duobus lateribus a b & b d alterius, quoniã omnes ſunt ex puncto b centro circuli minoris ductæ ad periferiã, & baſis a c eſt baſi æqualis a d, quoniã ſunt ex centro circuli maioris, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti ſunt æquales, angulus ergo c a b eſt æqualis angulo d a b, ergo per 25. tertij arcus c g eſt æqualis arcui d g, reliqui ergo arcus ſemicirculorum, qui ſunt a c & a d, ſunt æquales, arcus ergo c a d diuidit̃ p̃ æq̃lia in pũcto a, qđ eſt ꝓpoſitũ.

LXV.

Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad periferiam ſui circuli ſunt æquales.

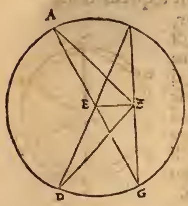
Eſto circulus a b c, cuius centrum d, & erigatur perpẽdiculariter ſupra circulũ à centro linea d e, ita, ut p̃ diffinitionẽ polus circuli ſuper punctũ e, & ducantur lineæ e a, e b, e c. Dico, ꝙ ipſæ omnes ſunt æquales, ducantur enim lineæ a d, b c, c d, quia itaq; quadratũ lineæ a e eſt æquale quadrato lineæ e d & lineæ d a, quadratũ quoq; lineæ b e æquale eſt quadrato lineæ e d & lineæ d b, p̃ penultimã primi. quadratũ uero lineæ e d eſt æquale ſibiipſi & quadratum lineæ d a æquale quadrato lineæ d b per circuli diffinitionem, palam, quia quadratum lineæ a e eſt æquale quadrato lineæ b e, & ſimiliter quadrato lineæ c e. palam ergo, quoniã lineæ a e, b e, c e, & quæcunq; ſimiliter ductæ ſunt, & hoc eſt propoſitum.



LXVI.

Omnis linea centrum ſphæræ cum centro circuli non magni illius ſphæræ continuans eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem illius circuli.

Sit centrum ſphæræ punctum z, ſitq; punctum e centrum circuli non magni illius ſphæræ, qui ſit a b g d, & ducatur linea z a, z b, z d & z g, omnes erunt æquales per diffinitionem ſphæræ, ſed & lineæ e a, e b, e d, e g ſunt æquales per diffinitionem circuli, linea itaq; z e exiſtente communi patet ꝙ trigona z a e, z b e, z d e, z g e, omnia ſunt æquilatera, ergo per 8. primi ipſorum anguli æqualibus lateribus contenti, ſunt æquales. oẽs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d ſunt æq̃les, ſunt ergo recti, eodemq; modo poteſt demonſtrari de omnibus angulis cõtentis ſub linea z e, & cum ſemidiametro circuli a b g d, linea ergo z e eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli a b g d, & hoc eſt ꝓpoſitum.



LXVII.

A centro ſphæræ ductam perpendicularem ſuper ſuperficiem circuli non magni ipſius ſphæræ eiuſdem circuli centro incidere eſt neceſſe.

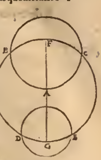
Sit ut in præmiſſa centrum ſphæræ punctum z, ſitq; punctum e centrum circuli nõ magni illius ſphæræ, quæ ſit a b g d, & ducatur à puncto z centro ſphæræ linea perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ circuli a b g quæ ſit z. Dico, ꝙ punctũ e eſt centrum circuli a b g. ducantur enim lineæ z a, z b, z g, quæ erunt æquales per diffinitionẽ ſphæræ, quoniam ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z ſunt recti, patet per 46. primi, quoniã quadratũ lineæ z a ualet quadrata linearũ a e & z e, & quadratũ lineæ z d ualet ambo quadrata linearũ b e & z e, & ſimiliter quadratũ lineæ z g, ualet ambo quadrata linearꝝ g e & z e, lineæ uero z a, z b, z g ſunt æquales, & quadrata ipſarũ æqualia, ablato itaq; quadrato lineæ z e cõmuni, relinquitur ut quadrata linearũ a e, b e, g e ſunt æqualia, ergo & ipſæ lineæ a e, b e, g e ſunt æquales, ergo per 9. tertij punctũ e eſt centrũ circuli a b g, qđ eſt ꝓpoſitũ.

LXVIII.

Aequediſtantium in ſphæra circulorum centra in eadem diametro ſphæræ cõſiſtere eſt neceſſe, ex quo patet, ꝙ omnes circuli in ſphæra æquediſtantes eoſdem habent polos, & ſi eoſdem habent polos, ſunt æquediſtantes.

Sit

Sit ſphæra, cuius centrum ſit punctum a, & in ipſa ſint duo circuli æquediſtantes b c, cuius centrum ſit f, & d e, cuius centrũ g, & ducatur linea a f, quæ producta erit diameter ſphæræ cum ipſa trãſeat centrum ſphæræ d e, ergo per 66. huius a f eſt erecta ſuper ſuperficiem circuli b c, ergo per 23 huius erit eadem diameter erecta ſuper ſuperficiẽ circuli d e, ergo per præmiſſam ipſa tranſit per centrũ circuli d e, ſunt ergo centra illorũ circulorum in eodem diametro ſphæræ, qđ eſt propoſitum, & ex hoc patet, ꝙ illi circuli eoſdem habent polos per diffinitionem poli. & ſi aliqui circuli eoſdem habent polos, patet per 14. undecimi, ꝙ ipſi ſunt æquediſtantes, & hoc proponitur, ꝙ ſi etiam reliquus circulorum æquediſtantiũ eſſet circulus magnus, eadem eſſet demonſtratio. duo uero circuli magni eiuſdem ſphæræ ſibi inuicem æquediſtare non poſſunt, quoniã amborum eſt idem centrum, quod eſt centrum ſphæræ.



LXIX.

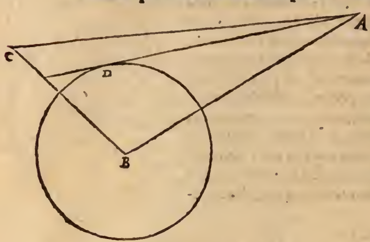
Si plana ſuperficies ſecet ſphæram, communis ſectio erit circulus, ex quo patet, quoniã à quolibet puncto in diametro uel ſupficie ſpchæria dato eſt poſſibile totali ſuperficiei ſphæricæ circulum circumduci, alij etiam circulo illius æquediſtantem.

Sit ſphæra, cuius centrum a, ſeceturq́; per planam ſuperficiẽ. Dico, ꝙ communis ſectio ſuperficiei ſphæricæ & planæ eſt circulus. Si enim fiat ſectio per centrũ a, tunc patet, ꝙ omnes lineæ ductæ à centro a ad ſphæræ ſuperficiẽ, quæ ſunt in illa plana ſuperficie ſecante, & terminãtur ad cõmunẽ terminũ illorum, ſunt æquales per diffinitionẽ circuli, illa cõmunis ſectio eſt circulus. Si autem ſuperficies plana ſecet ſphæram non per centrũ a, ducatur per 11. undecimi à centro a perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſecantem, quæ ſit a b, & cõtinentur lineæ a c, a d, a e, a f, & ꝙ quis uoluerit ad aliam ſectionem cõmunem à centro ipſius ſphæræ, ducãtur quoq; lineæ c b, d b, e b, f b, in ipſa ſuperficie ſecante ad puncta quibus incidunt lineæ de centro ſphæræ ductæ. palam ergo per penultimã primi, quoniã quadratũ lineæ a c eſt æquale duobus quadratis linearũ a b & d b, ſed quadratũ a c eſt æquale quadrato lineæ a d, qm̃ linea a c eſt æqualis lineæ a d per diffinitionẽ ſphæræ, & quadratum lineæ a b eſt æquale ſibijpſi, relinquitur ergo quadratũ lineæ c b æquale quadrato lineæ d b, eſt ergo linea c b æqualis lineæ d b, & ſimiliter erit linea d b æqualis lineis e b & f b. p eandẽ demonſtrationẽ quotcũq; alijs lineis à centro ſphæræ a ad aliam communem ſectionem productis, omnes itaq; lineæ à puncto b ad illam cõmunem ſectionem ductæ, ſunt æquales, ergo per 19. tertij, & per diffinitionẽ circuli ut prius punctũ b eſt centrũ circuli. Cõmunis ergo ſectio iſtarum ſuperficierũ eſt circulus, & hoc eſt propoſitũ, patet etiam ex hoc correlariũ, qm̃ à puncto dato per 12. primi ꝓducta perpendiculari ſuper diametrum ſphæræ, imaginetur ſuperficies plana ſecans ſphærã ſecundũ illam ꝑpendicularẽ, & patet propoſitũ per præmiſſa, ꝙ ſi alicui circulo in ſphæra ſignato æquediſtans duci debeat, à dato puncto ducatur perpendicularis ſuper ſphæræ diametrũ tranſeuntẽ circuli centrũ, cui æquediſtans debet duci circulus, & ꝓducatur in continuũ uſq; ad aliam ſphæræ ſuperficiẽ, & ducatur alia linea à puncto diametri utcunq; ſuper ꝓductã & orthogonaliter ſuper diametrũ ſphæræ, imagineturq́; ſuperficies plana tranſiens terminos iſtarum linearum in ipſa ſuperficie ſphæræ, faciens ſectionẽ, quæ per præmiſſa neceſſario erit circulus, quia per 4. undecimi diameter ſphæræ ſuper quã ducitur linea à puncto dato, erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ in punctis illis, ut præmittitur ſphærã ſecantẽ, unde à centro ſphæræ ductis lineis ut prius, patet quod proponebatur.



LXX.

A dato puncto ad datam ſphæram lineã contingentẽ ducere.



Sit enim datum punctũ a,& centrũ dato ſphæræ ſit b,& ducatur linea a b à centro ſphæræ qđ eſt b,ducaĩ linea b c,ut cõtingit,& copuletur linea a c, palámq; p 2.undecimi,quoniã trigonum a b c eſt in una ſuperficie plana,hoc itaq; per præcedentem ſecabit ſphæram ſecundũ circulũ cui per 16.tertij,à puncto a ducatur contingens in puncto d,quæ ſit a d, & patet propoſitum.

LXXI.

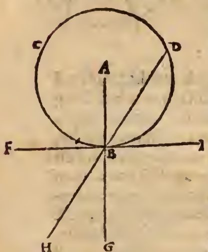
Omnis ſuperficies plana contingens ſphæram, ſecundum unicum punctum eſt contingens.

Ducatur in plana ſuperficie contingente ſphæram linea recta trans locum contactus,& in ſuperficie ſphæræ circulus magnus.ſi ergo ſuperficies plana contingit ſphæram ſecundũ aliud q̃ ſecundũ punctum,& linea recta continget circulũ ſecundũ idem, non ergo ſecundũ punctum continget linea recta circulum,qđ eſt contra 15.tertij, palam ergo propoſitum.

LXXII.

A dato puncto ſuperficiei ſphæricæ ſuperficiẽ planam contingentem ducere,ex quo patet,q͛ omnis linea centrum ſphæræ tranſiens,eſt perpendicularis ſuper eius ſuperficiem,& ſi eſt perpendicularis ſuper ſphæricam ſuperficiem,neceſſario tranſit centrum ſphæræ.

Eſto ſphæra,cuius centrũ ſit a,& circulus eius magnus b d c,ducatúrq; linea a b à cẽtro ad circumferentiã,& à puncto b ducatur linea contingens circulum, q̃ ſit f b e per 16.tertij,erunt ergo anguli a b c & a b f recti,imaginatis quoq; per 69.huius circulis quotcunq; in ſuperficie ſphæræ ſecantibus ſe in puncto b,& ductis lineis contingentibus illos circulos in puncto b,palam per 17.tertij,quoniã linea b a cum oĩbus illis lineis continet 9.angulos rectos,ergo omnes illæ lineæ ſunt in una ſuperficie plana per 2.undecimi,illa itaq; ſuperficies contingit ſphæram per diffinitionẽ ſuperficiei planæ ſphærã contingentis.ex hoc itaq; patet, qm̃ cũ omnis linea à centro ſphæræ ducta,ſit erecta ſuper planam ſuperficiem,ſphærã ipſam in puncto ſuæ incidentiæ contingentem, & anguli incidentiæ ſunt æquales,quoniã ipſa eſt ꝑpendicularis ſuper ſphæræ ſuperficiẽ,per diffinitionem perpendicularis. anguli enim ſemicirculoꝝ omnes ſunt æquales per 43.huius,quoniam linea a b producta ad punctũ g eſt adhuc erecta ſuper ſuperficiem planam,ſphæram contingentẽ in puncto b.palam,quia linea g b,& quæcunq; alia ꝑpendicularis erigi poteſt ſuper ſuperficiẽ planam in puncto b,contingentẽ ſphæram tranſit centrũ ſphæræ a,quia ſi à puncto b poſſit alia linea erigi ſuper ſuperficiẽ contingentẽ,non tranſiens centrum ſphæræ a,ſit illa h b d,& ſit angulus h b c rectus.Sed angulus g b e eſt rectus per 13.primi,cum angulus a b e ſit rectus ex hypotheſi,erit itaq; rectus maior recto,qđ eſt impoſſibile,patet ergo ꝓpoſitum.

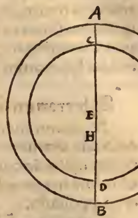


LXXIII.

Omnium ſphærarum,quarum conuexæ ſuperficies æquediſtant,uel ſecundum ſe totas ſe contingunt,neceſſario eſt idem centrum.

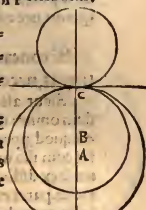
Sint

Sint duæ ſphæræ,quarũ conuexæ ſupficies æquediſtēt,ſectæ per æqualia per unam planam ſupficiē,cōis ſectio ſuperficierũ illarũ ſphæricarũ & huius planæ,erunt circuli,ſitq; magnus circulus maioris ſphæræ a b,& centrum eius e,minoris uero ſphæræ circulus magnus ſit c d. Dico, ꝙ idem punctũ e etiam erit centrum circuli c d,ducatur enim linea a e b taliter, ut ſi e non ſit centrũ amborum circulorũ, linea tamen a e b tranſeat per ambo centra,qđ poteſt fieri continuatis centris per lineã rectam,& ꝓducta illa ad periferiã maioris ſphæræ huius, itaq; erit diameter circuli a b,quoniã circuli a b & c d ſunt in eadem ſuperficie. Sit ut diameter a b ſecet periferiã circuli c d in punctis c & d,eritq; recta c d diameter circuli c d,quia ergo ꝓpter æquidiſtantiã circulorũ linea a c eſt æqualis lineæ b d,& linea a e æqualis lineæ e b,remanet linea c e æqualis lineæ e d, & quia diameter c d diuiditur per æqualia in puncto e,patet,ꝙ punctus e eſt centrum circuli c d,ſi enim non ſit punctus e centrũ circuli c d, ſit centrum eius punctus h,eritq; per diffinitionē circuli linea h d æqualis lineæ a c,erit ergo linea h a æqualis lineæ h b,ſed linea h a eſt maior ꝙ linea a e,ergo h b eſt maior ꝙ linea e b,pars ſuo toto,qđ eſt impoſſibile,eſt ergo pũctus e centrũ circuli c d,& quia circulus c d eſt magnus circulus ſuæ ſphæræ,patet,ꝙ æquediſtantium ſphærarũ eſt idem centrum,qđ eſt propoſitũ primum.& eodem modo de ſphæris ſecundum totas ſuas ſuperficies contingentibus eſt demonſtrandũ.lineæ eductæ à centro ad concauũ maioris & ad conuexũ minoris,ſunt æquales,patet ergo illud qđ ꝓponebatur.



LXXIIII.

Si duæ ſphæræ æquediſtantes fuerint, uel ſecundũ totas ſuperficies ſe contingentes,quæcunq; linea ſuper unius earum ſuperficiem perpendicularis fuerit,ſuper alterius quoq; ſuperficiem perpendicularis erit.



Iſtud faciliter patet,quoniã enim ex præmiſſa tales ſphæræ indem cētrum habere neceſſario cōprobantur,ergo per 72.huius,lineã ꝑpendicularis ſuper alteram iſtarũ ſphærarũ centrum ipſius tranſit,ſed centrum ipſius eſt centrum alterius,ergo per eandem 72.huius ſuper alterius etiam ſphæræ ſuperficiem alia linea perpendicularis erit,& hoc eſt propoſitum.

LXXV.

Si duæ ſphæræ centra diuerſa habuerint,impoſſibile eſt ut lineæ perpendiculares ſuper unius ſuperficiem ſint perpendiculares ſuper alterius ſuperficiem,niſi una tantum quæ tranſit centra ambarum.

Quocunq; modo ſe habentibus adinuicem ſphæris,ſiue extrinſecus ſiue intrinſecus ſe contingentibus,uel etiam ſe non contingentibus, uel etiam ſe adinuicem ſecantibus ſemper,patet ex 72.quoniã linea tranſiens per centra ipſarũ, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē utriuſq;,aliam quoq; lineã ſuper utriuſq; ſuperficiem ꝑpendicularē eſſe,eſt impoſſibile. Si enim ſit poſſibile,ducatur aliqua alia perpendiculariter ſuper utriuſq; ſphæræ ſuperficiē,palamq; erit ex eadem 72.huius,ipſam per utriuſq; centrũ tranſire,qđ eſt oppoſitum hypotheſi,patet ergo,qm̄ nullam aliam lineã præter eam, quæ tranſit centra ambarũ ꝑpendiculariter duci ſuper utriuſq; ſphærarum ſuperficies eſt impoſſibile, & hoc eſt propoſitum.

LXXVI.

Si ſphæra ſphæram intrinſecus aut extrinſecus contingat,in uno tantum puncto contingere eſt neceſſe.

Si enim ſphæræ contingentes ſe intrinſecus,non in puncto ſe contingant, neceſſe eſt circulos ſuos maiores adinuicem applicatos,non ſe in puncto contingere, quod eſt

contra 12.tertij.& impoſſibile, ꝗ ſi ſphæræ extrinſecus ſe contingentes, non ſe contingant in puncto,& hoc eſt contra naturã circulorũ extrinſecus ſe contingentiũ,& contra eandem 12.tertij.poteſt & hoc aliter demonſtrari. Si enim inter illas ſphæras, quæ ſe extrinſecus contingãt, imaginata fuerit ſuperficies plana, palam ex 71.huius, quoniã utraq; illarum ſphærarũ illam ſuperficiẽ planam contingit in puncto, ergo & ſeinuicem in puncto contingant, ꝓpinquior eſt utriuſq; ſphærarũ ipſa plana ſuperficies interpoſita ꝗ̃ reliqua ſphærarum,& hoc eſt propoſitum.

LXXVII.

Sphærarum ſe contingentium, centra diuerſa eſſe, eſt neceſſe.

Signentur enim in utralibet ſphærarũ à puncto contactus duo circuli maiores, per 67.huius, ſecantes eorum ſuperficiebus planis ſphæras per ſua centra,& per puncta contactuum,& quia centra horum circulorũ ſunt centra ſphærarũ ſuarum per diffinitionem circulorũ magnorũ, hos autẽ circulos centra diuerſa habere, eſt concluſio 6. tertij. patet ergo ꝓpoſitum.

LXXVIII.

Centrorum ſphærarum ſe extrinſecus contingentium, diſtantiam ſecundum lineam compoſitã ex ambarũ ſphærarũ ſemidiametris, intrinſecus uero contingentiũ ſe ſecundũ exceſſum ſimidiametri maioris ad ſemidiametrum minoris eſſe, palam eſt.

Hoc patet ex 76.huius, quoniã enim contactus ſphærarũ fit ſecundum unum tantũ punctum. punctus uero eſt, cui pars non eſt, tunc euidens eſt, ꝗ punctus ille cõmunis in utraq; interſectione nihil adimit de diametrorũ quantitate, indiuiſibile enim nõ fit pars quanti, nec addit nec minuit aliquid de quanto,& ſic patet propoſitum.

LXXIX.

Si concauum alicuius ſphæræ ſuperficiẽ aliquam ſecundũ eam totam contingat, neceſſe eſt ſuperficiẽ contactam partem ſphæræ minoris eſſe.

Sit ut aliqua ſphæra ſecundũ ſuum concauum contingat aliquam ſuperficiẽ ſecundum omnes illius partes, ſicut uas ſphæricũ ſuperficiem aquæ contente. Dico, ꝗ uerum eſt quod ꝓponitur, ducantur enim lineæ plurimæ à centro ſphæræ ad locum contactus ſui cum illa ſuperficie.& quia omnes lineæ ꝓductæ ad concauũ ſphæræ, ſunt æquales inter ſe ex diffinitione ſphæræ,& ſunt æquales productis lineis ad conuexũ ſuperficiei cõtactæ. patet ex dicta diffinitione, quoniã illa ſuperficies eſt pars ſphæræ.& q̃libet intellecta extendi ſecundum concauũ ambientis ſphæræ, ſphæram minorẽ complebit, eſt ergo pars minoris ſphæræ. linea quoq; in illa ſuperficie ſignata eſt pars circuli ex 9.tertij. idem habens centrũ cum circulo cui applicatur,& ſic illa ſuperficies eſt pars minoris ſphæræ, quod eſt propoſitum.

LXXX.

Si ſphæra ſphæram interſecet, communis ſectio ſuperficierum ſphæricarum ſe interſecantium, erit periferia circuli.

Qđ hic proponitur, patet, imaginetur enim ſuperficies ſecans ambas ſphæras ſecundum lineam cõmunem ſectionis ſphærarũ qualiſcunq; fuerit. hæc ergo ſuperficies ꝓpter ſimilitudinẽ corporum ſe interſecantiũ plana erit, cõmunis ergo ſectio illius ſuperficiei & utriuſq; ſphærarũ erit circulus per 69.huius. palam ergo, ꝗ cõmunis linea interſectionis ſuperficierũ ſphærarũ illarum erit periferia circuli, in qua incluſa ſuperficies, erit circulus cõmunis illi ſectioni, quoniã aliàs corpus quo utræq; ſphæræ cõmunicãt, eſt corpus cõmune ſphærarum interſectioni,& eſt corpus irregulare, duabus ſcilicet ſuperficiebus ſphæricis contentum,& diuerſis ſecundum diſpoſitionem ſe interſecantium ſphærarum, patet ergo propoſitum.

LXXXI.

Sphærarum ſe interſecantium maiores circulos ſe inuicem ſecare, palam eſt, ex quo patet interſecantiũ ſe ſphærarum centra diuerſa eſſe.

Primũ

Primum patet ex diffinitione ſphærum ſe interſecantiũ, quoniã enim interſecantibus ſe ſphæris,diameter unius per alteram abſcinditur,& maiorũ circuloꝝ diametri ſuarum ſpæraꝝ.diuidunt enim circuli magni ſuas ſphæras per æqualia,tunc patet,ꝙ circulus unius ſphæræ & alterius ſe interſecantium aliqua linea eſt cõmunis.Cum ergo unus circulus alium non contineat,quia nec una ſphæra aliam continet,palam,quia tales circuli ſe inuicem ſecant ex diffinitione talium circuloꝝ,quia uero ex 5.tertij circuloꝝ ſe inuicem ſecantiũ centra eſſe diuerſa neceſſe eſt,& idem eſt centrum ſphæræ qđ eſt centrũ circuli magni in illa ſphæra.patet corollariũ,ſcilicet,quia interſecantium ſe ſphærarum centra ſunt diuerſa,& hoc proponebatur.

LXXXII.

Si ſphæra ſphæram interſecet linea,quæ centra illarum ſphærarum tranſit,centrum circuli periferiæ communis ſectionis tranſire,& ſuper ipſius ſuperficiem perpendicularem eſſe,neceſſe eſt.

Circulus cõmunis ſectionis ſphærarũ aut eſt circulus maior alterius ſphærarũ ſe interſecantiũ,aut minor.ſi maior,hoc erit ſolũ, cũ maior ſphæra minorẽ interſecat.Si enĩ æq̃les ſphæræ ſecũdũ circulũ maiorẽ ſe ĩterſecarẽt,nõ eſſet ſphærarũ interſectio,ſed unius ſphæræ ex duobus hemiſphærijs æqualibus cõpoſitio. ſi ergo circulus cõis ſectionis ſphæraꝝ ſit circulus maior,non erit ille circulus maior niſi in ſphæris inæqualibus ſe interſecantibus circulus ſphæræ minoris,quoniã ipſum eſſe circulũ maiorem ſphæræ maioris eſt impoſſibile,qm̃ maior circulus ſphæræ maioris non poteſt cadere in ſuperficiẽ ſphæræ minoris. Sit itaq; circulus talis a b c,& ſit centrum maioris ſphæræ d, ſphæræ uero minoris e,erit quoq; e centrum circuli a b c ex hypotheſi, ducatur ergo linea d e,& patebit ꝓpoſitum primũ.Item ducantur lineæ d a,d b,d c,& linea a e,b e,c e,eruntq; trianguloꝝ d a e & d b e latera æqualia,ideo,quoniã linea d e latus eſt cõmune,& latus d a æquale eſt lateri d b ex diffinitione ſphæræ,latus quoq; a e æquale eſt lateri b e ex diffinitiõe circuli,ergo per 8.primi anguli æquis lateribus contenti,erunt æquales.angulus ergo d a b æqualis erit angulo d e a,ſimiliter autẽ angulus d e c erit æqualis angulo d e b, & uniuerſaliter à quocunq; puncto circuli a b c ducantur lineæ a d e,centrum ſphæræ anguli ſuper centrum e ſemper erunt æquales, & quia ſuper eandem diametrũ oppoſitis punctis ſignatis linea d e æquales angulos conſtituit,patet per diffinitiõnẽ ꝑpendicularis, qm̃ ipſa linea d e ſuper omnes diametros perpendicularis erit, ergo per 4.undecimi linea d e ſuper ſuperficiẽ circuli a b c erecta eſt,& ſuper eam ꝑpendicularis.



Si uero circulus a b c non ſit circulus maior alicuius ſphærarũ ſe interſecantium,ſed minor,intelligatur in ipſo ꝓtracta diameter q̃ ſit l f per puncta l f,& utraq; ſphærarum imaginetur recta per ſuperficiẽ planam trans centrum, & per puncta f & l,quæ ſunt in ſupficie utriuſq; ſphæræ,erit ergo per præmiſſa quilibet illorũ circuloꝝ circulus maior in utraq; ſphæraꝝ ſe interſecantiũ.ſecabitq; circulũ a b c uterq; illorum circuloꝝ maiorum per æqualia,qm̃ arcus f l eſt medietas circumferentiæ circuli a b c, tranſeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrũ illius circuli a b c,qđ eſt e.imaginẽtur item duo circuli alij maiores in eiſdem ſphæris,quorũ quilibet ſecet portiõnẽ circuli maioris ſuæ ſphæræ erectam ſup circulũ a b c per æqualia,qđ fieri poterit ex 29.tertij,diuiſo arcu f l utriuſq; circuli ſphæraꝝ ſe interſecantiũ per æqualia,& à puncto ſectionis utriuſq; circuli imaginata ſuperficie plana tranſeunte centrum ſphæraꝝ utriuſq;,fiat itaq; ſectio arcus ſphæræ maioris in puncto g,& ſectio arcus ſphæræ minoris in puncto h, & ſimiliter hi circuli maiores cum illis circulis quos ſecant angulos æquales ſphærales,uel inæquales contineant,patet,cum à polo circuli a b c per centra ſphærarũ amboꝝ tranſeant, quoniã ambo ſecabunt circulũ a b c per æqualia.tranſibunt ergo per centrum ipſi ꝙ eſt e linea,ergo d g,q̃ per diffinitionẽ maiorum circuloꝝ,& per 3.undecimi eſt cõmunis ſectio duorum circulorũ maioꝝ in ſphæra maiori ſe ſecantium,tranſeunt per centrum e,

quoniam cum centrum e ſit in ſuperficie utriuſq; illoꝝ circulorũ, neceſſe eſt, ut ſit in linea cõmuni utriuſq;. Similiter etiam linea e h, quæ eſt cõmunis ſectio circulorum maiorum in ſphæra minori ſe interſecantiũ, tranſit per centrum e, ſed quia lineæ e h, & lineæ d g per diffinitiõe circuloꝝ ſe ſecãtium eſt aliqua linea recta cõmunis ut e g, erit illa ꝑ primam 11. in eadem ſuperficie cum illis, ergo erunt linea una. tota ergo linea d e g h eſt linea una tranſiens per ambo centra ſphærarum ſe interſecantiũ, & per centrum circuli, qui eſt cõmunis ſectio, cũ centro in periferia cõmunis ſectionis ſuperficierum ſphæricarum ſe interſecantium, patet ergo ꝓpoſitum primũ. Secundum uero patet ex præmiſſis. Circuli enim maiores per æqualia diuidentes circulũ minorem orthogonaliter eum ſecant, & eorum cõmunis ſectio, ut linea d h per 19. undecimi ſuper eundem circulũ perpendicularis erit, & hoc eſt ꝓpoſitũ. poteſt & idem per 66. & 67. huius facilius demonſtrari diligentiam adhibenti.

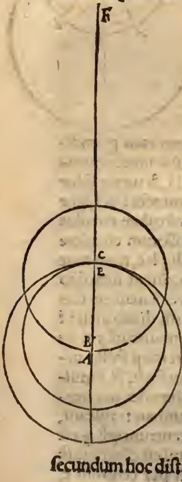
LXXXIII.

Si ſphæra ſphæram interſecet, lineam tranſeuntem centrum circuli periferiæ communis ſectionis perpendiculariter ſuper ipſius ſuperficiẽ inſiſtentem, ambarum ſphærarum centra tranſire neceſſe eſt.

Hæc eſt conuerſa præcedentis, nec oportet in ipſius demonſtratione aliter immorari, ſi enim ſit poſſibile, ducatur linea per e centrum circuli cõmunis ſectiõis ſphærarum, qui eſt a b c, perpendiculariter ſuper ipſius ſuperficiẽ ad alium aliquẽ punctum, præter centrum ambaꝝ, uel alterius ſphærarũ, & ſit linea e k, & ducatur idem per centra ambaꝝ ſphærarũ alia linea, quæ ſit d h. patet autem per præcedentẽ, quoniã hic erit tranſiens ꝑ centrum e, & erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli a b c. ab eodem ergo puncto ſuperficiei circuli a b c utpote centro e duo exeunt ꝑpendiculares ſuper eandem circuli ſuperficiem a b c, quæ ſunt e d & e k, qđ eſt contra 13. undecimi, & impoſſibile, patet ergo ꝓpoſitum.

LXXXIIII.

Si ſphæra ſphæram intrinſecus interſecet, neceſſe eſt centra illarũ ſphærarum reſpectu ſitus ſui contactus ſecundum quantitatẽ periferiæ circuli, qui eſt communis ſectio ſuarum ſuperficierũ plus diſtare, centrũq; ſphæræ continentis plus profundari.



Sphæræ datæ interſecare ſe debentes, ſi æquales fuerint, & taliter ad inuicem collocentur, ut non ſe interſecent, tunc ipſaꝝ idem erit centrum. facta uero interſectiõe ipſarum centra diuerſantur per 8. huius. & ſecundũ ꝙ circuli periferia, quæ eſt cõmunis ſectio illarũ ſuperficierum ſphæricaꝝ fit maior uel minor, ſecundũ hoc plus uel minus diſtabunt centra, ꝙ ſi ſphæræ fuerint inæquales, quarum una alterã intrinſecus cõtingere poterint, tunc in ſitu ſuæ cõtingentiæ centrorum ſuoꝝ diſtantia per 78. huius eſt exceſſus ſemidiametri ſphæræ maioris ad ſemidiametrũ minoris. Demus ergo, ꝙ centrũ maioris ſit a, centrum minoris b, punctus contactus ſit c, & quia contactus ſit in puncto per 76. huius, interſectio uero fit ſecundũ circulum per 80. huius. palã, quia facta interſectione ſphæraꝝ, abſcindet ſphæra a diametrum b c in puncto alio ꝙ̃ in termino ſuo qui eſt punctus c. ſit ergo punctus in quo ipſum a b ſcindit punctus e, ponaturq; ut linea f e ſit æqualis diametro ſphæræ b, quoniã itaq; linea a c excedit lineam b c in linea a b. linea uero f e eſt æqualis ſemidiametro b c, q̃niam ſunt diametri eiuſdem ſphæræ. linea ergo a c excedat lineam f e in linea a b, ſed linea f e eſt maior ꝙ̃ linea e c, ergo a e, in qua linea a c excedit lineam e c, eſt maior ꝙ̃ linea a b, plus ergo diſtãt centra ſphærarum in interſectione ꝙ̃ in ſitu contactu, & ſecundũ ꝙ periferia circuli, quæ eſt cõmunis ſectio ſuarum ſuperficierũ minoratur, ſecundum hoc diſtantia centroꝝ augetur, & ſecundũ ꝙ illa periferia augetur, ſecundum

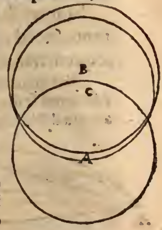
hoc

hoc diſtantia centrorum minuitur,& reſpectu partis uniuerſi ad quā ſit interſectio plus profundatur centrum ſphæræ continentis reſpectu contactus in tanto,quanto linea a e ſit maior q̃ linea a b,& hoc eſt quod proponebatur.

LXXXV.

Si duæ ſphæræ intra tertiam ſecundū circulum æqualem circulo maiori ſphæræ,intra quam ſit interſectio,ſe interſecent,utraq; illarum ſphærarum ſphæram,intra quam ſit interſectio,interſecabit,& omnium illam ſuperficierum ſphæricarum cōmunis ſectio erit periferia circuli unius.

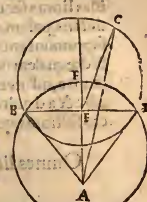
Verbi gratia:Sit in ſphæra,cuius centrum a interſecet ſphæram, cuius centrum ſit b intra ſphæram,cuius centrū ſit c ſecundū circulum æqualē circulo maiori ſphæræ c,dico q̃ ſphæra a & ſphæra b interſecabunt ſphæram c,& omnium ſuperficierum ſphæricarū illarum ſphærarū erit cōmunis ſectio periferia circuli ſecundū qđ ſphærarū a & b fiebat interſectio.hic eſt cuiuſdam circuli magni ſphæræ c,quoniā enim circulus maior diuidit ſphæram p æqualia,quia tranſit per centrū eius ex diffinitione,tunc patet,q̃ æqualis eidē utcunq; contingat eum in ſphæra ꝓduci,diuidet eam per æqualia,& ſic interſecabit ſecundū illum circulū utraq; ſphærarum.ſ. a & b ſphærā c. Sphæra autem a interſecante ſphæram b,communis ſectio eſt periferia circuli per 79.huius,diuidit autē iſte circulus ſphæram c per æqualia, ergo interſecat.eſt ergo eius periferia in ſuperficie c,ſed & eadem periferia eſt in ſuperficiebus ſphærarū a & b.In omnium ergo ſphærarū illarū trium ſuperficiebus eſt illa circuli periferia,eſt ergo ipſa cōmunis ſectio omnium ſuperficierum dictarum ſphærarum,quod eſt propoſitum.



LXXXVI.

Lineam à centro ſphæræ per centrum circuli ſphæram ſecantis orthogonaliter ductam,medio abſciſæ portionis,eſt neceſſarium applicari.

Sit ſphæra cuius centrū a,& ſit circulus b c d,cuius centrū ſit e,abſcindens portionē ſphæræ,ducaturq; linea a e,& ꝓducatur uſq; ad ſuperficiē ſphæricam,cui incidat in puncto f.Dico,q̃ linea a e neceſſario applicatur puncto,qui eſt medium abſciſæ portionis ſphæræ in conuexo uel concauo ipſius,& q̃ hoc eſt punctum f.ducantur enim lineæ a b & a c,& copulenī lineæ e b,e c,e d,erunt itaq; trigona a e b,a e c,a e d omnia ſecundū latera æquales angulos reſpicientia,adinuicem ꝓportionabilia,qm̄ illa ipſorū latera ſunt adinuicē æqualia,ut patet per ſphæræ & circuli diffinitiones,& quia latus a e eſt omnibus cōmune.anguli itaq; b a e,c a e,d a e omes ſunt æquales per 5. ſexti,ergo per 25.tertij angulus b f,c f,d f ſunt æquales,& quoniā productis quibuslibet lineis à centro a ad periferiam circuli b c d,idem ſemper accidit.palam,quia punctus f eſt in medio portionis abſciſæ de ſphæra,& hoc proponebatur.



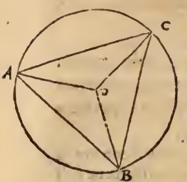
LXXXVII.

Proportionem partis ſuperficiei ſphæricæ ad totalem ſuperficiem ſuæ ſphæræ,ſicut anguli ſolidi in ipſam à centro ſphæræ cadentis ad octo rectos ſolidos neceſſe eſt eſſe.

Verbi gratia.Sit a b c pars ſuperficiei ſphæricæ alicuius ſphæræ,cuius ſit d,& ducantur lineæ a d,d b,d c,& in ipſa ſuperficie ducantur lineæ a b,b c,a c,fietq; pyramis,cuius uertex eſt punctum d,& baſis a b c.palam quoq;,quoniam angulus circa punctum d eſt ſolidus,tribus angulis ſupficialibus contentus.Dico,q̃ quæ eſt ꝓportio illius anguli ad 8.rectos angulos,qui replent locum ſolidum circa centrum d,eadem erit proportio ſuperficiei ſphæricæ quæ eſt a b c, ad totam ſphæricam ſupficiem ſuæ ſphæræ. Imaginentur enim plurimi circuli magni, tranſeuntes per omnia puncta illius ſuperficiei,

non

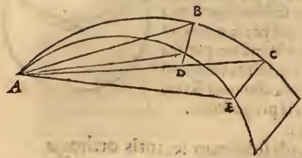
non ſecantes ſe ſuper illam. patet itaq́ʒ, quoniam aliqui arcus illorum circulorum determinantur per lineas terminales illius ſuperficiei, omnium autem illorum arcuum partialium ad totos ſuos circulos eſt ꝓportio, ſicut angulorum contentorũ ſub linea à centro d ad ipſorum terminos, productis ad 4. rectos ſpales per ultimam ſexti, patet ergo propoſitum. & etiam poteſt patere ex hoc, quoniam ſicut ille angulus correſpondet illi parti ſuperficiei ſphæricæ, ſic reſiduum 8. ſolidorum angulorũ rectorũ totali reſiduo ſuperficiei illius ſphæræ reſpondet, ergo p 16. quinti, erit pmutatim anguli ad angulum, ſicut ſuperficiei ad ſuperficiem, & per 18. quinti, & per 5. huius econtrario patet ꝓpoſitum.



LXXXVIII.

Si inter duas quartas circulorum æqualium in ſphæræ ſuperficie ſe ſecantium, ad extremitates arcuum æqualium lineæ rectæ ducantur, illæ erũt æquediſtantes, & remotior à puncto ſectionis erit longior.

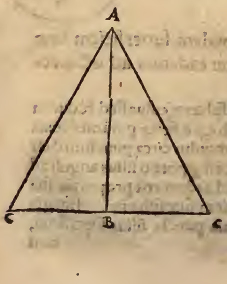
Sint arcus magnorum circulorum in ſuperficie alicuius ſe ſecantium, qui a b c & a d e, ſecantes ſe in puncto a, in quibus ſignantur arcus æquales, ita, ut arcus a b ſit æqualis arcui a d, & arcus b c arcui e d, & continentur lineæ rectæ, quæ b d & c e. Dico, ꝙ lineæ c e & b d ſunt æquediſtantes. & ꝙ linea c e eſt maior ꝙ̃ linea d b, quia itaq́ʒ arcus a b eſt æqualis arcui a d. palam per 28. tertij & per 65. huius, quoniam punctus a & polus circuli tranſeuntis per puncta d & b, ideo ꝙ rectæ lineæ quæ a d & a b ſunt æquales, & ſimiliter eſt de circulo tranſeunte puncta c & e, circumducatur ergo ſuperficiei ſphæræ per puncta d b circulus erectus ſuper diametrum ſphæræ p 69. huius, & ſimiliter per puncta e & c, erunt ergo illi circuli æquediſtantes per 14. undecimi. erunt ergo lineæ c d & b d æquediſtantes p 16. undecimi, imaginata ſuperficie plana in qua ſunt puncta b c d e, circulos ſecundum illas lineas ſecante. ſed & linea c e eſt maior ꝙ̃ linea d b, ſi enim ſit æqualis cum ſit æquediſtans, palam, quia circuli a b c & a e d æquediſtantes erunt, qđ eſt contra hypotheſim, ſupponunt enim ſe ſecare in puncto a, aut ſequatur circulum tranſeuntem per puncta b & d æqualem fieri circulo tranſeunti per puncta c & d, quorum circulorum polus eſt punctum a, qđ iterum eſt impoſſibile. & ſi linea c e ſit minor ꝙ̃ linea b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius ꝙ̃ ultra lineam b d, eſt ergo linea b d remotior à puncto ſectionis, quod eſt ꝓpoſitum hypotheſis, ergo patet ꝓpoſitum.



LXXXIX.

Omnes lineæ longitudinis unius pyramidis rotundæ, ſunt æquales, & cum ſemidiametris baſis æquales, ſed acutos angulos continentes, ex quo patet omnem punctũ uerticis pyramidis eſſe polum circuli ſuæ baſis, omnemq́ʒ lineam longitudinis eſſe in eadem ſuperficie cum axe, ipſam quoq́ʒ axem centrum circuli baſis orthogonaliter attingere.

Qm̃ enim per principiũ 11. Euclidis pyramis rotunda fit per tranſitum trianguli rectanguli, alterutro ſuorũ laterum rectum angulũ continentiũ fixo, donec ad locũ ſuum unde incipit redeat, triangulo ipſo circumducto, qui triangulus, ſi fuerit duorum laterũ æqualium, ſecundum unum laterum æqualiũ rectum angulũ continentium

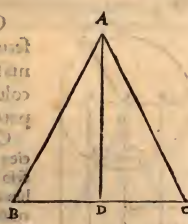


tium fuerit fixũ, cauſabit pyramis rectangula, ideo, ꝙ angulus duplicati ſui trianguli ad uerticem pyramidis eſt rectus, per 5. & per 32. primi. & ſi fixum latus fuerit minus latere moto, erit pyramis ambigonía, qm̃ per 19. primi angulus ad uerticem fit obtuſus. & ſi latus fixum fuerit maius latere moto, erit pyramis oxigonía, quia per eandem 19. primi, angulus eius ad uerticem remanet acutus adiuuante ſemper 32. primi. ſic ergo diuerſantur formæ pyramidum ſecundum diuerſitatẽ ꝓportiõis lateris fixi ad alterum latus motum, rectum angulũ continens cum fixo, & quia latus ſubtenſum angulo recto, cauſat omnes líneas longitudinis in qualibet pyramide. palam, ꝙ omnes lineæ longitudinis totius rotundæ pyramidis uni lineæ, ſunt æquales ei, ſ. quæ in trigono rectangulo recto, ergo & omnes inter ſe ſunt æquales. Si ergo trigonũ orthogoniũ cauſans pyramidem ſit a b c, cuius angulus a b c ſit rectus, erit per 32. primi angulus a c b acutus, & eſt a c b angulus cui omnes anguli contenti à lineis lõgitudinis & ſemidiametris baſis ſunt æquales, & hoc ꝓponitur, patet enim ex ijs, qm̃ punctus uerticis pyramidis cuiuslibet, eſt polus circuli ſuæ baſis per 65. huius, & quoniã linea a c eſt in eadem ſuperficie trigona cum linea a b. patet, quoniã omnes lineæ longitudinis ſunt in eadẽ ſupeficie cũ axe a b, & quoniã linea b c motu ſuo deſcribit circulũ baſis. patet ꝙ axis a b centrum circuli baſis orthogonaliter attingit per 8. primi, quia ex circuli diffinitione & prima parte axis exiſtente cõmuni, omnes anguli ad centrum b conſtituti ſunt æquales, patet ergo propoſitum.

XC.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem rotundam uel lateratam ſecundum axis longitudinẽ & ſuperficiei conicæ, cõmunis ſectio eſt trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro baſis contentum, ex quo patet, quoniã illa ſuperficies diuidit pyramidem per æqualia, & ꝙ ſuperficies quæ pyramidẽ ſecundum lineam longitudinis per æqualia ſecuerit, ſecundum axem neceſſario ſecabit.

Eſto pyramis rotunda a b c, cuius uertex a, & diameter baſis b c, & ſit centrum baſis d, & palam per præmiſſam, qm̃ linea a d eſt axis illius pyramidis. ſuperficies itaqꝫ plana ſecans pyramidẽ rotundam, ſecundũ axis longitudinẽ pertranſit puncta a & d, erit itaqꝫ illa ſuperficies plana orthogonaliter erecta ſup baſem pyramidis per 18. undecimi. cõmunis itaqꝫ ſectio baſis pyramidis & illius ſuperficiei planæ eſt linea recta ꝑ 3. undecimi, qđ eſt diameter baſis, & ſit hoc b c. trigonũ itaqꝫ a b c eſt in ſuperficie ſecante, ſed & idẽ trigonum eſt in ſuperficie conica pyramidis, & quoniã trigonum orthogoniũ b a d eſt illud, ex cuius ꝑtranſitu deſcribitur pyramis a b c, & trigonũ a b c eſt duplum illi per 1. ſexti. patet illud ꝙ primo ꝓponitur de pyramide rotunda, patet etiam, ꝙ illa ſupficies taliter pyramidem ſecans, diuidit ipſam per æqualia, qm̃ tranſiens uerticem



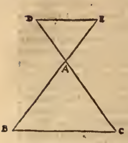
& concluſa diametro per æqualia diuidit & baſem, in laterata uero pyramide, aut ſupficies plana ſecans tranſit latus aut angulum, eritqꝫ ꝓductis lineis ad terminũ axis pyramidis, illa cõmunis ſectio ſemper trigonis maior uel minor, patet ergo propoſitum, quoniam & cõuerſa per ſe, & ex præmiſſis patet.

XCI.

Omnis pyramidis rotundæ uel lateratæ lineæ longitudinis ſuper axem in uertice tantũ ſe interſecant, productæ quoqꝫ aliam ſimilem pyramidem principiant, cuius lineæ longitudinis ſecundum poſitionẽ & ſitum priori pyramidi modo contrario ſe habent.

Quoniam omnes lineæ longitudinis pyramidis cuiuſcunqꝫ ꝓductæ, ſe ſuper axem

In uertice ſecent, euidens eſt, quoniam concurrunt omnes in illo puncto uerticis, & quoniam omnes ſunt æquales per 89. huius. patet, quia circa uerticem nulla ipſaꝝ aliam interſecat, ꝙ etiã ꝓductæ aliam pyramidẽ priori ſimilẽ principiant, patet, ſecet enim ſupficies plana pyramidẽ ſecundum axis longitudinẽ, erit ergo ꝑ præcedentẽ cõmunis ſectio iſtius ſupficiei & ſuperficiei conicæ pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectanguli pyramidẽ cauſantis, ſed palã per 36. huius, ꝙ latera cuiuslibet trigoni ꝓducta principiant aliũ trigonũ priori ſimile, cuius latera poſitionem & ſitum prioris trigoni lateribus contrariã habent. & quoniã tot poſſunt imaginare planæ ſupficies trãs axem pyramidẽ ſecantes, quot ſunt lineæ longitudinis pyramidales immediatæ pyramidis, patet, quoniã omnes lineæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidẽ priori ſimilem, lineis longitudinis à dextra prioris procedentibus in ſiniſtrũ poſterioris, & à ſiniſtro prioris in dextrum poſterioris, & econuerſo. patet ergo ꝓpoſitum.

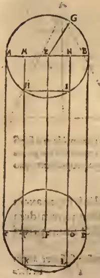


XCII.

Omnes lineæ longitudinis unius columnæ rotundæ ſunt æquales, rectos angulos cum ſemidiametris ſuarum baſium continentes, & in eadem ſuperficie cum axe exiſtentes, ex quo patet, quoniã axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris ſuarum baſium orthogonaliter inſiſtit.

Hoc non indiget demonſtratiõe alia niſi ſimili illi, quæ fit in 89. huius. ſicut enim trigonum orthogoniũ altero laterum rectum angulũ cõtinentiũ fixo, ꝑ reuolutionẽ ſuam cauſat pyramidẽ rotundam, ſic quadrilaterũ rectangulũ quoq; ſuoꝝ laterum fixo manente, alijs tribus quouſq; ad locũ ſuum redeãt, circũductis cauſat motu ſuo figurã columnarẽ rotundam, fiet ergo ꝓtractio omniũ eorum quæ ꝓponuntur hic, ut in illa, quia patet totum euidenter.

XCIII.



Omnis ſuperficiei planæ ſecantis columnã rotundam ſecundũ axis longitudinẽ & ſuperficiei columnæ, cõmunis ſectio eſt rectangulũ ſub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris baſium contentũ, ex quo patet, quoniã illa ſupficies per æqualia diuidit columnã.

Colũna rotunda ſit, cuius axis e f, ſecetq; ipſam per e f ſuperficies plana, ſitq; cõmunis ſectio ſecundũ puncta a b c d. Dico, ꝙ ſectio a b c d eſt quadrangula rectangula ſub lineis longitudinis colũnæ, & duabus diametris baſiũ cõtenta. ducaẽ enĩ linea e a in baſe colũnæ & in ſupficie ſecãte, hoc eſt ergo ſemidiameter circuli baſis colũnæ. Cõpleat itaq; e g diametꝝ baſis, cadetq; in ſupficie plana columnã ſecante. ſi enĩ linea e g nõ eſt ducta in ſuperficie plana columnã ſecante, ducatur linea b e in illa ſupficie ſecante. lineæ ergo b e & e a ſunt linea una, qm̃ ſunt in una ſupficie ꝓductæ ambo orthogonaliter ſuper axem e f cõtinue, ſimiliterq; linea e g cõplet diametrũ a e, nõ in ſupficie ſecãte, ſed alia, erit ergo linea a g pars in plano, pars in ſublimi, qđ eſt contra 1. undecimi. palam itaq;, quoniam linea a b eſt diameter baſis, & ꝙ punctus g cadit ſuper punctum b. Similiterq; declarandum de linea c d, quoniã eſt diameter alterius baſis, lineæ quoq; a c & b c ſunt lineæ longitudinis columnæ, qđ eſt propoſitum, ex hoc itaq; patet, quoniam cum illa

illa ſectio diuidat per æqualia baſes columnæ, qđ etiam diuidit ꝑ æqualia columnam.

XCIIII.

Sup̃ficiei ſecãtis columnã rotundã æquediſtãter ſup̃ficiei per axem ſecanti, & ſuperficiei columnaris cõmunis ſectio, eſt rectangulũ ſub duabus lineis lõgitudinis columnæ, & duabus lineis minoribus diametris baſiũ cõtentũ.

Sit, ut in præcedenti ꝓpoſitione, columna ſecta per planã ſup̃ficiem ſecundũ ſectionem rectangula a b c d, cuius axis ſit e f, ſitq́ꝫ nunc ſup̃ficies plana columnã ſecãs, æque diſtans ſuperficiei a b c d, cuius cõmunis ſectio cum ſuperficie columnæ ſit h i, k l, ducanturq́ꝫ à punctis h & i lineæ ꝑpendiculares ſuper diametrũ a b per 12. primi, quæ ſint h m, i n, erit itaq́ꝫ linea m n æqualis lineæ h i, ut patet per 34. primi, lineæ enim a b & h i ſunt æquediſtantes ex hypotheſi, & lineæ h m & i n ſunt æquediſtantes per 28. primi. eſt ergo linea h i minor diametro a b, ſimiliter quoqꝫ i k minor eſt diametro c d, ductis ꝑpendicularibus lineis, quæ l o & k p, ſed lineæ h k & i l ſunt lineæ longitudinis columnæ, patet ergo ꝓpoſitũ.

XCV.

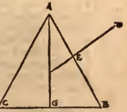
Omnis ſuperficies plana contingens pyramidem, uel columnam rotundam, ſecundum lineam longitudinis eſt contingens.

Non enim ſecundũ punctũ contingit ſup̃ficies plana, ꝓpoſita corpora ſicut ſphærã, q̃m in ipſis eſt longitudo, quæ non eſt in ſphæra. ſed utcũqꝫ contingit ipſa ſecundum ſuperficiem, q̃m cum in quolibet iſtorũ corpoꝝ ſunt infiniti circuli ſuis baſibus æquediſtantes & ipſæ baſes, accideret illos ſecundũ lineas in ſuperficie plana contingente, ductas ad ipſoꝝ contactum, non contingi ſecundũ punctum, ſed ſecari, qđ eſt contra 15. tertij, & impoſſibile. non ergo continget ſup̃ficies plana ꝓpoſita corpora ſecundũ ſuperficiem, reſtat ergo, ut ſecundũ lineam contingat, & quia cõtingit in pyramide uerticẽ & baſem & in columna ambas baſes. patet, ꝙ utrunqꝫ illoꝝ ſecundum lineas ſuarum longitudinum eſt contingens, patet ergo propoſitum.

XCVI.

Omnis linea perpendicularis ſuper curuam ſuperficiem pyramidis, uel columnæ rotundæ, neceſſario tranſit per ipſarum axem.

Pyramis rotunda uel columna ſit, cuius linea longitudinis ſit a b, & eius axis a g, & ſit linea d e ꝑpendicularis ſuper curuã illius ſup̃ficiem. Dico, ꝙ linea e d tranſit per axem a g, ducatur enim ſemidiameter baſis, quæ ſit b g, quia ergo linea e d eſt ꝑpendicularis ſuper curuam ſup̃ficiem ꝓpoſitam, palam ꝑ diffinitionẽ, q̃m linea e d eſt ꝑpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem contingentẽ pyramidem ſuper aliquã lineam ſuæ longitudinis, ſit hoc ſuper lineam a b, cadit ergo linea e d ſuper lineam a b. palam ergo per 2. undecimi, q̃m lineæ d e & a b ſunt in eadem ſuperficie, & quia linea d e eſt ꝑpendicularis ſuper curuam ſuperficiem pyramidis. patet, ꝙ illa ſuperficies erit erecta ſuper ſuperficiem conicam pyramidis, & in ipſa eſt linea a b. ꝓducta ergo trãs pyramidẽ, ſecabit ipſam ſecundũ lineam longitudinis a b ꝑ æqualia diuidẽs pyramidẽ, & trãſibit ꝑ axem a g per 90. huiꝰ. trigonũ a b g cum linea d e eſt in eadem ſuperficie, quia ergo linea e d cum uno latere trigoni b a g, qđ eſt a b, continet angulum rectum, qui eſt d e a, angulus uero e a g eſt acutus, palam, quia linea d e cõcurret cum linea a g per 14. huius, tranſit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundæ, qđ eſt ꝓpoſitum, q̃m in columna rotunda eodem modo demonſtrandũ, in illis enim, quia linea longitudinis a b æquediſtat axi, & lineæ d e & a b & axis ſunt in eadem ſup̃ficie, patet per 2 huius, quia linea d e concurrens cum una linearum æquediſtantium, ideo cum a b & cum axe neceſſario concurret, & hoc ꝓponebatur.



XCVII.

Omnis ſuperficies plana ſuperficiei contingenti, pyramidem uel colum-

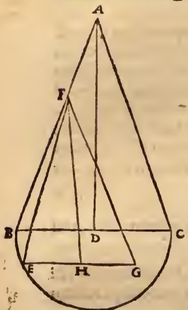
nam in loco contactus orthogonaliter inſiſtens, neceſſario ſecat pyramidẽ uel columnam per ipſius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat ſuperficies plana, palam ergo per 95. huius, q̃m continget illam ſecundũ lineam longitudinis. ſuperficies itaq; huic ſu perficiei orthogonaliter in loco contactus inſiſtens, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ curuam pyramidis uel columnæ, & ipſorum cõmunis ſectio eſt linea longitudinis, ſup quã in ſuperficie erecta ducantur perpendiculares. eæ itaq; lineæ per præmiſſam tranſibunt axem pyramidis uel columnæ rotundæ, ergo & ſuperficies illam axem tranſiens, ſecabit pyramidem uel columnam ſecundum axem, & hoc ꝓponitur.

XCVIII.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem rotundam non per uerticem, & ſuperficiei conicæ pyramidis, communem ſectionem figuram triangularem eſſe impoſſibile.

Eſto pyramis, cuius uertex a, diameter baſis b c, centrum baſis d, & axis a d, quã ſecundum axis longitudinẽ ſecet ſuperficies plana ſecundũ trigonum a b c per 90. huius, ſecetq; ipſam alia ſuperficies erecta ſuper trigonum a b c, nõ per uerticem ſecundũ ſectionẽ, quæ ſit e f g, cuius ſupremus punctus ſit f, & ſit linea e g æquediſtans alteri diametro baſis pyramidis, cuius medius punctus ſit h, & ducatur linea f h à ſupremo puncto ſectionis ad medium ſuæ baſis, & quia linea e g eſt linea recta, quæ eſt æquediſtans diametro baſis pyramidis, & punctũ f ſignatũ eſt in ſupficie conica in ſupremo, ſupficies e f g ſecat conicã ſupficiẽ. Si itaq; ſectio e f g ſit trigonũ. ſ. rectilineũ, patet, q̃m duæ lineæ lõgitudinis pyramidis, quæ ſunt e f & g f, concurrunt in puncto f præter uerticem pyramidis, quod eſt impoſſibile & contra 91. huius. Trigonũ quoq; circuli lineam fieri eſt impoſſibile, quoniã ſup ficies ſecãs ſupponitͬ eſſe plana, & ſuperficies illius trigoni eſt curua, ut patet ex diffinitione, erit ergo linea e f g linea una. cum itaq; illa ſectio ſit linea una, dicatͬ ſectio conica uel pyramidalis, ſi itaq; axis pyramidis q̃ eſt a d ſit æqualis ſemidiametro baſis, quæ eſt b d. palam, quia pyramis a b c eſt orthogonia, q̃m angulus b a c trigoni a b c eſt rectus. Si ergo linea f h, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei e f g, & trigoni a b c æquediſtet lineæ a c, quæ eſt latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis, palam per 29. primi, cum angulus b a c ſit rectus, & etiam angulus b f h erit rectus, & ſimiliter angulus h f a, tunc itaq; ſectio e f g dicetur ſectio rectangula, uel parabola, & eſt illa, quã Arabes dicunt mukefi. Si uero lineæ h f & a c non æquediſtant, ſed cõcurrant, ſi concurſus fiat ad partem puncti a, quæ eſt uertex pyramidis, tũc patet per 14. huius, ꝙ angulus h f a erit obtuſus, & tunc ſectio e f g dicetur ampligonia uel hyperbole uel mukefi addita. Si uero lineæ d f & a c concurrant uerſus punctũ c, quiͣ non eſt uertex pyramidis, tunc per 14. huius, erit angulus h f a acutus, & tunc ſectio e f g dicetur oxigonia, uel elipſis uel mukefi diminuta, & ſecundum hunc modum iſtæ ſectiones & earum paſſiones ampliſſime uariantur.



XCIX.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam lateratam trãs axem, æquediſtanter baſi & ſuperficiei pyramidalis uel columnaris cõmunis ſectio eſt ſimilis periferiæ baſis. & ſi illa ſectio periferiæ baſis eſt ſimilis, ſuperficies ſecans æquediſtat baſi pyramidis uel columnæ.

Si enim illa ſectio baſis æquediſtat, omes trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni ſunt æquianguli per 29. primi. patet ergo per 4. ſexti, ꝙ tota periferia ſectionis eſt ſimilis baſi pyramidis, quoniã omnia latera trigonorum totalium & partialium

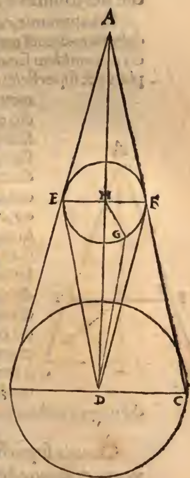
erunt

erũt ꝓportionalia.& ſi illa ſectio eſt baſi ſimilis,eſt etiã baſi æq̃diſtãs,q̃m ſi nõ eſt æq̃diſtãs,erit alia ſcdm idẽ punctũ ſecãs per axẽ,æq̃diſtãs baſi ſimilis piferiæ baſis ꝑ p̃miſſa, ſequit̃ itaq;,ut una ſimilis,alia quoq; non ſimilis,ſecundũ idem punctũ ſecent axem pyramidis,alia uero æquediſtãs baſi fieri poterit ꝑ 31.primi,ducta ab uno puncto primæ ſectionis linea æquediſtante alicui lineaꝝ baſis pyramidis,& à ternis illius aliis lineis æquediſtantibus reliquis lineis baſis ꝓductis,ex hoc autem accidit impoſſibile,q̃m ſequit̃ ex hypotheſi angulum extrinſecũ ꝓpter trigonoꝝ ſimilitudinẽ æqualem fieri intrinſeco,cum ab uno puncto exeant duæ lineæ æquales angulos cõtinentes angulis illis, qui fiunt per lineam periferiæ baſis,patet ergo ꝓpoſitum in pyramidibus, & eodem modo demonſtrandũ eſt in columnis lateratis,& facilius ꝓpter æqualitatẽ lineaꝝ ꝑ 34.primi.

C.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam rotundam transaxem æquediſtanter baſi,& curuæ ſuperficiei pyramidis uel columnæ cõmunis ſectio eſt circulus,& ſi illa ſectio eſt circulus ſuperficies ſecans eſt æquediſtans baſi,ex quo patet,ꝙ omnis plana ſuperficies æquediſtãter baſi ſecans pyramidẽ uel columnã, nouam pyramidẽ conſtituit uel columnã.

Sit pyramis rotũda a b c,cuius uertex a, diameter b c,& centrũ baſis d, ſecetq; ipſam ſuperficies plana æquediſtanter baſi,& ſit cõmunis ſectio ſuperficiei illius & ſuperficiei conicæ pyramidis linea e f g.Dico, ꝙ linea e f g eſt periferia circuli,ſecet enim alia ſuperficies plana pyramidẽ per uerticem & per axem,quæ eſt a d,cõmunis itaq; ſuperficiei & pyramidis ſectio,eſt trigonum,qđ ſit a b c per 90.huius. ſecetq; ſuperficies e f g axem a d in puncto h,& trigonum a b c ſecet ſuperficiem e f g in linea e h f,erit ergo linea e h æquediſtans lineæ b d ꝑ 16.undecimi,eſt ergo per 29.primi & per 4.ſexti ꝓportio lineæ b a ad e a,ſicut lineæ c a ad lineam e f,ergo per 7.huius,erit euerſim ꝓportio lineæ b a ad lineam b e,ſicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 16.quinti erit permutatim ꝓportio lineæ b a ad lineam c à, ſicut lineæ b e ad lineam e f .Sed linea b a eſt æqualis ipſi c a per 89.huius, & anguli quos continent lineæ lõgitudinis pyramidũ cum ſemidiametris baſium,ſunt æquales.palam per 4.primi,quia linea d e eſt æqualis lineæ d f,& angulus e d b eſt æqualis angulo f d c, quia uero angulus h d b æqualis angulo h d c,q̃m ambo ſunt recti.& angulus e d b æqualis angulo f d c, remanet angulus e d h æqualis angulo f d h,quoniã ſunt reſiduæ partes rectorũ ſuper angulos æquales. palam ergo per 4.primi,q̃m linea e h eſt æqualis lineæ h f .Similiterq; ductis lineis h g & d g,& completa ꝓut in præmiſſis figuratione declarabitur,quoniã linea f h eſt æqualis lineæ g h,ſunt enim trigona æquiangula,ut patet intendenti,ergo per 19.tertij punctũ h eſt centrum circuli,eſt ergo e f g linea circũferentia circuli, qđ eſt ꝓpoſitum.Et ſi ſectio e f g eſt circulus,palam,q̃m ſuperficies plana ſecundum illum circulũ ſecans pyramidẽ,eſt æquediſtans baſi,erit enim e a f pyramis,cuius axis a h,& centrum baſis h, erit itaq; linea longitudinis,quæ eſt e a,æqualis lineæ f a per 89.huius. Sed linea b a æqualis eſt ipſi c a,remanet ergo linea b e æqualis ipſi e f ,erit quoq; linea e d æqualis lineæ f d per 4. primi,& quia trigona e h d & f h d ſunt æqualia inter ſe latera habentia,ergo per 8.primi angulus e h d eſt æqualis angulo f h d,ergo per diffinionẽ lineæ ſuper ſuperficiem erectæ patet,ꝙ linea d h erecta eſt ſuper ſuperficiẽ e f g,ſed eadem linea h d eſt erecta ſuper baſem pyramidis,cuius diameter eſt b c,ergo per 14.undecimi ſuperficies e f g eſt æquediſtans baſi datæ pyramidis,quod eſt ꝓpoſitum,q̃m ſimpliciter ſecundũ præmiſſum in pyramidibus modũ,in columniſq; rotundis poteſt demonſtrari, & propter



æquediſtantiã linearum longitudinis columnæ facilitas accedit demonſtrationi. ſiunt enĩ lineæ d f, d g, d e æq̃les, ergo & linæ h e, h g, h f, eritq́ꝫ ſectio e g f circulus per 9. tertij, & conuerſa ſimpliciter, patet per 14. undecimi ut prius, & hoc ꝓponebatur. Per hæc itaqꝫ patet manifeſte, q̃m omnis plana ſuperficies ſecans quamcũqꝫ pyramidẽ æquediſtanter ſuæ baſi, nouam conſtituit pyramidẽ, cuius in pyramide rotunda baſis eſt circulus, & in laterata pyramide, ſuperficies ſimilis baſi illius ſectæ pyramidis, ut patet per 99. huius, ſemper tamen uertex illius pyramidis abſciſæ, eſt idem cum uertice prioris, & axis abſciſæ, pars axis ipſius prioris, datæ baſis quoqꝫ æquediſtat baſi. Similiter quoqꝫ ſit in columnis rotundis uel lateratis, ſuperficies enim æquediſtanter baſibus ſecans quamcũqꝫ columnam, nouam efficit columnã rotundam uel lateratã, imò duas. ſ. abſciſam & ipſam reſiduam, qđ non accidit in pyramidibus, patet ergo totum qđ ꝓponebatur.

C I.

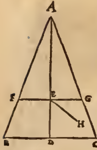
In qualibet columna uel pyramide à dato in eius ſuperficie puncto, lineam longitudinis ducere.

Imaginetur enim ſuperficies plana ſecans pyramidẽ uel columnam trans illius punctum & trans axem, ꝙ fiet, ſi à puncto dato ducatur linea recta ſuper axem, illa ergo linea & axis ſunt in una ſuperficie per 2. undecimi, quæ ſuperficies ſecabit pyramidem ſecundum lineam longitudinis per illud punctũ tranſeuntẽ per 90. huius, columnã quoqꝫ per 92. huius, patet ergo propoſitum.

C II.

A dato puncto, ſiue in axe, ſiue in ſuperficie curua datæ pyramidis rotundæ uel columnæ circulum circumducere.

Eſto pyramis, cuius uertex pũctum a, axis uero a d, in quo ſit datus punctus e, à quo debemus circulũ totali ſuperficiei conicæ circũducere. Sit itaqꝫ, ut ſuperficies plana ſecet pyramidem ſecundũ axem a d trans punctum e, cõmunis itaqꝫ ſectio illius ſuperficiei planæ & ſuperficiei conicæ, erit trigonum per 90. huius, cuius baſis ſit b c, quæ erit diameter baſis pyramidis. In hac itaqꝫ ſuperficie per 11. primi ducatur à pũcto e linea perpendiculariter ſuper axem a d, quæ ꝓducta ad conicã ſuperficiem ſit e f. & item ab eodem puncto e ducatur linea perpendiculariter ſuper a d, cadatq́ꝫ punctum e in conica pyramidis ſuperficie, & ſimiliter ducatur linea e b ꝑpendiculariter ſuper axem a d, cadatq́ꝫ punctus h in conica ſuperficie, quia ergo linea a e ſuper cõmunem terminũ linearum e f, e g, e h orthogonaliter inſiſtit, palam per 5. undecimi. q̃m illæ lineæ ſunt in una ſuperficie, eritq́ꝫ per 8. undecimi linea a e perpendiculariter erecta ſuper illam ſuperficiẽ f g h, & quoniã linea a d erecta eſt perpendiculariter ſuper baſem pryamidis per 89. huius, & per diffinitionẽ pyramidis, patet per 14. undecimi, q̃m ſuperficies f g h æquediſtat baſi pyramidis. eſt ergo per 100. huius f g h circulus, ꝙ ſi punctus datus ſit in ſuperficie conica, ſit ille punctus f, & ducatur à puncto f ꝑpendicularis ſuper axem a d, quæ ſit f e, per 12. primi. educanturq́ꝫ à puncto e lineæ e g & e h perpendiculares ſuper axem a d, per 11. primi, & deinde, ut plus cõpleatur demonſtratio, patet itaqꝫ ꝓpoſitum, quoniam ſimpliciter eodem modo negociandum eſt in columnis.



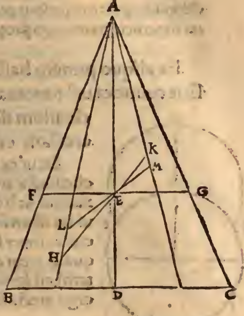
C III.

Omnis ſuperficiei ſecantis pyramidem uel columnam rotundã trans axem non æquediſtanter baſibus, & ſuperficiei curuæ, cõmunem ſectionem circulum eſſe eſt impoſſibile.

Sit pyramis, cuius uertex a, diameter baſis b c, & centrum baſis d, & axis a d, ſecetq́ꝫ ipſam ſuperficies plana trans axem a d in puncto e non æquediſtanter baſi, & ſit cõmunis ſectio huius ſuperficiei planæ & ſuperficiei conicæ f g, h k. Dico ꝙ hæc ſectio nõ eſt poſſibile, ut ſit circulus, Eſto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica ſuperficie du

catur

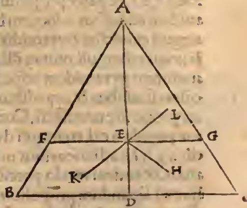
catur circulus per præmiſſam,hoc itaq; æquediſtabit baſi per 100.huius, ſit'q; f g l m,& ſignentur lineæ lõgitudinis pyramidis a f,a g,a l,a m, eæ itaq; oẽs erũt æquales p 89.huius,ideo, ꝙ ſuperficies æquediſtans baſi pyramidis,nouam pyramidẽ abſcindit per 100.huius,& quoniã ſectio f g,h k non æquediſtat baſi pyramidis,patet,ꝙ non æqualiter diſtat à uertice pyramidis,quæ eſt pũnctum a,ſit itaq; punctus h remotior à uertice a,& cadat in linea a l ꝑducta,& punctus k ſit ꝓpinquior uertice a,& cadat in linea a m,erit itaq; linea a h maior ꝙ̃ linea a l, & linea a k minor eſt ꝙ̃ linea a m,& continuentur lineæ h e,k e,f e,g e, & lineæ e l,e m,& quoniã angulus a l e eſt acutus per 89. huius,erit angulus h l e obtuſus per 13.primi,ergo per 19.primi latus h e trigoni h e l eſt maius latere e l, ſed latus e l eſt æquale lateri e f per diffinitionẽ circuli, linea uero e f uenit à puncto axis ad punctum ſectionis, quia eſt cõmunis ſectio circuli & ſuperficiei obliquæ pyramidem ſecantis,inæquales itaq; lineæ ab hoc puncto e ꝑducuntur ad periferiam ſectionis.non eſt ergo ſectio illa circulus per circuli diffinitionẽ.Dicemus ergo illã ſectionẽ in pyramidibus pyramidalẽ,& in colũnis colũnalẽ; eſt tñ illa in 98. huius prius dicta ſectio oxigonia uel elipſis.&qm̃ talis ſectio eſt figuræ oblongæ ,patet, ꝙ ipſa habet diametros plurimas omes inæquales ,& per illud punctũ axis ſecti corporis trãſeuntes ipſam quoq; ſectionẽ per æqualia diuidentes,quorum maxima eſt,quæ tranſit longitudinem ſectiõis,minima uero eſt,quæ pertranſit latitudinem,& eſt ſuper maximam diametrum orthogonaliter erecta,patet itaq; propoſitum.



CIIII.

Omnium duarum planarũ ſuperficierum ſecantium pyramidem uel columnã rotundam trans idem punctũ axis,ſi una æquediſtanter baſi, & alia non æquediſtanter ſecuerit,cõmunis ſectio eſt linea recta tranſiens pyramidem uel columnã orthogonalis ſuper axem,ex quo patet,ꝙ ſiue circuli periferia,ſiue ſectio alia quæcunq; non in eadem ſuperficie,quamcunq; ſecuerit ſectionem,in duobus tantum punctis ipſam interſecabit.

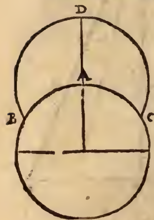
Sit ut pyramis,cuius uertex a,& axis a d ſecetur ſecundũ punctum axis e,& per duas planas ſuperficies,quarum una ſecet æquediſtanter baſi ut f g h,alia uero non æquediſtanter ut f g k l.Dico,ꝙ cõmunis ſectio iſtarum ſuperficierum eſt linea tranſiens pyramidem orthogonalis ſuper axem,ut eſt linea f e g,ꝙ enim illæ ſuperficies ſe interſecẽt, patet per hoc,ꝙ aliquæ lineæ in ipſis ꝑductæ,ad unum cõmunem terminũ copulentur,& in illo ſe interſecant,ut in pũcto e.Quòd enim illarum ſuperficierũ cõmunis ſectio ſit linea recta,patet per 3.undecimi,ꝙ autẽ illa linea,quæ eſt illarum lineaꝝ cõmunis ſectio,ſit orthogonalis ſuper axem pyramidis,quæ eſt a d,patet p 14.undecimi,axis a d eſt ꝑpendicularis ſuper baſem pyramidis & ſuper ſuperficiem f g h,qm̃ illæ ſuperficies ſunt ex hypotheſi æquediſtantes,ergo per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, omnis linea ducta à puncto axis e in ſuperficie f g h eſt ꝑpendicularis ſuper axem a d.linea uero quæ eſt cõmunis ſectio iſtarum ſuperficierũ ſecantium,neceſſario in ſuperficie cadit f g h,alioquin non eſſet cõmunis ſectio,palam ergo ꝓpoſitum primum.qm̃ cõmunis ſectio ſuperficierũ taliter, ut ꝓponitur pyramidẽ ſecantium,eſt orthogonalis ſuper axem pyramiſ



ramidis,& eodem modo demonſtrando. Idem patet in columnis rotundis,ex quo patet & corollarium,quoniam ſi communis ſectio talium ſuperficierum eſt linea recta: In duobus autem tantum punctis,qui ſunt termini illius lineæ, fiet interſectio illarum ſectionum,q̄uis in pluribus punctis hoc ſit fieri poſſibile;cum ſe interſecant in eadem plana ſuperficie,patet ergo propoſitum.

CV.

Ex aliquo puncto baſis periferiæ columnæ rotundæ ſemicirculo in ſuperficie conuexa uel concaua columnari circumducto, neceſſe eſt lineam ſemicirculum illum per æqualia diuidentem ad ſuperficiem baſis erectam eſſe.



Sit ut ex aliquo puncto periferiæ baſis columnæ rotundæ ꝙ ſit a, circumducatur ſemicirculus in ſuperficie columnæ concaua uel conuexa,quæ ſit b c d,& eius centrum erit punctum a,ſitq́ꝫ ita,ut linea a d diuidat illum ſemicirculum per æqualia in puncto d. Dico ꝙ linea a d eſt erecta ſuper ſuperficiem baſis columnæ,quoniam enim arcus b d eſt æqualis arcui d c,patet,ꝙ angulus d a b eſt æqualis angulo d a c per 26. tertij.eſt igitur linea a d pars unius linearum longitudinis columnæ,eſt ergo erecta ſuper baſem per 92.huius,patet ergo ꝓpoſitum.

CVI.

Datæ pyramidi rotundæ pyramidem eiuſdem uel diuerſæ altitudinis inſcribere,ex quo patet inſcriptæ angulum ad baſem,angulo circumſcribentis maiorem eſſe:& ſi inſcripta pyramis ad aliam baſim priori baſi æquediſtantem producatur,anguli productæ ad baſem, angulis datæ pyramidis maiores erunt,& quantumcunqꝫ anguli ad baſem augmentantur, tantum anguli ad uerticem minuuntur.

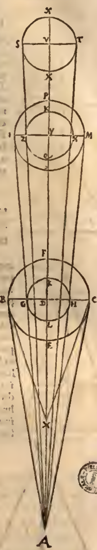
Eſto exempli gratia,ut pyramis,cui alia eiuſdem altitudinis debet inſcribi,ſit orthogonia,& ſit a b,a c,a e,a f lineis ſuæ longitudinis ſignata,& axis eius ſit a d, abſcindatur itaqꝫ ſemidiameter baſis quæ eſt d c,ut libuerit,& ſit abſciſa in puncto h,producatur itaqꝫ linea a h,& habetur triangulus a d h,cuius latera a h,d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locum unde moueri inceperunt,prouenietq́ꝫ pyramis a g h i k,cuius axis a d, & ſic poteſt fieri inſcriptio ad q̄dcunqꝫ punctum lineæ d c,& hoc eſt q̄d proponebatur primum.Q̄d ſi diuerſæ altitudinis pyramidem ad baſem communē inſcribere placuerit ſimilem priori datæ,ſignato puncto ubi uolueris in linea axis a d, uel extra, tum intra corpus pyramidis,quod ſit x,producātur lineæ à puncto x ad totam periferiam, ut x h, x c,x e,x f,& patet propoſitum.Similiter erit faciendum,ſi quis inſcribere uoluerit pyramidem ad baſem minorem baſe pyramidis datæ.patet autem ex præmiſſis, cum omnes anguli cuiuſcūqꝫ pyramidis ad baſem,ſint æquales per 89.huius,quoniā ex motu anguli unius trianguli,omnes illi anguli cauſantur.palam,ꝙ quicquid in triangulo cauſante maiorem pyramidem reſpectu trianguli cauſantis minorem pyramidem proueniet,in oībus ſimilibus & æqualibus triangulis maioris pyramidis ad ſimiles triangulos maioris prouenire neceſſe eſt.Cum ergo in triangulo d h a angulus a h d ſit per 16.primi maior angulo a c d,trianguli d c a,quoniam eſt extrinſecus.patet,ꝙ omnes anguli pyramidis a g h i k ad baſem ſunt maiores om̄ibus angulis pyramidis a b c e f ad baſem exiſtentibus,& eodem modo poteſt demonſtrari in pyramide inſcripta pyramidi a g h i k, & hoc eſt ſecundum propoſitum.Q̄d ſi linea longitudinis,quæ eſt a h,protrahatur ad punctum m,& axis a d ad punctum n,fiatq́ꝫ angulus a m n rectus,& ſecundum eum compleatur pyramis a l m o p ſuper axem a n,patet tertium propoſitum,quoniam anguli ꝓductæ pyramidis,qui fiunt ad baſem,erunt maiores angulis ad baſem primæ datæ pyramidis,quoniam ex 29.primi angulus n m a æqualis eſt angulo d h a,& angulus d h a maior eſt angulo d c a,ergo angulus n m a maior eſt angulo d c a, omnes ergo anguli

ad

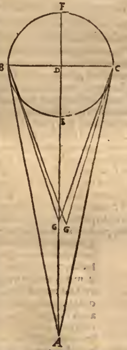
ad baſem pyramidis a l m o p angulis ad baſem pyramidis a b c e f ſunt maiores, quilibet.ſ. ſuo correſpondenti. Eodem autẽ modo demõſtrari poterit, & ſi pyramis inſcripta pyramidi a g h i k, producatur ad baſem dictæ pyramidis priori baſi æquediſtantem, eſt enim idem modus, patetq́ꝫ ex prædictis ultimum ꝓpoſitum.ſ. quia quantum anguli ad baſem amplíantur, tantum aguli ad uerticem eiuſdem pyramidis minuuntur, quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cum ſint æquales duobus rectis per 32. primi, angulo ergo recto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum rectum, ꝙ ergo in uno illorum addiť, neceſſe eſt ut in reliq̃ minuatur, & hoc eſt totũ qđ ꝓponebať.

CVII.

Si pyramis rotunda pyramidi rotundæ inſcribatur, ſic ut ambarum eadem baſi exiſtente diuerſæ ſint axes, centrum axis, & uertices ambarum pyramidum in eadem linea conſiſtere eſt neceſſe.



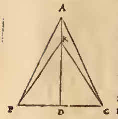
Eſto pyramis data, quæ ſit a b c e f, cuius baſis ſit circulus b c e f & eius centrum d, ſitq́ꝫ axis pyramidis a d, & ſit exempli gratia orthogonia, inſcribaturq́ꝫ ei per præcedẽtem ad eandẽ baſem pyramis breuioris axis taliter, ꝙ intra illam contineatur. Dico ꝙ centrũ circuli baſis ambaꝝ pyramidũ, qđ eſt d, & uertex datæ pyramidis, q eſt a, & uertex inſcriptæ pyramidis qui ſit g, omnes erunt in eadem linea a d, & hoc quidẽ patet de punctis a & d, ꝙ autẽ punctum g in eadem ſit linea, ꝓbatur. Si enim non eſt in eadem, ergo ad aliquã partem extra illam lineam declinat, ſit ergo nunc eius declinatio ad partem dexterãuerſus lineam a c in ſuperficie trianguli a d c. producatur g d linea, quia itaq́ꝫ p 89. huius, omnes lineæ longitudinis eiuſdẽ pyramidis ſunt æquales. patet, ꝙ latera g b & g c ſunt æqualia, ſed & b d eſt æqualis ipſi c d, & axis g d cõmunis, ergo per 8. primi, angulus g d c eſt æqualis angulo g d b uterq́ꝫ ergo eſt rectus. Sicut autẽ angulus a d c eſt rectus, ſic & angulus g d c erit rectus, ergo rectus eſt pars recti, hoc autẽ eſt impoſſibile. patet ergo, cum ubicunq́ꝫ extra lineam a d ſignato puncto g, ſemper idem accidit impoſſibile, quoniã punctus g



neceſſario erit in linea a d, hoc eſt ꝓpoſitum. Qđ ſi à puncto g ad baſem pyramidis productus, axis dicatur non cadere in puncto d centrum circuli baſis, ſequitur aliud impoſſibile contra hypotheſim.ſ. ꝙ ad eandem baſim illa pyramis non ſit inſcripta, qđ eſt contra præmiſſa, uel ſequitur, ꝙ lineæ ductæ à centro ad circũferentiã non ſint æquales, qđ

totum eſt impoſſibile, patet ergo illud quod proponebatur.

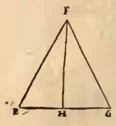
CVIII.



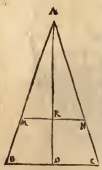
Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarū æqualium baſium & inæqualium altitudinū, uerticem altioris, acutioris anguli eſſe neceſſe eſt.

Duarum pyramidū rotundarū uel laterataꝝ ſit a b c altior, cuius axis a d, & uertex a, & pyramis e f g, cuius uertex f, & axis f h ſit baſſior, ſintq́ꝫ ipſarum baſes b c & e g æquales, & axis f h breuior axe a d. Dico ꝙ angulus b a c eſt minor angulo e f g. Reſecetᷣ enim ab axe a d æqualis axi f h, quæ ſit a k, & ducantur lineæ b k & c k, erit itaqꝫ pyramis b c k æqualis e f g, ſeceťq́ꝫ ſuperficies plana ambas pyramides a b c & b k c, eruntq́ꝫ per 90. huius communes ipſarum ſectiones trigoni. ſit ergo ut ſecetur pyramis a b c ſecundum trigonum b a c, & pyramis b k c ſecundum trigonū b k c, erit ergo angulus b k c maior angulo b a k, & per 33. huius, ductis alijs ſuperficiebus ſecantibus, erunt ſemper trigona iſtis æqualia & æquiangula, patet ergo ꝓpoſitum.

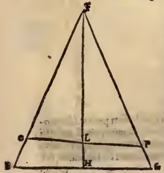
CIX.



Si à uerticibus duarum pyramidū rotundarum uel lateratarū inæqualiū altitudinū & æqualiū baſiū, duæ pyramides æqualis inter ſe altitudinis abſcindātur, neceſſe eſt baſem pyramidis abſciſæ ab altiori baſe alterius abſciſæ minorē eſſe.



Duarum pyramidū rotundarū ambarum, uel lateratarū ambarum æqualium baſium ſit altior a b c, cuius axis ſit a d, & uertex a, & baſſior pyramis ſit e f g, cuius axis ſit f h, & uertex f, abſcidaturq́ꝫ ab axe a d linea a k æqualis lineæ f l, abſciſæ ab axe h f. ſecetur itaqꝫ pyramis altior per ſuperficiē planam per axem, eritq́ꝫ per 90. huius ſectio cōmunis trigonus qui ſit a b c. & ſimiliter ſecetur altera pyramis per axem, & ſit ſectio trigonus e f g, & à puncto k ducatur linea k m æquediſtanter baſi b d. & ſimiliter à puncto l ducatur linea l o æquediſtanter baſi e h ꝑ 31. primi, eritq́ꝫ per 29. primi, & per 4. ſexti ꝓportio lineæ b d ad lineam k m, ſicut lineæ d a ad lineam a k, & ꝓportio lineæ e h ad lineam o l, ſicut lineæ h f ad lineā f l, eſt autem linea a k æqualis lineæ f l, & linea d a maior ꝗ linea f h ex hypotheſi. ergo per 4. quinti maior eſt ꝓportio lineæ d a ad lineam a k, ꝗ ſit linea h f ad lineam f l. eſt ergo maior proportio lineæ b d ad lineam m k ꝗ lineæ e h ad lineā o l, ſed linea b d eſt æqualis ipſi e h ex hypoteſi, ergo per 10. quinti linea o l eſt maior ꝗ linea k m, & ſimiliter producta k m ad latus trigoni a c, & linea o l ad latus trigoni f g, ſequitur lineā l p eſſe maiorem ꝗ ſit linea k n, & tota linea o p erit maior ꝗ linea m n. circūducātur itaqꝫ per 102. huius pyramidibus datis duo circuli, quoꝝ unius diameter ſit m n, & alteri9 o p, eritq́ꝫ o p maior circulo m a, & qa circuli illi æquediſtāt baſibus pyramidis, patet ꝑ 100. huius, qm̄ à uerticibus abſcindunt pyramides, quarum axes ſunt a k & f l, quæ ex præmiſſis ſunt æquales. Idemq́ꝫ penitus accidit in lateratis pyramidibus aſſumptis trigonis, & ductis lineis æquediſtantibus baſibus trigoni, hoc eſt lateribus baſis datæ pyramidis & lineis ad axes æquediſtantibus, qbuſdam lineis ꝓductis à trinis laterum baſium ipſarum pyramidum ad punctum terminantem axem ſuper baſem, patet ergo propoſitum per 99. huius.



CX.

Si pyramis rotunda ſphæram interſecet,nec eius conica ſuperficies à ſuperficie ſphæræ interſecetur,cõmunis ſectio ſuperficierum ſphæræ & pyramidis erit circumferentia circuli baſis pyramidis.

Quoniam enim per 69.huius ſuperficies plana ſecundũ circulum ſecat ſphæram,baſisq́ꝫ pyramidis ſuperficies plana eſt,quia circulus,palam,ꝙ illa baſis ſphærã ſecundum circulum interſecabit,interſecat autẽ pyramis ſphæræ ſuperficiẽ ſecundum totam ſuam baſem,quia ſuperficies eius conuexa conica à ſuperficie ſphæræ non interſecatur,ut patet per hypotheſim.patet itaqꝫ,ꝙ cõmunis ſectio ſuperficierꝫ dictarũ, erit circumferentia circuli baſis pyramidis,ſuperficiesq́ꝫ illa circumferentia contenta,quæ eſt circulus,q̃ eſt baſis pyramidis,erit ſuperficies cõmunis.& ſi aliàs corpuſculũ,qđ eſt pars ſphæræ reſectum à ſphæra per illam ſuperficiẽ, ſit corpus uterqꝫ dictorũ corpoꝝ cõmune.

CXI.

Si pyramis ſphæram interſecet,ſit ut circulus baſis pyramidis in ſphæræ ſuperficie circulo maiori ſphæræ æquediſtet,diametrum ſphæræ ſuper illũ circulum maiorem erectam,centrum circuli baſis pyramidis orthogonaliter tranſire neceſſe eſt,ex quo manifeſtum eſt,diametrum ſphæræ & axem pyramidis coniunctas eſſe lineam unam.

Quia enim per præcedentẽ circulus,qui eſt baſis pyramidis,cõmunis eſt ſphæræ, ſicut pyramidi,tunc per 68.huius patet,ꝓpoſitum,quia enim circulus,qui eſt baſis pyramidis,æquediſtat circulo magno ſphæræ,& ij circuli æquediſtantes ſunt ambo in ſuperficie ſphæræ,erit diameter ſphæræ centrũ circuli baſis pyramidis orthogonaliter tranſiens,tranſit enim orthogonaliter centra amboꝝ illorum circulorũ,& q̃m à termino alicuius lineæ ductæ à centro cõmuis circuli ad circumferentiã exeunt duæ lineæ orthogonaliter ſuper ipſam inſiſtentes.ſ.axis pyramidis,ut patet per 89.huius,& diameter ſphæræ,ut præmiſſum eſt,patet ex 14.primi,q̃m illæ duæ lineæ coniunctæ,ſunt linea una,diametrum ergo ſphæræ & axem pyramidis coniunctas eſſe lineam unam neceſſe eſt, & hoc eſt quod proponebatur.

CXII.

Omnium linearum perpendiculariũ ſuper periferiam oxigoniæ ſectionis productarũ,trans eius ſuperficiem unica eſt,perpendicularis ſuper ſecti corporis axem,& ipſa eſt minima diametrorum ſectionis.

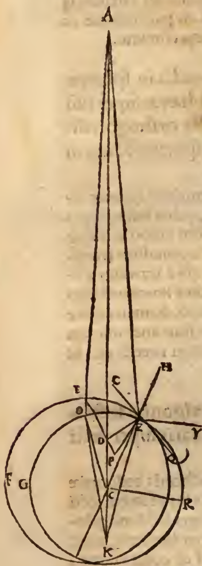
Sicut enim patet per 104.huius,cõmunis ſectio ſupficiei ipſius ſectionis oxigoniæ & circuli ſecundũ idem punctum axem ſecantiũ,eſt linea orthogonalis ſuper axem ſecti corporis,in alijs autem omnibus punctis ſectionis,perpendiculares ſuper ſectionẽ ꝓductæ,oblique incidunt axi,quoniã ſi aliqua ipſaꝝ ipſi axi ꝑpendiculariter inciderit, tunc per 4. undecimi,axis ſuper ſuperficiẽ ſectionis ꝑpendicularis erit,qđ eſt contra naturã ſectionis,patet ergo propoſitum.

CXIII.

In ſectione pyramidali tranſeunte punctum datum ſuperficiei pyramidis rotundæ,à puncto dato perpendicularẽ in ſuperficie ſectionis, ductam ſuper ſuperficiẽ pyramidis cum perpendiculari ducta à puncto eiuſdem ſectionis remotiore à uertice pyramidis ſuper lineam in illo puncto ſectionẽ contingentem ſub axe pyramidis concurrere eſt neceſſe:Dum tamen linea ducta à puncto inferiori cum perpendiculari,ducta à puncto ſuperiori ſuper axem pyramidis,angulum contineat acutum.

Eſto pyramis,cuius uertex ſit a,& eius axis ſit a c k,ſitq́ꝫ in ſuperficie conica huius pyramidis ſignatus punctus e,quẽ ꝑtranſeat ſectio pyramidalis quæ ſit b f,e z,in qua

etiam ſit punctus z, remotior à puncto a uertice pyramidis ꝗ̃ ſit punctus e, contineatq́ꝫ linea ducta à puncto z ad axem cum perpendiculari ducta à puncto e angulum acutũ. Dico ꝙ ſi ducatur à puncto z linea ꝑpendicularis ſuper lineam in illo puncto z, ipſam ſectionem oxigoniã contingentẽ, & alia perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentẽ pyramidem in puncto e, ducatur à puncto e, ꝙ illæ duæ perpendiculares concurrẽt ſub axe a c b, ſit enim, ut ſuperficies plana ſecet pyramidem ſuper punctum z æquediſtanter baſi, & hoc quidẽ per 100. huius, ſecabit eam ſecundũ circulum, ſit ille circulus g b r z, cuius centrum ſit c, cõmuniſq́ꝫ ſectio huius circuli & ſectionis oxigoniæ ſit diameter ut corda circuli, q̃ eſt g b r z per 104. huius, & à puncto uerticis pyramidis per 101. huius, ducantur per ſignata in ſuperficie pyramidis pũcta e & z lineæ lõgitudinis pyramidis quæ ſint lineæ a z & a e, & ꝑducatur linea a e, donec ipſa ſit æqualis lineæ a z. Veniet quidẽ ad circulum, eo ꝙ eſt linea longitudinis, & quia punctus ꝓpinquior eſt uertici pyramidis ꝗ̃ ſit punctus z. cadat ergo linea a c producta in punctũ circuli o, & à puncto dato qui eſt e, ducatur linea ꝑpendicularis ſuper ſuꝑficiem contingentẽ pyramidem, hoc quidẽ per 96. huius concurret cum axe pyramidis qui eſt a c k, concurrat ergo in puncto d, & ſit illa perpendicularis e d, copuletur quoq́ꝫ linea z d, continens angulũ acutum cum ꝑpendiculari e d, qui ſit angulus z d e, & q̃m linea d z eſt in ſuperficie ſectionis per 1. undecimi, ſicut & puncta d & z, tunc à puncto o lineæ longitudinis a e o ducatur ꝑpendicularis ſuper lineam a d per 11. primi, & ducatur à centro circuli g b r z, qđ eſt c ſemidiameter c o, quia ergo per 89 huius, angulus c o a eſt acutus, patet, ꝙ perpendicularis ſuper lineam a c ducta à puncto o, cadet ſub centro circuli qđ eſt c in aliud punctum axis. Sit ergo ut concurrat cum axe in puncto k, & ſit o k æquediſtans lineæ e d per 6. decimi, & ducatur linea k z, & ducatur linea contingens ſectionẽ in puncto z quæ ſit c q, & ducatur alia contingens circulũ b g z in puncto z per 16. tertij, quæ ſit z u, & ducatur diameter circuli quæ ſit b c z, & à centro c ducatur ſemidiameter perpendicularis ſuper diametrum b c z, quæ ſit c r, & quia axis a c k orthogonaliter erigitur ſuper centrum circuli b g z per 89. huius, erit linea c r perpendicularis ſuper axem a c k, q̃m eſt ſemidiameter circuli, ergo per 4. undecimi linea c r eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ a c z ſecantem pyramidem per axem. Sed & linea c r eſt æquediſtans lineæ contingenti circulũ in puncto z, qui eſt y z per 28. primi, ergo per 8. undecimi linea z y eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ a c z, linea ergo t q contingẽs ſectionem oxigoniã b f e z in puncto z continet angulũ acutum cum linea y z, & quia linea t q continet angulũ acutum cũ z y. patet ꝙ linea t q non eſt ꝑpendicularis ſuper illam ſuperficiẽ a c z, uerum, quia punctus k, qui eſt punctus axis, ut patet per 89. huius, & per diffinitionẽ poli factam, in principio eſt polus ad circulũ b r z, palam per 65. huius, quia lineæ k o & k z ſunt æquales, & axis a k cõmunis, ſed & linea a o eſt æqualis lineæ a z per 89. huius, cum ſint lineæ 4. longitudinis, ut patet per præmiſſa, ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k ſunt æquianguli, erit ergo angulus a o k æqualis angulo a z k, & q̃m angulus a o k eſt rectus, ideoq́ꝫ linea o k ducta eſt perpendiculariter ſuper lineam a e, ut patet per præmiſſa, erit ergo etiam angulus a z k rectus. Cum ergo linea k z ſit perpendicularis ſuper lineã a z, quæ eſt linea longitudinis pyramidis, palam, quia linea k z erit perpendicularis ſuꝑ ſuperficiem contingentem pyramidẽ ſecundum lineam a z lineam longitudinis, ſed linea t q eſt in ſuperficie illa contingente, quia eſt cõmunis ſectio ſuperficiei contingentis, & ſuperficiei ſectionis b f e z, q̃m eſt in ſuperficie contingente pyramidẽ ducta, contingens ſectionem, eſt igitur linea k z perpendicularis ſuper lineam t q per diffinitionẽ



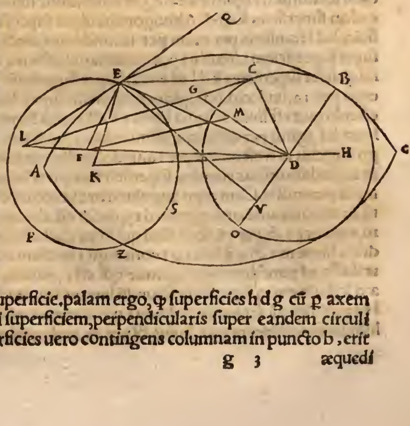
lineæ

lineæ ſuper ſuperficiem erectæ.ducatur quoq; à puncto z in ipſa ſuperficie ſectionis per 11.primi,ꝑpendicularis ſuper lineã t q,quæ ſit linea z h.Cum itaq; linea k z ſit extra ſuperficiem ſectionis concurrens cum linea h z in puncto z,palam ꝙ ipſa ſecabit lineã h z,nec erit una linea cum illa per 1.undecimi.Sunt itaq; lineæ k z & h z in una ſuperficie per 2.undecimi,ſuperficies ergo k z h ſecat ſuperficiem ſectionis ſuper lineã eis ambobus cõmunẽ,quæ eſt h z,& per 19.huius,& ſecat lineam t q in puncto z,& ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z h ſuper lineam cõmunem ambobus illis ſuperficiebus, q̃ eſt linea h z p.Verum linea d z e eſt in ſuperficie ſectionis,ut ſupra patet,& ſecatur à linea k e in puncto z,& punctus t eſt ſupra ſuperficiẽ k z h,& punctus q infra illam,& ita ſuperficies k z h ſecat ſuperficiẽ d z q ſuper lineam cõmunẽ,quæ eſt ꝑpendicularis ſuper lineam t q,& eſt linea z h,quia linea illa eſt in ſuperficie h z k,& ſuper eam eſt perpendicularis linea t q,ut patet ex præmiſſis,& qm̃ ſuperficies h z k ſecat ſuperficiẽ d z q. & declinatio ſuperficiei h z k à ſuperficie ſectionis,cuius pars eſt ſuperficies d z q,fit ex parte ſemidiametri z c,erit linea quæ eſt cõmunis ſectionis illarum ſuperficieꝝ, & eſt linea h z p,cadens inter lineas q z & d z,& ita linea z h,quæ eſt à puncto z ducta perpendiculariter ſuper lineam ſectionẽ oxigoniam b f e z,in illo puncto contingentẽ concurret cũ ꝑpendiculari e d ſub axe a c b,qm̃ perpendicularis e d ſecat axem pyramidis,quæ eſt a c k in puncto d,ꝙ autem concurrant,patet per 14.huius,producatur enim linea h z ultra punctum z ultra ſectionem in puncto p,quia ergo angulus z d e eſt acutus,& angulus d z p acutus,palam,quoniam concurrent lineæ z k & e d ſub puncto d,& ſit cõcurſus punctum p,patet ergo propoſitum.

CXIIII.

Ab altero duorum punctorũ in ſectione columnari ſignatorũ ducta perpendicularis ſuper axem columnæ in ipſa ſuperficie ſectionis, & à reliquo puncto ducta linea acutum angulũ cum illa perpendiculari ſuper axem columnæ continente,ſi ab eodem puncto reliquo ducatur perpendicularis ſuper ipſam ſectionem, hoc concurret cum priori perpendiculari ſub axe, & ſub puncto concurſus prioris lineæ cum perpendiculari.

Sit ſectio columnaris quæ a e,b e,in qua ſignata ſunt duo puncta,quæ ſunt b & e, ſitq; columnæ,in cuius ſuperficie cadit illa ſectio,axis linea h d k,& ab altero ſignatorũ punctorum,ut à puncto b,ducatur in ipſa ſuperficie ſectionis linea b d, perpendiculariter ſuper axem incidens puncto d,& ducatur item in ſuperficie ſectionis à reliquo datorum punctoꝝ qđ eſt e linea e d,acutum angulũ continens cum perpendiculari d b, qui ſit e d b,ſitq; linea contingẽs ſectionem in puncto e, quæ ſit exempli cauſa linea l e q.Dico ꝙ perpendicularis à pũcto e ducta ſuper lineã l e q,concurret cum perpendiculari b d ſub axe b k,& ſub puncto d,q eſt punctus concurſus lineæ e d cũ perpendiculari b d. Fiat enim per 102.huius ſuper pũctũ ſectiõis qđ eſt b circulus æquediſtans baſibus columnæ,qui ſit b c o,cuius centrũ ſit d,& ducatur a puncto e linea lõgitudinis columnæ per 101.huius, quæ ſit e c,& à puncto d per 11.primi,ducatur linea d g perpendicularis ſuper lineam b d in ipſa circuli ſuperficie.palam ergo,ꝙ ſuperficies h d g cũ ꝑ axem tranſeat,quæ erecta eſt ſuper circuli ſuperficiem,perpendicularis ſuper eandem circuli ſuperficiem per 18.undecimi,Superficies uero contingens columnam in puncto b, erit



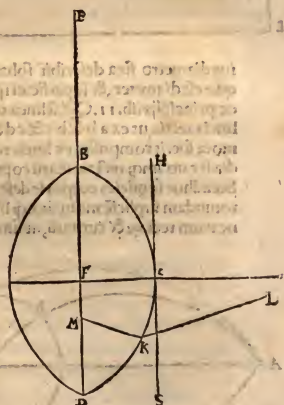
æquediſtans ſuperficiei b d g, ideo enim, quia linea longitudinis columnæ ducta à puncto b eſt æquediſtãs axi h k per 92. huius, & 28. primi, & linea circulum b c o contingẽs ſuper punctum b, eſt æquediſtans lineæ g d per 28. primi, angulus enim g d b eſt rectus ex præmiſſis, & angulus contentus ſub linea d b, & ſub linea contingente in puncto b eſt rectus per 17. tertij, ergo illæ ſuperficies æquediſtant per 15. undecimi, igitur ſuperficies in qua ſunt lineæ l e & e c, non eſt æquediſtans ſuperficiei h d g per 24. huius, q̃m ſuperficies contingens ſectionẽ oxigoniam in puncto b, non eſt æquediſtans ſuperficiei contingenti eandem ſectionẽ in puncto e, in quo ſunt lineæ l e q contingens ſectionẽ, & linea longitudinis quæ eſt e c, angulus enim e d b eſt acutus ex hypotheſi. Superficies ergo h d g non æquediſtat ſuperficiei l e c, ergo concurret cum illa, concurrat ergo in linea l g p 3. undecimi, & ducatur linea g c, quæ neceſſario erit contingens circulum b c o, cuius ſuperficies, in qua ipſa ducitur columna, fit contingens. ducta autem linea c d, erit angulus g o d rectus per 17. tertij, quoniã linea c d eſt ſemidiameter circuli, & linea g t contingit circulum in puncto t, fiat quoq; ut prius ſuper e punctũ ſectionis circulus æquediſtans baſibus columnæ qui ſit e s z p, & centrũ huius circuli ſit punctus axis qui k, & ducatur linea k e, & ducatur in linea d l, quæ quidẽ ſecabit ſuperficiẽ e s p, ſecet ergo illam in puncto f, quia itaq; punctũ d eſt in ſuperficie ſectionis, ut patet ex præmiſſis & ex hypotheſi, & punctũ l, qđ eſt punctum lineæ contingentis ſectionẽ, eſt in eadem ſuperficie ſectiõis, ergo per 1. undecimi tota linea d l eſt in ſuperficie ſectionis, punctum ergo f eſt in ſuperficie ſectionis & circuli e s z p. Sed & punctũ e eſt in ambabus ſuperficiebus, ergo per 1. undecimi linea e f ꝓducta erit in ambabus illis ſuperficiebus, ergo per 19. huius ſecundũ lineam e f ſecans ſe ſuperficies ſectionis & circuli e s z p. ducatur itaq; linea k f, & à puncto f. ducatur linea ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli b c o per 11. undecimi, quæ ſit f m, cadetq; punctus m in linea d g, ut patet ex præmiſſis, & ducatur linea t m. palam ergo, q̃m linea k d æqualis, & æquediſtans eſt lineæ f m per 25. huius. Sunt enim lineæ k d & f m ambæ ꝑpendiculares ſuper ſuperficiem circuli b c o & ſuper ſuperficiem circuli e s z p, quoniam illi circuli æquediſtant per 32. huius, utraq; enim ipſarum æquediſtat ambabus baſibus columnæ per 100. huius, quia itaq; linea f m eſt æqualis & æquediſtans lineæ d k, quæ eſt pars axis, ergo per 33. primi linea k f æqualis & æquediſtans eſt lineæ d m, & ſimiliter erit linea f m æqualis & æquediſtans lineæ longitudinis quæ eſt e t per 30. primi, quoniã linea t e eſt æqualis & æquediſtans axi k d per 92. huius, cum ſit linea longitudinis, & erit ut prius linea k d æqualis & æquediſtans lineæ d t, & linea e f æqualis & æquediſtãs lineæ t m per eandẽ 33. primi. Verum etiam ſuperficies k d l s, quia tranſit axem columnæ, & angulus g d b eſt rectus & orthogonalis ſuper ſuperficiem ſectionis oxigoniæ a e b c, per diffinitionẽ ſuperficiei erectæ ſuper ſuperficiem, & eadem ſuperficies k d l eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem circuli e s p, q̃m enim illa ſuperficies k d l tranſiens per axem per 18. undecimi, erecta eſt ſuper baſes columnæ, ergo & ſuper ſuperficiem circuli e s p, æquediſtans baſibus c a, eſt eadem ſuperficies k d f, quia itaq; dicta ſuperficies k d l eſt erecta ſuper ſuperficiẽ ſectionis oxigoniæ & circuli e s p, ergo per 10. undecimi eſt ipſa orthogonalis ſuper lineam cõmunem dictæ ſectioni & circulo quæ eſt linea e f, quia linea e f eſt erecta ſuper ſuperficiem k d l, in qua ducta eſt linea k f, igitur per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuꝑficiem erectæ, angulus e f k eſt rectus, ergo angulus m d eſt rectus per 10. undecimi, latera enim illos angulos continentia, neq; in æquediſtantibus circulorum ſuperficiebus ꝓtracta, æqualia ſunt & æquediſtantia, ut patet ex præmiſſis. Cum ergo angulus d m t ſit rectus, & angulus g d c ſit rectus per 17. tertij, in trigono autẽ orthogonio d t g ducta eſt ab angulo ad baſem ꝑpendicularis quæ t m, ergo per 8. & per 16. ſexti illud qđ fit ex ductu lineæ d m in lineã g m, eſt æquale quadrata lineæ m t, & q̃m linea g t contingit circulum b t o, cum ſit in ſuperficie contingente ducta ad punctum contingentiæ qđ eſt t, palam, quoniam linea l g eſt æquediſtans axi k d, q̃m enim ſuperficies ſecundũ lineam longitudinis columnã contingens, quæ eſt l e t g, & ſuperficies ſecans columnã trans axem quæ eſt h d g l ſunt erectæ ſuper baſiũ columnæ ſuperficies per 92. huius, & per 18. undecimi, ergo per 19. undecimi earum communis

munis ſectio, quæ eſt in ꝑpoſita linea l g ſuper eaſdem ſupficies baſium, ꝑpendicularis erit. æquediſtabit ergo axi h k per 6. undecimi, ergo f æquediſtat lineæ f m per 30. primi, quia ergo in trigono l d g linea f m æquediſtat baſi l g, patet per 2. ſexti, ꝙ linea f m ſecat illa latera ꝓportionabiliter, eſt ergo proportio lineæ d f ad lineam f l, ſicut lineæ d m ad lineam m g, ergo pmutatim per 16. quinti erit ꝓportio lineæ d f ad lineam d m, ſicut lineæ f b ad lineam m g, ſed d f maior eſt ꝗ linea d m per 19. primi, qm̄ in trigono d m angulus f d m eſt rectus per 8. undecimi, ergo & linea f l eſt maior ꝗ linea m g, ergo illud qđ fit ex ductu lineæ f d ad lineam f l, maius eſt illo qđ fit ex ductu lineæ d m ad lineam m g, ergo & quadratū lineæ t m eſt æqualis lineæ y f, ut patet ex præmiſſis, ergo illud qđ fit ex ductu lineæ d f ad lineam f l maius eſt quadrato lineæ e f, eſt ergo trigono d e l angulus l e d maior recto per 30. huius, quia ſi eſſet rectus cum linea e f, ſit perpendicularis ſuper lineam d l, eſſet per 8. & 16. ſexti illud qđ fit ex ducto lineæ d f in lineam f l æquale quadrato lineæ e f. reſtat ergo ut linea ſit perpendicularis ſuper lineam cō tingentem ſectionē a e b c, quæ eſt q l, ducta à puncto e, cadat ſub linea e d, non perueniet in puncto d, ſit ergo illa ppendicularis linea e u, & quia angulus e d b eſt acutus, & angulus d e b eſt acutus, qm̄ angulus u e q eſt rectus, ergo per 14. huius lineæ e u & d b productæ, concurrent in puncto aliquo ſub axe h k, & ſub concurſu lineæ e d cum linea b d, qđ eſt euidens, patet ergo ꝓpoſitum. perpendicularis enim ſuper lineam ſectionē contingentem, eſt ppendicularis ſuper ipſam ſectionem columnarem per diffinitionem factam in principio huius libri.

CXV.

Omnis recta perpendicularis ſuper oxigoniam ſectionem producta, taliter diuidet ſectionem, ut in unaquaꝗ illarum partium unicus tantum ſit punctus, à quo ducta contingens æquediſtet ipſi perpendiculari.

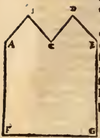
Eſto oxigonia quæ a b c d, quā ppendicularis e b d ſecet in duas partes quæ ſint b c d & b a d. Dico ꝙ unaquæꝗ illaꝝ partium eſt unicus tantum punctus, à quo ducta contingens æquediſtat ppendiculari e b d, quoniā enim ppendicularis e b d diuidit ſectionē, diuidatur eius pars b d, cadens intra ſectionē per æqualia per 10. primi in puncto f, & ab illo puncto f exigat per 11. primi, ppendicularis ſuper lineam b d, quæ ꝓducta ad periferiam ſectionis in punctū c ſit f c, & à pūcto c ducatur ppendicularis ſuper lineam f c quæ ſit g c h, eritꝗ linea g c h contingens ſectionē, quoniā ad utranꝗ partem ꝓducta, non ſecabit illam. palā itaꝗ qm̄ linea g c h æquediſtat ppendiculari ſuper ſectionem quæ eſt e b d per 28. primi. Qđ ſi ab alio aliquo puncto partis ſectionis quæ b c d, ut à puncto k producatur linea contingens ſectionē quæ ſit k b, patet, quoniā illa concurret cum linea g c h per 14. huius, quia ducta linea recta c k à puncto contactus c ad illud aliud punctū k, fient anguli c k l & k c g minores duobus rectis, ideo, ꝙ angulus f c g eſt rectus, & linea k l cum aliqua linea ſecante lineam b d, continet angulū rectum, ut forte cum linea k m, quia itaꝗ anguli c k l & k c g ſunt minores duobus rectis, ergo p 2. huius illa linea contingens quæ k l concurret cum ppendiculari e b d. ſimiliter quoꝗ in parte ſectionis quæ eſt b a d facta deductione, patet ꝓpoſitum.



CXVI.

Omnes oxigoniæ pyramidales ſectiones ampliantur ex parte baſis pyramidis, qđ non accidit in columnis.

Hoc

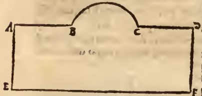


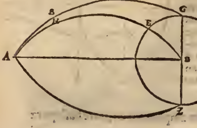
Hoc qđ ꝑponitur accidit ꝑpter corporis pyramidalis acuitatem, & propter columnarum æqualitatem. ſi enim ſecundū punctum axis pyramidis, cui incidit linea ꝑpendicularis ſuper ſectionem pyramidalē ꝑpendiculariter per 113. huius, circumducatur pyramidi circulus per 101. huius, & imagineť columna, cuius baſis ſit ille circulus. patet ꝙ inferior pars pyramidis excedit illam columnam; & columna excedit ſuperiorē partem pyramidis, & ſic inferior pars ſectionir pyramidalis continebit inferiorē partem ſectionis columnaris, & ſuperior pars ſectionis columnaris continebit ſuperiorē ſectionis partem pyramidalis. Partes autē ſectiōis columnaris ſunt æquales propter æqualitatē corporis & angulorum ſuper axem per 92. huius, patet ergo propoſitum.

CXVII.

Omnis ſuperficiei planæ ſuper axem fixum reuolutæ, donec ad locum unde exiuit redeat, linea mota deſcribit ſuperficiem corporis ſibi ſimilē, cuius ſuperficiei corporis & ſuperficiei planæ ipſum corpus per axem ſecantis, cōmunis ſectio eſt linea ſimilis motæ lineæ illā ſuperficiē cauſante.

Qđ hic ꝑponitur, patet ſatis euidenter in illis lineis rectis motis, quælibet enim illarum lineaꝶ circa axem aliquā mota deſcribit ſuperficiē, cuius omnes lineæ ſunt ſimiles ipſi lineæ motæ, cauſante motu ſuo illam ſuperficiē, hoc enim patet in ſuperficie rectangula, quæ uno latere fixo ſuo & aliis tribus motis deſcribit columnā rotundam, cuius ſuperficiē & ſuperficiei planæ columnā per axem ſecantis, cōmunis ſectio eſt linea ſimilis lineæ priori motæ, & hoc idem patet in triangulo moto, qui motu ſuorum duoꝶ laterum fixo tertio efficit pyramidē rotundam, ut patet ꝑ 90. huius, omnis ſuperficiei planæ ſecantis ipſam pyramidē per axem, & ſuꝑficiei conicæ pyramidis, cōmunis ſectio eſt triangulus continēs lineas ſimiles prioribus lineis motis & axi. hoc idem etiā in ſemicirculo motu, cuius diametro fixa deſcribiť ſphæra, & omnis ſuꝑficiei planæ ſecantis ſphærā per axem, quæ eſt diameter, & ſuperficiei ſphæricæ cōmunis ſectio eſt circulus, ut patēt hæc oīa ex principiis lib. 11. Qđ ſi linea mota circa axem fixum, quæ ſit f g, fuerit compoſita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continentibus angulos a b c, b c d, c d e, uel ſi linea mota fuerit compoſita ex lineis rectis & curuis actu, ut ſi a b & c d ſint rectæ, quarum media b c utramqꝫ rectaꝶ illarū copulans ſit curua, fiatqꝫ motus circa axem fixum qui e f, fiet adhuc ſuꝑficies corporis deſcribi ſimiles habens lineas ipſis lineis cauſantibus illam rotundam ſuꝑficiē motu ſuo. ꝙ ſi linea mota fuerit compoſita eſſentialiter ex natura linearum rectaꝶ & curuarū, ut ſunt multæ lineæ quæ fiunt per motum, uerbi gratia, aliqua ſectio conica, ut ſi ſectionis ꝑabolæ medietas quæ mouetur ſit a b g, cuius axis a d, & ſit linea g d ꝑpendicularis ſuper ipſam axem a d, figuraqꝫ axis a d, & reuoluať a b g, donec redeat ad locum ā quo exiuit, tunc fiet ex motu illius lineæ ſuperficies cōcaua uel conuexa, cuius baſis erit circulus ꝑueniēs ex motu lineæ rectæ quæ eſt d g, ſitqꝫ ille circulus g e z, & eius centrū eſt punctū d, qm̄ punctum g motu ſuo illius circuli periferiā deſcribit, eritqꝫ uertex



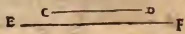


illius cauſati corporis punctum a,egreditur quoq; ex axe illius corporis quæ eſt a d ſuperficies plana,utcunq; illius ſit poſſibile accidere,& ſecet illius corporis ſuperficiem,palam itaq; per 3.undecimi,q̄m illius ſuperficiei & ſuperficiei corporis cōmunis eſt linea quæ ſit a h e. Dico ꝙ linea a h e eſt ſectio pabola æqualis & ſimilis ſectiōi a b g,ducatur enim linea d e,& imaginetur moueri ſectio a b g circa axem a d. Cum ergo punctū g ꝑuenit ad punctum e,cooperit tota ſuperficies a b g d totam lineā a h e d,& fient ſuꝑficies una, & quoniā ſectio a b g d facit euenire ſuperficiem concauam uel conuexam,palam, quoniam linea a b g d ſemper ubicunq; reuoluatur ſectio,eſt cōmunis differentia inter ſuperficiem ſibi continuam & inter ſuperficiem planam ſecantē. Cū itaq; ſupponit̄ ſectio a b g d ſectiōi a h e d,erit cōmunis ſectio inter ſuperficiem ſecantē & ſuperficiē corporis linea a b g d,ſed & eadem cōmunis ſectio eſt linea a h e d,linea ergo a b g d & linea a h e d ſibi adinuicem ſuperpoſitæ ſunt linea una,linea ergo a h e eſt periferia ſectionis pabolæ æqualis & ſimilis lineæ a b g,ſuperficies ergo a h e d eſt ſectio pabola, & idem patet in omnibus lineis illius corporis,quæ ſunt cōmunes ſectiones ſuperficiei planæ ſecantis corpus per axem a d,& omnis ſuperficiei illius corporis,patet ergo ꝓpoſitum in illis ſectionibus conicis quibuſcunq;.patet etiam eodem modo ꝓpoſitum de quacunq; linea regulari uel irregulari,& hoc eſt propoſitum principale.

CXVIII.

Omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis,aut eſt pars ſuperficiei ſphæræ,aut columnæ,aut pyramidis rotundæ.

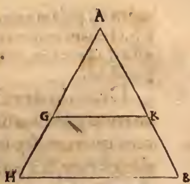
Omnis enim linea regularis quæ uniformis eſt in qualibet ſui parte,aut eſt circulus, aut linea recta.Circulus uero motu ſuo facit ſphæram,quoniā ſphæra eſt tranſitus circumferentiæ dimidij circuli,ut patet ex principio undecimi.Linea uero recta una motu ſuo nō poteſt cauſare niſi pyramidē,cum eſt latus trigoni,uel columnā,cū eſt latus quadranguli,q̄m in omnibus alijs figuris motis uno latere remanente fixo,eſt angulus cauſans diuerſitatē formæ in ſuperficie figuræ ꝓductæ,non ergo efficit conuexam ſuperficiem uel concauam regularē,patet ergo,ꝙ omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis eſt talis,ut proponitur.



CXIX.

Lineam datam ſecundum quamlibet proportionem duarum datarum diuidere.

Sit linea a b data,quæ debeat diuidi ſecundum ꝓportionem duarum datarū linearū c d & e f,& à puncto itaq; a datæ lineæ a b ducatur linea indefinite angulariter coniuncta cum linea a b,& à puncto a incipiendo abſcindatur æqualis lineæ c d per 3.primi, quæ ſit a g,& à puncto g incipiendo,abſcindatur linea g h æqualis lineæ e f,& ducatur linea b h,& à puncto g ducat̄ linea æquedistanter lineæ b h per 31.primi, hæc itaq; ꝓducta ſecabit lineam b per 2.huius.ſecet ergo in puncto k.linea itaq; a b indiuiſa ꝓpoſita erit diuiſa ſecundū modum diuiſionis lineæ a h diuiſæ,erit enim per 2.ſexti ꝓportio lineæ a k ad lineam k b,ſicut lineæ a g ad lineam g h,ergo ſicut lineæ c d ad lineam e f per 7.quinti,& hoc eſt propoſitum.

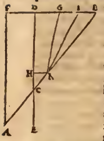


CXX.

Ducta à puncto dato linea, aliam lineam ſecundū datam proportionem partium illarum linearū ſecante,ab eodem puncto inter eaſdem rectas, quæ prius diuiſam ab eiſdem terminis ſeruata denominatione proportionis, ſecundum eandem proportionem ſecet aliam lineam duci,eſt impoſſibile..

Verbi gratia:Sit ut linea a b ducta à dato puncto a,ſecet lineam d e in puncto c ſecundū aliquā datā ꝓportionē. Dico ꝙ à puncto a non poteſt duci alia linea ad lineam d c,quæ ipſam ſecet ſecundum eandē datam ꝓportionē,ita,ut denominato ꝓportionis, ſeruetur ab eiſdem terminis lineæ d e,ſi enim à puncto a lineam aliam duci taliter ſit poſ

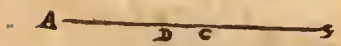
ſibile, fiat ſuper punctum d terminũ lineæ e d per 23. primi, angulus maior recto uerſus punctum b terminũ lineæ a b, & producatur linea d b, fiatq; angulus c d b obtuſus, & ꝓducatur linea d b in continuũ uerſus punctũ a, & à puncto a ducatur linea ꝑpendicularis ſuper lineam d b quæ a f, & ducatur linea a g ſecans lineã e d in puncto h ſecundũ ꝓportionem prius datam, quæ eſt lineæ d c ad lineam c e. & ducatur linea h i æquediſtans lineæ c b per 31. primi, erit itaq; linea h i maior ꝗ linea h g per 18. primi, angulus itaq; i g h eſt maior recto b f a per 16. primi, angulus uero b f a rectus eſt maior angulo f b a per 32. primi. Sed angulus g i h eſt per 29. primi æqualis angulo f b a, angulus uero i g h eſt maior angulo g i h, ergo per 19. primi linea i h eſt maior ꝗ linea h g. & ducatur à puncto h linea h k æquediſtans lineæ a b, erit ergo per 34. primi linea h k æqualis lineæ i h, ſed linea b c eſt maior ꝗ linea k b, ergo linea c b eſt maior ꝗ linea h i, ergo c b eſt maior ꝗ linea h g, ſed & linea h e maior eſt ꝗ linea c e, quoniam totum maius eſt ſua parte, erit ergo per 9. huius maior ꝓportio b c ad lineam c e, ꝗ lineæ g h ad lineam h e, non eſt ergo eadem ꝓportio quod eſt cõtra hypotheſim, aut ſequitur lineam e c eſſe maiorem ꝗ ſit linea e h per 14. quinti, quia totũ eſt impoſſibile, faciliter uero idem patet in linea d e, cum linea d h ſit minor ꝗ linea d c, & a e ſit maior ꝗ c e, per 9. ergo huius concludatur ut prius, non eſt ergo poſſibile à puncto a duci aliam lineam ſecantem lineam d e ſecundum datam ꝓportionem, quod eſt propoſitum.



CXXI.

Lineam datam in duobus punctis taliter ſecare, ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſit ſimilis proportiõi alterius extremæ partis ad eam partẽ quæ utraſq; interiacet ſectiones.

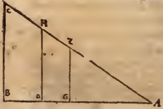
Eſto data linea a b, quã ſecundũ modũ ꝓpoſitum debemus diuidere, diuidatur itaq; ſecundum ꝓportionem quam libuerit per 119. huius, ꝙ ſit diuiſa in puncto c, & ſit pars eius a c maior ꝗ pars eius c b, quia itaq; ꝓpoſitæ ſunt nobis tres lineæ a b, a c, c b, diuidatur ergo per eandẽ 119. huius linea a c ſecundũ ꝓportionem lineæ a b ad lineam c b, fiatq; diuiſio in puncto d, ita, ut ſit proportio lineæ a d ad lineam d c, ſicut lineæ totius a b ad lineam c b. palam ergo, ꝙ linea a b eſt modo ꝓpoſito diuiſa, eſt enim ꝓportio totius lineæ a b ad unam extremarum ſuarũ partium quæ eſt c b, ſicut reliquæ ſuæ partis extremæ quæ eſt a d ad partem, quæ utraſq; interiacet ſectiones quæ eſt d c, patet ergo factũ eſſe quod ꝓponebatur.



CXXII.

Diuiſa linea recta taliter, ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarum partium ſit ſimilis portioni partis alterius extremæ ad eam ſui partem, quæ utraſq; interiacet ſectiones, ſi fuerint lineæ ductæ ab uno termino datæ lineæ, & à punctis ſectionũ æquediſtantes inter ſe, à terminoq; reliquo datæ lineæ producatur linea ſecans illas tres æquediſtantes, erit linea producta ſecundum eandem proportionem diuiſa.

Sit linea diuiſa a b in puncto g & d taliter, ut lineæ a b ad lineam d b ſit ꝓportio, ſicut lineæ a g ad lineam d g, & ab uno termino datæ lineæ qui eſt b, & à punctis ſectionũ g & d per 31. primi, ducantur lineæ adinuicem æquediſtantes quæ ſint b c, d h, g z, & ab altero termino datæ lineæ quæ eſt a, ꝓducatur linea ſecans illas æquediſtantes in punctis z h c, quæ ſit a z h c. Dico ꝙ linea a c ſecundũ hanc ꝓportionem cum linea d h ſit æquediſtans lineæ g z ex hypotheſi, erit ex 2. ſexti ꝓportio lineæ a z ad lineam z h, ſicut lineæ a g ad li-

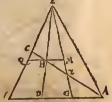


ad lineam d g.& cum linea b c ſit æquediſtans lineæ d h,erit per eandem 2. ſexti, & per 5.proportio lineæ a b ad lineam b d,ſicut lineæ a c ad lineam c h. Sed ex hypotheſi fiat ꝓportio lineæ a b ad lineam b d,ſicut lineæ h g ad lineam d g,erit ergo per 11.quinti ꝓportio lineæ a c ad lineam c h,ſicut lineæ a z ad lineam z h,linea ergo a c quæ producit̃ à puncto h termino lineæ datæ,ſecat ductas lineas æquediſtãtes b c,d h,g z,& ſecatur ꝑ illas ſecundũ ꝓportionẽ partium diuiſionis lineæ datæ a b,& hoc eſt propoſitum.

CXXIII.

Linea in duobus punctis taliter diuiſa,ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſimilis ſit proportioni alterius extremæ partis ad eam ſui partem,quæ utraſqꝫ interiacet ſectiones.ſi ab uno termino unius lineæ,& à punctis ſectionis ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum,& ab alio termino producatur linea ſecans illas tres ductas,erit linea producta ſecundum prædictum modum proportionabiliter diuiſa.

Eſto linea ꝓpoſita a b taliter diuiſa in punctis g & d,ut ſit proportio totius lineæ a b ad lineam b d,ſicut lineæ a g ad lineam g d,& à puncto b,& à punctis ſectionũ g & d ducantur tres lineæ concurrentes in unum punctũ e,quæ ſint g e,d e,b e,& à puncto a ducatur linea quæ ſit a c,ſecans illas tres lineas.ſ.g e in puncto z, & d e in puncto h,& b e in puncto c.Dico ꝙ erit proportio lineæ a c ad lineam c h,ſicut lineæ a z ad lineam z h.ducatur enim à puncto h lineæ æquediſtans lineæ a b per 31.primi,quæ ſit q h,palam ergo per 13. huius,qm̃ proportio lineæ a b ad lineam b d,conſtat ex proportionibus lineæ a b ad lineam h q,& lineæ h q ad lineam b d. Sed qm̃ linea q h æquediſtat lineæ a b,erit per 29.primi angulus c q h æqualis angulo c b a,ſed angulus c b a eſt cõmnis ambobus trigonis a b c & q h c,ergo per 32.primi illa trigona ſunt æquiangula,ergo per 46. ſexti erit ꝓportio lineæ a b ad lineã q h,ſicut lineæ a c ad lineã c h.ſimiliter

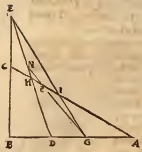


ꝗqꝫ trigona q e h & b e d ſunt ſimilia.eſt ergo ꝓportio lineæ q h ad lineã b d,ſicut lineæ h e ad lineã e d.Proportio ergo lineæ a b ad lineã b d per 13.huius cõponit̃ ex ꝓportiõe lineæ a c ad lineã c h,& lineæ h e ad lineã e d,ꝓducit̃ itaqꝫ in directũ linea q h ad lineã g e, quã ſecet in pũcto m,ꝓportio itaqꝫ lineæ a g ad lineã g d ꝑ 13.huius,cõſtat ex ꝓportiõe lineæ a g ad lineã g d,& lineæ h m ad lineã g d.Sed cũ angulus e m h ſit æqualis angulo z g d per 29.primi,erit per 13.primi ꝑ eandem 29.primi angulus h m z æq̃lis angulo z a g,ergo per 15.& 32.primi triangulus a g z erit æquiangulus triangulo h z m, ergo ꝑ 4.ſexti erit proportio lineæ a z ad lineam h z,ſicut lineæ a g ad lineam h m,ſed triangulus h e m,ut ſupra patet,ſimilis eſt triangulo g e d,erit ergo proportio lineæ h m ad lineam d g,ſicut lineæ h e ad lineam d e,ergo proportio lineæ a g ad lineam d g conſtat ex ꝓportione a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineã c d.Sed ex hypotheſi eadem eſt proportio lineæ a b ad lineam b d,quæ lineæ a g ad lineam d g,proportio lineæ a b ad lineam b d conſtat ex proportione lineæ a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineam e d. conſtat aũt ex proportione lineæ a c ad lineam c h,& lineæ h e ad lineam e d,ablata ergo utraqꝫ ꝓportione lineæ h e ad lineam d e.Reſtat,ut ſi eadem proportio lineæ a c ad lineam c h, q̃ lineæ a z ad lineam z h,& hoc eſt propoſitum.Non tamẽ oportet,ꝙ lineæ a b & a c ſint eiuſdem ſpeciei proportionis reſpectu ſuaꝝ partium,qm̃ cum ex præmiſſis lineæ a b ad lineam q h ſit proportio quæ lineæ a c ad lineam c h,& linea q h ſit maior q̃ linea b d ꝑ 4.ſexti,palam per 8.quinti,qm̃ minor eſt proportio lineæ a b ad lineam b d q̃ ſit lineæ a c ad lineam c h.Sunt ergo proportionabiles ſecundũ generalem ſimilitudinẽ proportionis.Eadem quoqꝫ demonſtratio eſt,quæcunqꝫ lineæ ducantur à puncto a , ſecantes illas tres lineas à tribus punctis a d g ad quodcunqꝫ punctum productas,ut ſupra c,uel ſub c, uel etiam ad aliam partem lineæ a b , ſemper enim linea ducta à puncto a , ſecans illas tres lineas,ſecabitur modo dicto,patet ergo propoſitum.

CXXIIII.

Duabus lineis angulariter cõiunctis, diuiſisq́ſ ſic ambabus, ut cuiuslibet ipſarum proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſit ſicut alterius extremæ partis ad illam ſui partem, quæ utraſq́ interiacet ſectiones, ſi producta baſi à punctis diuiſionis unius ducantur lineæ ad puncta diuiſionis alterius, non æquediſtantes adinuicem, neq́ baſi, neceſſe eſt productas lineas ambas cõcurrere cum baſe, producta in puncto uno.

Sit data linea a b taliter, ut proponitur diuiſa in punctis d & g. ſ. ut ſit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, ſicut lineæ a g ad lineam g d, adiunctaq́ſ ſibi angulariter linea a c, eodem modo diuiſa in punctis h z, ita, ut ſit ꝓportio lineæ a c, ad a h, ſicut lineæ a z, ad z h, ſi producatur baſis b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b c in directũ, & ducantur lineæ à punctis ſectionũ unius ad punctum ſectionis alterius, ut d h, g z, protrahanturq́ſ omnes lineæ illæ in continuũ & directum. Dico ꝙ omnes concurrent in puncto uno. Cum enim lineæ b c & d h non ſunt æquediſtantes, ex hypotheſi patet, ꝙ neceſſario concurrent, cõcurrant ergo in puncto q̃d ſit e, linea quoq́ g z neceſſario concurret cum illis. Cum non æquediſtet alicui illarũ, aut ergo ad idem punctũ e, ſic habemus propoſitum, aut ad aliũ punctum cum aliqua illarũ concurret, ſit illud punctũ n, in quo concurrit cum linea d e, ducatur itaq́ linea e g, ſecabit ergo linea e g lineam a c in alio puncto ꝗ̃ in puncto z, quoniã in puncto z ſecat ipſam linea n g, ſit illud punctum l, erit ergo per præmiſſa proportio lineæ a c ad lineam c h, ſicut lineæ a l ad lineam l h. fuit autẽ ex hypotheſi proportio lineæ a c ad lineam c h, ſicut lineæ a z ad lineam h z, ergo p 11. quinti erit proportio lineæ a l ad lineam l h, ſicut lineæ a z ad lineã z h, ergo per 18. quinti erit proportio lineæ a h ad lineam h z, ſicut lineæ a h ad lineã h l, erit ergo per 9. quinti linea h z æqualis lineæ h l, maior minori, q̃d eſt impoſſibile. Idẽ etiam patet per 12. huius, q̃m à puncto g productæ ſunt quatuor lineæ ſecantes lineam a h, palam ergo, ꝙ linea g z concurret cum lineis b c, d h in alio puncto ꝗ̃ in puncto e, quod eſt propoſitum. Similiter ſi ponatur ꝙ linea g z concurrat cum linea d h in puncto e, erit producto modo demonſtrandũ, ꝙ linea b c concurret cum ambabus illis in puncto e. & ſi lineæ b c & g z concurrant in puncto e, concurret linea d h cum eiſdem in eodem puncto e, patet ergo propoſitum.



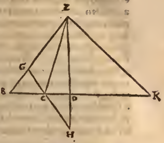
CXXV.

Linea taliter diuiſa, ut ſui totius ad alteram ſuarum extremarũ partium ſit proportio, ſicut alterius ſuæ partis extremæ ad eam ſui partẽ, quæ utraſq́ interiacet ſectiones, ſi à puncto concurſus linearum à termino, & à duobus punctis ſectionis productarum in puncto concurſus æquales angulos continentium, linea ad alium eius terminũ ducatur, neceſſe eſt ipſam ſuper mediam productarum perpendicularem eſſe.

Sit linea b k in punctis c & d taliter diuiſa, ut proponitur, ſitq́ſ proportio lineæ b k ad lineam k d, ſicut lineæ b c ad lineam c d, producanturq́ſ à punctis b c d lineæ nõ æquediſtantes, quæ per proximam concurrent in puncto uno, ſit punctus concurſus z, & lineæ productæ ſint b z, c z, d z, ſitq́ſ angulus b z c æqualis angulo c z d, & ducatur linea z k. Dico ꝙ angulus c z k eſt rectus, à puncto enim c ducatur per 31. primi linea æquediſtans lineæ z k quæ ſit c h, quæ producta ſecabit lineã z b per 2. huius, ſecet ergo ipſam in puncto g. & producatur linea z d, donec concurrat cum linea g c h, concurret autem per 2. huius, & ſit concurſus punctus h, quia igitur ex hypotheſi eſt ꝓportio lineæ b k ad lineam k d, ſicut lineæ b c ad lineam c d, erit per 16. quinti permutatim proportio lineæ

b k ad

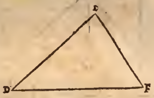
b k ad lineam b c,ſicut lineæ k d ad lineam c d,ſed per 29.primi trigona b z k & b g c ſunt æquiangula,ergo per 4.ſexti eſt proportio lineæ b k ad lineam b c,quæ eſt lineæ z k ad lineam g c, ergo per 11.quinti erit proportio lineæ z b ad lineam g c,ſicut lineæ k d ad lineam d e,Sed quæ eſt proportio lineæ k d ad lineam d c,eadem eſt lineæ k z ad lineam c h per 15. & per 29.primi,& per 4.ſexti,quia trigona k d z & c d h ſunt æquiangula,habet itaq; linea z k ad ambas lineas g c & h c eandem proportionẽ,ergo per 9. quinti linea g c eſt æqualis lineæ c h,ſed per 3.ſexti eſt proportio lineæ g c ad lineam c h,ſicut lineæ g z ad lineam z h,cum linea z e diuidat angulum g z h per æqualia, eſt ergo linea g z æqualis lineæ z h,& quoniã linea g c eſt æqualis lineæ c h,& linea g z æqualis lineæ z h, & latus c z eſt cõmune ambobus trigonis g z c & h z c,erit per 8.primi angulus z c h æqualis angulo z c g,uterq; ergo ipſorum eſt rectus,ergo per 29.primi k z c eſt rectus,lineæ z k & c k ſunt æquediſtantes,patet ergo propoſitum.

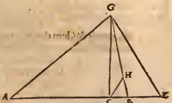


CXXVI.

Diuiſa linea per inæqualia, poſſibile eſt minori ſuæ parti lineã adiungi, ita,ut ſi illud quod fit ex ductu totius lineæ diuiſæ cum adiecta in ipſam adiectam,æquale ſit quadrato eius, quæ conſtat ex minore & adiecta.

Sit data linea a b diuiſa per inæqualia in puncto c,ſitq; linea a c maior q̃ linea b c. Dico q eſt poſſibile inuenire quandam lineam,quæ adiecta ipſi lineæ b c,id efficiat, ut hoc qd' fit ex ductu lineæ compoſitæ ex linea a b,& ex adiecta in ipſam adiectã ſit æquale quadrato lineæ quæ conſtat ex b c parte minore,& ex adiecta,aſſumatur enim quædam alia linea æqualis,uel minor linea a b,quæ ſit d e,& quæ eſt proportio lineæ a c ad lineam b c,eadem ſit proportio lineæ d e ad quandã aliam lineam per 3.huius,quæ ſit e f,aſſumaturq; linea d f æqualis lineæ a b,& qm̃ ex lineis d e,e f,d f quæcũq; duæ ſimul iunctæ maiores ſunt tertia, ut patet ex præmiſſis, poſſibile eſt conſtitui triangulũ per 25.primi,conſtituatur ergo & ſit d e f,ſuper terminũ itaq; lineæ a b quæ eſt a,conſtituatur angulus æqualis angulo e d f per 23.primi,qui ſit g a b,& reſecetur linea a g ad æqualitatẽ lineæ d e,& ducatur linea g b,ergo per 4.primi, cum linea d f ſit æqualis lineæ a b,& linea a g æqualis lineæ d e, & angulus g a b ſit æqualis angulo e d f,erit linea g b æqualis lineæ e f,& reliqui anguli trigoni a g b æquales erunt reliquis angulis trigoni d e f,ducatur itaq; linea g c,& qm̃ proportio lineæ d e ad lineã d f, ſicut lineæ a c ad lineam c b,erit proportio lineæ a g ad lineam g b, ſicut lineæ a c ad lineam c b per 7.quinti,ergo per 3.ſexti angulus a g b diuiſus eſt per æqualia: palam autẽ, q angulus g c b eſt acutus, ſi eni ſit rectus,tũc trianguli a g c & g c b æquianguli per 32.primi,quoniã ad punctum g duorũ ipſorum anguli ſunt æquales,ergo latera eorum ſunt ꝓportionabilia per 4.ſexti,erit ergo proportio lateris a c,ad c b, ſicut lateris g c ad ſeipſum: æqualis eſt ergo linea a c lineæ c b, quod eſt contra hypotheſim & impoſſibile. Si uero angulus g c b detur eſſe obtuſus maior angulo g c h,palam per 32.primi,qm̃ angulus g b c eſt minor angulo g a c,ergo per 18.primi in trigono a g b latus g b maius eſt latere a g,& quia eſt proportio lineæ l g ad lineã g a,ſicut lineæ b c ad lineã c a,erit per 5.huius p ꝓportionẽ.ſ.econtrario latus b c maius q̃ latus a c,qd' eſt contra hypotheſim,palam ergo,qm̃ angulus g b c eſt acutus.ducatur itaq;



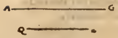


per 31.primi à puncto c linea c h æquediſtans lineæ g a,ſecans lineam g b in puncto h, erit ergo per 29.primi angulus g c b æqualis angulo c g a,ergo & angulus c g h,erit ꝙq; angulus h c b æqualis angulo g a c.Super punctū itaq; g terminū lineæ b g fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g a c,ergo & angulo h c b qui ſit b g i,& quia angulus g c b eſt æqualis duobus angulis c g a & c a g,ut patet ex præmiſſis,& per 32. primi erit angulus a g c æqualis angulo g c b,& qm̄ angulus g c b eſt acutus:palam,quia ergo p. 14. huius,qm̄ lineæ g i & c b concurrent,ſit punctus concurſus i,ergo per 6.primi erit latus g i æquale lateri c i,quia itaq; angulus b g i eſt æqualis angulo g a i,& angulus g i a cōmunis ambobus trigonis a g i & b g i, erit per 32.primi angulus a g i æqualis angulo g b i,ergo per 4.ſexti erit proportio lineæ a i ad lineam a g,ſicut lineæ i g ad lineam b i.Sed linea i c eſt æqualis lineæ g i,ergo per 7.quinti eſt proportio lineæ a i ad lineam c i,ſicut lineæ c i ad lineam b i,ergo per 16.ſexti illud qđ fit ex ductu lineæ a i ad lineam b i eſt æquale quadrato lineæ c i,eſt autē linea b i lineæ b c adiecta,palam ergo ꝑpoſitū.

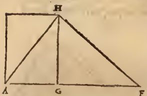
CXXVII.

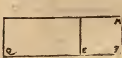
Propoſitis duabus lineis,poſſibile eſt uni ipſarum lineam aliam adiungere,ita,ut illud quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam æquale ſit quadrato reliquæ datarum.

Verbi gratia:Proponantur duæ lineæ q e & a g,dico ꝙ poſſibile eſt uni ipſarum ut



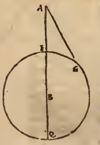
lineæ q e adiungere quandā aliam lineam cuiuſcunq; ſit quantitatis,ita ꝙ id quod fit ex ductu lineæ q e,cū adiuncta in ipſam adiunctam æqualis ſit quadrato lineæ h g. quadretur ergo linea a g per 45.primi,& ſit eius quadratū a h,& linea a g producta reſecetur in puncto f,ita,ut linea g f ſit æqualis lineæ a g, ducaturq; linea b f,palam,qm̄ triangulus a h f æqualis eſt quadrato lineæ a h,eſt ergo paralellū a h duplum trigono a h g per 41.primi,& trigonum a b f eſt duplum eidem trigono a h g per 1.ſexti,hac ergo triangula ſuperficie ꝑ poſita,& linea q e,poſſibile eſt per 18.ſexti ſuper datam lineam q e datæ ſuperficiei trilatere a h f æquum paralellum conſtituere,qđ addat ſuper cōpletionē datæ lineæ q e ſuperficiem quadratā dato quadrato a h ſimile, ſit ergo conſtituta,& paralellū ſit q m æquale trigono a h f conſtitutū ſuper lineam q e,addens ſuper completionem datæ lineæ q e quadratū e m ſimile quadrato a h.palam ergo, ꝙ illud quod fit ex ductu datæ lineæ q e,cum adiecta e z in ipſam adiectam lineam e z,uel eius æqualem lineam z m,eſt æquale propoſito trigono a h f,ergo & eius æquali.ſ.quadrato lineæ a h,& hoc eſt propoſitum,qm̄ lineæ e z eſt lineæ q e taliter,ut proponitur adiuncta.poteſt & idem declarari aliter:deſcribatᷓ enim circulus,cuius diameter ſit q e,& eius centrum b,ducaturq; linea contingens circulū,ut contingit in puncto g per 16.tertij,referent ad æqualitatem lineæ a g,& ſit g a,& ab eius termino a ducatur linea per centrum b,ſecans periferiam circuli in puncto e & q,quia ergo id qđ fit ex ductu lineæ q e in lineam a e,eſt æquale quadrato lineæ a g per 35.tertij,patet ꝙ lineæ q e eſt adiecta linea e a,ut proponebatur.





CXXVIII.

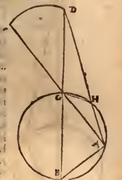
Sumpta circuli diametro,& ſumpto in circumferentia puncto æqualiter diſtante à terminis diametri,poſſibile eſt ab eodem puncto ad diametrum eductam,extra circulū ducere lineam rectam,quæ à circumferentia circuli extra circulū uſq; ad concurſum cum diametro ſit datæ lineæ æqualis.



Eſto data linea q e,ſitq; g b diameter dati circuli quæ ſit a b g,& ſit a punctus

punctus datus in circuli circumferentiã æqualiter diſtans ab extremis terminis diametri quæ ſunt g & b. Dico ꝙ poſſibile eſt ab a puncto periferiæ circuli duci lineam uſqꝫ ad eductã diametrũ g b, quæ ſit æqualis datæ lineæ q e. ducant̃ quoqꝫ duæ lineæ a b & a g, illæ ergo neceſſario erũt æquales ex hypotheſi, q̃m punctus a æqualiter diſtat à terminis diametri g & b, & adiungatur lineæ q e linea talis, ut illud qđ fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctã æquale ſit quadrato lineæ a g per præcedentem proximæ, & ſit adiuncta e z. Cũ ergo id qđ fit ex ductu q z in e z ſit æquale ei qđ fit ex ductu lineæ a g in ſeipſam, erit linea q z maior q̃ linea a g, & linea e z minor illa, ſi enim linea e z fuerit maior, uel æqualis lineæ a g, tunc eſt impoſſibile, ut id qđ fit ex ductu q z in lineam e z, ſit æquale quadrato lineæ a g, q̃m linea q z eſt maior q̃ linea e z, ut totum parte. Si autẽ linea e z ſit minor q̃ linea a g, palã, quoniã linea q z eſt maior q̃ linea a g, ꝓducat̃ ergo linea a g donec fiat æqualis lineæ e q per 3. primi, & ſit a g e, poſito ergo pede circini ſuper punctũ a, fiat circulus ſecundũ quantitatẽ lineæ a g c, qui circulus ſecabit diametrum b g eductã, ſecet ergo ipſam in puncto d, & ducatur linea a d, quæ neceſſario ſecabit circulũ, quoniã concurrit cum diametro: ſi enim non ſecet circulũ, contingens erit & æquediſtans diametro g b, nunqꝫ concurrrens cum eadem, quia ex hypotheſi lineæ a g & a b ſunt æquales, & punctum a æqualiter diſtat ab utriſqꝫ terminis diametri. ſ. b & g, ſecet ergo d a circulum a g b in puncto h, & ducatur linea g h, palam ergo, ꝙ cum ſuperficies a b g h ſit quadrãgulum ſuper circulum deſcriptum, ꝙ duo eius anguli oppoſiti. ſ. a g b & g h a ualent duos rectos per 21. tertij, ſic a g b æqualis eſt angulo a b g per 6. primi, angulꝰ ergo a g b cum angulo a g h ualet duos rectos. Cum itaqꝫ per 13. primi angulus g d a cum angulo a g b ualeat duos rectos, palã, quia angulus a h g erit æqualis angulo d g a, & angulus a h g cõmunis eſt totali triangulo a d g, & partiali trigono, qui eſt h a g, reſtat ergo per 32. primi, ut angulus h d g ſit æqualis angulo h g a, & totalis triangulus d g a æquiangulus triãgulo g h a, ergo per 4. ſexti latera ipſorum æquos angulos reſpiciẽtia ſunt proportionalia, eſt ergo ꝓportio lateris d a ad latus a g, ſicut lateris a g ad latus a h. Illud uero qđ fit ex ductu lineæ d a in lineam a h, eſt æquale quadrato lineæ a g per 16. ſexti, ſed linea d a eſt æqualis lineæ a c, per diffinitionẽ circuli, ergo linea d a eſt æqualis lineæ q k a, quoniam linea c a ex præmiſſis eſt æqualis lineæ q z, quia uero illud qđ fit ex ductu lineæ d a in lineã h a eſt æquale quadrato lineæ a g, qđ ex præmiſſis eſt æquale ei qđ fit ex ductu lineæ q z in lineã e z, ꝑ illud patet, q̃d fit ex ductu lineæ a d ad lineã h a, eſt æq̃le ei q̃d fit ex ductu lineæ q z in lineã e z, & linea d a eſt æqualis lineæ q z, relinquit̃ ergo ut linea a h ſit æqualis lineæ e z, erit ergo linea d h æqualis ipſi lineæ q e. q̃ eſt data linea, eſt aũt à dato in ꝑiferia circuli pũcto a ad cõcurſum diametri b g ſic ꝓducta, patet ergo ꝓpoſitũ.

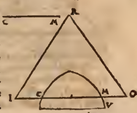




CXXIX.

Inter duas rectas angulariter coniunctas à dato puncto rectam ducere, cuius una partium interiacens unam coniunctarum, & datum punctum ſit cuicunqꝫ datæ lineæ, & inſuper reliquæ ſuæ parti datum punctum & alterã coniunctarum interiacenti æqualis.

Exempli cauſa: Sit, ut duæ lineæ rectæ in puncto uno angulariter coniungantur, quæ ſunt f r & c r concurrẽtes in puncto r, inter quas ſit datus punctus m, & ſit data linea m c, proponit̃ nouus, ut à puncto m ducatur linea recta intra lineas c r & f r, ſecans illas in puncto o uel l, ita, ut eius pars quæ eſt l m, ſit æqualis datæ lineæ a c, & inſuper reliquæ ſuæ parti quæ eſt m o. ad hoc autem per lineas rectas uel circulares demonſtrandũ, longus labor & multæ diuerſitatis nobis incidit, & non fuit nobis hoc poſſibile complere per huius lineas abſqꝫ motu & imagina

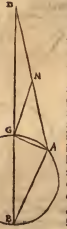


tione

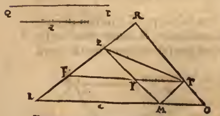
tione mœchanica, ita, cum lineæ f r & c r datæ ſint nobis indefinitæ, linea l o fixa in puncto m, imagineẽ mœchanice quouſq; nobis accidat res quæſita, hoc tñ Appollonius Pergeñ. in libro ſuo de conicis elementis libro ſecundo, propoſitione quarta, per deductionem ſectionis ampligoniæ à dato puncto inter duas lineas aſſumpto, nullā earum linearum ſecante demonſtrauit, cuius nos demonſtrationē, ut à multis ſui libri principijs præambulis dependentẽ hic ſuppoſuimus, et ipſa utimur ſicut demonſtrata.

CXXX.

Sumpta circuli diametro, & ſumpto in circumferentia puncto inæqualiter diſtante à termino diametri, poſſibile eſt aſſumpto puncto ad eductam diametrum lineam ducere, quæ uel cuius pars interiacens periferiam & diametrum ſit datæ lineæ æqualis.

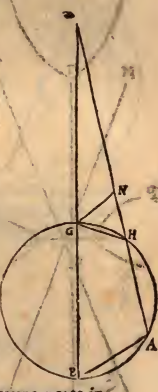


Diſponantur omnia ut in 128. huius, niſi ꝙ punctus datus in circumferentia circuli qui ſit a inæqualiter diſtat à terminis diametri quæ ſint g & b, eruntq; lineæ a b & a g inæquales, ideo ꝙ punctū a inæqualiter eſt diſtans à punctis g & b, protrahaẽ ergo à puncto g linea æquediſtans lineæ a b ex 31. primi, quæ ſit g n, & ſumatur linea quæcunq; utpote z c, & fiat ſuper punctū eius z angulus æqualis angulo a g d per 23. primi, qui ſit angulus c z f ducta linea z f, & ducatur à puncto c linea æquediſtans lineæ z f ut prius, quæ ſit c m, & ex angulo c z f, ſecetur angulus æqualis angulo a d g per 27. huius, qui ſit c z m, ducta linea z m, quæ per 2. huius neceſſario concurret cum linea c m, cū ſit ducta inter æquediſtantes, ſit ergo punctū concurſus m, reſtat ergo ut angulus m z f ſit æqualis angulo a g n. à puncto itaq; c ducatur linea æquediſtans lineæ z m quæ ſit c o. & quoq; neceſſario concurrent cum linea f z per 2. huius, ſit ergo earum concurſus in puncto r, ſumaẽ quoq; per 3. huius linea, cuius proportio ad lineā z c ſit ſicut diameter g b ad lineam q e lineā datam, & hæc ſit linea i, deinde à puncto m dato inter duas lineas r f & r o ducatur a d per præmiſſam linea quæ ſit l c m e, ſecās lineā l r in puncto l, & lineā r o in puncto o, ita, ut eius pars c m ſit æqualis datæ lineæ i, & eius pars l e ſit æqualis lineæ m o, & à puncto c ducaẽ linea c f æquediſtans lineæ l o per 31. primi. hic quoq; per 29. primi huius ſecabitur a linea z m, ſit ergo punctus ſectionis y, fiat ergo ſupra punctū a terminū lineæ g a punctū s, qd'. eſt in circūferētia circuli, angulus d a g æq̃lis angulo z f c p lineā a n d, palā aūt, ꝙ hæc linea cōcurret cum ꝓducta diametro g d, cū eni angulus d a g ſit æqualis angulo z f c, & angulus a g n æq̃lis angulo f z m, & angulus n d g eſt æq̃lis angulo c z m, totusq; angulus a d g æqualis toti angulo f z c, & cū lineæ f c & z c cōcurrāt, ergo & lineæ a d & g d cōcurrēt, ergo linea a d cōtinget circulū aut ſecabit ipſum. Sit ergo linea a d primo cōtingēs circulum in puncto a, cū ergo angulus g a n ſit æqualis angulo z f c, & angulus g a n ſit æqualis angulo f z m, palam per 32. primi quia angulus a n g erit æqualis angulo z y f, eritq; triangulus a g n æquiangulus triangulo z f y, ergo per 4. ſexti proportio lineæ a n ad lineam a g, ſicut lineæ f y ad lineam f z. Similiter cum angulus a g d ſit æqualis angulo f z c, etiam angulus g a d æqualis angulo z f c, erit per eandem triangulus a g d ſimilis triangulo f z c, ergo ut prius quæ eſt proportio lineæ a g ad lineā g d, eadem eſt lineæ f z ad lineam z c. Si ergo quæ eſt proportio lineæ a n ad lineam a g, eadem eſt lineæ f y ad lineam f z, & quæ eſt ꝓportio lineæ a g ad lineam g d, eadem eſt lineæ f z ad lineam z c, erit ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. quinti, ut quæ eſt ꝓ



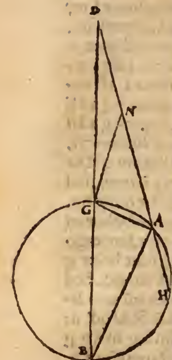
portio

portio lineæ a n ad lineam g d, eadem ſit lineæ f z ad lineam z t, quia uero linea t m eſt
æquediſtans lineæ f l, & linea f t æquediſtans lineæ l m, erit ſuperficies l f c m æquediſtã
tibus contenta lateribus. palam ergo per 34. primi, q̃m linea f t eſt æqualis lineæ l m,
quaſi erit linea f t æqualis lineæ ç d, quoniã linea m o eſt æqualis ipſi l c per præmiſſam,
linea ergo c m addita utriq;, adhuc ſunt æquales, eritq; l m æqualis lineæ c o, ſed linea m
o eſt æqualis lineæ y t per eandem 34. primi, & linea y m eſt æqualis lineæ t o, reſtat er-
go, ut linea f y ſit æqualis lineæ c m, ſicut linea c m ex præmiſſis eſt æq̃lis lineæ i, eſt au-
tem ex præmiſſis & per 5. huius proportio lineæ i ad lineam z c, ſicut diameter b g ad li
neam e q, erit ergo per 7. quinti proportio lineæ f y ad lineam t z, ſicut diameter b g ad li
neam e q, quia uero eſt proportio lineæ a n ad lineam g d, ſicut lineæ f y ad lineam z t,
ergo per æq̃uiproportionalitatẽ per 22. huius erit proportio lineæ a n ad lineam g d, ſi-
cut lineæ g b ad lineã e q, uerum angulus g a n eſt æqualis angulo g b a ex 31. tertij, ſed
angulus n g d eſt æqualis angulo g b a per 29. primi, quia linea n g æquediſtat lineæ b a,
igitur angulus n g d æqualis eſt angulo n a g, & angulus n g d eſt cõmunis ambobus tri
gonis n d g & a d g, ergo per 32. primi erit angulus d n g æqualis angulo d g a, ſunt ergo
dicti trianguli æquianguli, erit ergo per 4. ſexti proportio lineæ a d ad g d, ſicut lineæ g
d ad n d, ergo p 16. ſexti erit id q̃d fit ex ductu lineæ a d in d n æquale quadrato g d. Sed
id q̃d fit ex ductu lineæ b d & g d, per 35. tertij eſt æquale quadrato d a, quadratũ uero li-
neæ d a eſt æquale ei q̃d fit ex ductu lineæ a d in d n & a d in a a per 2. ſecundi. & id q̃d fit
ex ductu lineæ b d in d g, eſt æquale quadrato lineæ d g, & ei q̃d fit ex ductu b g in d g p
3. ſecundi. Ablatis ergo æqualibus hinc inde quæ ſunt quadratũ g d & rectangulũ a d n,
reſtat id q̃d fit ex ductu lineæ a d in a n ſit æquale ei q̃d fit ex ductu lineæ b g in d g, erit-
q; per 15. ſexti proportio lineæ a n primæ ad lineam g d ſecundã, ſicut lineæ b g tertiæ
ad lineam a d quartã. oſtenſum eſt autem ſupra, ꝙ eſt proportio lineæ a n ad lineã g d,
ſicut lineæ b g ad lineam e q, erit ergo per 9. quinti linea e q æqualis li-
neæ a d, q̃d eſt propoſitum, q̃m ipſa linea a d eſt datæ lineæ æqualis, in
teriacet autẽ periferiã circuli & eductã diametrum, eo, ꝙ eſt contingẽs
circulum. Q̃d ſi linea a d non ſit contingens, ſed ſecans circulum, aut
igitur linea a g eſt maior q̃ linea a b, aut econtrario. Sit autem nunc li-
nea a g maior q̃ linea b a, palam, quia linea à puncto a ad diametrũ b g
extra circulum ducta, ſecabit circulũ in arcu a g. ſit ergo ut ſecet ipſum
in puncto h, & ductam lineã h g, palam itaq;, cum quadrangulũ a b g h
ſit inſcriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 21. tertij ſunt
æquales duobus rectis. ducatur quoq; linea g n æquediſtans lineæ b a,
erit ergo per 29. primi angulus n g d æqualis angulo g b a, ergo angu-
lus n g d, & angulus a h g ſunt æquales duobus rectis. Sed per 13. primi
angulus n h g cum angulo a h d ualet duos rectos, ergo a g d eſt æqualis
angulo n h g, angulus uero n g d eſt cõmunis ambobus trigonis g d n
& h g d, erit ergo tertius angulus qui eſt d n g, æqualis tertio qui eſt d g
h per 32. primi, ergo per 4. ſexti latera æquos angulos reſpicientia ſunt
proportionalia, eſt igitur proportio lineæ h d ad lineam d g, ſicut lineæ
d g ad lineã d n, ergo p 16. ſexti illud q̃d fit ex ductu h d in d n eſt æquale
quadrato g d. & illud q̃d fit ex ductu a d in d h eſt æquale ei q̃d fit ex du
ctu b d in d g per 35. tertij. Item illud q̃d fit ex ductu a d in d h eſt æqua-
le ei q̃d fit ex ductu d h in d n, & d g in a n per 1. ſecundi. Illud uero quod
fit ex ductu b d in d g, eſt æquale ei q̃d fit ex ductu b g in g d, & quadra-



to g d per 3. ſecundi. Ablatis igitur æqualibus ab utriſq;. ſ. quadrato a g ex una parte in
illo q̃d fit ex ductu d h in d n, ex altera reſtat, ut illud q̃d fit ex ductu d h in a n, ſit æquale
ei q̃d fit ex ductu b g in d g, erit ergo per 15. ſexti proportio a n primi ad g d ſecundũ, ſi-
cut b g tertij ad d h quartũ, ſed probatum eſt in præcedentibus, ꝙ proportio lineæ a n ad
lineam d g eſt ſicut diameter b g ad lineam e q, igitur per 9. quinti linea d h eſt æqualis li
neæ e q, q̃d eſt ꝓpoſitum. Si uero linea a g a g ſit minor q̃ linea h a, ſecabit linea d a cir-
culum in arcu a b. Sit ergo ut ſecet ipſum in puncto h, & ducatur linea g h in lineã g e,

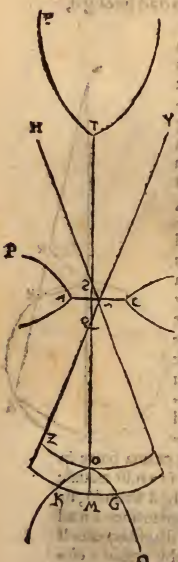
æquediſtans lineæ b a, palam ergo per 29. primi, quoniam angulus n g d eſt æqualis angulo a b g, ſed angulus a b g eſt æqualis angulo a h g per 26. tertij, quoniam ambo cadunt in arcu g a, & ſunt ſuper circumferentiã circuli, ergo angulus n g d eſt æqualis angulo a b g, ſed angulus a b g eſt æqualis angulo a h g per 26. tertij, q̃m ambo cadunt in arcu g a, & ſunt ſuper circũferentiam circuli, ergo angulus n g d eſt æqualis angulo a b g, & angulus n d g cõmunis eſt ambobus trigonis. ſ. n d g & d b g, eſt ergo tertius d n g æqualis tertio. ſ. d h g per 32. primi, ergo per 4. ſexti erit proportio lineæ h d ad lineam d g, ſicut lineæ d g ad lineã d n, ergo per 16. ſexti illud quod fit ex ductu h d in d n, eſt æquale quadrato lineæ g d. Sed illud q̃d fit ex ductu b d in d g per 35. tertij, eſt æquale ei ꝙ fit ex ductu h d in d a. Illud autem q̃d fit ex ductu h d in d a, eſt per 1. ſecundi æquale ei q̃d fit ex ductu lineæ h d in d n, & lineæ h d in n a. Illud uero q̃d fit ex ductu lineæ b d in d g per 3. ſecũdi, ualet illud q̃d fit ex ductu lineæ b g in g d & quadratũ g d. Ablatis ergo æqualibus hinc inde, erit illud quod fit ex ductu h d in n a æquale ei, q̃d fit ex ductu b g in g d, erit ergo ut prius proportio lineæ a n ad lineam d g, ſicut lineæ b g ad lineã h d. Sed iam oſtenſum eſt ſupra q̃d eſt proportio lineæ a n ad lineam d g, ſicut lineæ b g ad lineam e q, igitur linea e q eſt æqualis lineæ h d per 9. quinti, quod eſt ꝓpoſitum, q̃m à puncto a dato, ducta eſt linea ſecans circulum, cuius pars à puncto ſectionis uſq; ad concurſum cum diametro producta, æqualis eſt datæ lineæ, patet ergo quod proponebatur.



CXXXI.

Inter duas rectas ſe ſecantes ex una parte à puncto dato hyperbolem, illas lineas nõ contingentem ducere ex alia parte, cõmunis puncti illarum linearum hyperbolem priori oppoſitam deſignare, ex quo patet, ꝙ cum fuerint duæ ſectiones oppoſitæ inter duas lineas, & producatur linea minima ab una ſectione ad aliam, erit pars illius lineæ interiacens unam ſectionum, & reliquã lineam æqualis ſuæ parti aliam ſectionũ, & reliquã lineam interiacenti.

Quod hic proponitur, demõſtratum eſt ab Appollonio in libro ſuo de conicis elementis, ducuntur autẽ ſectiones ampligoniæ ſiue hyperbolæ oppoſitæ, quando gibboſitas unius ipſarũ ſequit̃ gibboſitatem alterius, ita, ut illæ gibboſitates ſe reſpiciant, & ambarũ diametri ſint in una linea recta. Verbi gratia: Sit ut duæ lineæ h l & z n ſecẽt ſe in puncto x, & ex una parte ipſarum. ſ. ſub angulo b x z, uel ſub angulo h x n à dato puncto qui ſit t, & ducatur ſectio ampligonia quæ ſit t p, & ex altera parte ſub angulo n x l, uel ſub angulo z x l, ducatur ſectio illi oppoſita quæ ſit c u, ita, ꝙ diametri quarumlibet oppoſitarũ ambarũ ſectionum illarũ ſint in una linea quæ ſit t c, à uertice unius ad uerticẽ alterius producta, quæ neceſſario eſt minima omniũ linearum inter illas duas ſectiones productarũ, & ex ijs declarauit Appollonius illud q̃d correlatiue proponitur. ſ. ꝙ ſi linea t c ſecet lineam h l in puncto f, & lineam z n in puncto q, ꝙ linea t q erit æqualis lineæ c f, & ſi linea t c pertranſeat punctum x, erit linea t x æqualis lineæ x c, & nos utimur hoc illo, ut per Appolloniũ demonſtrato, & propter conformitatẽ portionis ſectionum reſpectu linearum ſe interſecantium, patet ergo propoſitum.



CXXXII.

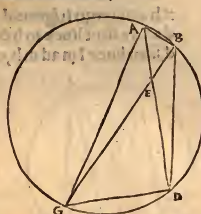
In uertice alterius conicarum ſectionum poſito pede circini

cini immobili, ſecundum quantitatẽ lineæ breuiſſimæ inter illas ſectiones ductæ, deſcriptus circulus ſectionem reliquã continget, ſecundum uero maiorem, in duobus tantum punctis reliquam ſecabit.

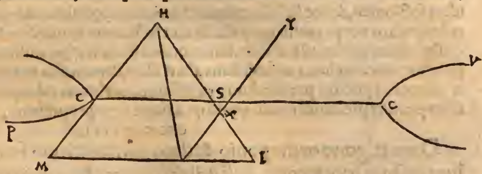
Quod hic proponitur, facile eſt, & ſola indiget declaratiõe: Sint enim ut in præcedẽti propoſitione duæ ſectiões conicæ oppoſitæ adinuicem, quæ ſint t p & c u, inter quas linea minima uertices. ſ. ambarũ ſectionum continuans, ſit linea t c, ſit & poſito in altero punctorũ t uel c pede circini, utpote in puncto t deſcribatur circulus ſecundum quantitatem diametri t c, hic ergo circulus, quia ſectionem c u non attingit niſi in puncto c, & omnes aliæ lineæ ducibiles inter ipſas ſectiones, ſunt maiores q̃ linea t c, ſunt ergo maiores ſemidiametro circuli, ſecabuntur ergo omnes per circulũ, nec attinget circulus alicubi ſectionem niſi in pũcto c, patet ergo primũ propoſitorũ, ꝙ ſi linea t g ſemidiameter circuli ſit maior q̃ linearũ minima, ſunt oppoſitas ſectiones productarũ ut eſt t c, patet, qm̃ illa minima linea inter ſuperficiẽ ſectionis producetur ad periferiã circuli, ut in punctum m, aliqua ergo ſuperficies cõmunis erit circulo & ſectioni, circulus ergo & ſectio ſecabunt, hæc itaq; ſectio nõ erit niſi in duobus tantũ punctis g & k, qd' per modũ 10. tertij conuinci poteſt, patet ergo propoſitum.

CXXXIII.

A puncto dato in circuli circumferentia extra diametrũ, poſſibile eſt ducere lineam per diametrum ad circumferentiã, ita, ut pars eius interiacens diametrum & reliquam partem circumferentiæ ſit æqualis lineæ datæ eidem circulo inſcriptibili præmiſſo modo, ſed harum linearum æqualium ab eodem puncto dato in eodem circulo producibiles ſunt tantum duæ.

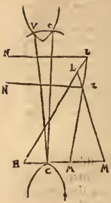


Eſto circulus a b g, cuius diameter ſit b g, & pũctus dat9 ĩ ſui circũferẽtia ſit a, & ſit h z linea data minor diametro b g, p̃miſſo modo poſſibile inſcribi circulo. Dico, ꝙ à puncto a poſſibile eſt ducere lineã trãſeuntẽ p diametrũ b g, cui9 pars interiacẽs diametrũ b g & circũferentiã ſit æq̃lis lineæ datæ q̃ h z, ducant̃ enĩ in circulo lineæ b a & a g, & ſup punctũ h lineæ datæ h z, fiat angulus æq̃lis angulo a g b, q ſit m h z, ducta linea m b ſup idẽ punctũ h, fiat angulus æqualis angulo a b g, q ſit l h z, ducta linea h l, & à pũcto z ducat̃ linea æque diſtãs lineæ h m q̃ ſit z n, q̃ qdẽ ſecabit lineã h l. ſit ut ſecet ipſam in pũcto x, & à pũcto z iterũ ducat̃ alia linea æquediſtãs lineæ h l quæ ſit z c, ſecans lineã h m in puncto t, ſecabit autem per 4. huius, & à puncto t ducatur ſectio conica quæ ſit t p, ſicut præmiſſum eſt in 131. huius. hæc itaq; ſectio nõ continget aliquã linearũ z n & h l, inter quas ipſa iacet. Similiter fiat ſectio alia conica, iſti oppoſita, inter eaſdem lineas ex parte alia quæ ſit c u, & inter illas ſectiones dictarũ omniũ linearũ minima ducta à puncto t ad ſectioem c u ſit



linea t c. hæc ergo linea t c ſi fuerit æqualis diametro circuli b g, circulus factus ſecundũ ſemidiametrum t c, poſito puncto circuli in puncto t, palam, quia ſectionem c u continget. Si uero linea t c fuerit minor diametro b g, circulus factus modo prædicto ſecundũ quantitatẽ lineæ b g, ſecabit ſectionem c u in duobus punctis, ut patet per præmiſſam. ſit ergo nunc primũ linea t c æqualis diametro b g, cum ergo linea t c ducatur ad ſectionem co

nem conicam, quæ interiacet lineas h l & z n, neceſſario ſecabit linea t c illas ambas lineas, quas ſi in puncto x, qui eſt punctus cōmunis ſectionis illarum lineaꝝ ſecauerit, erit linea t x æqualis lineæ x c, ꝙ ſi ipſas in alijs punctis ſecuerit, ſecet ergo lineam z n in puncto q, & lineā h l in puncto f, & ducatur à puncto z per 31. primi linea æquediſtans ipſi lineæ t c, quæ per 2. huius ſecabit lineas h m & h l, ſicut etiā ſua æquediſtans t c, ſecet ergo eas in punctis l & m, & ſit ipſa linea m z l, ſuper diametrū ergo g b terminum g per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo h l m, qui ſit angulus b g d, & ducantur duæ lineæ a d, b d. palam ergo, cum angulus g a b ſit rectus per 30. tertij, ꝙ alij duo anguli trianguli g a b & a b g ualent rectum per 32. primi, angulus ergo l h m, qui æqualis eſt illis duobus angulis, eſt rectus, ergo æqualis angulo g a b, angulus uero h l m eſt æqualis angulo d g b, ergo per 32. primi angulus tertius unius trigonoꝝ g b d & h l m erit æqualis angulo tertio alterius. ſ. angulus h m l, angulus g d b, erit ergo per 4. ſexti proportio lineæ g b ad b d, ſicut lineæ l m ad m h. ſit aūt punctus in quo linea a d ſecat diametrū b g punctus e, quia ergo per 26. tertij angulus a d b eſt æqualis angulo b a g, quia cadunt in eundem arcum qui a b, & angulus b g a æqualis angulo m h z, ex præmiſſis erit ergo angulus a d b æqualis angulo m h z. & patuit prius, ꝙ angulus d b g eſt æqualis angulo h m z, erit ergo tertius angulus trianguli d e b per 32. primi æqualis tertio angulo trigoni m h z. ſ. angulus d e b angulo m z h, quia ergo trigona d e b & m z h ſunt æquiangula, erit per 4. ſexti proportio lineæ b d ad d e, ſicut lineæ m h & h z. oſtenſum eſt autē ſuperius, ꝙ eſt proportio lineæ g b ad b d, ſicut lineæ l m ad m h, ergo per 22. quinti erit per æquā proportionē ꝑportio lineæ b g ad d e, ſicut lineæ l m ad h z. Sed ſicut per 131. huius declaratum eſt, patet ꝙ linea q t eſt æqualis lineæ f c, ſed linea t q eſt æqualis lineæ m z per 32. primi, cum paralellū m t q z ſit æquediſtantiū laterum, ut patet ex præmiſſis. eſt igitur linea m z æqualis lineæ f c, ſed per eandem 34. linea z l eſt æqualis lineæ t h, eſt igiť totalis linea m l æqualis totali lineæ t c, ergo per 7. quinti eſt proportio lineæ t c ad h z, ſicut lineæ l m ad h z, eſt ergo proportio lineæ g b ad lineam d e, ſicut lineæ t c ad h z, & permutatim. Cum ergo linea t c ſit æqualis lineæ g b, erit linea e d æqualis ipſi h z datæ lineæ, quod eſt ꝓpoſitum. Si autem linea t c ſit minor diametro b g, producatˉ ultra ſectionem, donec ipſa ſit æqualis diametro b g, & ſecundum quantitatē eius fiat circulus, palam per præmiſſam, ꝙ ille ſecabit ſectionem in punctis duobus, qui ſint c & u, à quibus lineæ ductæ ad punctū t, ſunt æquales lineæ b g per diffinitionē circuli, & tunc à puncto z ducatur linea æquediſtans alteri illaꝝ, & item alia æquediſtans alteri, & tunc erit ducere à pūcto a per modum prædictum duas lineas e d æquales lineæ datæ, & erit idem penitus probandi modus, qui ſupra, patet ergo propoſitum.



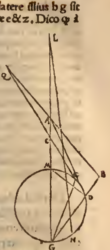


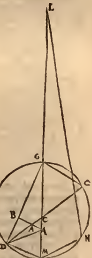
CXXXIIII.

Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno ſuorum laterum angulum rectum continentiū, poſſibile eſt ducere à puncto illo ad aliud laterum continentiū angulum rectum lineam ſecantē baſem, ita, ꝙ pars ductæ lineæ interiacens punctum ſectionis, & latus in quo non eſt punctus datus, ſe habeat ad partem baſis, quæ eſt in ſectione ad latus, in quo eſt punctus datus, ſicut data linea ad datam lineam.

Eſto

Eſto a b g triangulus datus, cuius angulus a b g ſit rectus, & in latere illius b g ſit punctus datus qui ſit d extra angulum aut intra, ſintq; datæ lineæ duæ e & z. Dico ꝙ à puncto d poſſibile eſt ducere lineam ſecantē baſem a g, & concurrentem cum latere a b, ita, ꝙ pars lineæ ſecantis interiacens latus a b & baſem a g, ſit eiuſdem proportionis ad partem baſis a g, quæ eſt ab illa linea uſq; ad punctum g, cuius eſt data linea e ad datam lineā z. Sit enim primo pūctus d in ipſo trigono a b g, & ducatur ab eo linea æquediſtans lineæ a b per 31. primi, quæ ſit d m, & fiat circulus ſuper tria puncta g d m per 5. quarti, eritq; linea g m diameter huius circuli per 30. tertij, ſupertenditur enim angulo recto per 29. primi, ꝓtrahatur linea a d, & quia per eandem 29. primi angulus g m d eſt æqualis angulo g a b, palam, quia angulus g m d erit maior angulo g a d, cum angulus g a b ſit maior angulo g a d, ſecetur ergo ex angulo g a d angulus æqualis angulo g a d per 27. huius, ducta linea m n ad periferiam circuli, ſitq; angulus d m n, quæ autem eſt ꝓportio lineæ e ad lineam z, eadem ſit per 3. huius ꝓportio lineæ a d ad lineā h, & à puncto qui eſt punctus in periferia circuli, ducatur linea ad diametrū g m quæ ſit n l, ſecans circulum in puncto c, ita, ut eius pars interiacens periferiā circuli & diametrum quæ eſt c l, ſit æqualis lineæ datæ h per 128. uel per 130. huius, & ducatur linea c g, & à puncto d ducatur linea ad punctum c, quæ cum cadat inter duas lineas æquediſtantes q̄ ſunt d m & b a, tenens angulum acutum cum earum altera ut cum m d, ſi producatur neceſſario concurret cum reliqua per 2. huius, concurrat ergo in puncto q, quia itaq; per 26. tertij angulus g m d eſt æqualis angulo g c d, & angulus g m d eſt æqualis angulo g a b per 29. primi: palam, ꝙ angulus g c d eſt æqualis angulo g a b, ergo per 13. primi erit angulus g c q æqualis angulo b a l, per 15. primi eſt æqualis angulo g a q, angulus ergo g c q eſt æqualis angulo g a q. Sit autem t punctus, in quo linea d q ſecat lineā a g, erit ergo per 15. primi angulus g t c æqualis angulo g c q, quia ergo trigonorum a t q & t c g duo anguli ſunt æquales, erit & triangulus tertio æqualis trianguli, ergo a t q & t c g ſunt æquianguli, ergo ꝑ 4. ſexti erit proportio lineæ q t ad t g, ſicut lineæ a t ad t c, uerum angulus n m d ex præmiſſis eſt æqualis angulo t a d, qm̄ enim anguli g m d & t a b ſunt æquales, & anguli g m n & d a g æquales, relinquitur n m d æqualis angulo t a d. Sed & angulus n c d ex 26. tertij eſt æqualis angulo n m d, quia angulus n c d eſt æqualis angulo t a d, ergo per 15. primi angulus t c l, qui eſt contrapoſitus angulo n c d, eſt æqualis angulo t a d, quia ergo angulus t c l eſt cōmunis duobus trigonis. ſ. trigono t c l & trigono t a d, quia ergo angulus t c l & t a d ſunt æquales, erunt per 32. primi trigona t c b & t a d æquiangula, ergo per 4. ſexti eſt proportio lineæ t a ad lineam t c, ſicut lineæ a d ad lineam l c. Fuit autē oſtenſum ſuperius, ꝙ eſt proportio lineæ t q ad lineam t g, ſicut lineæ a t ad lineam t c, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ a d ad l c, ſicut lineæ q c ad t g, ſed linea l c eſt æqualis lineæ h, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h eſt ſicut proportio lineæ e ad z, ergo per 7. & 11. quinti erit proportio lineæ q t ad lineā t g, ſicut lineæ e ad lineā z, quod eſt propoſitum. Si uero d punctus datus in latere trigoni ꝙ eſt b g extra triangulū producto, ducatur prius à puncto d linea æquediſtans lineæ a b, & ſit d m, & ducatur linea a g donec cōcurrat cum linea d m puncto m, & fiat ut prius circulus tranſiens per tria puncta g d m, erit ergo ut prius m g diameter iſtius circuli, & ducatur linea a d, erit quidā angulus g a d maior angulo g m d per 16. primi, fiat ergo ut prius ſuper punctum m lineæ d m angulus æqualis angulo g



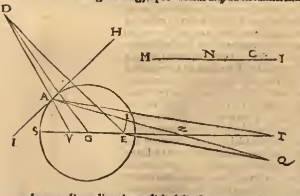


a d per lineam m n qui ſit angulus d m n,& à puncto n,qui ſit in circumferentia circuli, ducatur ut prius per 128.uel per 130.huius linea ad eductã diametrum m g , concurrens cum ipſa in puncto l,& ſecans periferiã circuli in puncto c,ita ,ut lineæ c l ſit æqualis lineæ h aſſumptæ ut prius.ſ.ut per 3.huius ſit proportio lineæ a d ad ipſam h, ſicut lineæ datæ e ad lineam datam z,& ducatur linea d c ſecans lineam a g in puncto t,& lineam a b in puncto q. Cum ergo angulus n m d,& angulus n c d per 21.tertij ſunt æquales duobus rectis,& angulus n m d ſit æqualis angulo t a d ex præmiſſis: palam ex 13 . primi,q̄m erit angulus t c l æqualis angulo t a d,erunt ergo duo trianguli t c l & t a d ꝑ 15. & 32.primi æquianguli,erit ergo per 4.ſexti ꝓportio lineæ d a ad lineã c l,ſicut lineæ t a ad lineã t c.cum autem per 26.tertij duo anguli g c d & g m d ſint æquales,q̄m cadũt in eodem arcum qui eſt d g,angulus uero t a q per 29.primi eſt æqualis angulo g m d , erit angulus t a q æqualis angulo t c g,ſed & anguli q c a & g c t ſunt æquales per 15.primi, erunt ergo trigona g t c & t a q æquiangula per 32.primi,erit ergo per 4.ſexti proportio lineæ a c ad lineã c l,ſicut lineæ q t ad lineã t g,eſt ergo per 11.quinti proportio lineæ e ad z,ſicut lineæ q t ad lineam t g,quod eſt propoſitum.

CXXXV.

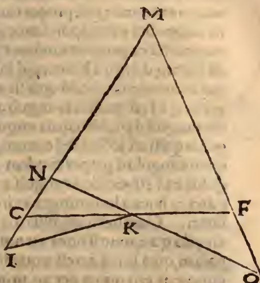
Datis duobus punctis uno in circulo alio extra circulũ , uel utroq; extra circulum,poſſibile eſt inuenire punctum in circumferentia dati circuli ,ita, ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia,linea in illo puncto circulum contingens.

Eſto duo puncta data quæ e & d,quoꝝ unum qui ſit e primũ ſit in circulo,& reliquũ extra illum,& ſit datus circulus,cuius centrum ſit g.Dico ꝙ poſſibile eſt in periferia circuli g inuenire punctum,in quo linea contingens circulum ducta,ſecet angulũ contentum à lineis & à punctis d & e ad illum punctũ ductis per æqualia,ducat̃ enim à puncto e ad centrum g linea e g,& producatur uſq; ad circumferentiã & ſit e g s; deinde ducatur linea d g , eritq; ex præmiſſis linea e g minor q̃ linea d g , aſſumatur quoq; lineam l quæ in puncto c taliter diuidatur,ut ꝓportio lineæ l t ad lineam c m,ſit ſicut lineæ d g ad lineã g c per 119.huius , diuidaturq; linea m l per æqualia in puncto n,à quo ſuper lineã m l ducatur perpendicularis per 11.primi q̃ ſit n o,& ſuper punctũ m per 23.primi fiat angulus æqualis medietati anguli d g l diuiſa per 9.primi per æqualia,ducaturq; linea m o:palam autẽ,ꝙ angulus l m o erit minor recto,q̄m angulus d g s eſt minor duobus rectis.Sed angulus o n m eſt rectus,igitur per 14.huius linea m o concurret cum linea n o.ſit autem punctũ concurſus o ,à puncto uero c ducatur linea ad triangulũ m n o qui ſit c k f ,ita,ut proportio lineæ k f ad lineã f m ſit ſicut proportio lineæ e g ad lineã g s , qđ fieri poteſt per præcedentẽ.ducatur quoq; linea m k,& ſuper punctũ g terminũ lineæ e g per 23.primi fiat angulus æqualis angulo m f k,per lineã uſq; ad circumferentiã productam,quæ ſit a g,& ſit angulus a g e,& ducantur duæ lineæ a g & a d.Dico ꝙ a eſt q̃ſitus punctus,ducãtur enim lineæ e a. Cum ergo ex præmiſſis angulus m f k ſit æqualis angulo a g e,& proportio lineæ f k ad lineã f m,eſt ſicut proportio lineæ e g ad lineam g s,ergo per 7.quinti erit proportio lineæ f k ad lineã f m,ſicut lineæ e g ad lineam g a æqua-



æqua-

æqualem g s,quia ambæ ex centro,erit triangulus a g e ſimilis triãgulo m f k per 6. ſexti igitur angulus f m k eſt æqualis angulo e a g,& angulus a e g æqualis angulo m k f,igiť à puncto a ducatur linea tenens cum linea a e angulum æqualem angulo n m k,& ſic linea a z quæ neceſſario concurrat cum linea e g,quoniã eſt proportio e g ad a g,ſicut k f ad f m,& angulus g a z æqualis eſt angulo f m c,fuit enim prius angulus e g æqualis angulo f m k,ſicut ergo linea m o concurrit cum linea k f in puncto f,ſic cõcurret linea a z cum linea g e.Sit ergo concurſus in puncto z,& ꝓducatur linea a z uſq; ad punctũ q,donec linea a c ſe habeat ad lineã q z,ſicut linea m c ad c i per 3.huius,erit ergo proportio lineæ a z ad lineã q z,ſicut lineæ d g ad lineã g e,& ducatur linea e q,deinde à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ e q,quæ ſit linea a c per 31.primi,& erit angulus a q e æqualis angulo q a c per 29.primi,& quoniã duo anguli z e a & e a c ſunt minores duobus rectis,idem per 29.primi anguli q e a & e a c ualent duos rectos,concurret linea a c neceſſario cum linea e z per 14.huius.Sit ergo punctus concurſus c,quia uero angulus e a z eſt æqualis angulo n m k,ut ſupra patet, ducta à puncto e linea perpendiculari ſuper lineã a z ꝑ 4.primi quæ ſit e l,erunt trigona a e l & n m k æquiangula per 32.primi,erit ergo angulus a e l æqualis angulo m k l,& angulus a b e æqualis angulo m n k,q̃a uterq; eſt rectus,ſed etiam angulus a e g eſt ex præmiſſis æqualis angulo m k f. Reſtat ergo per 13.primi,ut angulus l e z ſit æqualis angulo n k c,& angulus e l z rectus eſt æqualis angulo k n c recto,erit ergo per 32.primi angulus e l z æqualis angulo k c n,igitur per 13.primi erit angulus e z q æqualis angulo k c i:palam ergo ex præmiſſis,ꝙ angulus a e g eſt æquiangulus triangulo f m k,& triangulus e a l æquiangulus eſt triangulo k z n, & triangulus e l z æquiangulus triangulo k n c,& triangulus c a z æquiangulus triangulo k m c,eſt igitur per 4.ſexti proportio a z ad e z,ſicut m c ad c k,eſt autem proportio q z ad z a,ſicut proportio i c ad c m,ut patet ex præmiſſis,erit ergo per 22.quinti ꝓportio q z ad z e,ſicut i c ad c k,eſt ergo triangulus q z e per 6.ſexti æquiangulus triangulo i c k.Cum ergo triangulus e l z ſit æquiangulus triangulo k n z,erit totus triangulus q l e æquiangulus toti triangulo i k n,eſt ergo per 4.ſexti proportio e l ad l q, ſicut k n ad n i,& ſimiliter eſt proportio a b ad l e,ſicut m n ad m k,erit ergo per 22.quinti proportio n m ad n i,ſicut a l ad l q,ſed linea n m eſt æqualis n i ex hypotheſi,ergo linea a l eſt æqualis l q,ergo ꝑ 4.primi linea e q erit æqualis e a,& angulus l q e æq̃lis angulo l a e.Sed & angulus e q z ꝑ 29.primi eſt æqualis angulo t a l,angulus ergo e a l eſt æqualis t a l,quia angulus e q z eſt æqualis angulo t a l,& angulus e z q eſt æqualis a z t per 15. primi,igiť tertius tertio,eritq; triangulus z e q æquiangulus triãgulo z a t, eſt ergo ꝑ 4 ſexti proportio q z ad z a,ſicut e z ad z c,& ſicut e q ad a c,eſt autem ex præmiſſis linea e q æqualis lineæ e a,ergo per 7.quinti eſt proportio q z ad z a,ſicut a e ad a t,ſed q z ad z a eſt ex præmiſſis ſicut e g ad g d,igitur per 11.quinti eſt proportio lineæ a e ad a c ſicut e g ad g d. Fiat autem ſuper punctũ a angulus æqualis angulo g a e,qui ſit u a g,ꝑducta linea a u,ſi poſſibile fuerit,uſq; ad lineã g l:palam ergo ex præmiſſis, qm̃ angulus g a l eſt medietas anguli u a t,cum enim angulus e a q ex præmiſſis & per 5.primi, ideoq; lineæ a e & e q ſunt æquales,angulus e q c,qui per 29.primi eſt æqualis angulo q a t: patet ꝙ angulus e a l eſt æqualis angulo l a t,ſed angulus g a e eſt æqualis angulo u a g eſt ergo angulus g a l medietas anguli u a t,ſed angulus g a l,cum ſit ex præmiſſis æqualis angulo f m c,qui cõſtitutus eſt æqualis medietati anguli d g s, æqualis medietati anguli d g n.angulus uero u a t eſt æqualis angulo d g u,ſed anguli t a u & t u a ſunt minores duobus rectis arguendo 32. primi,cum lineæ a t & u t concurrant in puncto t,quia duo anguli t u a,d g b ſunt minores duobus rectis,igitur linea a b concurret cum linea d g per 14.huius. Dico autem,ꝙ concurrent in puncto d,efficiet enim linea u a producta ad li-



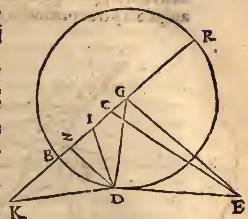
ad lineam g d cum lineis u g & g d, triangulum ſimilem triangulo a b t, quoniam iſti trigoni habent angulum a u g cõmunem, & angulus t a u eſt æqualis angulo d g u, erit ergo tertius tertio æqualis, ergo per 4. ſexti eſt proportio a u ad a c, ſicut u g ad lineã, quã ſecat a u ex g d, & proportio e a ad a u, eſt ſicut e g ad g u per 3. ſexti, qui angulus u a g eſt æqualis angulo g a e. Cum ergo ex præmiſſis eadem ſit proportio e a ad a t, quæ e g ad g d, & proportio e a ad a t ſit compoſita ex proportione e a ad a b, & a u ad a t, qm̃ p 13. huius proportio extremoꝝ componitur ſemper ex proportione cuiuſcunq; mediæ ad ambas extremas, erit proportio e g ad g d compoſita ex eiſdem proportionibus, quia erit compoſita ex proportione e g ad g b, & g u ad lineã quã ſecat u a ex linea g d, ſed eſt compoſita ex proportionibus e g ad g u, & g u ad g d, igitur linea quã ſecat a b ex g d, eſt lineæ g d, ergo a b ſecat g d in puncto b, producatur ergo per 16. tertij à puncto a linea contingens circulũ quæ ſit a h, erit ergo angulus g a h rectus per 17. tertij. Sed angulus g a l eſt medietas anguli a g b, ut patet ex præmiſſis, igitur angulus l a h eſt medietas anguli d g e, ideo, quia anguli a g u & d g e ualent duos rectos, per 15. primi triangulus g a h eſt rectus, ſed cum angulus t a u ſit æqualis angulo d g u, erit angulus t a d æqualis angulo d g e per eandem 13. primi, & angulus l a h eſt medietas anguli t a d, & angulus e a l eſt medietas anguli e a t, igitur angulus e f l h eſt medietas anguli e a d, quia patet, ꝙ linea a h contingens circulũ diuidit angulum e a d per æqualia, quod eſt propoſitum. Cum uero angulus u a g ſuper punctum a terminũ lineæ g a factus ſit æqualis angulo g a e, tunc ſi linea a u non cadit ſuper lineã e s extra circulum uel intra circulum: palam, quia linea a u eſt æquediſtans lineæ e s, quia in infinitũ protracta cum illa non concurrit, erit quoq; per 29. primi angulus u a g æqualis angulo a g e, ſed per præmiſſa angulus g a e eſt æqualis angulo u a g, ergo angulus g a e æqualis erit angulo a g e, ergo per 6. primi in trigono a g e latus a e eſt æquale lateri e g. ſimiliter angulus t a d erit æqualis angulo a t g per 29. primi, ſunt enim coalterni lineaꝝ æquediſtantiũ ex hypotheſi. Sed iam oſtenſum eſt, ꝙ angulus t a d eſt æqualis angulo d g t, ſed angulus a t g eſt æqualis angulo d g t. & ſimiliter duo anguli a d g & d g t ſunt æquales per 28. primi, ergo duo anguli a d g & a t g ſunt æquales, ſed & duo anguli t a d, a g t p 29. primi ſunt æquales, ergo per 32. primi trigona a d g & a t g ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti latera ipſorum ſunt proportionabilia, ſed a g eſt cõmune, æquale ſibiipſi, ergo latus a d eſt æquale lateri g t. Sequitur ergo ex iis, ꝙ linea quã ſecat a b ex linea g d ſit æqualis lineæ a t, & iam præoſtenſum eſt, ꝙ linea e g eſt æqualis ipſi a e. eſt ergo per 7. huius ꝓportio lineæ e g ad lineã quam ſecat a b ex d g, ſicut a e ad a c. Etiam oſtenſum eſt, ꝙ a e ad a t eſt ſicut e g ad d g, igiť linea quã ſecat a b ex d g eſt g d, & cum ex præmiſſis angulus e a d ſit æqualis angulo d g t, erit angulus l a h medietas anguli t a d, ut ſupra patuit, & angulus e a l medietas anguli e a t, erit ergo e a h medietas anguli e a d, quod eſt propoſitum. Eodemq; modo demonſtrandum, ſi ambo puncta e & d data ſint extra circulum, patet ergo propoſitum totum.

CXXXVI.

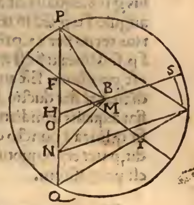
Dato circulo & in eo diametro, punctoq; extra circulum, poſſibile eſt à dato puncto ad diametrum ducere lineam ſecantem circulum ſic, ꝙ pars ductæ lineæ interiacens circumferentiam & diametrum, ſit æqualis parti diametri interiacenti ipſam & centrum.

Eſto datus circulus, cuius centrum ſit g, & in eo data diameter ſit x g b, ſit quoq; punctus e punctus extra circulum. Dico ꝙ poſſibile eſt duci à puncto e ad diametrũ x g b lineam ſecantem circulũ ſecundum prædictũ modum. ducatur enim à puncto e perpendicularis ſuper diametrũ x g b per 12. primi, quæ ſit e c, & ſit exempli cauſa ut cadat illa perpendicularis ſuper ſemidiametrũ b g, & ducatur linea e g, & aſſumatur linea q t æqualis lineæ e t, & fiat per 32. tertij ſuper lineã q t portio circuli talis, ut quilibet angulus cadẽs in hanc portionem, ſit æqualis angulo e g b, & compleatur circulus, & à medio puncto q t lineæ qđ ſit i ſuper ipſam q t ducatur perpendicularis per 10. & 11. primi, & ducatur ex utraq; parte uſq; ad circumferentiã circuli, erit ergo ducta perpendicularis diameter cir

culi illius per 1.tertij,& à puncto q ducatur linea ad hanc diametrũ,ſecans ipſam in puncto f,& producatur uſq; ad p punctũ circũferentiæ,ita,ut eius pars quæ s p ſit æqualis medietati lineæ g b ſemidiametri dati circuli,ꝙ fiet per 133. huius,& ducãt̃ lineæ p t & t f,& ducatur à puncto p linea p b æquediſtans diemetro concurrens cum linea t f in puncto u, concurret autem per 2.huius,& à puncto u ducatur linea æquediſtans lineæ q t, q̃ ſit u o,ſecans diametrum f l in puncto m,& lineã p q in puncto o,& à puncto t ducatur perpendicularis ſuper lineã p q per 12.primi,quæ ſit t n,& à puncto t ducatur linea æquediſtans lineæ p q per 31.primi quæ ſit t s,& à puncto u ducat̃ perpendicularis ſuper lineam p q,quæ ſit u h,deinde ex angulo b g e ſecetur angulus æqualis angulo q p u per 27. huius. qui ſit b g d,ducta linea g d ad periferiã circuli, & à puncto e ducatur linea e d z.Dico ꝙ linea d z eſt æqualis parti diametri quæ eſt z g,ſicut proponitur,ducatur enim à puncto d perpendicularis ſuper lineam b g, quæ ſit m, & ducatur à puncto d linea contingens circulum per 16.tertij,quæ ſit d k:palam itaq;,cum ex præmiſſis diameter f l ſit perpendicularis ſuper lineam q t,& ſuper eius æquediſtantem o u per 29.primi,linea uero p u ſit æquediſtans illi diametro,ꝙ angulus o u p erit rectus per eandem 29.primi, & cum linea o u diuidatur per diametrum f l in partes æquales,& orthogonaliter per 2.ſexti. & per 29.primi,eo ꝙ linea q t ſibi æquediſtans ſimiliter eſt diuiſa,

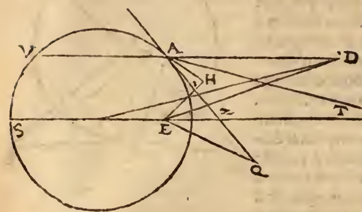


erunt per 4.& per 29.primi trianguli o f m & u f m æquianguli, ergo per 4.ſexti cum latus f m ſit æquale ſibijpſi, erit d m æquale m u,& f o æquale f u.Sed cum duo anguli p o u& o p u ualeant unum rectum per 32.primi,ideo ꝙ angulus p u o eſt rectus, ut patet ex præmiſſis & 29.primi,erit angulus æqualis angulo f p u,ideo,quia ut præmiſſum eſt,angulus k o u æqualis eſt angulo f u o.Sed angulus f p u cum angulo f o u ualet unum rectum, ut præoſtenſum eſt,& angulus f u p cum angulo f u o ualet unum rectum,eſt ergo angulus f u p æqualis angulo f p u,quia ſi ab æqualibus æqualia demas,quæ relinquuntur &c.eſt ergo per 6. primi latus f p æquale erit lateri f u,erit ergo f p æquale ipſi f o, ſic ergo erit linea p o æqualis ſemidiametro g u,ergo & ipſi g d per



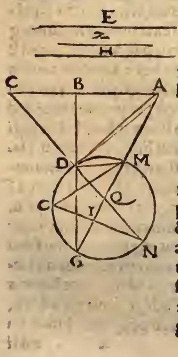
diffinitionẽ circuli,& ita erit per 7.quinti proportio lineæ e c,quæ eſt æqualis lineæ q t ad lineam g d,ſicut lineæ q t ad p o æqualem g d.Sed cum angulus k d g ſit rectus p 17. tertij,æqualis eſt ipſi angulo recto g i d,& angulus i g d eſt cõmunis,erit ergo p 32.primi triangulus i g d æquiangulus triangulo k g d,erit ergo per 4.ſexti proportio lineæ g d ad d i,ſicut lineæ g k ad k d,ſed angulus k g d eſt æqualis angulo q p u,& angulus g d k qui rectus eſt per 17.tertij,eſt æqualis angulo recto o u p,erit ergo per 32.primi tertius tertio æqualis,& triangulus k d g æquiangulus triangulo o u p,eſt ergo per 4. ſexti proportio lineæ b g ad k d,ſicut lineæ o p ad o u,& q̃m ex præmiſſis eſt proportio lineæ g d ad d i,ſicut lineæ o p ad o u,& quoniã ex præmiſſis eſt proportio lineæ g k ad k d,ſicut lineæ g d ad d p,ergo per 11.tertij eſt proportio lineæ g d ad d l,ſicut lineæ o p ad o u. Fuit autem ex præmiſſis proportio lineæ e c ad g d,ſicut lineæ t q ad p d,ergo per 22.quinti erit proportio lineæ e c ad d i,ſicut lineæ q t ad o u,ſed proportio q t ad o u eſt ſicut t f ad f u per 29.primi & per 4.ſexti,cum triangulus t f q ſit æquiangulus triangulo o f u, uerum angulus u t s eſt æqualis angulo h f u per 29.primi,eſt enim coalternus illi inter lineas æquediſtãtes,q̃ ſunt h q & f c.Sed & angulus u s t eſt rectus æqualis angulo f h u recto,& angulus f u h æqualis eſt angulo s u t per 15.primi,erit ergo triangulus u s t æquiangulus triangulo h u f,ergo per 4.ſexti erit proportio lineæ t u ad u f, ſicut lineæ s u ad u h,ergo per 18.quinti erit coniunctim proportio lineæ t f ad f u, ſicut s h ad h u, ſed linea t u æqualis eſt lineæ s h per 34.primi,ergo per 7.quinti erit proportio lineæ t n

ad lineam h u,ſicut lineæ e f ad f u. Sed ſicut patuit ex præmiſſis, quæ eſt proportio lineæ c k ad f u,eadem eſt lineæ q t ad u e per 4.ſexti,ergo per 11.quinti proportio lineæ q t ad u o eſt ſicut lineæ t n ad h u,ergo proportio lineæ e c ad d i eſt ſicut lineæ t u ad u h. Sed cum angulus g i u ſit rectus,eſt æqualis angulo p h u recto,& angulus i g d æqualis angulo h p u ex præmiſſis,erit ergo tertius tertio æqualis per 32.primi,eſt ergo triangulus i g d æquiangulus triangulo h p u, eſt ergo per 4.ſexti ꝓportio lineæ i d ad d g, ſicut lineæ h u ad u p:quare erit per 22.quinti proportio lineæ e c ad g d,ſicut lineæ t u ad u p. Sed cum angulus c g e ſit æqualis angulo e p c ex hypotheſi,& angulus g c e rectus æqualis angulo p u t,erit trigonorũ u p t & g c z e angulus reliquus reliquo æqualis, ergo per 4.ſexti erit proportio lineæ e g ad e c,ſicut lineæ p t ad n t,eſt igitur proportio lineæ g e ad g d,ſicut lineæ p t ad u p per 22.quinti,ſed & angulus d g c æqualis eſt angulo u p c ex hypotheſi,quia enim angulus q z t eſt æqualis angulo b g e,& angulus q p u æqualis angulo g d e,remanet angulus u p t æqualis angulo d g e,igitur triangulus d g e eſt æquiangulus triangulo u p t per 6.ſexti,ergo angulus g u x æqualis eſt angulo p u t. Reſtat ergo per 13.primi,ut angulus g d z ſit æqualis angulo f u p,ſed in trigonis g d z & p f u eſt angulus d g z æqualis angulo u p f,quia tertius tertio per 32.primi,eſt ergo ꝓportio per 4.ſexti lineæ d z ad z g, ſicut lineæ u f ad f p,ſed linea u f eſt æqualis ipſi f p,ex præmiſſis igitur linea d z æqualis eſt ipſi z d, qđ eſt ꝓpoſitum. Eſt autem uniuerſalis hæc proportio ſiue intra circulũ ad aliquã partem diametri fiat ductio,ſiue ad ipſam periferiã circuli,ita,ut lineæ ductæ pars intra circulũ fiat æqualis ſemidiametro,ſiue fiat ductio ad aliquẽ punctum diametri extra circulum, ſit ꝙ linea à puncto quo tangit circuli periferiam ſit æqualis parti diametri quã abſcindit,patet ergo,quoniam hæc omnia eueniunt ſecundum quantitatem angulo k g d,hoc eſt propoſitum.



CXXXVII.

Dato trigono orthogonio,datoꝙ aliquo puncto in maiore ſuorum laterum rectum angulum continentium,poſſibile eſt à dato puncto ducere lineam ad baſem ex alia ſui parte cum reliquo latere concurrentem ,quæ ſe habeat ad inferiorem partem abſciſam baſis , ſicut linea data ad lineam datam.



Sint datæ duæ lineæ z minor & e maior,& ſit datum trigonum orthogoniũ a b g,cuius a b g ſit rectus, contentus à lineis g b & b a,& dato exempli cauſa in g b latere maiore illius trigoni puncto d. Dico ꝙ poſſibile eſt à puncto d ad baſem g a ducere lineam ſecantem baſem a g cum puncto q,& ex alia ſui parte cũ linea a b concurrentẽ in puncto c,ſit ut ipſa totalis linea t q habeat proportionem ad lineã q g,illam quã habet linea e ad lineã z,ducatur enim à puncto d linea æquediſtans lineæ b a per 31. primi,quæ ſit d m,& fiat circulus tranſiens per tria puncta d m g & per 5.quarti,& qm̃ angulus g d m eſt rectus per 26.primi,qm̃ angulus a b g eſt rectus,erit linea m g diameter circuli per 30. tertij,& ducatur linea d a,ſit quoꝙ h quædam linea a d,ad quam ſe habeat linea d a ſicut linea e ad z per tertiam huius,& cum per 29.primi angulus d m g ſit æqualis angulo b a g ,ſecetur ex angulo d m g angulus æqualis angulo d a g per 27.huius,& ſit angulus

gulus c m d,& ducatur m c donec ſecet circumferentiā in puncto c,& à puncto c ducatur linea ad diametrum m g,& uſq; ad circumferentiā quæ ſit linea c n,ſecans diametrū m g in puncto l taliter, ꝙ linea l n ſit æqualis lineæ h datæ per 133.huius, & ducatur linea a g,& producatur d n linea concurrens cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c ſit æqualis angulo d n c per 26.tertij,cadunt enim in eundem arcum qui eſt d c: palam,quia erit angulus q a l æqualis angulo d a q,& angulus a q l eſt æqualis angulo d q a per 15. primi, erit ergo per 32. primi angulus n q l æquiangulus triangulo d q a, igitur per 4.ſexti erit proportio lineæ a q ad q n,ſicut lineæ a d ad a l. Sed cum angulus d m g ſit æqualis angulo d n g per 26.tertij,qui cadunt in eundem arcum d g,eſt autē per 29.primi angulus d m g æqualis angulo b a g:patet,quia angulus q n g æqualis angulo b a g. Sit itaq; t punctus,in quo linea d m cōcurrit cum a b,eritq; per 15.primi angulus t q a æqualis angulo n q g,ergo per 32.primi erit triangulus t q a æquiangulus triangulo g q n,erit ergo per 4.ſexti proportio lineæ a q ad lineam q n,ſicut lineæ t q ad lineam q g,eſt igitur per 11.quinti proportio lineæ t q ad lineam a g,ſicut lineæ a d ad lineam n l,ſed linea n l eſt æqualis h aſſumptæ lineæ per 3.huius,& ꝓportio lineæ a d ad lineam h,eſt ſicut lineæ e ad lineā z,eſt ergo proportio lineæ t q ad lineam g a,ſicut lineæ e ad lineam z,ꝗd eſt ꝓpoſitū. Et ſi cōtingat ꝙ à pūcto c poſſint duci duæ lineæ ſimiles lineæ c l n,erit poſſibile à pūcto d duci duas lineas ſimiles lineæ t q,ita ſimiliter,ut utriuſq; ad partē quā ſecet ex baſe a g ſit ꝓportio ſicut lineæ e ad lineā z,& erit eadē demōſtratio. Plures aūt huius lineas ꝙ̄ duas nō eſt poſſibile duci,ut patuit ꝑ 133.hui9, patet ergo ꝓpoſitū,& licet hoc qđ hic ꝓponit̄ nō uideat̄ penitus uniuerſale quantū ad quælibet pūcta data,& quaslibet lineas datas,ad quaꝝ ꝓportionē fieri debeat ipſius baſis ꝓportio, nos tñ hoc ꝓpoſito theoremate niſi modo couenienti & poſſibili in ſequētibus utemur.

LIBER SECVNDVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS

VNiuerſalibus huius ſcientiæ axiomatibus mathematicis præmiſſis, in hoc ſecundo libro,ut præmiſimus,uniuerſali actioni ſenſibilium formarū quædam præambula naturalia præmittentes,de modo proiectiōis luminis per medium unius diaphoni,uel plurium ſuper diuerſas figuras corporum,& de proiectione umbraꝝ,& de figuratione lucis cadentis per feneſtras aggrediamur tractatum,ut de ijs ſine quibus ſermonem uiſibilium formaꝝ aggredi conueniens non fuit,prout in proceſſu poſtmodū patebit,quæ uero præmittimus, ut nota ſenſui ſunt iſta.

DIFFINITIONES.

Corpus luminoſum, dicitur omne corpus qđ eſt ſui luminis diffuſiuum. Corpus diafonum dicitur omne corpus per quod lumini patet tranſitus. Corpus umbroſum dicitur corpus,per quod lumini non patet tranſitus. Lux prima dicitur illa quæ efficit ſecundā,ſicut lux intrans domum per feneſtrā,& illuminans domum reſiduam in loco cui incidit,dicitur prima,in angulis uero domus dicitur lux ſecunda. Lux minima dicitur,quæ ſi diuidi intelligatur,non habebit amplius actum lucis. Radius dicitur linea luminoſa. Linea radialis dicitur linea per quam fit diffuſio formaꝝ. Linea refracta dicitur linea,cuius partes angulum continent. Pyramis radialis ,dicitur pyramis cuius baſis eſt in ſuperficie corporis ſuam formā diffundentis,& uertex in punctis alterius corporis cuiuſcunq;. Pyramis illuminationis dicitur illa,cuius uertex eſt in puncto corporis luminoſi,& baſis in ſuperficie rei illuminatæ.

PETITIONES.

Petimus autem hæc,ut per ſe ſenſui nota,lucem compreſſam fortiorem eſſe luce diſ-

gregata. Item lucẽ fortiorẽ uehementius illuminare, & longius ſe diffundere. Item in abſentia luminis umbram fieri. Item in allatione luminis umbram deficere. Itẽ aliquã umbram in ſui termino acui, & ad punctum terminari. Item lucem ad omnẽ poſitionis differentiam æqualiter diffundi. Item lucem res coloratas pertranſeuntem illarum coloribus colorari, ut patet de luce tranſeunte uitrias feneſtras, quæ illorũ uitrorum coloribus informantur, ſecum formas illorũ colorũ ſuper obiecta corpora deferendo. Item ꝙ natura nihil fruſtra agit, ſicut nec deficit in neceſſarijs.

THEOREMA I.

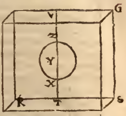
Radij quorumcunque luminum & multiplicationes formarum, ſecundum rectas lineas protenduntur.

Hoc qđ hic proponitur, nõ demonſtratione, ſed inſtrumentaliter poteſt declarari, diuerſitas tamen antiquorũ ad hoc probandũ pluribus & diuerſis uſa eſt inſtrumentis, nos uero utimur iſto qđ hic ſubſcribimus, ꝙ regularius huic ꝓpoſito credimus cõuenire. Aſſumatur itaque uas æneum rotundum conuenienter ſpiſſum, ad modum matris aſtrolabij, cuius fundi latitudo ſit unius cubiti, uel maior, & altitudo oræ eius ſit æqualis latitudini duorũ digitorũ perpendicularis ſuper baſem uaſis, & in medio dorſi huius uaſis ſit perpendiculariter erectum aliquod corpus plurimũ rotundũ columnare, cuius lõgitudo ſit æqualis latitudini trium digitorũ, latitudo uero eius ſit minor uno digito, & ponatur hoc uas ſecundũ ſui puncta media in tornatorio, & tornetur quouſque periferia eius ſit intrinſecus & extrinſecus ueræ rotunditatis, & adæquentur planæ ſuperficies ipſius, & corpus columnare qđ eſt in medio dorſi, fiat rotundum. Signentur itaque in interiori ſuperficie fundi huius uaſis duo diametri orthogonaliter ſe ſecantes, quæ ſint a b & c d: palam, quoniam illæ diametri tranſeunt per centrum circuli fundi ꝙ ſit e, deinde ſignetur in baſi oræ iſtius uaſis, qui eſt circulus a c d, in diſtantia extremitatis alterius diametrorũ productarũ, ut diameter a b ſecundũ latitudinem unius digiti punctũ qđ ſit f, & ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrum e, quæ ſit f g, & à duobus terminis iſtius diametri f g ducantur duæ lineæ in intrinſeca ſuperficie oræ uaſis, quæ neceſſario erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem fundi lamine, ideo, ꝙ ſuperficies oræ, in qua perpendiculares iſtæ producantur, ſunt erectæ ſup ſuperficiem fundi, ut patet ſupra. Illæ quoque perpendiculares ſint f h & g k, & in altera iſtarũ linearũ ut in f h ſignentur tria puncta æquediſtantia ſecundũ quantitatem medietatis grani hordei, quæ ſint l m n, quorũ primũ qđ eſt l ſit propinquius baſi uaſis & ipſi puncto f, à quo diſtet per quantitatẽ medietatis grani hordei, & deinde reducatur uas ad tornatoriũ, & ſignentur in ipſo tres circuli æquediſtantes, tranſeuntes per illa tria puncta l m n, qui circuli diuident lineam g k, iſtæ diuiſæ lineæ quæ eſt f h oppoſitam proportionaliter prius diuiſæ per 17. undecimi, ſintque diuiſiones lineæ g k puncta o p q, & fient in unoquoque iſtorũ trium circulorũ duo puncta oppoſita, quæ ſunt extremitates alicuius diametri illorũ circulorũ in puncto diuiſionis lineæ f h, qđ eſt punctum l, opponitur in linea g k puncto o, & ſit linea l o diameter circuli æquediſtantis circulo a b c d. & ſimiliter linea m p ſit diameter alterius circuli, & linea n q ſit diameter circuli tertij, diuidatur itaque medius iſtorũ circulorũ in 360. partes, & ſi poſſibile fuerit per minuta, deinde ſuper lineam f h alteram duarum linearũ ꝑpendiculariũ quæ ſunt f h & g k punctũ medium qđ eſt m, ꝑforetur foramen rotundũ, & ſit medietas diametri foraminis ſecundũ quantitatem diſtantiæ circulorũ quæ eſt linea m l, attinget ergo foramen illud ambos circulos extremos, & medius circulorũ diuidet circulum foraminis per æqualia, quoniam tranſit per centrum foraminis. Deinde accipitur lamina ænea plana aliquantulũ ſpiſſa, & ſit eius ſpiſſitudo ſicut horæ ipſius inſtrumenti, & eius longitudo ſit duorũ digitorũ ſicut & ora uaſis, & eius latitudo ſit prope hoc, & ſit æquediſtantiũ ſuperficierũ, planeturque adeo, ut cõmunis ſectio ſuperficierũ ſuæ latitudinis & ſpiſſitudinis ſit linea recta, quæ ſit R g, diuidaturque in duo æqualia per 10. primi, &



ab

ab eius medio puncto qđ ſit t ducatur linea recta perpendiculariter ſuper ipſam lineam r g in ſuperficie latitudinis quæ ſit t u,& hæc,ut patet ex præmiſſis & per 29.primi,neceſſario æquediſtabit ambabus lineis longitudinis,diuidens ſuperficiem tabulæ per æqualia,& in hac linea perpendiculari quæ eſt t u,& à parte lineæ r s cui ſuperſtat incipiendo ſignentur tria puncta æqualiter diſtantia ab inuicem ſecundũ quantitatem medietatis grani hordei quæ ſint x y z,& à medio iſtorũ punctoꝝ quæ eſt y perforetur lamina foramine rotundo,ſic'q; foraminis periſeria ad alia duo puncta ꝑtingat,erit'q; hoc foramen æquale foramini l m n prius facto in ora uaſis. Deinde in duo æqualia diuidatur ſemidiameter uaſis fundi quæ eſt f e,cuius extremitati in hora uaſis ſuperſtat una lineaꝝ ꝑpendiculariũ quæ eſt f h,ſit'q; punctus diuiſionis t,& ab hoc puncto t ducatur linea perpendicularis ſuꝑ eãdem diametrũ quæ ſit k t s,deinde ponatur baſis paruæ laminæ ſuper hanc lineã,donec linea quæ eſt differentia cõmunis latitudinis & profunditatis laminæ quæ eſt r t s, ſupponitur lineæ iſti ꝑpendiculari ductæ ſuper diametrũ quæ ſimiliter eſt r t s,ſit'q; punctus diuidens lineã laminæ,quæ eſt cõmunis differentia ſuperficieꝝ latitudinis & profunditatis,qui eſt punctus t,ſuperpoſitus puncto t,ſignato in linea f e ſemidiametro uaſis,deinde conſolidat̃ parua lamina fundo uaſis,erit quoq; tunc foramen x y z qđ eſt in parua lamina,quæ eſt r u s, directe oppoſitum foramen l m a,quæ eſt in uaſis ora, & erit linea recta m y,copulans centra iſtoꝝ foraminum in ſuperficie circuli medij trium circuloꝝ prius ſignatorũ,cuius diameter eſt linea m p,erit'q; linea m y æquediſtans diametro uaſis quæ eſt f e,deinde reſecetur ex ora uaſis pars interiacens duos diametros orthogonaliter ſe ſecantes,quæ ſit pars 4. proxime ſequens quartã illam in qua eſt foramen,cui foramen laminæ opponitur, & eſt in circulo a c b d,correſpondens arcui a d,& planetur locus ſectionis donec fiat una ſuperficies cum ſuperficie fundi uaſis,& ducta 4.circuli quæ ſit a d,ſecundũ quantitatem circuli horæ diuidatur per 90.grad.& diuidantur grad. in minuta,& iſti uaſi taliter informato & figurato,deinceps damus nomen inſtrumenti. Deinde accipit̃ regula ænea quadrangula,cuius longitudo ſit unius cubiti,& ſint 4.ſuperficies ipſam continentis latitudinis duorũ digitoꝝ,& adæquatur ſuperficies eius,donec fiant æquales rectangulæ. Deinde in medio puncto longitudinis regulæ,& in medio alicuius illarũ ſuperficieꝝ fiat foramen rotundũ,cuius amplitudo ſit capax corꝑis,qđ eſt in dorſo inſtrumenti,& ſit foramen perpendiculare ſuper ſuperficiẽ regulæ tranſiens ad aliam partem ſuperficiei oppoſitæ,fiat'q; taliter ꝙ reuoluatur in ipſo inſtrumentũ non leui reuolutiõe,ponatur'q; inſtrumentũ ſuper regulam immiſſo corpore,ꝙ eſt in eius dorſo in foramen regulæ,donec ſuperficies inſtrumenti coniungatur ſuperficie regulæ,erit'q; longitudo regulæ æqualis diametro inſtrumenti, fiant'q; duæ pinnulæ latitudinis & ſpiſſitudinis regulæ, ſed longitudinis plusq; unius digiti,quæ conſolidentur ſuper extremitates regulæ,ita,ꝙ ipſorũ præeminentia ſuper extremitates regulæ ſit unius digiti,uel parum plus,uel minus,& pinnulæ illæ conſolidatæ ſint ſuꝑ ſuperficiem regulæ non perforatã,& quia latitudo regulæ eſt duorũ digitoꝝ, altitudo uero corporis in dorſo inſtrumenti eſt trium digitoꝝ,ille tertius digitus quo corpus pinni et regulæ perforetur,ſicut in aſtrolabio,& imittat̃ cuſpis continens regulã cum inſtrumento. Deinde aſſumatur alia regula ænea,cuius latitudo ſit dupla ſuæ ſpiſſitudini, ſpiſſitudo uero ſit æqualis diametro foraminis qđ eſt in ora inſtrumenti,& longitudo eius ſit æqualis medietati cubiti,fiat'q; hæc regula recta & uera,& eius ſuperficies æquales & æquediſtantes. Deinde ſecetur illa regula in una ſui parte oblique,donec finis longitudinis eius cõtinuat cum tertio latitudinis angulum acutũ,ut facilius ualeat moueri. In parte uero altera ſit finis latitudinis eius perpendicularis ſuper finem longitudinis. Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo æqualia,& à puncto ſectionis ducatur linea æquediſtans lineis longitudinis quæ erit perpendicularis ſuper lineam latitudinis per 29.primi. Cum itaq; hæc re-





gula fuerit ſuperpoſita ſuperficiei fundi inſtrumenti taliter, ut eius ſpiſſitudo ſit orthogonaliter erecta ſuper fundum inſtrumenti, & ſuperficies latitudinis applicetur ſuperficiei fundi ipſius inſtrumenti, tunc eius ſuperior ſuperficies in ſuperficie circuli medij trium circulorum in ora inſtrumenti protractorũ, cuius diameter eſt linea m p, ideo, quia ſpiſſitudo regulæ eſt æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis quæ eſt n l, eſt æqualis lineæ perpendiculari exeunti à centro foraminis ſuper ſuperficiẽ planam inſtrumenti, quæ eſt linea m f, cui adiacet linea ſpiſſitudinis regulæ æqualis ipſi. Cum itaq; propoſitam concluſionẽ experimentaliter placuerit declarare, opponatur inſtrumentũ præmiſſum corpori ſolari, uel alteri corpori luminoſo cuicunq;, uel etiam candelæ, & applicetur centrũ foraminis inſtrumenti qđ eſt punctũ m, oppoſito corporis luminoſi ſecundũ qđ melius fuerit poſſibile, tranſibitq; radius luminoſus centra amborum oppoſitorũ foraminũ unius in ora inſtrumenti, & alterius in tabella perforata exeuntia, quæ ſunt m & y, deſcribeturq; circulus luminoſus ex parte horæ inſtrumenti oppoſito foramini l m ndirecte per diametrũ m p, eritq; centrum illius circuli luminoſi in puncto p. qđ faciliter patere poteſt, ſi à puncto p ad utranq; partem periferiæ circuli medij illorũ trium circulorũ, ſecundũ gradus & minuta diuiſi, partes interiacentes luminoſi circuli periferiã computentur, inuenientur enim æquales numeri hinc inde, eſt ergo punctum p centrum illius circuli luminoſi, linea itaq; m p, ſecundũ quã incidit radius, tranſiens per centrũ circuli utriuſq; foraminis, & per centrũ circuli luminoſi, tota eſt in ſuperficie plana circuli medij illorũ trium circulorũ, & eſt diameter illius circuli, eſt ergo linea recta. & ſi aliqđ corpus forti colore medio coloratum, ut uiride uel rubeum, ponatur extra foramen oræ inſtrumenti, ita, ut lumen ſolis uel alterius corporis tranſiẽs per illud corpus, poſtmodum incidat foraminibus inſtrumenti, & tranſeat per illa, tunc ut patuit per ultimam præmiſſarum ſuppoſitionũ, circa punctum p in ora inſtrumenti deſcribet circulus luminis colorati illo colore, color ergo mixtũ cum lumine diffudit formã ſuam ſecundũ lineas rectas, ſicut & ipſum lumen: patet ergo, ꝙ radij quorumcunq; luminum & multiplicatiões formarũ ſecundũ lineas rectas ꝓtendunt, & hoc eſt ꝓpoſitum.

II.

Lumen non impeditum, per totum ſibi proportionatum medium in inſtanti neceſſarium eſt deferri.

Sit linea ꝓportionata delationi luminis fortioris, ut eſt in lumine ſolis mundi diameter, quæ ſit linea a b c d, & ſit corpus fortiter luminoſum in puncto a. ſi ergo dicatur, ꝙ lumen in tempore defertur per lineam a b c d, & non in inſtanti, ergo in parte illius temporis defertur per lineam a b, & in minimo tẽpore ſenſibili feretur per minimã partem ſenſibilẽ lineæ a b, quoniã ſi in tempore ſenſibili feretur per ſpaciũ inſenſibile, contingeret ſpacium ſenſibile ex inſenſibilibus componi, ſicut tempus menſuratũ poſt illud ſpaciũ compoſitũ ex temporibus ſenſibilibus in ſuis partibus feretur, ergo in tempore minimo ſenſibili per minimũ ſpacium ſenſibile, ſed in eodem tempore feretur per idem ſpacium forma luminoſi corporis debilioris, minus illo corpore fortiori luminoſo, q̃m minimo ſpacio ſenſibili non eſt aliꝗd ſpaciũ ſenſibile minus, etiã minimo tempore ſenſibili non eſt aliqđ ſenſibile tempus minus, æqualis ergo uirtutis erunt lumen fortius & debilius, ꝙ eſt impoſſibile, q̃m implicantur contradictoria, eſt ergo impoſſibile lumen in tẽpore per ꝓportionatũ ſibi mediũ diffundi. neceſſe eſt ergo ꝙ illa diffuſio fiat in inſtanti, qđ eſt ꝓpoſitum. Ad hoc etiam aliquæ deſeruiunt naturales rationes Ariſtotelis, quas, qui uoluerit percurrat, quia ſufficit nobis hoc unum inconueniens ſecutum.

III.

Omnis linea qua peruenit lux à corpore luminoſo ad corpus oppoſitũ, eſt linea naturalis ſenſibilis, latitudinem quandam habens, in qua eſt linea mathematica imaginabiliter aſſumenda.

Lux enim non procedit niſi à corpore, q̃m non eſt niſi in corpore, unde patet, quia in minima luce, quæ ſumi poteſt, eſt latitudo: q̃m minimã lucem dicimus, quæ ſi diuidatur, non habet amplius actum lucis, quia non erit uiſibilis, ſed utraq; pars extinguetur,

quia

quia neutra pars eiꝰ erit lux,neqꝫ apparebit ſenſui.Eſt ergo in linea radiali,ſecundū quā fit diffuſio luminis,aliqua latitudo ꝓpter quā ineſt ei ſenſibilitas,& in medio illius lineæ eſt linea mathematica imaginalis,cui omnes aliæ lineæ mathematicæ in illa linea natu rali æquediſtantes erunt,& qm̄ lux minima ꝓcedit ad minimā corporis partem quam lux occupare poteſt,neceſſe eſt,ꝙ ꝓceſſus eius ſit ſecundū lineam mathematicā, quæ eſt in medio lineæ ſenſibilis,& ſecundū lineas extremas æquediſtātes lineæ mediæ,neqꝫ cadit lux minima in punctum mathematicū corporis oppoſiti,ſed in punctum ſenſibilem correſpondentē omnibus prædictis mathematicis indiuiſibilibus,ad quos lineæ mathe maticæ ipſius lineæ poſſunt terminari,& ob hoc utemur in demonſtrandis paſſionibus lucis figuratione linearum mathematicarum in proceſſu.

IIII.

Corpora diafona ſunt apta penetrationi luminis & coloris ſine eſſentiali ſui traſmutatione.

Hæc enim corpora ꝓprietatem habent,ut non prohibeant formas lucis & coloris ſe penetrare,attamen non mutantur à lucibus uel coloribus,nec alterantur ab eis altera tione fixa,Sed fit per illa diffuſio lucis & coloris ſecundum lineas rectas per primā huius,quaꝝ aliquæ ſunt æquediſtātes,aliquæ ſecantes ſe,& quædā diuerſi ſitus,& omnium iſtarū lineaꝝ diſtinctio fit per diſtinctū ſitum corporis luminoſi, à quo fit diffuſio illius lucis uel coloris.Formæ itaqꝫ lucis & coloris extenſæ à coloribus diuerſis in eodem diaſono,extenduntur quælibet ipſaꝝ ſecundū lineam rectam,& pertranſibunt ad corpora oppoſita.Corpus uero diafonū non tingitur per luces uel colores,ſed ſolum penetratur, neqꝫ enim talia corpora ꝓpter luces & colores perdunt ſuas formas,neqꝫ tinguntur per luces & colores tinctura fixa,quia in eis non remanent formæ lucis uel coloris poſt receſſum lucis uel coloris ab ipſaꝝ oppoſitione,nō ergo tranſmutantur illa corpora eſſen tiali tranſmutatione per luces & colores,quod eſt propoſitum.

V.

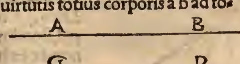
Luces & colores in corporibus diafonis non admiſcentur adinuicem,ſed penetrant diſtincti.

Huius rei experimentaliter declarandæ cauſa,ponantur in loco aliquo candelæ multæ localiter diſtinctæ,& ſint omnes oppoſitæ uni foramini pertranſeunti ad locum obſcurū,& opponatur foramini in loco obſcuro aliqđ corpus non diafonū, Luces itaqꝫ candelaꝝ apparent ſuper illud corpus diſtincte ſecundū numerū candelaꝝ,& quælibet illarū apparet oppoſita uni candelæ ſecundū lineam rectam tranſeunte per foramē & per medium luminis lumen candelæ,& ſi cooperiatur una candela, deſtruetur unum lumen oppoſitū illi candelæ tantū,& diſcooperta candela,reuertitur lumen:palam itaqꝫ, ꝙ luces in medio foraminis,ubi ſe interſecant omnes uel plures in puncto uno, non admiſcentur in eodem puncto,ſed ſunt diſtinctæ per ſui ipſaꝝ eſſentias,& ob hoc cum ulterius ꝓtenduntur,tunc ſecundū locoꝝ,quibus incidunt,diuerſitatē localiter diſtinguuntur,& qm̄ lux res coloratas pertranſſēs,illarū coloribus coloratur,ut ſuppoſitū eſt: palā, ſi lumen penetrat diſtinctū & colores qui feruntur cum lumine, penetrabunt diſtincti, patet ergo propoſitum.

VI.

Proportio uirtutis totius corporis luminoſi ad totū corpus luminoſum, eſt ſicut determinatæ partis uirtutis ad partē corporis ſibi ꝓportionabilē.

Sit corpus aliqđ luminoſum a b.Dico ꝙ ꝓportio uirtutis totius corporis a b ad totum corpus a b,eſt ſicut ꝓportio partis uirtutis q̄ eſt a,ad partem corporis quæ eſt a.Si enim nō eſt iſtorū eadem ꝓportio,aut ergo maior aut minor: ſit primū maior,& ſit uirtus totius corporis a b ſignata per lineam g d,ſitqꝫ g uirtus partis corporis quæ eſt a & d,ſit uirtus partis corporis quæ eſt b;quæ eſt ergo ꝓportio g ad a,eadem eſt d ad b,ergo per 18.quinti erit coniunctim g d ad a b,ſicut g ad a,Si ergo ꝓportio g ad a eſt maior ꝓportione g d ad a b, erit

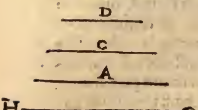


erit quoq; maior ꝓportio g d ad a b, q̃ g d ad a b, qđ eſt impoſſibile, non enim potuerint eſſe unius rei ad aliam duæ ꝓportiones, quarũ una maior alia, idem quoq; accidit impoſſibile danti, ꝙ minor ſit ꝓportio g partis uirtutis ad partem corporis quæ eſt a, quæ g d uirtutis ad a b corpus. Si enim minor eſt ꝓportio g ad a q̃ g d ad a b, & quæ eſt g ad a, eadem eſt d ad b per 3. primi huius, erit ergo per 18. quinti coniunctim ꝓportio totius uirtutis, quæ eſt g d, ad corpus a b minor ꝓportione g d ad a b, qđ eſt impoſſibile, eſt ergo ꝓportio g ad a, ſicut g d ad a b, & hoc eſt ꝓpoſitum, & eſt uniuerſale, niſi forte aliqd conferat unio uirtuti, qm̃ uirtus unita ſemper eſt fortior ſe ipſa diuiſa: unde tenet noſtra demonſtratio, quando partes non diuiſæ à toto agunt in ipſo toto non actualiter diſtincte, cum enim diſtinctæ ſunt à toto, tunc non ſunt partes, quia nomen partis, id qđ dicit ſignat potentiã non actum, & de hoc completius in alijs ſermo fuerit.

VII.

Omnis corporis luminoſi intranſmutabilis ſecundum formam uel ſitum in corpus aliud æquale & omogeneum, eidem immediate uel per medium uniforme oppoſitum, eſt ſemper actio æqualis & uniformis.

Sit enim dati alicuius corporis luminoſi uirtus a, & ſit corpus æquale & omogeneũ eidem oppoſitũ b g, & ſit impreſſio uirtutis a in b g corpora ſignata per c. Dico ꝙ a ſemper imprimit in corpus b g impreſſionem c, quæ eſt ſemper æqualis ſibijpſi & uniformis. Si enim detur ꝙ a quandoq; imprimit in b g impreſſionem quæ eſt c, qñq; uero nõ imprimit c, ſed aliud maius uel minus ipſo c, ut d, tunc cum corpus obiectum ſit omogeneũ & uniforme, erit diuerſitas impreſſionis non à corpore b g patiente, ſed à uirtute a diuerſificata in ſe, hoc autem eſt impoſſibile, cum corpus luminoſum poſitũ ſit intranſmutabile ſecundum formam & ſitum, eſt ergo ipſius actio ſemper æqualis & uniformis in corpus eidem immediate uel per medium uniforme oppoſitum, & hoc eſt ꝓpoſitum.



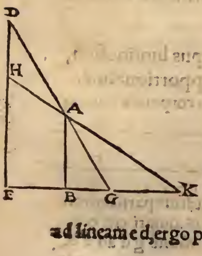
VIII.

Neceſſe eſt terminũ lõgitudinis cuiuslibet umbræ radiũ lumioſum eſſe.

Quod hic ꝓponitur, ſatis patet per præmiſſa principia, quoniam enim per tertiam ſuppoſitionem ſolum in abſentia luminis fit umbra, & ꝑ 4. ſuppoſitionẽ in allatione luminis umbra deficit, tunc neceſſario oportet in tanto ſpacio umbram cauſari, in quanto lumen deficit, & ubi lumen accedit, ibi umbra deficit. Terminus ergo longitudinis cuiuslibet umbræ cum ſit linea, patet ꝙ oportet, ut illa linea ſit luminoſa, eſt ergo illa linea radius luminoſus per diffinitionem radij, patet ergo ꝓpoſitum.

IX.

A terminis æquediſtantium altitudinum corporis luminoſi altioris, & corporis umbroſi baſſioris productæ lineæ, concurrentes ſunt ſuis altitudinibus proportionales, ex quo patet, ꝙ eadem altitudo corporis umbroſi ex lumine baſſiori longiorem proijcit umbram q̃ ex lumine altiori.



Sit altitudo corporis umbroſi cuiuſcũq; linea a b, & ſit altitudo alia illi æquediſtãs ipſius corporis luminoſi, quæ ſit d e, ſitq; linea d e maior q̃ linea a b, ꝓducanturq; lineæ e b & d a, quæ ꝓtractæ concurrant ad aliquã partem in puncto g per 2. primi huius. Dico ꝙ erit ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, & linea g a ad lineã g d, ſicut lineæ a b ad lineam d e, quia enim linea b a æquediſtat lineæ d e ex hypotheſi: palam ergo per 29. primi, qm̃ angulus g b a eſt æqualis angulo g e d, & angulus g a b æqualis angulo g d e, angulus quoq; b g a cõmunis eſt ambobus trigonis d g e & a g b, ergo per 4. ſexti eſt ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, ſicut lineæ b a ad lineam e d, ergo per 5. primi huius, erit econtrario ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, ſi

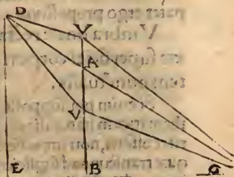
cut li-

cut lineæ e d ad lineam a b:palam ergo eſt ꝓpoſitum,quoniã eodem modo demonſtrari poteſt de lineis g a & g d,& ex hoc patet,q̃m eadem altitudo corporis umbroſi ex lumine baſſiori longiorem proijcit umbram ꝗ̃ ex lumine altiori.Eſto enim ꝙ aliqđ corpus luminoſum ſit in puncto h,cadatq́ radius h a in punctum lineæ e g,qđ ſit k,eritq́ ꝑ præmiſſum modum proportio e k ad b k,ſicut h e ad a b,ſed per 8. quinti proportio lineæ h e ad a b eſt minor ꝗ̃ d e ad a b,ergo per 11.quinti proportio e k ad b k eſt minor ꝗ̃ e g ad b g,multum ergo excreuit umbra b k reſpectu umbræ b g,ut patet per 10. quinti & per 4. primi huius,& ex hoc accidit,ꝙ umbræ lunares ſemꝑ ſunt lõgiores ꝗ̃ umbræ ſolares,& ita de alijs corporibus luminoſis altioribus & baſſioribus quibuſcunq́, patet ergo ꝓpoſitum.

X.

Omnem radium luminoſum per medium unius diafoni trans uerticem alicuius corporis umbroſi protenſum,neceſſe eſt eſſe lineam unam rectam.

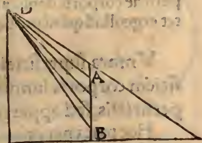
Remaneat totalis diſpoſitio proximæ præcedentis,& ſit punctus g finis umbræ,qa utiq́,ut patet per 8.huius,cuiuslibet umbræ terminus eſt radius luminoſus. Dico ꝙ ille radius terminans umbram eſt linea recta,ut eſt in ꝓpoſita figura linea d a g,ſi enim non eſt recta linea d a g, tunc d a linea ſit recta per primam huius, ideo, ꝙ nullam habet cauſam impedimenti in progreſſu,& linea a g ſimiliter eſt recta per idem,coniungitur ergo lineæ d a & g a angulariter in puncto a:ſubtendatur illi ergo angulo utcunq́ contingat baſis à punctis d & g,& ſit linea d u g recta,& protrahatur uel abſcindatur linea a b,trigonum itaq́ e d b g diuiditur per lineã d u æquediſtantem lineæ e d,ergo per 29.primi erunt trigoni e d g & b u g æquianguli,ergo per 4. ſexti erit ꝓportio lineæ g e ad lineam g u,ſicut lineæ e d ad lineam d u.Sed per proximam præmiſſam eſt ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, ſicut lineæ d e ad lineam b a,eſt ergo ꝑ 11.quinti eadem ꝓportio lineæ d e ad ambas lineas b u & b a,qđ eſt contra 8.quinti,& impoſſibile,ad minorẽ enim maior,& ad maiorem minor eſt proportio,uel ſequetur maiorem lineam eſſe æqualem minori ꝑ 9.quinti,hoc autẽ eſt impoſſibile.Oportet ergo ut radius d a g ſit linea una recta,quod eſt propoſitum.



XI.

Omnia corpora denſa non diafona in partem luminoſo corpori aduerſam umbrã proijciũt uſq́ ad incidentiã radij per rei denſæ uerticẽ ꝓducti.

Quia enim in corporibus denſis nõ diafonis natura diafoneitatis & tranſparentiæ eſt impedita per admixtionẽ corporũ opacoꝝ terreorum,ſunt enim omnia talia naturæ terreæ à dño,neceſſe eſt ergo,ut tranſitum luminis impediant, ergo per petitionem in abſentia luminis umbroſitatem efficiunt in ea parte,in qua per ipſas luminis exceſſus impeditur, hoc autem eſt in parte aduerſa corpori luminoſo. Sit autem aliqđ talium umbroſoꝝ corporũ,cuius altitudo ab horizonte ſit a b,& eius uertex a,& ſit corpus luminoſum altius ꝗ̃ linea a b, cuius aliquis ſupremus punctus ſit d,radij itaq́ in tota linea a b incidentes,impediuntur à tranſitu ꝓpter corporis opacitatem,cadat uero radius d c proximus ſuꝑ radiũ d a,hic ergo radius, quia non impeditur, tranſit ultra corpus a b,in ſua ergo incidentia quæ ſit c affert lumẽ,deficit ergo umbra. & patet propoſitum.

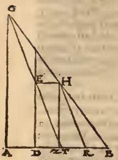


XII.

Aequalium altitudinum corporum umbroſorum,quod fuerit corpori luminoſo ſe altiori propinquius,breuiorem facit umbram.

Sit ſupremus punctus corporis luminoſi g,ꝙ ſit altius duobus corporibus umbroſis,cuius altitudo à ſuperficie horizontis ſit linea a g,ſintq́ duorum corporꝝ umbroſorũ æquales altitudines erectæ ſuꝑ lineam a b,productam in ipſa ſuperficie horizontis quæ

ſint d e & z h,quarum d eſt propinquior corpori luminoſo a g & z h remotior, ducatur'q; per uerticē corporis d e radius g e t,qui erit linea una ꝑ 10. huius,& per uerticem corporis z h ducatur radius g h b, erit itaq; per præmiſſam corporis d e umbra d e t,& corporis z h umbra z h b. Dico ꝙ umbra d e t eſt minor ꝙ̃ umbra z h b, ducatur enim à puncto h linea æquediſtans lineæ e t ꝑ 31.primi, quæ ſit h k: palam'q; per 2.primi huius,quoniā linea h k concurret cum linea a b cum qua concurrit eius æquediſtans quæ eſt linea e t,& quoniā lineæ h b & e t concurrūt in puncto g ſupremo puncto corporis luminoſi,cadet ergo punctū k ꝑ 2.& ꝑ 14.primi huius inter duo pūcta t & b,copuletur ergo linea e h,quæ ꝑ 33.primi ex hypotheſi æqualis & æquediſtans erit lineæ d z.Sed ꝑ 34.primi lineæ e h & t k ſunt æquales,lineæ ergo t k & d z ſunt æquales, addita ergo linea z t ,utrobiq; erit linea d t æqualis lineæ z k,ergo ꝑ primam ſexti umbra z h k eſt æqualis umbræ d e t,quoniā ſunt eiuſdem altitudinis ex hypotheſi,ſed umbra z h k eſt minor ꝙ̃ umbra z h b,quoniam eſt pars eius,ergo & umbra d e t eſt minor ꝙ̃ umbra z h b, patet ergo propoſitum.



XIII.

Vmbra lineæ rectæ perpendiculariter corpori luminoſo oppoſitæ,infixæ ſuperficiei corpori denſi nulla eſt,eleuatæ uero eſt linearis , apparet autem punctualis.

Si enim per ſuppoſitionē 3.in abſentia luminis ſit umbra,tunc patet,ꝙ ſi lineā mathematicam naturalis corporis ſupficiei infixam,accidit luminoſo corpori ꝑpendiculariter offerri,non impedietur,niſi unita linea radialis à tranſitu cum alijs lineis radialibus quæ tranſeunt ad ſupficiem illius corporis,nulla uero aliarum lineaꝝ radialiū impeditur ꝓpter obiectū illius lineæ,alias enim accideret duas uel plures lineas radiales cum una linea ꝑpendiculari ipſis obiecta in uno puncto cōcurrere,qđ eſt impoſſibile, quia indiuiſibilia in nullo ſe excedunt. Cum autē radius non ſit aliud ꝙ̃ linea luminoſa,ut patet per diffinitionem,palam,ꝙ radius ad modū lineæ incidit ſupficiei corporis ſecundum punctum,ergo & impedit ſecundū punctum. Sed in allatione luminis umbra deficit per 4. ſuppoſitionē,quia ergo unicus radius eſt impeditus, & ille incidit ſecundū punctum,palam ꝙ non manet aliqua umbra. Cum uero linea eleuatur ſuper denſi corporis ſuperficiem,ubicunq; ſub linea ponatur denſa ſupficies,umbra inuenitur:& ſi per diuerſa puncta fiat deſcenſus,palam,quia umbra proijcitur linearis,eo,ꝙ intra quælibet duo puncta eſt lineam mediam ducere,apparet autem ſemꝑ punctualis in concurſu ſui cum ſuperficie corporis denſi,quia ibi ſolū cum umbra denſitatis ſuperficiei commiſcetur,patet ergo illud quod proponebatur.

XIIII.

Vmbra ſuperficiei planæ cuiuſcunq; figuræ perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis luminoſi infixæ,corpori denſo nulla eſt,eleuatæ uero eſt ſuperficialis,ſed apparet linearis recta.

Hoc patet per præcedentē,ad quodlibet enim punctū lineæ terminantis quācunq; datam ſuperficiē corpori luminoſo ꝑpendiculariter oppoſitam,contingit ducere lineam ꝑpendiculariter oppoſitam corpori luminoſo, Vmbra ergo cuiuslibet illarum lineaꝝ ſupficie ꝓpoſita exiſtente infixa corpori denſo,nulla eſt,ergo neq; umbra totius ſuperficiei ſit aliqua eleuata niſi ſuperficie oppoſita ab illo denſo corpore,umbra cuiuslibet illarum lineaꝝ ꝑ præcedentē ꝓpoſitionem eſt punctualis,aggregata uero talia puncta, uidenē lineam conſtituere,apparet ergo umbrā ſuperficiei taliter eleuatæ umbra linearis, & quoniam ſupficies circulares ex ſuis diametris ex alijs ꝑpendiculariter ſuper corpus luminoſum ꝓductis,non accipiunt niſi puncta umbraꝝ,quæ ad lineam rectam inferius concurrunt,quia impediunt tranſitū rectæ lineæ ipſarū umbra linearis recta,non enim cauſantē umbræ à figura quorūlibet obiectaꝝ,niſi ſecundū ꝙ tranſitus luminis impeditur, cuiuſcunq;

cunq; ergo figuræ fuerit ꝓpoſita ſuperficies, umbra apparens ſemp erit ſuperficialis, uidebitur autem linearis ꝓpter præmiſſas cauſas, patet ergo propoſitum.

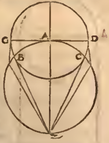
XV.

Omnis corporis denſi, cuius æqualis uel amplior eſt baſis contrapoſita ſibi ſuperficie perpendiculariter corpori luminoſo oppoſito infixi corpori denſo, umbra nulla eſt, eleuati uero eſt corporalis, uidetur aũt ſuperficialis.

Verbi gratia: Sit columna rotunda, uel aliud corpus, cuius baſis ſit æqualis uel amplior ſupficie illius eiuſdẽ corporis contrapoſita ipſi baſi, ſi ipſius corporis ſuperficies terminetur ad unum punctũ, ut eſt in pyramide, ꝙ infigatur ſupficiei alicuius corporis ſolidi, & perpendiculariter opponatur corpori luminoſo, dico ꝙ uerum eſt qđ ꝓponebať. Si enim illud corpus ſit columna rotunda uel aliud corpus, cuius baſis ſit æqualis ſuperficiei contrapoſitæ baſi, & aduerſæ corpori luminoſo, patet, qm̃ radij luminoſi ex omni parte ſecundũ lineas longitudinis perueniunt ad baſem, nulla ergo fit umbra, & idem patet, ſi illud corpus ſit pyramidale, uel ſi baſis ſit maior ſibi contrapoſita ſupficie aduerſi corporis luminoſi, tunc enim lumen nullatenus impeditur, ꝙ tñ accideret, ſi ſuperficies aduerſa corpori luminoſo eſſet amplior ipſa baſi corporis umbroſi, tunc enim impedito tranſitu luminis cauſaretur umbra. Sed quacunq; figura corporis exiſtente, ſi ipſum eleuetur ab alio corpore cui fuit infixum, apparebit umbra ſuperficialis: ſuperficies enim ſecantes corpus, & ꝑpendiculariter ſuperficiei corporis luminoſi incidentes, umbram conſtituunt linearem per præmiſſam, & quia tota ſuperficies corporis oppoſita luminoſo corpori per tales ſuperficies exhauritur, lineæ uero tales cõiunctæ ſuperficiem conſtituunt, palam, omnis corporis ſic diſpoſiti umbram ſuperficialẽ apparere, erit autẽ illa umbra neceſſario corporalis, quoniã erit dimenſionata dimenſionibus corporis, qđ poteſt declarari ut prius, patet ergo propoſitum.

XVI.

Longior radius ad ſphæram uel circulum columnæ uel pyramidis rotũdarum perueniens, quaſi linea contingens eſt.



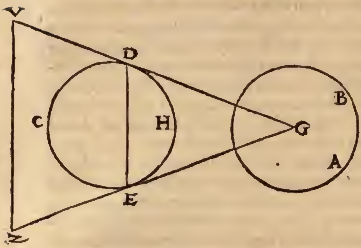
Sit circulus magnus ſphæræ uel columnæ uel pyramidis rotũdæ, qui d g, cuius centrum ſit punctum a, & diameter g d, & qm̃ lumen ad omnem differentiã poſitiõis ſe diffundit, ſicut patet ꝑ 6. ſuppoſitionẽ, ſit punctum corporis luminoſi z, cuius lumen ſe diffundit ſup circulum d g, ducaturq; linea z a à puncto corporis luminoſi ad centrum illuminati circuli, & ſecundũ diametrum a z deſcribatur circulus, ſecans circulum d g in punctis e & b, & copulentur radij z e, z b. Dico ꝙ radij z e & z b ſunt contingentes ſphæram, uel aliud aliorum corpoꝝ, & ꝙ nulli radij longiores illis poſſunt ad illa corpora peruenire: ducantur enim à centro circuli g d, qđ eſt punctum a, ad puncta ſectionum b & e, lineæ a e & a b, palam ergo ꝑ 30. tertij, ꝗniam duo anguli z e a & z b a ſunt recti, ergo per 15. tertij patet, ꝙ lineæ z e & z b contingunt circulum g d, ꝓductæ ergo non ſecabunt circulum g d: ſunt itaq; lineæ z e & z b longiores lineæ, quæ à puncto z ad illa corpora duci poſſunt. Si enim detur, ꝙ aliqui longiores radij duci poſſunt à puncto z ad illa corpora, patet per 8. tertij, ꝙ illæ nõ cadent in arcum e b, ipſæ ergo productæ ſecabunt lineas z e & z b prius ꝙ̃ ꝑueniant ad arcus e g uel b d, duæ itaq; lineæ rectæ includent ſuperficiem, qđ eſt impoſſibile, & hoc quidem nõ ſolum demõſtrabile eſt in corporibus illuminandis, ſed etiam per eundem modum demonſtrari poteſt de corporibus luminoſis, quia & ab illis longior radius obiecta corpora incidens, ipſa corpora luminoſa eſt contingens, patet ergo ꝓpoſitum.

XVII.

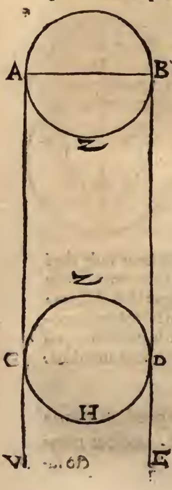
Impoſſibile eſt, ut lumen egrediens à corpore luminoſo, egrediatur tantum à centro corporis luminoſi, ex quo patet, ꝙ neceſſe eſt à quolibet pun-

cto ſuperficiei corporis luminoſi diffundi radios luminoſos.

Si enim dicatur ꝙ radij luminoſi tantum egrediuntur à centro corporis luminoſi, ſit corpus luminoſum circulus a b, cuius centrum g, ſitq́ꝫ corpus illuminatũ circulus d e, à centro g corporis luminoſi egrediuntur duo radij longiſſimi, qui poſſunt ab illo pũcto a corpori illuminando incidere, qui ꝑ præmiſſam erunt duæ lineæ contingentes fines



corporis illuminati, quæ ſint g d u, g e z, & puncta contactuũ quæ ſint d & e copulentur per lineam d e & e i, æquediſtanter ducatur linea u z, ꝑ 31. primi, erit ꝙ pars corporis illuminati ſuper quã cadit lumen pars d h e, & pars obſcura ſuper quã nõ cadit lumẽ, quæ d c e, & quia pars ſupra quã non cadit radius, non illuminatur, ergo ꝑs contenta ſub terminis u d c p e z eſt umbroſa, obſcurans lineas d e & u z æquediſtãtes: ſunt itaq́ꝫ per 29. primi trigoni u g z & d g e æquianguli, quia angulus d g e eſt cõmunis ambobus trigonis, eſt ergo ꝑ 4. ſexti ꝓportio lineæ g e ad lineam g z, ſicut lineæ d e ad lineam u z, ſed linea z g eſt maior ꝙ̃ linea e g, ergo linea u z eſt maior ꝙ̃ linea d e, umbra ergo corpoꝝ omniũ cuiuſcunq́ꝫ ſint ꝓportionis ipſarũ diameter ad diametros corporis luminoſi ſemper eſt maior corpore umbroſo, & ſemper augmẽtantur ſecundũ modum q̃ elongãtur ultra corpus umbroſum, cuius contrariũ notũ eſt ſenſui. Vnde fuit ſuppoſitũ in principio aliquã umbram in ſui termino acui, & ad punctum terminari, palam ergo eſt ꝓpoſitum. Et cum lumen egrediatur à corpore luminoſo, & non ſolum à centro, ut oſtendimus, manifeſtum eſt corollariũ, quoniã à quolibet puncto ſuperficiei corporis luminoſi neceſſe habet egredi ad corpora illuminanda, corpus enim luminoſum ſecundũ qđ huius unigeneum eſt, unde qua ratione dabitur ab uno puncto ſuæ ſuperficiei lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum, pater ergo propoſitum.



XVIII.

Impoſſibile eſt, ut à ſuperficie corporis luminoſi egrediantur radij ſolum æquediſtanter corpori illuminando incidentes.

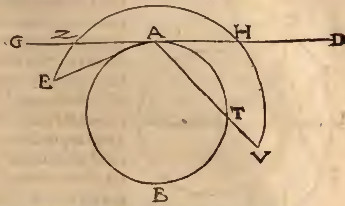
Si enim hoc dicatur eſſe neceſſarium, tunc ſequeretᷣ euidens impoſſibile. Sit enim corpus luminoſum, cuius diameter a b, & corpus illuminatũ d g, & ꝓducantᷣ à corpe luminoſi duo radij lõgiores, q per 16. huius erũt duæ lineæ cõtingentes fines corporis g d, quæ ſint a g e & b d h, & ſint æq̃diſtantes ex hypotheſi, pars q̃q́ꝫ illuminata ſuper quã cadit lumẽ ſit g z d, & pars ſup quã cadit umbra ſit g h d, umbra ergo cõtinetᷣ à duabus lineis e g & d u, quæ ſint æq̃diſtãtes. Si ergo unicuiq́ꝫ corpori illuminãdo correſpõdeat æqualis ſibi pars corporis illuminãtis, tũc enĩ ſolũ ſecundũ lineas æquediſtantes radij incident per 33. primi, patet ergo, ꝙ omnis umbra in omni ſui parte æqualis erit ſuæ rei umbroſæ, igitur nõ augebitur umbra, neq́ꝫ minuetur, ſed ꝓtendetur ſuper in infinitum, qđ eſt contra ſuppoſitionem, habet enim aliqua umbraꝝ terminũ acutum, eſt ergo hoc impoſſibile, oppoſitum eſt ergo neceſſarium, & hoc eſt ꝓpoſitum.

XIX.

Oĩs punctus corporis luminoſi eam partẽ corporis umbroſi illuminat, ad quã ab eodẽ pũcto rectas lineas poſſibile eſt

le eſt produci, ex quo patet, ꝙ unus punctus luminoſi corporis non illuminat omne umbroſum corpus.

Sunt enim corpora luminoſa unigenea in ſuis partibus, non ergo diuerſificatur effectus ſuarum partium, neqꝫ eſt poſſibile, ut ab una parte illuminet, & non ab alia, non tamẽ ab uno puncto corporis luminoſi ad ꝗdlibet punctum umbroſi corporis poſſunt rectæ lineæ ꝓduci, & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, ſed illuminantur corpora umbroſa à diuerſis punctis corporis luminoſi. Sit enim corpus luminoſum circulus a b, qđ contingat linea d g ſup punctum a per 16. tertĳ, ſitqꝫ corpus illuminatum concauũ arcus e b, & ſecet ipſa linea d g ſuper duo puncta z & h. Dico ꝙ poſſibile eſt omnẽ arcum z h illuminari à puncto a corporis luminoſi, qm̃, ut patet, poſſibile eſt, ut ab omni pũcto arcus z h ducatur linea recta ad punctum a l, & ab arcu z e, & ab arcu h u ali quas lineas duci ad punctum a eſt impoſſibile p 15. tertĳ, qm̃ inter lineam g d contingẽtem circulum a b aliquã lineam rectam intercipi eſt poſſibile. Si ergo aliqua linea ab aliquo punctoꝝ illorum arcuũ ducatur ad punctum a, illa neceſſario ſecabit circulum, ſicut linea u a ſecat circulũ a b in puncto t priuſqꝫ ꝑueniat ad punctum a, & ſimiliter eſt de oĩbus lineis à quocunqꝫ puncto arcuum u h & z e ad punctũ a ꝓductis, omnes enim ſecãt circulum a b in alio puncto ab ipſo puncto a priuſqꝫ ꝑueniant ad punctum a: radius itaqꝫ exiens à puncto a, non illuminat ambos arcus u h & z e, ſed ſolum arcum h z, ſed illos arcus ab alĳs punctis luminoſi corporis circuli a b, à quibus ad eoſdem arcus recte poſſunt ꝓduci lineæ nihil prohibet illuminari. Et ſimiliter eſt de alĳs quibuſcunqꝫ corporibus illuminantis, qm̃ ſi corpora concaua de quibus plus uidetur, ꝙ poſſint ab uno puncto illuminari, non illuminãtur ab uno puncto coporis luminoſi, ergo multo minus corpora recta plures planas ſuperficies habentia, uel corpora ſphærica, uel alia cõuexa, poſſunt ab uno puncto luminoſi corpis illuminari, patet ergo ꝓpoſitũ & eius corollarium.



XX.

A puncto cuiuslibet corporis luminoſi lumen diffunditur ſecundum omnem rectam lineam, quæ ab illo puncto ad oppoſitã ſuperficiẽ duci poteſt, unica tantum linea perpendiculariter ſuperficiei obiecti corporis incidente, ex quo patet lucem cuiuslibet puncti corporis luminoſi ſecundum pyramidem illuminationis diffundi.

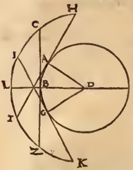
Quod enim lux cuiuslibet corporis luminoſi diffundatur ſecundũ omnem lineã ducibilem ab illo puncto ſuper ſuperficiem corporis obiecti ad omnem poſitionis differentiam, hoc patet per præmiſſam. Qđ autem unica tantũ lineaꝝ ab aliquo uno puncto corporis luminoſi ꝓductarũ ad ſuperficiem unam corporis oppoſiti ſit perpẽdicularis, hoc patet ex 20. primi huius. Vnica ergo linea perpendiculariter incidit ſuperficiei ſibi oppoſitæ, omnes uero aliæ lineæ ab eodem puncto ꝓductæ, incidũt oblique, patet ergo ex hoc, ꝙ cuiuslibet puncti corporis luminoſi lumen ſecundũ pyramidem illuminationis diffunditur, cuius uertex eſt in pũcto corporis luminoſi & baſi in ſuperficie corporis obiecti, & hoc quidã inſtrumentaliter, patet per primam huius, lumine enim tranſeunte foramen inſtrumenti, cuius centrum eſt punctũ m, & diffuſio in ipſo in partem oppoſitã oræ inſtrumenti ſecundum circulũ, cuius centrum eſt punctũ p, erit circulus p maior circulo m, qđ ſenſibiliter poteſt uideri. Computatis hinc inde partibus in ora inſtrumẽti, quæ interiacent periferias illorum circuloꝝ & centra, patet ergo ꝓpoſitum.

XXI.

Corporis umbroſi pars, cui à pluribus partibus corporis luminoſi lumen

incidit, plus illuminatur, q̄ pars cui à paucioribus, ex quo patet unũquodq́ꝫ umbroſum circa radium ſibi perpendiculariter incidentẽ plus illuminari.

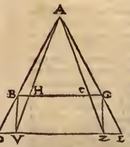
Sit corpus luminoſum circulus a b g, cuius centrum ſit d, ſitq́ꝫ arcus ſui concauitatate reſpiciens corpus illuminandũ qui a b g, diuiſus per æqualia in puncto b, & ducatur linea z e contingens circulum in pũcto b per 16. tertij, & à puncto g contingat circulũ linea i k, & in puncto a linea t h, ſitq́ꝫ corpus umbroſum arcus k z t i c h, ducatᷣ quoqꝫ linea p b l à centro corporis luminoſi ad corpus umbroſum, eritq́ꝫ hæc ꝑpendicularis ſuper lineam c z, cõtingentem circulum in puncto b per 17. tertij, unaquæqꝫ igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminoſi per 19. huius, punctus ergo b illuminatur à puncto a, ſimiliterq́ꝫ arcus k i illuminatur à puncto g, & punctus l, totusq́ꝫ arcus z c illuminatur à puncto b, ergo & punctus l, punctus itaqꝫ l illuminatᷣ à tribus punctis corporis luminoſi. ſ. punctis a b g, & totus arcus t i eſt cõmunis illuminationi trium punctoꝝ a b g, arcus uero c i eſt cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctoꝝ a & b, arcus quoqꝫ z t eſt ſimiliter cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctoꝝ l & g, q̄m eſt cõmunis arcubus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis, arcus uero h c illuminatur tantũ ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantũ puncto g. Illuminatio ergo arcus t i triplicatũ habet lumen, ꝙ arcus z t & c i habent duplum, & ꝙ arcus c z & z k habent ſimplum, magis ergo omnibus alijs arcubus illuminatur arcus t i, qui eſt circa lineã ꝑpendicularem, quæ eſt l d, & illuminatio duorũ arcuũ z t & c i eſt æqualis, q̄m à totidẽ punctis corporis luminoſi illuminatur unus ut alius, ipſorũ uero amboꝝ illuminatio maior eſt illuminatione duorũ arcuum c h & z k, eritq́ꝫ ſemper ꝓportio exceſſus illuminationis ſecundũ numerum punctoꝝ corporis illuminantis reſpicientis partem corporis illuminati, patet itaqꝫ ex ijs, q̄m ſemper id qđ eſt ꝓpinquius perpendiculari fortius illuminatur illo, qđ eſt remotius ab eadem perpendiculari, ſuper ipſam namqꝫ plus luminis cadit, ꝙ à pluribus luminoſis partibus illuminatur, quod enim nunc demonſtratum eſt in arcu k h, ſimiliter accidit in alio corpoꝝ quocunqꝫ, exemplificauimus autem iſtũ in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari, patet ergo ꝓpoſitum.



XXII.

Omne corpus umbroſum puncto luminoſo ꝓpinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus diſtante.

Sit corpus luminoſum in puncto a, & corpus illuminatũ ſit apud lineam b g, & copulentur lineæ a b & a g, uirtus itaqꝫ corporis a illuminans corpus b g, illuminat in aërem medium, qui continetur in triangulo a b g, & ducatur linea d e æquediſtans lineæ b g e per 31. primi, ſitq́ꝫ linea b g ꝓpinquior corpori luminoſo in puncto a exiſtenti q̄ corpus d e. Dico ꝙ corpus b g fortius illuminatur q̄ corpus d e, ſit enim ut radius a b cadat in puncto d, & arcus a g in punctum e, & à puncto b ducatur ſuper lineam b e linea perpendicularis q̃ ſit b u, & à puncto g perpendicularis quæ ſit g z per 12. primi, erit ergo per 34. primi linea u z æqualis lineæ b g, & linea b u æqualis lineæ z g. Ducantur itaqꝫ lineæ u a & z a, hæc ergo ſecabunt lineam b g per 2. primi huius, ſecet ergo ipſam linea u a in puncto h, & linea z a in puncto t, quia ergo uirtus imprimens lumen in corpus b g eſt diffuſa per totum triangulum a b g, uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori a b, eſt diffuſa ſolum per trigonum a h t, & quia per primã ſexti triangulus a b g eſt maior triangulo a h t, quoniã baſis b g eſt maior baſe h t, plus itaqꝫ luminis diffuſum eſt in trigono a b g, q̄ in trigono a h t, in quolibet enim iſtorum trianguloꝝ puncto eſt lumen æqualiter



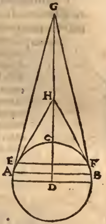
diffuſum

diffuſum. Lumē ergo incidēs corpori exiſtenti in linea u z, illud corpus debilius illuminat q̃ corpus b g, quia paucius ſibi lumen incidit, ꝓportio enim uirtutis luminis incidētis lineæ h t ad impreſſionem ſuam in corpus u z, eſt minor ꝓportione uirtutis incidentis lineæ b g ad impreſſionē ſuam in corpus u z per 8. quinti, q̄m ut patet ex præmiſſis, lumen incidens lineæ b g eſt plus lumine incidente lineæ h t. Proportio uero uirtutis incidentis lineæ h t ad impreſſionem ſuam in corpus u c, eſt ſicut ꝓportio uirtutis incidentis lineæ b g ad impreſſionē ſuam in corpus b g per 6. huius, ergo per 16. quinti erit permutatim ꝓportio uirtutis peruenientis ad lineam h t, ad uirtutem peruenientē ad lineam b g, ſicut impreſſionis factæ in corpus u z ad impreſſionē factā in corpus b g. Sed per præmiſſa lumen perueniens ad lineam h t eſt debilius lineæ ꝑueniente in lineam b g, ergo impreſſio perueniens à linea h t in corpus u z, eſt debilior impreſſione perueniente à uirtute luminis incidentis lineæ b g in corpus b g, corpus itaq; ꝓpinquius corpori luminoſo fortius illuminatur q̃ remotius ab eodem, & hoc eſt propoſitum.

XXIII.

Puncto remotiori à corpore luminoſo incidunt radij à pluribus punctis corporis luminoſi q̃ puncto propinquiori.

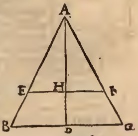
Sit corporis luminoſi circulus a b c, cuius cētrum d, & ducatur ꝑpendicularis d g, in qua ſignenī duo puncta g remotior, & h ꝓpinquior. Dico q; puncto remotiori qui eſt g, incidunt radij à pluribus punctis corporis luminoſi q̃ ipſi puncto h, ducantur enim radij longiſſimi à corpore luminoſo ad punctū h, erunt itaq; per 16. huius illi radij contingentis ſphæram. Contingāt itaq; radij incidentes puncto g in pūctis a & b, & radij incidentes puncto h contingant ſphærā in punctis e & f, palam, quia per 60. primi huius, q̄m puncta contingentiæ e & f cadent intra puncta d & b, quia itaq; punctum h ſolum irradiatur à punctis arcus e c f, & non ab alijs. Punctū uero g irradiatur à punctis arcus a c b, qui eſt maior arcu e c f, patet propoſitum, quoniā punctum g illuminabitur à ſuperficie corporis luminoſi, quā per æqualia diuidit arcus a c b, & punctū h illuminabitᷣ à ſuperficie corporis luminoſi, quā per æqualia diuidit arcus e c k tamē ꝓpter radiorum fortitudinē quæ ſequūtur ipſoꝝ breuitatē fortius illuminabitur punctum h à paucioribus radijs q̃ punctū g à pluribus, multiplicitas enim luminis in puncto remotiori eſt ex concurſu radioꝝ multorū oblique incidentiū & debilium, ſed in puncto propinquiori fortificabitᷣ lux ex breuitate radij ſecundum quā à corpore luminoſo immittitur plus uirtutis.



XXIIII.

Omne corpus luminoſum minus ſpacium à quo non egreditur fortius illuminat q̃ ſpacium maius illo.

Quod hic proponitur, ſatis patet per exemplum, una enim candela paruam camerā fortius illuminat q̃ domum uel cameram maiorē, poteſt tamē idem figuraliter demōſtrari: Eſto enim, ut ſit punctus aliquis corporis luminoſi a, à quo per ſpacium magnū, in quo ſit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d, & ſit radius a b perpendicularis ſuper lineam b g, illuminatur itaq; ſpacium totum b g ſecūdum has lineas à puncto a ſibi incidens, abſcindatur itaq; à linea a b linea a e ut placuerit, & à linea g e abſcindetur linea a f æqualis lineæ a e, productaq; linea e f, ſecet lineam perpendicularem quæ eſt a d in puncto h. Si ergo in linea e h f terminetur ſpacium ne lumen ultra pertranſeat, erit illud ſpacium minus ſpacio terminato per lineam b g d per 2. ſexti. Omnes autem radij peruenientes ad lineam b g, perueniāt ad lineam e f,



plus

plus ergo aggregantur radij in ſpacio e f q̃ in ſpacio b g, fortiores ergo fiunt cũ ſint uirtutis plus unitæ, magis ergo agunt q̃ in ſpacio b g, in quo ſunt diffuſiores, plus ergo illuminatur ſpacium minus, cum ad eius terminos uirtus luminis terminatur, q̃ ſpacium maius illo, & hoc eſt propoſitum.

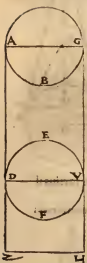
XXV.

Omnis axis uel diameter corporis umbroſi non perpendiculariter reſpiciens ſuperficiem corporis ſphærici luminoſi, alicui diametro illius corporis æquediſtat.

Sit enim axis uel diameter corporis umbroſi linea a b, non perpendiculariter reſpiciens ſupficiem corporis luminoſi ſphærici, cuius centrum ſit punctum c. Dico ꝙ linea a b æquediſtat alicui diametrorũ corporis c, ducatur enim linea a c à termino lineæ a b ad centrum corporis luminoſi, & ſuper punctum c terminũ lineæ a c, fiat angulus æqualis angulo b a c per 23. primi, quæ ſit d c a, ꝓducta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fiant coalterni, lineæ ergo d c & a b æquediſtant adinuicem per 27. primi, & quoniam linea c d eſt ducta à centro corporis luminoſi, patet ꝙ ipſa eſt pars diametri ſphærici illius corporis, producta ergo diameter d c e, patet ꝙ ipſa æquediſtat lineæ a b, & hoc eſt ꝓpoſitum.

XXVI.

Diametro corporis luminoſi ſphærici exiſtente æquali diametro corporis illuminandi, tantum eius medietas illuminatur, & umbra fit æqualis rei in infinitum protenſa.



Eſto corporis illuminãtis diammeter a g, cuius pars aſpiciens corpus illuminandũ ſit a b g, diameter uero corporis illuminandi ſit d b æqualis ex hypotheſi, & per præmiſſam æquediſtans diametro a g, & ſuperficies illuminata ſit d e b. Dico ꝙ d e b eſt medietas ſuperficiei corporis illuminandi: ducantur enim radij a d & g b, & quia itaqꝫ diameter a g eſt æqualis & æquediſtans diametro d u ꝑ hypotheſim & per præmiſſam, palam ꝙ radij a d & d u ſunt æquediſtantes & æquales per 33. primi, ergo in infinitum ꝓtracti nunq̃ concurrent, non ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diametrum d u, eius ergo corporis tantũ medietas illuminatur, protenditur enim umbra in infinitum æqualis diameter cum diametro corporis, & eſt extenſa intra lineas d z & u h, & eſt linea z h æqualis lineæ d u, portio itaqꝫ arcus d f u, quæ eſt medietas totius ſuperficiei corporis d e b, & lineæ d z & u h continent umbram æqualem rei umbroſæ, quæ protenditur in infinitum, patet ergo propoſitum.

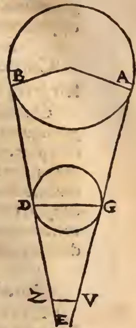
XXVII.

Diametro corporis luminoſi ſphærici exiſtente maiore diametro corporis ſphærici illuminandi, plus medietate corporis illuminantur, & baſis umbræ eſt minor magno circulo corporis illuminati concurrens ad punctum unum retro corpus.

Sit corpus luminoſum contentum circulo a b, & ſit corpus umbroſum illuminandum contentum circulo g d & ſit diametros a b maior diametro g d, & ſint radij incidentes a g & b d, ij ergo radij neceſſario concurrent ultra corpus g d. Si enim non concurrant, tunc æquediſtabunt, neceſſarium ergo erit diametros a b & g d eſſe æquales, qđ eſt contra hypotheſim, concurrunt itaqꝫ in puncto e: patet ergo, ꝙ radij a g & b d non traſeunt terminos diametri circuli g & d: ſi enim non tranſeant, palam, cum illi radij per 16. huius circulum g d contingant, quia anguli e g d & e d g erunt recti per 17. tertij. In triangulo ergo g d e ſunt duo anguli recti, qđ eſt impoſſibile & contra 32. primi, palam ꝙ radij a e & b e non tranſeunt per terminos diametri circuli g d, ſed ultra illos contingunt ſuperficiem corporis illuminandi, magis ergo medietate corporis illuminatur, & quia minor circulus illius ſphærici

corpo-

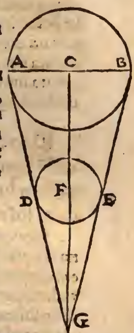
corporis continet umbram,patet ꝙ baſis umbræ minor eſt magno circulo corporis illuminati,quod eſt propoſitum.



XXVIII.

Diametro corporis luminoſi ſphærici exiſtente minore diametro corporis illuminandi ſphærici minus medietate illuminatur,& eſt umbra multo maior corpe illuminato in infinitũ ꝓtẽſa.

Sit corpus luminoſum,cuius maior circulus ſit d g,& corpus illuminandum,cuius maior circulus ſit a b,& ſit diameter circuli d g minor diametro circuli a b,cõcurrẽt itaq; radij g a & d b ultra corpus luminoſum g d ꝑ præmiſſam diametroꝝ portionem,concurrant ergo in puncto e ultra diametrũ corporis d g,ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b, qa ſi ſic erunt ut in præmiſſa per 15.tertij trigoni a b c duo anguli recti, qđ eſt impoſſibile,minus ergo medietate corporis a b illuminatur,& quoniam magnus circulus corporis a b cadit intra umbram,& umbra intra illum ꝓtenſa ſemper dilatatur,cum per 14.primi huius radios g a & g b ad illã partem concurrere ſit impoſſibile,patet ꝙ umbra extendetur in infinitũ,& hoc eſt qđ proponitur,& per hæc præmiſſa penitus ſimiliter in columnis & pyramidibus poteſt demonſtrari,idem enim in illis eſt demonſtrandi modus.



XXIX.

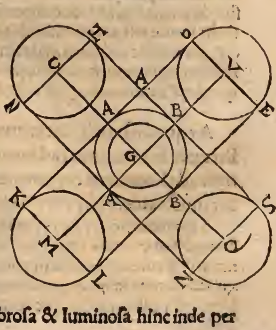
Superficiem planam ſuper medium umbræ erectam corpus umbroſum & corpus luminoſum per æqualia diuidere eſt neceſſe.

Sit corpus luminoſum a b,cuius centrum e,& corpus umbroſum ſit d e,cuius centrum f,ſitq; pũctum in medio umbræ qđ ſit g.& copuletur linea e f g, cadet itaq; linea f g in medio umbræ,ſuperficies itaq; erecta ſuper medium umbræ,neceſſario erit erecta ſuper lineam g f,tranſit ergo illa ſuperficies centrum corporis umbroſi & centrum corporis luminoſi,neceſſario ergo diuidet illa corpora per æqualia per ea quæ oſtenſa ſunt in principio huius,patet ergo propoſitum.

XXX.

Superficiem planam corpus luminoſum & corpus umbroſum per æqualia diuidentem,ſuper medium umbræ erigi eſt neceſſe, ex quo patet tot eſſe umbras eiuſdẽ umbroſi corporis, quot ipſum opponitur corporibus luminoſis.

Sit corpus ſuper qđ cadit lumen qđ continetur à circulo a b,cuius centrũ eſt g,& ſit unum corporũ luminoſoꝝ cõtentum à circulo d e,cuius centrũ aliud corpus luminoſum contentum à circulo z b,cuius centrum eſt t,uidebit̃ itaq; umbra oppoſita luminoſo corpori d e, contenta à lineis a k,b l,cuius medius punctus ſit m. Cum ergo aliqua ſuperficies diuiſerit corpus luminoſum & corpus umbroſum per æqualia,illa neceſſario tranſibit per lineã u g m,ſecabit ergo per æqualia ipſam umbram,quia perpendiculariter erecta tranſit per ipſius corporis centrum qđ eſt pũctum g. Similiter &q; ſuperficies diuidens per æqualia ambo corpora z a & a b tranſit per lineam t g,ductã per centra illorum corporum,ſed eadem pertranſit centrum umbræ cõtentæ ſub lineis a n & u s ſecundum punctũ medium ipſius qui ſit q,illa ergo ſuperficies diuidens corpora z h & a b in duo media,diuidet & umbram ꝑ duo æqualia,& qm̃ ſuperficies planæ ſecantes corpora umbroſa & luminoſa hinc inde per



æqualia ſunt diuiſæ, patet quod ſecundum ipſas numerantur etiam & umbræ; patet ergo propoſitum. Vniuerſaliter enim tot erunt umbræ eiuſdem umbroſi corporis, quot ipſum opponitur corporibus luminoſis.

XXXI.

Corporis umbroſi remotioris à corpore luminoſo umbra minus umbreſcit, propinquioris uero magis.

Quoniam enim, ut patet per 22. huius, omne corpus umbroſum corpori luminoſo propinquius illuminatur fortius corpore plus diſtante, patet quod umbra corporis propinquioris plus priuat luminis, radij quoque ipſam terminantes ſunt fortioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet nigrior & plus umbreſcit, quoniã radij terminantes illas umbras ſunt plus luminoſi, propter quod etiam plus apparent umbræ in præſentia illorum, corporis uero remotioris à corpore luminoſo umbra minus priuat luminis, radij quoque continentes ipſam umbrã ſunt debilioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet debilior, minus ergo umbreſcit, patet ergo propoſitum.

XXXII.

Omnis umbra multiplicata plus umbreſcit.

Eſto enim, ut ſit unũ corpus umbroſum obiectũ pluribus corporibus luminoſis, palam ergo per 30. huius, quoniã tot erunt umbræ eiuſdem umbroſi corporis, quot ipſum opponunt luminoſis corporibus. Si itaque accidat, ut umbræ ſe interſecent, dico quod umbra multiplicata plus umbreſcit, quælibet enim umbrarũ aufert aliquod lumen, multiplicata ergo umbra plura aufert lumina, quæ remanẽt in alijs partibus medij in quibus umbra non multiplicatur, ſed remanet ſimpliciter umbra, ergo illa ſimplex profunditur aliquo lumine quod ad umbrã multiplicantẽ non pertingit, multiplicata ergo umbra plus umbreſcit, quoniam plurimũ lumine priuatur locus illius umbræ, patet ergo propoſitum.

XXXIII.

Duo corpora, quorũ unum obumbrat reliquũ ſecundum ſui medium in eadẽ ſuperficie erecta, ſuper corpus luminoſum conſiſtere neceſſe eſt: & ſi in eadem ſuperficie propinqua adinuicem conſiſtunt, unum reliquum ſecundum ſui medium obumbrabit.

Hoc quantum ad primam partem patet per 30. huius, quoniã enim ſuperficies plana corpus luminoſum & corpus umbroſum per æqualia diuidens, erecta ſuper ſuperficiem corporis luminoſi, & ipſa erigitur ſuper medium umbræ rei umbroſæ, umbra uero cadit ſuper lumen corporis obumbrati, ergo oportet quod illud corpus obumbratũ ſecundum ſui medium ſit in ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem corporis luminoſi, ex hoc patet ſecunda pars præſentis theorematis, quoniam ſi duo corpora propinqua adinuicem ſecundũ ſui partes medias in eadem ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem illuminoſi corporis conſiſtunt, unum reliquũ obumbrabit, quoniã remotius à lumine, quando fuerit propinquũ illi quod plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, quod eſt propinquius lumini, ut quando idẽ radius tranſiens uirtutem propinquioris, tranſit ad uerticem remotioris, uel punctũ aliquod, quod ſit altius illo, patet ergo propoſitum.

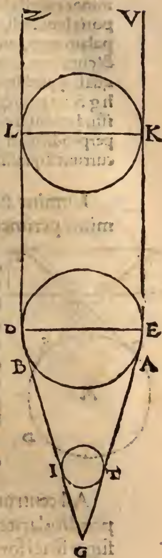
XXXIIII.

Aequediſtantia linearum radialium, uel ipſarum concurſus non eſt totaliter per ſe ex natura radiorum, ſed ex proportione diametri corporis luminoſi ad diametros corporum umbroſorum, ex quo patet, quod lumen diffunditur uniformiter per aẽrem circumſtantem.

Hoc patet per 17. & 18. huius, & poteſt ſic exemplariter declarari: Sit enim corpus luminoſum circulus a b, & una linearum radialiũ ab ipſa egredientiũ ſit linea a g, & alia linea b g, & concurrant illæ in puncto g, ſit tunc una linea e u, & alia h z, & ſint e u & h z æquediſtantes, ſitque corpus unum, cuius diameter ſit minor diametro corporis luminoſi ſuper quod cadit lumen poſitum inter duo a g & b g ſe contingentes, cuius maior circulus

ſit

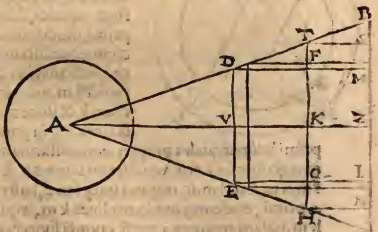
ſit t i,& contingat ipſum linea b g in puncto i,& linea a g in puncto t,& corpus aliud æquale corpori luminoſo,ſuper q̄d cadit lumen,ſit poſitum inter duas lineas æquediſtãtes e u & u z,illud corpus cõtingentes,cuius diameter ſit k l,contingaturq́; à linea e u in puncto k,& à linea b z in puncto l, umbra itaq; ꝑueniens ex corpore t i minuitur & terminatur,& ſit pyramidalis per 27.huius,ideo,quia radij contingentes corpus t i, q ſunt a g,b g,concurrunt in puncto g,umbra ergo corporis t i continetur à duabus lineis l g & t g,& ſuꝑficie corporis t i, quæ eſt à parte g, umbra ergo finitur apud punctũ g,umbra uero corporis k l ꝓtenſa inter lineas æquediſtantes l z & k u,ut patet per 26. huius, non terminat̃ ad aliq̃d punctũ,quoniã illæ lineæ cõtingentes umbram in infinitũ protractæ,non cõcurrunt. Si uero corpus t i motum extra lineas a b & b g ponatur intra lineas e u & b z,concurrent lineæ e u & b z, & uariabit umbra ab ipſis prius cõtenta ſecundum diuerſitatẽ ꝓportionis diametrorum corporis t i,& corporis k l ad diametrũ corporis b a, & ex hoc patet,q; radij per ſe non ſunt lineæ,neq; regulares,neq; irregulares, neq; æquediſtantes,neq; concurrentes,ſed accidit eis lineatio per reſpectũ ad corpora in quibus incidunt,& æquediſtantia & concurſus accidunt eis ꝑ proportionẽ diametroꝝ corporum umbroſorũ ad diametros corporis luminoſi:diffunditur ergo lumen uniformiter per totũ aërem circumſtantem,ita,ut omnis punctus aëris,à quo poſſibile eſt produci lineam rectam ad aliquod punctũ corporis luminoſi,illuminetur à lumine corporis luminoſi,ut patet per 19.huius,patet ergo ꝓpoſitum.



XXXV.

Radij ab uno puncto luminoſi corporis procedentes, ſecundum linearum longitudinem ad æquediſtantiam ſenſibilem plus accedunt.

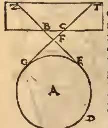
Eſto ut à puncto medio corporis luminoſi q̄d ſit a,egrediantur radij a b & a g æquales,copuletur quoq; baſis b g,& ducatur linea d e ſecans trigonum a b g,erit medium ſui lateris a g æquediſtanter baſi b g per 10.& 31.primi,ꝓtrahatur à puncto a linea a z ꝑpendiculariter ſuꝑ baſim b g per 12.primi,quæ ſecet lineam d e in puncto u, diuidaturq́; linea e g in duo æqualia in puncto h per 10.primi,& linea d b in puncto t,ducaturq́; linea h t,linea ergo h t erit æquediſtans baſi g l per 2.ſexti,ſecabit ergo lineam u z per 2. primi huius,ſit punctus ſectionis k,ducantur item à punctis e d & h t lineæ perpendiculares ſuper baſem b g,quæ ſint e l,d m, h n,t s,ſecabit quoq; perpendicularis e l lineam h t,ſit punctus ſectionis linearum d m & h t ſit f,erit ergo linea q f æqualis lineæ d e per 34.primi,patet ergo, q; linea h t eſt maior q̃ linea d e,quia itaq; trigona a u e & e h q ſunt æquiangula per 29.primi,erunt per 4. ſexti latera ipſorũ ꝓportionabilia,quia ergo ut patet ſupra linea a e eſt maior q̃ linea e h,erit ergo linea e u maior q̃ linea h q.Sed linea h t eſt maior q̃ linea e d,ut præoſtenſum eſt,ergo per 9.primi huius maior eſt proportio lineæ e b ad lineam e d,q̃ lineæ q h ad lineam h t,eſt enim ꝓportio lineæ e u ad lineã e d,ſicut lineæ h k ad lineam h t per 4.ſexti,& per 16.& 18.quinti,ſed linea h q eſt pars lineæ h k,ergo per 8. quinti minor eſt ꝓportio h q ad h t q̃ h k & h t,minor eſt ergo proportio lineæ h q ad h t q̃ e u,eodemq́; modo demonſtrandum,q; lineæ g n ad lineã g b minor



minor eſt proportio ꝙ lineæ h q ad lineam l t: exceſſus itaq; baſis g b ſuper baſem h t eſt minor exceſſu baſis h t ſuper baſem d e: & quanto baſes ſunt remotiores à puncto a corporis luminoſi, tanto exceſſus remotiorũ baſium ſuper baſes uiciniores plus minuũtur, palam ergo, quia in remotiori diſtantia radij quaſi ad æquediſtantiam plus procedunt: & cum quantitas exceſſus baſium ſit quantitatis non ſenſibilis, tunc lineæ radiales erunt quaſi æquediſtantes, quoniã enim linea b g ſenſibiliter non excedit lineam h t, tunc erũt h g & t u radij quaſi æquediſtantes ſecundum ſenſum, & hoc eſt propoſitum: & forte ad iſtud multum cooperatur proprietas radiorum, quæ ſemper ut poteſt approximat ſuæ perpendiculari, ꝓpter qđ radij omnium punctoꝝ totius corporis luminoſi ſemper concurrunt à quolibet puncto corporis illuminandi, & ſic conſtituunt pyramidẽ radialem.

XXXVI.

Lumine incidente per feneſtram ſuper corpus oppoſitũ ſolidum, erit luminis perimeter amplior perimetro feneſtræ.



Eſto corpus luminoſum, cuius centrũ a, & circulus magnus d e g, & ſit diameter feneſtræ b c, ſitq; linea t z in ſupficie corpis ſolidi oppoſita lumini cui incidit radius, producanť quoq; lineæ radiales tangẽtes periferiã feneſtræ, quæ ſint e b g c, hæ itaq; lineæ ſecabunt ſe in aliqua parte medij, ſit punctus cõmunis ſectionis f, & hæ lineæ productæ incidant ſupficiei corporis oppoſiti lumini, cadatq; linea e b in punctum z, & lineã g c in punctum t, quia itaq; in trigono f c z, latus c z eſt maius latere b t, quoniam trigonum f c z maius eſt trigono b c f, & quoniã per omne punctum periferiæ feneſtræ ſic incidunt radij ſe ſecantes, ideo, ꝙ à quolibet puncto corporis luminoſi in totam feneſtram fit miſſio luminis per 10. huius, palam, quoniã perimeter luminis incidentis corpori ſolido oppoſito feneſtræ, eſt maior perimetro feneſtræ, & hoc proponebatur.

XXXVII.

Ad centrum circularis foraminis radio à centro corporis luminoſi perpendiculariter incidente, lumen in ſuperficie denſi corporis æquediſtante ſuperficiei foraminis eſt uere circulare.

Sit circulus foraminis a b g d, cuius centrũ e ſit æquediſtans ſuperficies ſolidi corporis f h k l, & erigatur à centro e linea e z, perpẽdiculariter ſuper ſuperficiẽ a b g d circuli, in quocunq; itaq; pũcto lineæ e z, ſit centrũ corporis luminoſi, dico quod lumen incidens ſuperficiei f h k l, eſt uere circulare, palam enim per 64. primi huius, quoniam omnes lineæ z a, z b, z g, z d, ductæ à polo z ad circumferentiam ſunt æquales, & æquales angulos cõtinent cũ linea e z per 8 primi, producatur itaq; linea z e ultra punctum e ad ſuperficiem æquediſtantẽ circulo foraminis, quæ eſt f h k l, incidatq; perpẽdiculariter ſuper illã per 14. undecimi, ſit ut incidat in punctũ m, producaturq; linea z b ad ſuperficiẽ f h k l in punctum k, & linea z a in punctum f, & linea z d in punctum h. & linea z g in punctum l, erũtq; lineæ a f, k b, d h, g l per 25. primi huius æquales propter æquediſtantiam ſuperficierum & æqualitatẽ angulorũ, tota ergo linea z f, erit æqualis toti lineæ z h, & z k, æqualis lineæ z l, ducanť quoq; lineæ f m, h m, k m, l m, in trigono itaq; f m z, baſis f m erit æqualis baſi h m trigoni h m z per 4. primi, eodemq; modo erit linea k m, æqualis lineæ h m, & linea l m æqualis lineæ k m, palam ergo per 9. tertij, quoniã ſuperficies f h k l, eſt circularis, & ipſa eſt ad quam terminantur radij luminis incidentis per feneſtrã a b g d, quoniã de omnibus alijs lineis eadem eſt demonſtratio, patet ergo propoſitum.



XXXVIII.

Per centrum circularis foraminis radio luminoſo oblique incidente ſuperfi-

perficiei denſi corporis ſubſtratæ ſuperficiei foraminis, lumen incidens erit figuræ ſectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem feneſtræ, & ſuper ſuperficiem corporis ſubſtrati.

Eſto foramen circulare a b c d, cuius centrũ e, cui ſit ſuperficies æquediſtans h m k l, & ſit f centrum corporis luminoſi, ſitq; primo ut linea f e oblique cadat ſuper ſuperficiẽ a b c d, hæc itaq; producta incidet ſuperficiei h m k l ſimiliter oblique propter æquediſtantiam ſuperficierum, argumento 23. primi huius, incidatur itaq; in punctum g, & ducatur linea a e b diameter circuli: ſit itaq; angulus a e b acutus, erit ergo per 14. primi angulus b e f obtuſus, & quia quadratũ lineæ f a ualet minus 2. quadratis linearũ e f & e a, per 13. ſecũdi, & quadratũ lineæ b f, eſt maius quadrato lineæ f e, & quadrato lineæ b e p 12. ſecũdi, quadratũ uero lineæ b e, æquale eſt quadrato lineæ a e, quia ſunt æquales ſemidiametri, & quadratũ lineæ f e, eſt cõmune, patet quod quadratum lineæ f b eſt maius quadrato lineæ f a, ergo linea f b eſt maior quàm linea k a, productisq; lineis f a & f b ad ſuperficiem h m k l, ſi linea f a incidat ad pũctum m, & linea f b ad punctum l, erit linea f b maior quàm linea f m per eadẽ quæ prius, copulatisq; lineis l g, m g ad pũctum g, cui incidit radius tranſiens centrũ foraminis feneſtræ, erit quoq; per 2. ſexti, & per 11. quinti proportio lineæ l g ad lineam b e, ſicut lineæ g m ad lineam e a, quoniam utrunq; illarum proportio eſt ad inuicem, ſicut lineæ g f ad lineam f e, eſt ergo per 16. quinti proportio lineæ l g ad lineã m g, ſicut lineæ b e ad lineam e a, ſed linea b e eſt æqualis lineæ e a, ergo linea l g eſt æqualis lineæ g m, ducatur tunc c d diameter ſuper a b diametrum orthogonaliter, & continentur lineæ f e, f d, producanturq; ad ſuperficiem h m k l in puncta h & k, & ducatur linea h g k, & quoniam ſuperficies in qua ſunt lineæ f e & a b, ſola eſt erecta ſuper circulum feneſtræ, quoniã omnes aliæ ſuperficies in quibus eſt linea f e, incidunt illi ſuperficiei oblique, ſic enim accipimus lineã a b, erit ergo ſuperficies a f b erecta ſuper ſuperficiem circuli feneſtræ, palam ergo quia angulus f e d, eſt æqualis angulo f e c, eſt ergo p 4. primi linea f d æqualis lineæ f c, ergo ut prius erit linea b g æqualis g k, & linea f h æqualis lineæ f k, ſed & f g, eſt communis, quia linea h k eſt perpendicularis ſuper lineam m l, & ſuper lineã f g, palam p 4. undecimi, ꝙ linea h g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ in qua ſunt lineæ f g & m g, ergo p 18. undecimi, erit ſupficies h m k l erecta ſup ſuperficiẽ f m g, ergo & ſuperficies f m g eſt erecta ſuper ſuperficiem h m k l. imaginetur ergo à puncto g tertio axis, quæ eſt f g, circũduci pyramidis illuminationis circulus per 102. huius erit ergo per 100. & 89. primi huius axis f g erecta ſuper illum circulum & ipſa eſt obliqua ſuper ſuperficiem h m k l, erit ergo per 103. primi huius linea h m k l ſectio pyramidalis, cuius maior diameter erit in ſuperficie f m l erecta ſuper ſuperficiem h m k l, patet ergo propoſitum. Et ſi ſuperficies feneſtræ circularis ſit baſis pyramidalis illuminatiõis ita quod centrũ corporis luminoſi ſit polus circuli feneſtræ, & axis erectus ſit ſup ſuperficiẽ feneſtræ, ſupficies uero ſolidi corporis excipiẽtis radios luminis nõ fuit æquædiſtãs ſuperficiei feneſtræ, adhuc erit figura luminis ſectio pyramidalis, qđ eſt præmiſſo modo demonſtrandũ, ducta enim p 102. primi huius à pũcto l tertio longioris radij, ꝗ eſt f l ſup ficie æquediſtante ſuperficiei feneſtræ, patet p 100. primi huius quod illa ſuperficies ſecabit pyramidem illuminationis ſecundũ circulum quæ ſit l p q, ergo ſuperficies h m k l ſecat ipſam ſecundũ pyramidalem ſectionem, patet ergo propoſitum.



XXXIX.

Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.

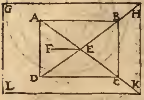
Quod hic proponitur patet per 35. huius, quoniã enim omnes radij ab uno puncto luminoſi corporis procedentes ſecundum linearum longitudinem ad æquediſtantiam ſenſibilem plus accedunt, patet ꝙ anguli radij ſecundum foraminum angularum diſpoſitionem ipſis angulis incidentes ſe applicant æquediſtantiæ radij perpẽdiculariter uel

circa huius ſuperficiei foraminis incidentis, retrahūt ergo ſe ab angularitate,& ſic lumē ſuperficiei foramini obiectæ incidens incipit rotundari, & quoniam ut patet per 20. hu ius à puncto cuiuslibet corporis luminoſi lumen diffunditur ſuper omnem lineam, quæ ab illo puncto ad oppoſitā ſuperficiem duci poteſt: omnis enim illi radij in quolibet puncto medij concurrunt, patet quod ipſi in quolibet puncto ſe interſecent,& radij inferiorū punctorū corporis luminoſi in punctis linearum feneſtræ alio radio ſuperiorū punctorum ſecant & ultra, ptenduntur,& ſic lumen hoc feneſtram pertranſiens rotundatur, qđ non ab eo accideret, ſi ſolum ab uno puncto luminoſi corporis egrederentur radij feneſtram penetrantes. patet ergo propoſitum.

XL.

Radio luminoſo medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente, lumē ſuperficiei corporis æquediſtantis ſuperficiei foraminis incidens, eſt quadratum ad circularitatē aliquam accedens.

Sit centrū corpīs luminoſi e,& foramē quadratū ſit a b c d, cuius puncto in eo qui ſit f incidat perpendiculariter radius e f, ſit hæc ſuperficies corporis denſi æquediſtāti ſuperficiei foraminis quæ eſt g h k l, dico quod lumē incidens illi ſuperficiei erit figuræ quadratæ: fiunt eñ duæ pyramides unam uerticem habentes pūctum e, quarum maioris baſis eſt g h k l, minoris uero baſis eſt a b c d,& earum baſes ſunt æquediſtantes, ſunt ergo ſimiles per 99. primi huius, quia ergo baſis a b c d, ex hypotheſi eſt quadrata, patet quod & baſis g h k l eſt quadrata,& eſt hoc propoſitum primū quoniam uero p 35. huius radij longiores ad aliquā æquediſtantiam accedunt, accedit & hæc figura ad aliquam circularitatem propter compreſſionē radiorū, uel propter ipſorum interſectionem in punctis linearum terminantiū feneſtræ, ut diximus in præmiſſa, patet ergo propoſitum.



XLI.

Per mediū quadrati foraminis radio oblique incidente ſuperficiei denſi corporis ſubſtratæ ſuperficiei foraminis, lumen incidens erit figura altera parte longior ſuis angulis æqualiter arcuatis.

Eſto ut in præmiſſa centrū corporis luminoſi punctū e,& periferia quadrati foraminis a b c d, cuius medio pūcto qui ſit f, oblique incidat radius e f, ſitq; ſupficies corporis denſi ſubſtrati illi foramini quæ g h k l, cui ſimiliter oblique incidat radius, dico quod figura luminis in ſubſtrata ſuperficie erit altera parte longior, quoniam enim illæ ſuperficies non ſunt baſes pyramidis illuminationis, ſed ſolum ſecantes illas pyramides oblique, patet per 99. primi huius, quoniam ambæ figuræ a b c d & g h k l, ſiue earum ſuperficies æquediſtāt ſiue non æquediſtant, ſunt figuræ altera parte longiores, quoniā illæ figuræ quæ ſecundum illa puncta quibus axis e f propoſitis ſuperficiebus aliquæ incidūt pyramides, ſunt a b e quadratæ, reliquæ uero obliquæ, ſecundū illa pūcta axi incidentes ſunt ambæ altera parte longiores, patet ergo ,ppoſitum primū,& qm̄ ut patet per 35. huius radij longiores quaſi ad aliquam æquediſtantiam accedunt, patet quod anguli illius figuræ luminis aliqualiter arcuantur, ſicut & in duabus præmiſſis declaratum eſt, & hoc eſt propoſitum.

XLII.

Per medium ſecūdi diafoni denſioris primo radius perpendicularis ductus à centro corporis luminoſi ſuper ſuperficiē obiecti corporis ſemper penetrat irrefractus.

Huius ,ppoſitionis probati plus experientiæ inſtrumentorum innititur, quàm alteri demonſtrationū, cum ergo quis experiri uoluerit modū fractionis radiorū luminoſorum in medio ſecundi diafoni denſioris primo, ut in aqua quæ eſt denſior aëre, aſſumat

uas rectarum orarum qualiſcunq; uoluerit medietate uel figuræ, dum tamen ſit altitudo orarum maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius ſit non maior diametro instrumẽti, ut faciendũ præmiſimus in prima huius, & planentur oræ illius uaſis donec ſuperficies per eius oras tranſiens ſit æqualis plana, & ponatur in fundo uaſis aliquod corpuſculum coloratũ uiſibile numiſma uel tres picta diuerſi coloris, deinde impleatur uas aqua clara, cum ergo quieuerit motus aquæ, ſi aſpiciens uiſum ꝑpendiculariter ꝓiecerit ſuper medium numiſmatis, ut picturæ inueniet figuram & colorem & ipſorũ ſitum & partium ordinationem eo modo quo ſunt ſecundum ſe ordinata ſi in aëre uiderentur, conſideret ergo experimentator illum ſui corporis ſitũ, ſiue ſit ſtans ſiue ſedens, & ſui diſtantiam à baſe, & ſitum ipſius uaſis, & omnia circũſtantia: ponatur itaq; uas iſtud plenum aqua clara in loco, in quo ſplendet ſol, & ſiſtatur uas taliter ut ſuperficies circũferentiæ uaſis ſit æquediſtans horizonti, hoc aũt patet perpẽdi ex hoc, ſi ſuperficies aquæ ſit æquediſtãs periferiæ uaſis. Deinde imponatᷓ inſtrumentũ in hoc uas, ita quod pinnulæ ſuper extremitates regulæ exiſtentes ſuperponatᷓ oræ uaſis ex utraq; parte, tunc ergo medietas inſtrumenti cum tota regula erit intra uas, deinde auferatur aqua, donec ſuperficies aquæ ſecet centrũ inſtrumenti, & reuoluatᷓ inſtrumentũ in circuitu uaſis donec oræ ſuper aquam obumbrent alias ſub aquam, & tunc retenta regula cũ altera manuũ reuoluatur inſtrumentum cũ reliqua manu in circuitu ſui centri, donec lumen ſolis pertranſeat foramen l m n, quod eſt in ora inſtrumenti, & foramen laminæ quadratæ perueniat ad ſuperficiem aquæ, quia lumen pertranſiens foramen rotundũ ampliatur ſemper per 36. huius. Siſtatur quoq; taliter inſtrumentũ, ut lumen cadens ſuper laminam ſecundi foraminis quod eſt x y z, ſitũ habeat æqualẽ, & tunc experimẽtator reductis manibus ab inſtrumento, ſecundũ omnem ſitũ & modum quo prius aſpexit numiſma inſpiciat ad fundum aquæ ex parte quartæ inſtrumenti, cuius ora eſt abſciſa, quæ eſt a d, inueniet'q; lumen pertranſiens ex duabus foraminibus ſuper ſuperficiem oræ alterius, quæ eſt intra aquam, & lumen inter duos circulos extremos trium angulorum æquediſtanter ſignatorum, aut addens ſuper diſtantiam illoꝝ circulorum modicum, et erit additio æqualis duobus lateribus circulorũ, ex quo patet quod mediũ punctum huius luminis cadit in aliquod punctũ medij circũferentiæ circuli illorum trium circulorũ, ut in punctum p. Deinde acus ferrea uel lignum minutũ in interiori parte foraminis oræ inſtrumenti applicata pertranſeat medium foraminis diametraliter, & tunc inſpicienti uidebitur ut prius umbra acus in medio lucis oppoſitæ, per undecimã huius diuides eã per æqualia. Deinde retrahatur acus donec acumen eius ſit in medio foraminis, & erit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, & eius quæ eſt intra aquã, & uniuerſaliter ſecũdũ quã ꝓportionẽ acus periferiã foraminis ut corda aſcindit, ſecundum eandẽ ꝓportionẽ umbra acus periferiam lucis in ſuperficie aquæ & ſub aqua exiſtentis abſcindit, acu uero penitus remota lumen reuertitur, palam ergo ex his quod punctus quæ eſt in medio lucis intra aquam exiſtentis, & quod punctus medius huius lucis exijt à puncto medio lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis, & quod punctus medius huius lucis, erit à luce quæ eſt in centro foraminis ſuperioris, lux ergo cum peruenit ad centrum lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis extenditur ſecundum rectitudinem lineæ rectæ per 2. puncta m & y, quæ ſunt centra amborum foraminũ tranſeuntes, & huius linea eſt in ſuperficie medij circuli trium circulorũ, et eſt pars diametri illius circuli, quæ eſt m p, tamẽ ſit æquediſtans diametro circuli in baſe inſtrumenti exiſtentis quæ eſt f e g punctus ergo qui eſt in medio lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ exiſtentis, eſt in ſuperficie huius medij circuli, ſed & punctus p in medio lucis intra aquam exiſtentis, eſt in circunferentia medij circuli, hæc ergo duo puncta erũt in ſuperficie medij circuli per primam undecimi. Quod ſi lux quæ eſt in ſuperficie aquæ non fuerit manifeſta, mittatur regula minor in aquam, & ſuperficies eius in aqua ſignata eſt linea diuidens ſuperficiẽ eius latitudinis ꝑ æqualia ſuꝑficiei, applicetur aquæ, ut fiat una ſuperficies cũ illa, & alia eius ſuperficies applicetur ſuperficiei baſis inſtrumenti, palam ergo ex præmiſſis in prima huius, quia linea, quæ eſt in ſuꝑficie regulæ in ſuꝑficie medij circuli m & y centrum

duorũ

duorum foraminum tranſeuntis,apparebitq́ lux,quæ eſt in ſuperficie aquæ ſuper ſuperficiem regulæ,& medium luminis lucis ſuper lineam,quæ eſt in medio regulæ, & ſi acus fuerit poſita ſuper medium foraminis ſuperioris,obumbrabitur linea, quæ eſt in medio regulæ, & ſi acumen acus ponatũ ſuper centrũ foraminis, cadet umbra acuminis acus in medio lucis,quæ eſt ſuper regulam,& ablata acu redibit lumen, ſic ergo apparebit, lumen cadens ſuper ſuperficiem aquæ apparitione manifeſta,& patebit quod lux incidens centro foraminis ſuperioris, ipſa eſt ſuper lineam tranſeuntem per centrum duorũ foraminum,& quoniam ſuperficies aquæ tranſit centrum inſtrumenti,& ſuperficies regulæ eſt una cũ ſuperficie aquæ,ſuperficies itaq; regulæ tranſibit centrum inſtrumenti, erit ergo remotio,cẽtri lucis à centro inſtrumenti æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ eſt æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis ſuper ſuperficiẽ baſis inſtrumenti,erit ergo centrum lucis,quæ eſt in ſuperficie regulæ uel aquæ centrum medij circuli,reuoluatur ergo regula, donec angulus ipſius acutus tranſeat per centrum inſtrumenti,& pars inferior lineæ diuidentis angulum eius per æqualia ſit in centro luminis, quod eſt intra aquam,acuitas ergo ſuperior regulæ tranſibit centrum circuli medij & lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ,& erit illa linea ſemidiameter medij circuli, immittatur ergo acus lõga in aquã ita ut acumẽ ipſius ſit in pũcto anguli regulæ.Secabit quoq; umbra acus lucem ,quæ eſt intra aquã,eritq́ umbra acuminis acus ad finem regulæ quæ eſt in medio lucis,et ſic fixo acumine acus,moueatur acus,umbra acus mutabit ſitum ad uniuerſas partes lucis,umbra tamẽ acuminis nõ mutata à medio lucis,ablata uero totaliter acu, redibit lux totalis:idẽ quoq; accidit in quocũq; puncto lineæ,quæ eſt in ſuperficie regulæ poſitum ſuper acumen acus, ex quo patet quod lux exiſtens in aliquo puncto lucis intra aquam,ꝓcedit à puncto ſibi ſimili in luce quæ eſt in ſuperficie aquæ, & quod à medio puncto lucis quæ ſuper aquam ad medium punctũ lucis inter aquam ꝓtenditur radius ſecundum lineam rectam,quæ eſt medium regulæ : ex quo patet, quod tranſitus lucis per corpus aquæ eſt ſecundum lineas rectas per primam undecimi,& hoc eſt quod circa propoſitam propoſitionem experimentaliter intendimus declarare.

XLIII.

In medio ſecũdi diafoni,quod eſt denſius primo diafono ſit refractio radiorum obliquorum ab anteriori ſuperficie diafoni ſecundi ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecũdi.

Experimẽtaliter etiam & hoc ꝓpoſitum theorema poteſt declarari.Oppoſito enim foramine ſuperiori ipſius inſtrumenti oblique ipſi corpori ſolari, ita, ut radius obliquè incidat ad oram inſtrumenti oppoſitã foramini,& pertractato per modum quo in præmiſſa,centro lucis,quæ eſt intra aquam,ſignetur illud per puncturã ferri duri in ſuperficie ipſa inſtrumenti,& inuenietur illud centrũ non in linea g k ꝑpendiculariter erecta ſuper g terminũ diametri oppoſito lineæ f h,in qua eſt foramen oræ inſtrumenti, ſed declinabit ab illa linea ad partem in qua eſt ſol,eritq́ inter hoc centrũ lucis & punctum p, qđ eſt cõmunis differentia lineæ g k, perpẽdicularis ſuper terminũ diametri inſtrumenti,& circũferentiæ circuli medij tranſeuntis per m & y centra foraminũ diſtantia ſenſibili,mutatur itaq; regula in aquã,& applicetur ſuperficiei laminæ,ita,ꝙ terminus latior regulæ ſit ſupra diametrũ laminæ,& moueatur regula quouſq; acuitas eius ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ quo ad ſenſum,erit itaq; centrũ lucis,qđ eſt intra aquam & inter acumen regulæ,& lineã g k perpendicularẽ ſuper f g diametrũ baſis inſtrumenti,patet ergo ex hoc,ꝙ hæc refractio eſt ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ aquæ. Hæc ita inuento ſignetur in circũferentia circuli medij trium ſignatoꝝ circuloruũ ſuper punctũ extremũ perpendicularis exeuntis à centro eiuſdem circuli perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ aquæ ſignum fixum per ferri duri puncturã:& quia patuit per præmiſſam,ꝙ inſtrumento directe ſoli oppoſito & radio ſolis ſibi perpendiculariter incidente,lux quæ ꝓuenit ad centrũ lucis, quæ eſt intra aquam,eſt lux extenſa ſecundũ rectitudinẽ lineæ continuantis duo centra foraminum,quæ linea peruenit ad centrũ medij circuli æquediſtantis ſuperficiei baſis inſtrumen

ſtrumenti,& eſt diameter illius,ſi huius linea fuerit imaginata extendi ſecundum rectitudinem intra aquam,donec perueniat ad oram inſtrumenti, tunc erit totaliter æquediſtans diametro inſtrumenti,& perueniet ad lineã g k perpendicularem ſuper diametrum f g,in interiore parte oræ inſtrumenti ductam, & qm̃ centrum lucis quæ nunc eſt intra aquam non eſt ſuper illam lineam perpendicularem in ora inſtrumenti productam,tunc patet quod lux oſtenſa à medio lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ non extendit̃ ad medium lucis, quæ eſt intra aquam,ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis ꝑ centra duorum foraminum, ſed refrangitur ab illo,declaratum eſt autem per primã huius quod hæc lux extenditur rectè à medio lucis, quod eſt in ſuperficie aquæ ad medium lucis,quæ eſt intra aquã,eſt ergo huius lucis reflexio ad ſuperficiẽ aquæ,qđ eſt ꝓpoſitũ.

XLIIII.

Per mediũ ſecũdi diafoni rarioris primo radius ꝑpendiculariter incidens à cẽtro corpis luminoſi ſuꝑ ſuperficiẽ corporis obiecti penetrat irrefractus,

Inſtrumentali ſimiliter experientia propoſitũ theorema poteſt declarari, aſſumant̃ eñ uitri clari uel criſtalli, figuræ cubicæ fruſtũ longitudinis duplæ diametri foraminis oræ inſtrumẽti, & fiant planæ ſuperficies eorũ æquales & æquediſtãtes,& latera ipſorũ ſint recta & multum poliantur, deinde ſignetur per ſculpturam ferri duri in medio baſis inſtrumenti linea recta tranſiens per centrum ipſius, quod eſt e, perpendiculariter ſuper ipſius diametrum,quæ eſt f g, ſuper cuius extremitates ſint in ora inſtrumenti ꝓductæ duæ perpendiculares f h & g k,& producatur illa linea in utranq; partem ſuperficiei circuli baſis,& ſit z e x, ponatur itaq; unum uitrorum iſtorum ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti,& applicetur unum laterum ſuorum perpendiculariter ductæ,quæ eſt z e x,taliter ut medium lateris uitri ſit uere ſuper punctum e centrum inſtrumenti, & ſic totum corpus uitri ex parte foraminum ſit inter foramina oræ & tabulæ,& inter centrũ inſtrumenti quod eſt e, tranſit ergo ducta diameter inſtrumenti,quæ eſt f g, per mediũ ſuperficiei uitri ſuperpoſitæ baſi inſtrumenti, applicetur itaq; uitrũ baſi inſtrumẽti forti applicatiõe per bitumen firmum,taliter tamen quod poſſit auferri quãdo placuerit,deinde ponatur ſuper uitrum ultra primum,ſed ex eadem parte foraminum, & applicetur aliqua ſuperficierũ eius ſuperficiei primi uitri, & applicetur baſi inſtrumenti applicatione fixa.Deinde tertium uitrum applicetur ſecũdo, & adæquetur ſuperficies eius cum duabus ſuperficiebus laterũ ſecũdi uitri,& applicet̃ baſi inſtrumẽti,& ſic fiat de pluribus uitris quouſq; perueniatur intra ad aliam perpendicularem ſuper ſuperficiem baſis inſtrumẽti aut prope, ſcilicet uerſus pũctum t,cum itaq; intra fuerit applicata ſuperficiei baſis inſtrumenti ſecundum prædictum modum,palam quoniam præmiſſa diameter inſtrumenti,quæ eſt f g,tranſibit per medium omnium ſuperficierum uitrorum ſuperpoſitorum baſi inſtrumenti,& altitudo omnium uitrorum eſt dupla diametro foraminis, diameter uero foraminis eſt æqualis perpendiculari f m exeuntis à centro foraminis ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti,& ſuper diametrum eius f g,unaquaq; enim perpendicularium exeuntium à centris ſuperficierũ uitrorum ꝑpendicularium ſuꝑ diametrum baſis inſtrumẽti,eſt æqualis lineæ m f,ſcilicet perpendiculari exeunti à cẽtro foraminis ſuꝑ ſuperficiem baſis inſtrumenti,linea ergo q̃ tranſit centra amborũ foraminũ tranſibit centra ſuperficierum uitrorũ perpendiculariũ ſuper ſuperficiem baſis inſtrumẽti:accipiatur ergo regula ſubtilis,cuius formã præmiſimus,& erigatur ſuper oram inſtrumẽti in ſuperficie baſis inſtrumenti, & ponatur ſuperficies regulæ in qua ſignata eſt linea ex parte primi uitri,quod eſt ſupra e centrum baſis inſtrumenti, & ponatur regula prope uitrum,& applicetur taliter linea, ut quæ eſt in ſuperficie regulæ ſit in ſuperficie medij circuli, ſecabitq; linea recta tranſiens ꝑ centra amborum foraminum, & per centra ſuperficierum uitrorum lineam latitudinis regulæ ꝑpendiculariter,& tranſibit ad punctum g,tunc itaq; ponatur inſtrumentum in uas prædictum uacuũ aqua, & ponatur in ſole directæ oppoſitũ centro ſolis,ut accipiat radiũ ꝑpendicularem, hoc aũt poteſt fieri,ſi moueat̃ inſtrumentũ quouſq; lux ſolis tranſeat ꝑ ambo foramina,& fiat apud ſecundũ foramen lux æqualis,& aſpiciatur ſuperficies regulæ oppoſita uitro, & uidebit̃ lux

exiens à duobus foraminibus ipſius inſtrumenti extenſa ſup ſuperficiē ipſius regulæ, & illud umbroſū q̃d circūdat lucē in ſupficie regulæ, obumbrabit̃ p umbrā oræ inſtrumēti, eritq́ centrū uiſus ipſius aſpiciētis ſup lineā quæ eſt in ſuperficie regulæ, deinde acus ſubtilis ponatur ſuper ſuperius foramē, ita quod extremitas acus ſit perpēdicularis ſup centrū foraminis, cadetq́ tunc umbra extremitatis acus ſuper centrum lucis in linea quæ eſt in ſuperficie regulæ, tunc itaq́ ſignetur punctus illius umbræ cū incauſto ſubtiliter, & auferatur acus à ſuperiori foramine, & eius extremitas ponatur ſup centrū inferioris foraminis, cadetq́ iterū umbra extremitatis acus ſup punctum ſignatum in ſupficie regulæ. Ablata quoq́ acu lux reuertitur; ex quo patet, q̄m lux quæ eſt ſuper punctū quod eſt in ſuperficie regulæ tranſit p cētra amborū foraminū, deinde cū incauſto ſignetur nota nigra in pūcto in medio ſuperficiei uitri ex parte regulæ, poteſt aūt ille pūctus inueniri p 40. primi huius, q̄m ille punctus eſt cōmunis ſectio duorū diametrorū ſuperficiei uitri, & tūc intuens lucem quæ eſt ſuper regulā inueniet umbrā puncti, quæ eſt in medio uitri, punctum quod eſt in ſuperficie regulæ, patet ergo ex hoc q̄m lux quæ trāſit per centra duorū foraminū, tranſit per punctū quod eſt in medio uitri. Deinde euellatur uitrum primū, quod eſt ſuper centrū inſtrumenti punctū e, & in ſuperficie ſecūdi uitri ſignetur punctū medium, ut prius factū eſt in ſuperficie uitri primi, & cōponatur inſtrumentū ſecūdo, & moueatur quouſq́ lux tranſeat per duo foramina, perueniet́q lux tranſiens per centra duorū foraminū ad centrū lucis, quod eſt in ſuperficie regulæ, patet itaq́ ex hoc quod lux pertranſiens centra duorū foraminū tranſit per punctum quod eſt in medio ſuperficiei ſecūdi uitri, & quod lux quæ tranſit per centra duorꝝ foraminū in prima experimentatione, tranſit & per punctū q̃d eſt in medio ſecundi uitri. Extrahatur itaq́ ſecundū uitrū & opponatur tertiū, & ſic de cæteris uſq́ ad ultimū, & patet uniuerſaliter ꝙ lux tranſiens per centra duorū foraminū perueniens ad ſuperficiem regulæ, tranſit etiā per centra ſuperficierū uitrorū omniū poſitorū ſup ſuperficiē laminæ, & ſunt omnia centra ſuperficierū uitrorū omniū in una linea recta cōtinuante centra duorū foraminū: lux itaq́ pertranſiens centra foraminū tam in corpore uitri q̃ extra corpus in aëre, extēditur ſecundū lineam rectā cōtinuantem centra duorum foraminū, & eſt illa linea m p, ꝑpendicularis ſuper ſuperficies omniū uitrorū oppoſitas foramini per 14. undecimi, illa enim linea m p, eſt æquediſtans lineæ f g, diametro laminæ quæ eſt perpēdicularis ſuper ſuperficiē uitrorꝝ, cum ſit perpēdicularis ſup differentiā cōmunem ſuperficiei uitri, & ſuperficiei laminæ, & ſi om̄ibus uitris uel ipſorū aliquo præmiſſo modo ſuper fundum inſtrumenti diſpoſito infundatur aqua uaſi uſq́ ad concauum ſuperficiei uitri, accidet tum idem quod prius, quoniā radius perpendicularis ſemꝑ penetrat irrefractus. Itē ne putet aliquis quod rectitudo radiorꝝ perpendiculariū adiuuetur per cubicā figurā uitri, accipiatur medietas ſphæræ uitreæ claræ uel criſtallinæ, cuius ſemidiameter ſit minor diſtantia, quæ eſt inter punctū c & centrū laminæ q̃d eſt punctū e, & inueniatur centrū baſis eius ſuper quod ſignetur linea ſubtilis cū incauſto. Deinde ex hac linea ex ꝑte cētri ſphæræ ſeparetur linea æqualis lineæ l m, diametro foraminis oræ inſtrumēti, erit ergo hæc linea æqualis lineæ m f, quæ eſt inter m centrum foraminis quod eſt in ora inſtrumenti, & ſuperficiē laminæ, deinde ſuper extremitatē huius lineæ ſeparatæ à diametro ꝓducatur perpendicularis ad utraq́ partē ſuperficiei ſphæricæ, q̃d poteſt fieri per undecimā primi, & ſecetur ſphæra uitrea ſecūdū illā lineā planetuŕq ſuperficies uitri ſecti donec ſit penitus æqualis, fiatq́ ꝑpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem planā hemiſphærij, quod per angulum rectum corporeum poterit menſurari, erit ergo tunc cōmunis differentia iſtius ſuperficiei erectæ, & ſuperficiei baſis ſphæræ linea recta, ſuper quā erit perpēdicularis linea prius à cētro ſphæræ ꝓducta ergo etiā erit perpēdicularis ſuper ſuperficiē erectā. Deinde in medio illius lineæ q̃ eſt cōmunis ſectio fiat ſignū cū incauſto, deinde uitrū illud politū optime ſuper hanc ſuperficiē ſectā ponat̃ ſuper ſuperficiē laminæ inſtrumēti, ita quod gibboſitas eius reſpiciat foramina, & mediū lineæ quæ eſt cōmunis ſectio duarꝝ ſuperficierꝝ planarū uitri, applicetur centro laminæ, & figatur ſuper laminā ne cadat. Deinde ponatur regula ſubtilis

ſuper

ſuper ſuperficiem laminæ inſtrumenti ſicut in experimentatione uitroꝝ cubitorũ,ita q̃ ſuperficies regulæ in qua eſt linea recta latitudinis ſit ex parte uitri, & ꝓpe illud: deinde imponitur inſtrumentũ in uas prædictũ,& ponitur uas in ſole uacuũ aquæ, & moueatur inſtrumentũ donec lux ſolis tranſeat ambo foramina,cadetq́ꝫ lux ſup ſuperficiẽ regulæ. Deinde ponatur extremitas acus uel ſtili ferrei ſuper centrũ ſuperioris foraminis, cadetq́ꝫ umbra extremitatis acus ſuper centrũ lucis, ablato quoqꝫ ſtilo reuertetur lumẽ ad locum ſuũ.Idem quoqꝫ accidit ponẽti extremitatẽ acus ſuper centrũ foraminis ſecũdi.Deinde ponatur extremitas acus ſuper centrũ ſphæræ uitreæ,cadetq́ꝫ umbra extremitatis acus ſuper centrũ lucis,ex quo patet,quia lux trãſiens ꝑ centra duorũ foraminũ trãſit & per centrũ ſphæræ uitreæ,& per mediũ ſuperficiei lucis quæ eſt in cõuexo uitri, patet etiã ex his qđ lux tranſiens in corpus uitri extẽditur ſecundũ rectitudinẽ lineæ tranſeũtis per cẽtra duorũ foraminũ,& eſt illa linea ſemidiameter ſphæræ. Nam ꝑpendicularis exiens à centro baſis uitri ad laminã,eſt æqualis diametro foraminis & lineæ exeuntis à centro foraminis perpendiculariter ad ſuperficiẽ laminæ, & quoniã hæ duæ perpendiculares cadũt ſuper diametrum laminæ,palam qđ linea tranſiens per centra duoꝝ foraminũ cũ extendit̃ in rectitudinẽ peruenit ad centrũ ſphæræ uitreæ,eſt ergo in illa linea diameter huiꝰ ſphæræ uitreæ,eſt ergo ꝑpendicularis ſup ſuperficiẽ huius ſphæræ ꝑ 72.primi huius,qm̃ enim trãſit centrũ ſphæræ, patet quod ipſa eſt perpẽdicularis ſuper cõuexam ſuperficiẽ ſphæræ,ſicut ſuperius patuit in uitris cubitis. Auferatur itaqꝫ regula ſubtilis applicata ad ſuperficiem laminæ,& ponatur inſtrumentũ ſecũdo in uas ut prius, & moueatur q̃uſqꝫ lux tranſeat per duo foramina. Inuenieturq́ꝫ lux ſuper oram inſtrumenti,& inuenietur centrũ lucis in pũcto p,quod eſt differentia cõmunis inter circũferentiam circuli medij, & lineã g k,perpendicularem in ora inſtrumenti,hoc eſt in extremitate diametri circuli medij,quæ eſt in p, tranſeuntis per centra duoꝝ foraminum m & y,ex quo patet,qm̃ lux tranſiens in corpus uitri, & perueniens ad centrũ eius, ꝓcediensq́ꝫ in corpus aëris,extenditur ſecundũ lineã,quæ extendebatur in corpore uitri, cũ enim linea recta tranſiens centra amboꝝ foraminũ perpẽdicularis ſit ſuper ſuperficiẽ uitri,patet quod ipſa neceſſario eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ aëris tangentis uitri ſuperficiẽ.Itaqꝫ ſi uaſi infundatur aqua remanente uitro in ſua poſitione donec aqua ſuperfluat centra uitri, adhuc inuenietur centrũ lucis ſuper extremitatẽ diametri circuli medij,& ſi ſphæra media tranſuertatur, ita ut conuexũ eius ſituetur ad ſecundũ foramen,& plana ſuperficies ad centrũ inſtrumẽti, ſcilicet punctũ e,ſiue aqua ſuperfundat̃ ſiue non,adhuc omnia alia accident,quæ in priori ſitu accidebant,qm̃ ſemp radius tranſiens per cẽtra amboꝝ foraminũ,tranſibit & per centrũ ſphæræ. Ex his omnibus ꝑ uitra cubica & ſphærica, patet qđ ſiũ mediũ ſecundi diafoni fuerit denſius uel rarius,dũ tamẽ linea per quã extenditur radius fuerit perpendicularis ſup ſuperficiem ſecũdi corporis, quod lux extẽditur in ſecũdo corpore ſecundũ rectitudinẽ lineæ,per quã extẽdebatur in corpore primo,patet ergo ꝓpoſitum,corpus enim uitri eſt denſioris diafonitatis quàm corpus aëris, & etiam quàm corpus aquæ.

XLV.

In medio ſecundi diafoni rarioris primo diafono fit refractio radiorum oblique incidentium à poſteriore ſuperficie ſecundi diafoni à perpendiculari exeunte à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecundi.

Hoc quod nũc ꝓponitur eſt cõformiter prioribus per inſtrumentalem experientiã declarandũ. Aſſumatur eñ illud uitrum ſphæricũ, quo iam in præcedẽti ꝓximo theoremate uſi ſumus,& ponatur ſuper lineã inſtrumenti,ita qđ ſuperficies plana ipſius reſpiciat foramina,& quod mediũ lineæ rectæ,quæ eſt i ipſo ſit ſuper centrũ laminæ,& linea quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficierũ planaꝝ uitri,cadat oblique ſuper diametrũ laminæ quacũqꝫ obliqua ratione, palam ergo qm̃ linea tranſiens cẽtra duoꝝ foraminũ obliqua eſt ſuper ſuperficiẽ planã uitri, cõiungatur itaqꝫ uitrũ laminæ inſtrumenti ſecundũ hũc ſitũ firmiter,& ponat̃ inſtrumentũ in uas,& uas in ſole,moueaturq́ꝫ inſtrumentũ donec lux tranſeat per duo foramina, cadetq́ꝫ lux in interiori oræ inſtrumenti, & centrũ lucis

erit in circumferentia medij circuli, ſed extra illum punctū p, qui eſt cõmunis differentia circūferentiæ medij circuli, & lineæ ſtanti in ora inſtrumenti quæ eſt g k, & erit declinatio eius ad partē in qua eſt ſol, erit ergo ad patrem perpendicularis exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiē ſphæricā uitri, & qm̄ hæc lux extenditur in aëre ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis per centra duorū foraminū, ut patet per primā huius, & hæc linea in hoc ſitu ꝑuenit ad centrū ſphæræ uitreæ, & eſt obliqua ſuꝑ ſuperficiē ſphæræ planā, palā ergo quia terminatio extenſiõis illius lucis, & eſt in centro uitri, extendit ergo lux in corpus uitri ſecundū lineā rectā exeuntē à cētro ſphæræ ad circūfererentiā, quæ linea cū ſit diameter per 72. primi huius, quoniā ipſa eſt perpēdicularis ſuper ſphæricam ſuperficiē uitri, ergo & ſuper cõcauam ſuperficiē aëris continentis ſphærā uitri, non ergo refringitur in aëre ſecundo, ſicut neq; in primo, ſed neq; reflectitur in corpore uitri, nec in cõuexo ipſius, refringitur ergo apud centrū uitri, quia fuit obliqua ſuper ſuperficiē eius planā, in qua eſt centrū uitri, palam itaq; ex his experimentationibus illud qd' eſt, etiā ſuperius declaratū, ſed qm̄ lux ſi fuerit extēſa in corꝑe ſubtiliori oblique incidens ſuperficiei corporis groſſioris, refringetur ab ipſo, & erit eius refractio ad partem perpēdicularis ſuper ſuperficiem ſphæricā corporis groſſioris, ſicut per 43. huius patuit, fiat refractio ex aëre ad aquā, erit illa refractio ad partē perpēdicularis exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiē aquæ, & nõ perueniet refractio ad perpendicularē, qđ ſi uitrū ecõuerſo ſituetur, ſcilicet ut ſuperficies eius ſphærica & cõuexa reſpiciat ſuperius foramē, & punctū mediū lineæ, quæ eſt cõmunis differentia ſuperficierū planarū, quod eſt centrum ſphæræ uitreæ ſit ſuper centrū inſtrumenti, cadatq; hæc linea oblique ſuper diametrum laminæ, ducaturq; in ipſa ſuperficie laminæ à cētro laminæ linea perpendicularis ſuper lineā, quæ eſt cõmunis ſectio illarum planarū ſuperficierū, quæ neceſſario erit perpendicularis ſuper ſuperficiem planā uitri erectam ſuper ſuperficiē laminæ, ponatur itaq; inſtrumentū in uaſe ſine aqua, & moueatur quouſq; lux pertranſeat duo foramina, cadetq; centrū lucis in circūferentia medij circuli extra punctum p, quod eſt differentia cõmunis medij circuli, & lineæ g k, perpēdicularis ſuper ſuperficiē laminæ ductæ in ora inſtrumenti quod punctum p, eſt extremitas diametri medij circuli, quæ eſt m p, erit declinatio lucis ad partem contrariam illi in qua eſt perpendicularis educta à loco refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri, hæc aūt lux extenditur in uitro ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis per centra duorum foraminum, quoniā illa linea cum per centrum ſphæræ uitreæ tranſeat eſt in illa diameter ſphæræ uitreæ, fit itaq; refractio lucis apud centrum ſphæræ uitreæ, quoniam lux tranſiens centra amborum foraminum fit oblique ſuper ſuperficiem planam uitri, & ſuper ſuperficiem aëris contingentis uitrum, & ſi aqua infundatur uaſi quouſq; ſupereminent centro inſtrumenti, cadet adhuc centrum lucis in circunferentia medij circuli extra extremitatem ſui diametri oblique ad partem contrariam illi parti ſuper quam cadit perpendicularis, & quoniam aër eſt ſubtilior quàm aqua, & aqua ſubtilior uitro, maior fiet diſtantia, circuli lucis ab extremitate diametri medij circuli in aëre quàm in aqua, quod ſi uitrum ponatur aliter in ſuperficie laminæ, ſcilicet ut linea quæ eſt communis differentia duarū ſuperficierum planarum ipſius uitri ſit ſuper laminam perpendiculariter diametrum laminæ ſecantem, non tamen ſit eius medius punctus, qui eſt centrum uitreæ ſphæræ ſuper centrum laminæ, & uertatur conuexum uitri ad foramina, & figura regulæ ſubtilis ſuper ſuperficiem laminæ erecta ſuper oram eius, in quo eſt linea ex parte uitri, & terminus regulæ ſecet diametrum laminæ perpendiculariter, palam quia linea tranſiens per centra foraminum duorum non tranſit per centrum ſphæræ, ſed per illud pūctum ſuperficiei planæ ipſius uitri, & erit obliqua ſuper ſphæricam ſuperficiem per 72. primi huius, ponatur itaq; inſtrumentum in uaſe, & uas in ſole; & moueatur inſtrumentum quouſque lux tranſeat per centra duorum foraminum, & non cadet lux directe ſuper ſuperficiem regulæ, neq; centrum lucis cadet in linea, quæ eſt in ſuperficie regulæ, ſed declinabit oblique extra lineam, quæ tranſit per centra duorum foraminum ad partem in qua eſt centrum uitri, hoc eſt ad partem contrariam perpendicula-

ris ex-

tis exeuntis à loco refractionis perpendiculariter ſuper ſuperficiem uitri ſphæricam, eritq́ linea pertranſiens centra duorũ foraminum perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri planam, per 8. undecimi, quoniam illa linea eſt æquediſtans lineæ f g diametro laminæ, quæ ex hypotheſi, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam uitri. Si ergo lux tranſiret per centra duorum foraminũ, & extenderetur ſecundũ rectitudinẽ ad planam inter ſuperficiem, palam ꝙ tunc extenderetur ſecundum rectitudinem in aëre. Sed centrũ lucis, quæ eſt in regula, cum non cadat in rectitudinẽ huius lineæ, patet ꝙ lux nõ extenditur in eius rectitudinẽ ad ſuperficiẽ planam uitri, eſt ergo lux refracta, ſed nõ refringitur in aëre, neq; in corpore uitri. Refringit̃ itaq; apud ſphæricã ſuperficiẽ uitri, incidit enim oblique ſuper ſphæricam ſupficiẽ, qm̃ linea tranſiens centra duorũ foraminũ non tranſit per centrum uitri, & hæc lux egrediens à plana ſuperficie uitri, qm̃ oblique aëri incidit, plus refringitur. Qđ ſi uitrum econtrario diſponitur, ut eius ſuperficies plana apponatur foramini primo ſic, ꝙ cõmunis differentia ſit ſuper lineam ſecantẽ diametrum laminæ perpendiculariter, & medius punctus illius lineæ ſit extra centrum laminæ. Tunc ergo linea pertranſiens centra duorũ foraminũ non tranſit per centrum uitri, ſed per alium punctũ illius planæ ſuperficiei, & eſt perpendicularis ſuper illam ſuperficiem, moueat̃ itaq; inſtrumentũ in ſole, donec lux tranſeat per ambo foramina, cadetq́ centrum lucis, quæ cadit in interiori parte oræ ipſius inſtrumenti in periferia medij circuli extra punctũ p, qđ eſt extremitas diametri medij circuli, quæ eſt linea m p, ſed declinabit ad partem in qua eſt centrũ uitreæ ſphæræ, & linea quæ egreditur à centro huius ſphæræ in imaginatione ad locum refractionis, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ huius ſphæræ, eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem aëris continentis ſuperficiẽ ſphæræ uitreæ. Hæc itaq; refractio eſt ad partem contrariã illi, in qua eſt perpendicularis exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem aëris continentis ſphæram. Lux uero tranſiens centra duorũ foraminũ pertranſit corpus uitri recte, cum ſit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem planam uitri, ſed non eſt perpendicularis ſup ſuperficiẽ conuexam, cum nõ trãſit centrum ſphæræ, ergo etiam non eſt hæc lux ꝑpendicularis ſuper ſupficiem aëris continentis conuexum uitri, & quia hæc lux refracta inuenitur, refrangitur ergo apud conuexam ſuperficiem ſphæræ uitreæ, ꝙ ſi aqua tunc infundetur uaſi infra centrum laminæ, inuenitur etiam lux refracta ad partem in qua eſt centrũ uitri: hoc autẽ eſt ad partẽ contrariam illi, in qua cadit ꝑpendicularis exiens à loco refractionis, quæ extenditur in corpore aëris perpendicularis ſuper concauam ipſius aëris ſuperficiem conuexi uitri continentem.

XLVI.

Omnem radium incidentem & refractum in eadem plana ſuperficie cõſiſtere eſt neceſſe.

Sed & id qđ nunc proponitur, poteſt experimentaliter declarari, qm̃ enim omnibus diſpoſitis, ut eſt in 43. huius, lux incidens centro lucis, quæ eſt in ſupficie aquæ, & à centro lucis exiſtentis ſuper ſuperficiem aquæ, qđ eſt centrum medij circuli incidens centro lucis intra aquam exiſtentis, ꝙ eſt in circumferentia circuli medij, tranſit per centra amborum foraminũ, quæ ſimiliter ſunt in ſuperficie medij circuli, palam, qm̃ linea ſecundũ quã lumen incidit ſuperficiei aquæ per medium aërem, & ſecundũ quã refringitur in aquæ medio, ſunt in eadem ſuperficie, qm̃ utraq; ipſarum eſt in ſuperficie medij circuli triũ aſſignatorum circulorum. Inuenitur autem hæc refractio in medio ſolati, quando radius tranſiens ſolaris per centra foraminum, fuerit obliquus ſuper aquæ ſuperficiem, non qñ fuerit ꝑpendicularis, & propter obliquitatem ſitus inſtrumẽti à centro ſphæræ aquæ nunq; fiet hæc linea radialis perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, niſi ſol fuerit perpendiculariter ſuper zenith capitis. Sole uero ultra uel contra zenith capitum exiſtente, ſatis euidens eſt hæc experimentatio omni tempore, patet ergo id qđ proponitur, & hanc ſuperficiẽ dicimus ſuperficiẽ refractionis: patet itaq; ex ijs omnibus 5. præmiſſis propoſitionibus, quoniã omnis lux pertranſit quacunq; corpora diafona ſecundũ lineas rectas: & q̃diu lineæ ſunt ꝑpendiculares ſuper ſuperficies corporum, quæcunq; etiã diuerſæ ſint diafoneitatis, ſemper extendit̃ ſecundũ rectitudinẽ eiuſdem lineæ, & non refrin-

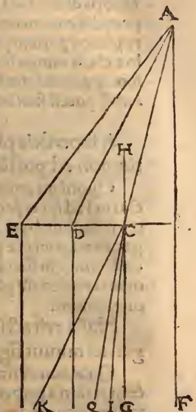
gitur. In corpore uero diuerſæ diafoneitatis omnis lux ſuperficiei ſecundi corporis obli-que incidens, refringitur ſecundum lineas rectas alias ab illis, ſecundum quas incidebat primo corpori, quæ tamen lineæ ſemper erunt in eadem ſuperficie plana, imaginatæ ſecare utrunqꝫ illorum corpoꝝ, & hæc ſuperficies in ſpectione inſtrumenti eſt medius circulus trium circuloꝝ ſignatorũ in interiore parte oræ inſtrumenti, cuius diameter eſt linea m p. Cum uero lux aliqua exiuerit à corpore ſubtiliori ad groſſius, refringet̃ ad partem ꝑpendicularis exeuntis à loco refractionis, quæ eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem groſſioris ſecundi corporis, & cum lux obliqua exiuit à corpore groſſiori ad ſubtilius, refringitur ad partem contrariam prædicto modo ductæ ſuper ſuperficiem corporis ſecundi, ſcilicet ſubtilioris.

XLVII.

Radio perpendiculari omne corpus diafonum penetrante, radius oblique incidens in medio ſecundi diafoni denſioris refringitur ad perpendicularem ductam à puncto incidentiæ ſuper ſecundi diafoni ſuperficiem, & in medio ſecundi diafoni rarioris refringitur ab eadem.

Illud qđ de particularibus experientijs hactenus inſtrumentaliter probatum eſt, naturali demonſtratione intendimus adiuuare, omnes enim motus naturales qui fiunt ſecundum lineas ꝑpendiculares, ſunt fortiores, qm̃ coadunant̃ uirtute uniuerſali cœleſti ſecundum lineam rectam breuiſſimã, omni ſubiecto corpori influente. Impulſiones, piectationũ factaꝝ ꝑpendiculariter ſunt fortiores eis quæ fiunt oblique: & ſimiliter percuſſiones, quæ fiunt perpendiculariter, ſunt omnibus obliquis percuſſionibus fortiores, & inter omnes obliquas fortiores ſunt illæ quæ plus accedũt ad ꝑpendicularitatẽ, quia itaqꝫ omnis corporis denſitas impedit tranſitũ luminis, neceſſe eſt lumen imaginari repelli à tranſitu per reſiſtentiã corporis denſi, & plus per reſiſtentiam corporis denſioris: & per hanc reſiſtentiam qualitatis paſſiuæ, quæ eſt denſitas ad qualitatẽ actiuam, quæ eſt lumen, intelligimus quendã motum motionis luminis per medium corpoꝝ reſiſtentium, quæ ſecundũ plus & minus capacia ſunt impreſſionis luminaris, non ꝙ in tranſmutatione locali ipſius luminis ſit alius motus, ut patet per 2. huius. Sed quia lumen in eodẽ inſtrumenti ſecundũ diuerſitatẽ medioꝝ ſe plus comprimit uel diffundit, & hoc uocamus motum ipſius lucis. Omnis itaqꝫ lux pertranſiens corpus diafonum, motu uelociſſimo & inſenſibili pertranſit, ſic tamen, ꝙ per magis diafona uelocior fit motus ꝗ̃ per minus diafona. Omne enim corpus diafonum plus & minus reſiſtit penetrationi lucis ſecundũ qđ eſt participans diafonitatẽ plus uel minus, groſſities enim corpoꝝ reſiſtens eſt ſemꝑ luminis penetrationi. Cum ergo lux pertranſiret corpus aliqđ diafonum oblique, & occurrerit corpori alij diafano groſſiori, tunc corpus groſſius reſiſtit luci uehementius, ꝗ̃ prius corpus rarius reſiſtebat, neceſſe eſt ergo ꝙ ꝓpter reſiſtentiam illius corporis denſioris motus lucis tranſmutetur: & ſi reſiſtentia fuerit fortis, tunc motus ille ad partẽ cõtrariam refringetur, quia uero nõ reſiſtit fortiter, ideo lumen nõ redibit in partẽ ad quã mouebatur. Si uero reſiſtentia fuerit debilis ꝓpter maiorẽ raritatẽ corporis plus diafoni, tunc lux incidens non refringetur ad contrariã partem, nec poterit per illam lineam ꝓcedere per quã inceperat, ſed mutabitur in ſitu: cum uero perpendiculariter inciderit quibuslibet corporibus diafonis & quacunqꝫ diuerſæ diafoneitatis, non mutabitur, ſed directe omnia penetrabit, qm̃ perpendicularis fortior eſt omnibus, & oblique uiciniores perpendiculares ſunt fortiores omnibus remotioribus. Cum itaqꝫ corpori diafono groſſiori lux incidit, oblique extenditur ſecundũ lineam rectam approximantẽ ad perpendicularẽ, exeuntem à puncto, in quo lux occurrit ſuperficiei corporis diafoni groſſi-ꝓductam ſuper ſuperficiẽ corporis groſſioris, ideo, quia facillimus motuum eſt ſecundũ lineam perpendicularẽ. Si ergo radius lucis inciderit ſuper lineam perpendicularẽ, tranſibit recte ꝓpter fortitudinẽ motus ſuper perpendicularẽ. Et ſi radius inciderit oblique, tunc non poterit tranſire ꝓpter debilitatẽ motus ſuper lineas obliquas. Accidit ergo ut declinet ad partem aliquã, per quã facilior ſit tranſitus, ꝗ̃ per illam partem, ad quã per lineam incidentiæ mouebatur; facilior autẽ motuũ, & plus adiutus cœleſti influen-

tia eſt ſuper lineam perpendicularem: qđ enim uicinius eſt perpendiculari, facilioris eſt tranſitus, ꝗ̃ remotius ab illa. Sit itaq; ut à puncto a corporis luminoſi incidant radij ꝗ̃ plures per medium a b ſuper ſuperficiem alterius diafoni corporis, in qua ſit linea b c d e, & ſit b f linea profunditatis illius corporis, & ſit linea a b perpendicularis ſuper illam ſuperficiẽ, palam itaq; ſecundum ratiõe præmiſſam fortitudinis perpendiculariũ, & per experientias inſtrumentales per 42. & 44. huius, qm̃ radius incidens ſecundũ lineam a b penetrat perpendiculariter totũ corpus b e f. Radius uero incidens ſecundũ lineam a c, ſi directe trãſeat corpus b e f, tunc enim erit diuerſitas in diafoneitate corpoꝝ a b e & b e f, qđ eſt contra hypotheſim: linea itaq; a c propter diuerſitatem reſiſtentiæ non erit linea continua. Sed ſi per corpus minus reſiſtens mouebatur libere per lineam a c, non poteſt in corpore plus uel minus reſiſtente per eandẽ lineam moueri. Si ergo corpus b e f ſit denſius corpore a b e, patet ex præmiſſis, ꝙ difficilior eſt tranſitus per illud. Si itaq; linea a c refringitur à linea perpendiculari, ducta à puncto c ſuper ſuperficiem corporis b c d e q̃ ſit c g, debilitabitur, nec ad aliud peruenit effectus eius, fruſtra ergo incidebat, natura autẽ fruſtra nihil agit, ſicut in principio ſuppoſitum eſt: linea ergo a c, ut etiam oſtenſum eſt experimentaliter per 43. huius, refringitur neceſſario ad partem perpendicularis c g, ut fortificetur actio eius, ſimiliter quoq; eſt de radijs incidentibus ſecundum lineas a d & a e. Et ſi corpus, in cuius ſuperficie eſt linea b c d e, fuerit diafoneitatis rarioris ꝗ̃ ſit corpus a b e, adhuc propter fortitudinẽ actionis radij perpendicularis qui eſt



a b penetrat irrefractus, radius uero ſecundum lineam a c tranſiens corpus denſius, & in puncto incidens ſuperficiei corporis rarioris, non inuenit reſiſtentiam ꝗ̃ prius, & quia formarum ꝓprium eſt ſemper ſe diffundere ſecundnm amplitudinẽ omnis capacitatis materiæ: patet, ꝙ radius a c non procedit ſecundũ lineam a c, quia ſic diſpoſitio diafonoꝝ corporum ſecundũ reſiſtentiam ad receptionẽ luminis eſſet uniformis, qđ eſt contra hypotheſim: refringitur ergo radius à c, ſed nõ ad ꝑpendicularẽ c g, quoniã illa refractio non fit ꝓpter reſiſtentiam materiæ, ſed propter uictoriam formæ agentis ſuper materiam plus diſpoſitam ꝗ̃ prius, unde forma diffundit ſe uirtute propria ab incepto progreſſu ſecundum lineam a c, & ad partẽ contrariam ipſius perpendicularis c g. & æquediſtantis quæ b f: & ſimiliter eſt de omnibus alijs obliquis radijs, ut a d & a e. Motus itaq; radij incidentis oblique ſecundum lineam a c in corpore ſecũdi diafoni denſioris, quæ eſt b e f, componitur ex motu in partem perpendicularis à b tranſeuntis per corpus b e f, in quo eſt motus, & ex motu facto ſuper lineam c b, quæ eſt perpendicularis ſuper lineam c g, quoniã enim tranſitus perpẽdicularis eſt fortiſſimus & facillimus motuũ, & denſitas corporis reſiſtit termino motus ad quem intendebat, linea a c neceſſario mouebit̃ ad perpendicularem c g exeuntem à puncto c, in quo radius a c concurrit ſuperficiei corporis denſioris, & quoniã illi motui reſiſtit̃ ꝓpter groſſiciẽ medij, & etiam ꝓpter naturã alterius motus, qui eſt ſuper lineam c b, qui propter reſiſtentiam medij non omnino dimittitur, ſed tantum impeditur. Declinabit lumen ergo uerſus punctũ b, ſemper proximans perpendiculari a b f, fit itaq; in medio diafoneitatis ſecundæ groſſiore medio, primo refracto radij a c ſecundũ lineã c l propinquiorẽ perpendiculari c g exeunti à puncto c, in quo occurrit corpori denſiori, quoniam linea a c, per quam incidebat ſuperficiei illius corporis, producta ultra punctum c ad punctũ q, propinqua fuerit eidem perpendiculari eductæ ultra punctum c ad punctũ h, ita, ut angulus a c h ſit maior angulo l c g, non concurret tamen cum ꝑpendiculari b f uerſus punctum f, ſed uerſus punctum a per 2. primi huius, quoniam concurrit cũ æquediſtante eius linea c g in puncto c. Cũ uero radius a c exiuerit à corpore groſſiore ad ſubtilius, tunc quia minus habet reſiſtentiæ,

tiæ, erit motus eius uelocior & magis ſui diffuſiuus, & quoniam reſiſtentia medij denſioris impellit ſuper lucem obliquam, ut coadunetur ad ꝑpendicularẽ lineam à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiem illius corporis productam, quæ eſt c g: patet ꝙ in medio rarioris diafoni illa reſiſtentia erit minor ꝙ̃ prima, fit ergo motus lucis ad partem à qua per reſiſtentiam repellebatur motus maior, mouetur ergo lux in corpore diafono rariore plus ad partem contrariam parti perpendiculari, ita, ꝙ angulus g c k ſit maior angulo a c h, ſit tamen ſemper motus lucis a c in reflectione à corpore ſecundo rarioris diafoni ꝙ̃ primũ inter lineas c g & c e, quoniam cum angulus g c e ſit rectus, angulus g c k nunꝙ̃ poteſt fieri rectus, patet ergo propoſitum.

XLVIII.

A ſuperficie plana corporis diafoni omniũ radiorũ illi ſupficiei incidentiũ, non eſt poſſibile fieri refractionẽ ad aliquod punctum unum.

Quoniam enim, ut patet per præmiſſas, in omni corpore diafono ſemper fit refractio uel ad ipſas perpendiculares ductas à punctis incidentiæ radij ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni, à qua fit refractio, uel ab illis ꝑpendicularibus quomodocunꝗ; hoc contingat, patet, cum illæ perpendiculares ſuper planam ſuperficiẽ ſunt æquediſtantes per 6. undecimi, qm̃ ſiue ad ipſas ꝑpendiculares, ſiue ab ipſis fiat refractio, nõ eſt poſſibile, ut omniũ radioꝝ illi planæ ſuperficiei incidente, refractio fiat ad punctũ unum, patet ergo propoſitum.

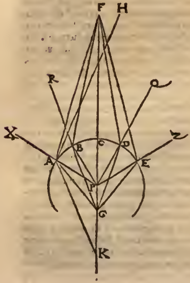
XLIX.

Nulla refractio tranſmutat ſitum partium formæ refractæ, ſed ſolum auget uel minuit figuram.

Quoniam enim, ut patet per 47. huius, omnis refractio fit in medio ſecundi diafoni & in rariori à perpendiculari, in denſiori uero ad ꝑpendicularẽ, palam ꝙ ſemper dexter radius remanet dexter, & ſiniſter ſiniſter, & ſimiliter de alijs differentijs poſitis. Situs ergo partium formæ refractæ non mutantur, ſed ſemper permanent, modo ſuo autẽ à perpendiculari ſit fractio, augetur forma ſecundũ dilatationẽ. Et cum ad perpendicularem ſit refractio, minuitur, qm̃ anguli ipſam continentes, anguſtantur, patet ergo ꝑpoſitũ.

L.

In omni ſimili ſuperficie eiuſdẽ diafoni radij ſecundum æquales angulos incidentes, ſecundum æquales angulos refringuntur: & ſi maiores ſunt anguli incidentiæ, maiores ſunt anguli refractionũ, & ſi minores, minores.



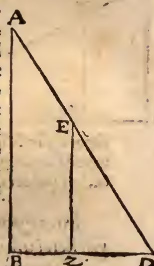
Siue enim refractionis modus attendatur ex parte ſuperficierum corporum in quibus fit refractio, quoniam alia fit refractio à ſuperficie ſphærica, & alia à plana, ſiue à parte diſpoſitionis diafonoꝝ, quoniã alia fit refractio à rariori diafono, alia à denſiori, ut patet per plures ꝑpoſitiones libri huius, ſiue attendatur à parte anguloꝝ incidentiæ, patet ſemper ꝙ angulis incidentiæ exiſtẽtibus æqualibus, ſecundũ modum ꝑpoſitionũ nulla ſubeſt cauſa diuerſitatis modi refractionis, ſit et ergo ſemper refractio ſecundũ angulos æquales, & hoc eſt ꝑpoſitum primũ. Et eſt huius exemplũ, ut ſi uni corpori ſphærico diafono denſiori ipſo aëre medio, in cuius ſuperficie

ficie ſit circulus a b c d e, cuius centrum ſit p, & à puncto f corporis luminoſi incidant lineæ radiales, quæ ſint a f, b f, c f, d f, e f, incidat'q; radius f c perpendiculariter, & alij oblique: patet ꝙ omnes radij incidentes oblique in ſuperficie illius corporis diafoni, refringentur per 47. huius. Sit ergo exempli cauſa & breuitatis figurationis & denominationis linearum, ut omnes illi radij refracti concurrant in puncto g, & ducantur perpendiculariter ſuper ſuperficiem corporis lineæ, quæ ſint p d q & p b z & p a x & p e x. Dico ꝙ ſi angulus incidentiæ, qui eſt f d q, ſit æqualis angulo f b r, ꝙ angulus g d p erit æqualis angulo g b p, per præmiſſam propter uniformitatem omnium prædictarum conditionum. Similiter quoq; dico, ꝙ ſi angulus f d q ſit maior angulo f a x, ꝙ angulus p d g erit maior angulo p a g, fiat enim ſuper punctum a terminum lineæ x a angulus æqualis angulo f d q per 23. primi, qui ſit angulus h a x, refringatur'q; radius h a in puncto a, concurret'q; cum linea f g in puncto b, erit'q; per primam partem huius angulus p a x æqualis angulo p d g: eſt autem angulus p a k maior angulo p a g, nō enim eſt æqualis, quoniam tunc ex præmiſſis ſequeretur angulos incidentiæ eſſe æquales, qđ eſt contra hypotheſim, ſunt enim ſuppoſiti eſſe inæquales, ſed neq; minor, quoniā ſic fieret refractio irregularis, & eſt contra 43 & 45. huius, eſt ergo maior, ergo & angulus p d g eſt maior p a g. Idem quoq; poteſt demonſtri facilius, ut ſi angulus f e z fiat æqualis angulo f a x per 8. tertij, utpote ſi arcus a c & c e aſſumantur æquales, tunc enim anguli p a g & p e g erunt per præmiſſam æquales; angulus uero p d g minor eſt angulo p e g, ꝙ patet, etiam ſi anguli refractionis ponantur eſſe æquales. De hac autem materia hic ſummarie loquimur, quoniam ipſam in 10 huius libro, ubi locum proprium habet perfectius perſequemur, patet ergo propoſitum.

LI.

Datam altitudinem per umbram quanta ſit cognoſcere ſole apparente.

Sit data altitudo a b, quam proponimus, quanta ſit cognoſcere ſole apparente; & ſi illa altitudo eſt erecta ſuper ſuperficiem horizontis, ducatur in illa ſuperficie linea b d perpendicularis ſuper terminum altitudinis a b, qui ſit b, & incidat radius ſolaris per uerticem a b, qui ſit a, ipſi puncto d, & ſit a d, ergo per undecimam huius erit linea b d umbra altitudinis ipſius a b, erigatur'q; nota linea e z inter umbram b d & radium a d æquediſtanter altitudini a b, ut ſi z e ſit baculus notæ quantitatis, erit ergo trigonus d z e per 29. primi æquiangulus trigono a b d, ergo per 4. ſexti, uel per 9. huius erit proportio d z ad z e, ſicut d b ad b a, ſed d z ad z e proportio eſt nota, quoniam cum z e ſit aſſumpta nota, poteſt & linea umbræ ſuæ quæ eſt z d modica menſuratione fieri nota, ergo d b ad b a proportio eſt nota, ſed d b poteſt menſurando fieri nota, ergo & a b erit nota, quod eſt propoſitum, ut ſi linea a b ſit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad menſuranda ſpacia umbrarum.



Libri Secundi Finis.

LIBER TERTIVS

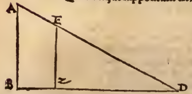
PERSPECTIVAE VITELLIONIS

IN præmiſsis libris mathematicalia & naturalia principia præmiſimus, per quæ, prout noſtra poſsibilitas fert, noſtri propoſiti cõſequentia intendimus declarare. Volentes autẽ formarũ naturaliũ actiones ſub triplici uidendi modo proſequi. ſ. illo qui fit per ſimplicem uiſionẽ, & eo qui per reflexionẽ & illo qui per refractionem. In hoc tertio libro proſequimur modum ſimplicis uiſionis, & diſpoſitionẽ ꝓpriã organi uiſiui. Supponimus aũt hæc quæ ſequunt in locis alijs declarata, uel ut per ſe ipſa nota. Viſionem non compleri niſi apud peruentum formæ uiſibilis ad animam. Item ꝙ per ſe uiſibilia ſunt tantum duo, ſcilicet lux & color, quoniam lux ſe ipſa uidetur, & ipſa eſt hypoſthaſis colorũ, alia uero per accidẽs uiſibilia ſunt, utpote remotio, magnitudo, ſitus, corpeitas, figura, cõtinuitas, ſeparatio uel diuiſio, numerus, motus, quies, aſperitas, lenitas, diafonitas, dẽſitas, umbra, obſcuritas, pulcritudo, deformitas, conſimilitudo & diuerſitas. Hæc enim non ſolum uiſu, ſed alijs ſenſibus cõprehenduntur. Item petimus lucẽ fortẽ ledere uiſum diutius intuentem. Item rem maioris quantitatis, quàm ſit oculus, oculo uideri. Item rem uiſam ſecundũ ſitum, figuram & ordinem ſuarum partium uideri. Item uiſum ſimul diuerſa uiſibilia uidere. Itẽ ab ambobus uiſibus ſimul unam rem uideri. Itẽ ꝙ color nõ eſt motiuus uiſus niſi ſecundũ actũ lucidi. Item ſine contactu uiſionẽ nõ fieri, ſicut nec aliquã actionẽ naturalẽ. Item uirtutẽ uiſiuã finitam eſſe, & non extendi in infinitum.

THEOREMA I.

Viſibili lucem actu non participante, ipſum impoſſibile eſt uideri.

Quæ enim, ut ſuppoſitum eſt, per ſe ſunt uiſibilia, ſunt lux & color: lux autem non

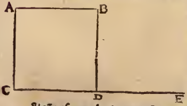


eſt uiſibilis præter ſe, & etiam lux cũ ſit hypoſtaſis colorum, non eſt poſſibile colores uideri ſine luce, forma enim coloris eſt forma debilior ꝗ ſit forma lucis, cum color ſit quædam lux incorporata corporibus mixtis. Viſus ergo non recipit formã coloris rei uiſæ, niſi ex luce admixta cum forma coloris, & propter hoc alternantur colores multarũ rerum apud uiſum per alternationẽ lucis orientis ſuper ipſas: & ſi color, qui eſt per ſe uiſibilis, non eſt motiuus ipſius uiſus, niſi ſecundum actum lucidi, patet ꝙ omni uiſibili actu lucem non participante ipſum impoſſibile eſt uideri, patet ergo propoſitum.

II.

Inter quodlibet punctum ſuperficiei rei uiſibilis, & aliquod punctum ſuperficiei uiſus produci poſt ſe lineas rectas eſt neceſſe, ut res actu uideatur, ex quo patet, ſolum in oppoſitione rei uiſæ ad uiſum fieri uiſionem.

Viſio enim ſiue fiat ex eo ꝙ radij egrediuntur à uiſu ſuper puncta rei uiſæ, ſiue ex



hoc, ꝙ formæ punctorum rei uiſæ per lineas radiales perueniant ad ſuperficiem organi uiſiui, ſemper neceſſe eſt inter quodlibet punctũ ſuperficiei rei uiſibilis, & aliquod punctum ſuperficiei uiſus produci poſſe lineas rectas, ut res uideantur actu: unde cum hæ lineæ ſecundũ quodcunqꝫ propoſitũ modum ꝓduci poſſunt, fit uiſio, niſi forte ꝓpter alterius impedimenti reſiſtentiam uiſus fuerit impeditus. Cum itaqꝫ uiſus fuerit oppoſitus rei uiſæ, uidebit ipſam: & cũ auferatur ab eius oppoſitione, non ſentiet ipſam, & cum reuertetur ad oppoſitionẽ,

reue-

reuertetur ſenſus, quoniã ab alijs partibus ꝗ̃ ab oppoſitis directe non poteſt linea produci à punctis uiſibiliũ ad puncta ſuperficiei uiſus, patet ergo ꝓpoſitum.

III.

Organum uirtutis uiſiuæ neceſſe eſt ſphæricum eſſe.

Si enim non ſit ſphæricum, dico ꝙ non impeditur uiſio, utpote ſi ſit ſuperficiei planæ, tunc enim non uidebit uno aſpectu, niſi ſibi æquale, ſiue enim radij egrediantur à uiſu ſuper rem uiſam, ſiue formæ punctorum rei uiſæ per lineas radiales perueniant ad ſuperficiem organi uiſiui, patet ꝙ ſemper perpendiculares ſunt breuiores per 21. primi huius: unde res magis approximat uiſui ſecundum illas, quoniam res uiſæ directe ſecundũ ipſas ꝑpendiculares uident, non per aliquas lineas obliquas, quæ res frangantur, quia ut patet per 48. ſecundi huius, in corporibus planis non poteſt fieri refractio formarum ad aliquod punctum unum, eo ꝙ in talibus nullus punctus eſt omnibus cõmunis, ſola ergo illa ab organo uiſiuæ ſuperficiei planæ uideri poteſt, quæ ſine refractione directe perueniunt ad ipſum, hæc autem ſunt ſecundum perpendiculares lineas peruenientia ad uiſum. Sit itaq; ſuperficies plana uiſus, in qua ſit linea a b, & ſit in ſuperficie plana alicuius rei uiſæ æquediſtantis uiſui, & linea a b linea recta, quæ c d e, & à puncto c ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem uiſus per 11. undecimi, quæ incidat in punctum a, & ſit a c: & à puncto d ducatur ſimiliter ſuper ſuperficiẽ uiſus perpendicularis quæ ſit d b. Cum itaq; lineæ a c & b d ſint æquediſtantes & æquales, per 23. & 25. primi huius, ergo per 33. primi huius, linea a b æqualis erit lineæ c d, & q̃m linea a b æqualis eſt lineæ c d, ſed linea c d e eſt maior ꝗ̃ linea c d, ergo non uidetur ſimul tota linea c d e, quia in hac diſpoſitione non poteſt res uiſa excedere quantitatẽ ſuperficiei uiſus, & quoniam hoc eſt falſum & contra ſuppoſitionem, quæ patet ſenſui, quoniam poſſibile eſt rem maiorem ipſo oculo uideri, palam, quia non eſt poſſibile, ut ſuperficies organi uiſiui ſit plana, ſed neq; alterius figuræ ꝗ̃ ſphæricæ, quia ſemper accident impoſſibilia inæqualitatis uiſionis, neceſſario ergo erit ſphærica ſuperficies organi uiſiui, in cuius centro fiat concurſus linearum radialium ex longe maiori magnitudine ꝗ̃ ſit ipſum organum uiſiuum, patet ergo propoſitum.

IIII.

Oculus eſt organũ uirtutis uiſiuæ ſphæricũ ex tribus humoribus & quatuor tunicis, à ſubſtantia cerebri prodeuntibus ſphærice ſe interſecantibus compoſitum.

Quomodo ſit oculus uirtutis uiſiuæ organũ negocio alterius partis philoſophiæ relinquimus, ꝙ aũt ſit ſphæricus, neceſſariũ eſt per præcedentẽ ꝓpoſitoinẽ, & etiã ex eo ꝙ eſt naturæ aqueæ, cuius ꝓprietas eſt ſemper rotundari, ut alibi eſt declaratũ. Qđ autem ſit oculus ex tribus humoribus & 4. tunicis compoſitus, diligens Anathomizantiũ cura edocuit. Primus itaq; humorũ iſtoꝝ criſtallinus uel glacialis, qui ꝓprie eſt organum uirtutis uiſiuæ, & eſt in medio oculi ſitus, eſtq; ſphæra parua alba humida, humiditatis receptibilis formarũ uiſibiliũ, in qua eſt diafonitas non intenſa ualde, cum ſit in ea aliqua ſpiſſitudo, unde diafonitas eius aſſimilatur diafonitati criſtalli uel glaciei, & ob hoc dicitur humor criſtallinus uel glacialis, quia uera eius humoris diafonitas nutritur in ſui parte poſteriori uerſus cerebrũ, à qua parte totus oculus recipit nutrimentũ, ꝙ anteꝗ̃ ꝑfecte uniatur humori criſtallino, quæ principaliter intendit nutriri, nondũ plene in formis ſubſtãtialibus & accidẽtalibus, & eidẽ aſſimilatũ neceſſario eſt alterius diafonitatis ab illo, & ob hoc dicit̃ alter humor, & uocatur uitreus, quia ſimilatur uitro quaſi fruſtrato, & quia in omni qđ nutritur, ſemꝑ purũ ab impuro ſeparatur, illud qđ ab humore criſtallino nutrito, ut ſuæ puritati inconueniẽs, ſeparat̃ ad partẽ oppoſitã parti nutrimẽtali, hoc eſt, ad anterius criſtallini humoris ꝑfluit, & eſt diafonũ, quoquo mõ aſſimilatũ humori criſtallino, nondũ tñ ſuæ ꝑfectæ conſiſtentiæ in denſitate, eo ꝙ eſt ſupꝑfluũ nutrimenti corpis denſioris, patet ꝙ neceſſario eſt diafonũ liquidũ, unde uocatus eſt humor albugineus, qa ſimile eſt albumini oui in tenuitate & albedine & diafonitate, eſt eñi hu-

mor alb9,clar9,tenuis,diafon9,& habet humorē ad ptē anteriorē,ſicut & uitreū humorē ad partē poſteriorē pro cuſtodia humoris criſtallini,ne ab extrīſecis occaſiōibus uel intrīſecis citi9 patiaẽ,& cadat ab officio organi uiſiui naturæ ſagacitas deputauit. Cōtinet aūt primū duos hūores.ſ.criſtallinū & uitreū,tela ualde tenuis & ſubtilis ſeparās eos ab albugineo,& circūdans ambos eos,cuius etiam telæ aliqua pars deſcendens per medium ſeparat criſtallinū à uitreo,& hæc tela ꝓpter ſui ſubtilitatem tela aranea nominatur. Cum aūt humor albugineus ſit liquidus,per ſe non conſiſtens,neceſſariū fuit ipſum per aliquod ſolidū pro oculi cuſtodia retineri,circūdedit ergo ipſum natura pelle uiſcoſa ſolida forti,non multū diafona,quæ ſui denſitate melius retineat,& ſui caliditate humorem albugineum temperet, ne criſtallinus congeletur,& fiat inhabilis receptioni uiſibiliū formaꝶ,& quia ꝓpter eius tunicæ denſitatē & uiſcoſitatē formæ uiſibiles ad humorem criſtallinū undiq; tali tunica circundata non ꝑueniſſent,ideo in anteriori parte oculi,ubi eſt locus receptionis formaꝶ uiſibilium,natura hanc tunicam intercidit, factumq; eſt foramen rotundū,cuius diameter eſt quaſi æqualis lateri cubi deſcriptibilis intra illā ſphærā,uel lateri quadrati inſcriptibilis circulo magno illius ſphæræ,& eſt hoc foramen ideo rotundū,ut ſit magis apta ſuſceptioni omniū formaꝶ pertranſiēs uſq; ad eiuſdē tunicæ concauū,& ob hoc hic tunica dicta eſt unea,quia aſſimilabiẽ unæ in aſpectu,& eſt hæc tunica plurimū nigra,ſæpe tñ uiridis,& qñq; glauca,& corpus illius tunicæ eſt tenue denſum non rarum,ne uero humor albugineus effluat ex foramine uneæ,& ut non impediatur operatio uirtutis uiſiuæ,neceſſarium fuit naturæ foramini uneæ ſubponere uelamen diafonū ſolidum ad modū cornu albi clari, dictaq; eſt hæc tunica cornea,ubi uero coniungiẽ hæc tunica alijs partibus corporis circūpoſitis oculo, ibi ceſſat diafonitas,fitq; alterius diſpoſitionis tunica ſolidior ꝙ cornea non diafona,ipſa tamen cornea complens ſphæram unam,quæ eſt ſphæra totius oculi,& illius ſphæræ poſterior pars nō diafona,ſed carnoſa fit alia tunica,& hæc diciẽ cōiunctiua uel conſolidatiua, qm̄ cōiungit oculū,& cōſolidat ipſum cū partib9 corꝑis uicini,erit ergo tunica cornea humor albugine9 & humor glacialis & humor uitre9,ſe ad inuicē cōſequētes,& oīa iſta ſunt diafona ꝓpter meliorē formaꝶ uiſibiliū receptionē. A ſubſtātia cerebri ꝓdeūt humores & tunicæ oculi,qm̄ ex anteriori parte cerebri à duabus ꝑtibus ipſius creſcūt duo nerui optici.i.cōcaui cōſimiles habentes duas tunicas ortas à duabus telis cerebri,& ꝓcedunt ij nerui ad mediū anteriorioris partis cerebri,ubi efficitur neruus unus obticus, qui in ꝓceſſu iterū diuidiẽ in duos neruos obticos cōſimiles & æquales,ꝗ tranſmutatis ſuis ſitibus,ita,ut dexter fiat ſiniſter,& ſiniſter dexter,ſunt ꝓcedētes ad cōuexa duoꝶ oſſiū cōcauoꝶ cōtinentiū oculos,qm̄ in medijs iſtoꝶ duorū oſſiū cōcauoꝶ ſunt duo foramina æq̄liter ꝑforata,q̄ dicunẽ foramina giratiōis neruoꝶ cōcauoꝶ,& qm̄ illa duo foramina ſunt rotunda,punctus uero medius cuiuslibet illoꝶ foraminū dicitur centrū illius foraminis,illi ergo nerui intrant iſta duo foramina,& exeūt ad cōcauitatē duoꝶ oſſiū p̄dictoꝶ,& illic dilatātur & ampliātur,& efficiẽ extremitas cuiuſq; ipſoꝶ quaſi inſtrumētū ponēdi uinū in doleis,hoc eſt admodū pyramidis rotūdæ cōcauæ,& ꝗlibet oculoꝶ cōponiẽ ſuꝑ unā extremitatē iſtius nerui,& cōſolidatur cū ipſo:cōſimiliter & à tunicis iſtorū neruoꝶ oriunẽ tunicæ oculoꝶ,nā tunica cornea oriẽ ex tunica extrinſeca duaꝶ tunicaꝶ iſtius nerui,& tunica unea oritur ex tunica intrinſeca duarū tunicaꝶ duoꝶ neruoꝶ, intra iſtā tunicā uneā ordiaẽ humor criſtallinus ſuꝑ extremitatē cōcauitatis nerui media ante uitreo humore,ꝗ ambo ex medullari ſubſtātia cerebri oriunẽ,& inẽ humores iſtos & tunicā uneā ex ſubtiliſſimis filis tunicæ uneæ texiẽ tela aranea,quā alij uocant tunicā retiā,ꝗa eſt cōtexta ad modū retis. Sphæricæ ſe interſecāt humores & tunicæ oculi,quia enī tunica unea nō ꝑuenit intra oculū ad cōplementū ſphæræ,cū ſicut præmiſſum eſt, in anteriori ſui parte ſit foramē rotundū,qđ tegiẽ à cornea tunica,ſphæra ergo tunicæ corneæ neceſſario ſecabit ſphærā uneæ,& cōis ſectio ſuaꝶ ſuꝑficieꝶ ſphæricaꝶ eſt circūferētia illi9 foramīs,& eſt linea circularis ꝑ 79.primi hui9,in anteriori q̄q; hūoris criſtallini ꝓpter meliorē formaꝶ receptionē eſt cōpreſſio ſuꝑficialis ꝑua minoris curuitatis, ꝙ ſit ſuꝑficies cornea cōtinēs illā:ſꝑicitas,n. ſuꝑficiei hūoris criſtallini aſſimilaẽ cōpreſſiōi ſu

perſi

ꝑficiei lēticulæ,ut patet ex cōſiderãtibus anathomiã oculi, ſupficies ergo anterior ipſiꝰ eſt portio ſupficiei maioris ſphæræ ꝙ̃ ſit ſphæra uuea continens ipſam,& hæc compreſſio æqualiter deflectitur ad oppoſitum foraminis,quod eſt in anteriori parte uueæ,quia ſitus eius ab eo eſt conſimilis,ſicut autem foramen rotundum,quod eſt in anteriori parte uueæ,eſt directæ oppoſitum extremitati concauitatis nerui ſuper quē collocatur oculus, ſi etiã in parte poſteriore cōcauitatis uueæ eſt foramen rotundum, quod eſt ſuꝑ extremitatem concauitatis nerui,& foramen,quod eſt in anteriori uueæ, eſt oppoſitũ foramini concauitatis nerui,quoniam neruus opticus interſecat tunicam coniunctiuã & uueam,& penetrat omnes tunicas oculi uſq; ad ſphæram criſtallinam,quæ pyramidē nerui interſecat,ſicut & humor uitreus,q̃ in nerui optici pyramidali cōcauo collocatur, itaq; communis ſectio pyramidis nerui optici,& ſphæræ criſtallinæ,eſt circulus p 109. primi huius,ſphæra itaq; glacialis eſt compoſita in extremitate concauitatis nerui optici,& in foramine poſteriori uueæ rotundo. Extremitas ergo nerui continet medium ſphæræ glacialis,& eſt neruus ille concauus deferens in ſe ſpiritum uiſibilem à cerebro ad oculum,& per eius uenas paruas peruenit ad nutrimentum ad oculum, & diffunditur in illo per uias inſtrumenti,& eſt in interſectione huius nerui in anteriori parte cerebri uirtus uiſiua ſentiens & dijudicans omne uiſibile,& conſolidatur uuea cum glaciali in circulo continente foramē rotundum in poſteriori uueæ. Interſecant quoq; ſe ſphæræ iſtæ duæ,ſcilicet glacialis & uitrea neceſſario, cum conuexum unius obuiet cōuexo alterius, ſicut em̄ ſunt diuerſæ naturæ & diafonitatis, ſic ſunt portiones diuerſarũ ſphærarum ſe ſecantium, communis itaq; ſectio illarum ſphærarum eſt circulus p 79. primi huius.Idem ergo circulus eſt baſis pyramidis nerui optici,& interſectionis eiuſdem pyramidis,& ſphæræ criſtallinæ, & conſolidationis uueæ ſphæræ cum ſphæra criſtallina, & forte interſectionis earundem ſphærarum. Corpus uero cōſolidatiue cōtinet partem pyramidalem nerui,quæ eſt intra foramē oſſis per quod tranſit neruus, & intra circunferentiam ſphæræ glacialis,& continet ſphæram uueam. Ex his itaq; patet humorem glacialem proprie eſſe organum uirtutis uiſiuæ,nam huius ſolius diafonitas eſt receptibilis formarũ uiſibiliũ,& eſt in medio omniũ & humorũ & tunicarum collocatus,& ſi alij cuicunq; tunicæ uel humori accidat læſio ſaluo glaciali humore, ſemper auxilio medicinæ recipit oculus curationē, & ſanatur ac reſtituitur uiſus: Ipſa uero corrupta,corrumpitur uiſus totus ſine ſpe reſtitutionis per auxilium curæ medicinalis:eſt itaq; humor criſtallinus uel glacialis principaliter uirtutis uiſiuæ organum, propter quod eſt ante diligentius conſeruatũ, & cōſtituit natura duos oculos ꝓpter perfectionem bonitatis uiſionis, & complementũ eius. Sic ergo patet, quod humores & tunicæ oculi ſphæricæ ſe interſecant,& patet declaratio diffinitionis propoſitæ oculi ſecũdum omniũ eorum experientiã qui de ipſius anathomia hactenus ſcripſerunt.Hæc autē omnia, quæ ſcilicet de cōpoſitione oculi, in hac quarta propoſitione huius tertij libri noſtræ perſpectiuæ ſunt præmiſſa, nunc ſummatim per figuram mathematicam duximus exemplanda, quæ eſt talis. Sit enim centrũ oculi punctũ a,& ſuperficies conuexa ipſius glacialis arcus b c d,& ſuperficies cōuexa ipſius uitreæ arcus b c d, & tela aranea cooperiens glacialem anterius ſit arcus b e d,tela quoq; araneæ inter corpus glacialis & uitreæ



ſit linea recta uel curua, quæ b d, tela quoq; cooperiens ipſam uitreã poſterius ſit b q d, exterior quoq; tunica nerui obtici ſit g h dextra, & g h ſiniſtra, & interior tunica illius nerui ſit g d dextra, & g b ſiniſtra. Superficies quoq; uneæ ſit cuius centrum n, & in qua ſit arcus t m u, & b l d, & eius foramen ſit cuius diameter eſt m b, & centrum eius punctum f, humor quoq; albugineus ſit corpus b l d o, ſuperficiesq; intrinſece ipſius corneæ ſit arcus h f k, & ſuperficies exterioris corneæ ſit arcus b e k, erit ergo medium uirtutis communis punctum g, & axis pyramidis totius nerui obtici erit linea g a f, in qua erunt centra omnium humorum & tunicarum ipſius oculi, hæc itaq; eſt figura totius oculi, quam cum opportunum fuerit poſterius utemur.

V.

Impoſſibile eſt uiſum rebus uiſis applicari per radios ab oculis egreſſos.

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uiſiua rebus extra cõiungitur, aut illi radij ſunt corporei uel incorporei. Si corporei, tunc cum uiſus uiderit ſtellas & cœlum, neceſſarium eſt, ut à uiſu aliquid corporeum exiens impleat totũ ſpacium uniuerſi, quod eſt inter uiſum & partem cœli uiſam præter diminutionem ipſius oculi, quod & impoſſibile eſt fieri, & etiam tam cito fieri, ſubſtantia quantitate oculi manente ſalua. Si uero detur quod radij ſint incorporei, cum ſenſus nõ ſit niſi in re corporali, tunc ipſi radij non ſentirent rem uiſam, ergo nec oculus corporeus mediante hoc incorporeo non ſentiente poterit ſentire, nec enim talia incorporea reddunt aliquid uiſui, quo uiſus poſſet comprehendere rem uiſam, cum uiſus non fiat niſi per contactũ uiſus cum forma uiſa, quia ſine contactu non fit actio. Radij ergo ꝓcedentes ab oculo ſi nihil reddunt uiſui, tunc non fit per ipſos uiſio. Si uero aliquid reddunt uiſui, hæc erunt luces uel colores quæ per ſe uidentur, & quæ inter radios multiplicantur ad uiſum, radij ergo non ſunt cauſa applicationis uiſus cum rebus uiſis, ſed aliquid aliud quod ſe multiplicat ad uiſum, eſt per ſe cauſa uiſionis, impoſſibile eſt ergo radios ꝑ ſe eſſe cauſam uiſionis, niſi forte radij dicãtur lineæ deſcriptæ per puncta formarum multiplicata à ſuperficiebus rerum uiſarum ad uiſum, quoniam ut patet per 2. huius, inter quodlibet punctum ſuperficiei rei uiſibilis, & aliquod punctum ſuperficiei uiſus neceſſe eſt poſſe produci lineas rectas, ut res actu uideat, tales uero radij ab oculis nõ egrediuntur, patet ergo ꝓpoſitum.

VI.

Viſio fit ex actione formæ uiſibilis in uiſum, & ex paſſione uiſus ab hac forma.

Formas uiſibiles agere in uiſum ex ſuppoſitione patet, læditur enim uiſus ex forti luce in aſpectu corporis ſolaris uel alterius lucis fortis, ut lucis reflexæ ad oculum à corpore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uiſus taliter, ut à ſua cadat operatione quouſq; per uirtutem intrinſecam naturalem fuerit reſtitutus. Sed & uiſus patitur à ſenſibilibus formis, retinet enim quandoq; in ſe fortes earũ impreſſiões: uiſus enim poſtquam diu inſpexerit fortem lucem uel colorem, ſi poſtea aſpiciat locũ obſcurum uel locum debilis lucis, inueniet id forte uiſibile, quod prius inſpexerat in ſe ipſo cũ luce colore, & figura ſua & quandoq; color fortis impreſſus uiſui permiſcebitur coloribus rerum uiſarum in obſcuro, & uidebũtur res illæ alio colore mixto coloratæ, ut forte uiride uiſum facit res albas, poſtea uiſas in loco obſcuriori mixtam uirides apparere, ſi claudat oculus, nihilominus occurret uiſui forma prius uiſa. Formæ ergo uiſibiles agunt in uiſum, & uiſus patitur ab illis, & quia uiſibilia per ſe ſunt lux & color, & lux eſt hypoſtaſis colorum, lux aũt ſemper ſphærice diffunditur ad omnem poſitionis differentiam, palam ergo ſic etiã colores diffundi: cum itaq; uiſus opponitur alicui rei illuminatæ uel coloratæ tũc multiplicat lumẽ uel per ſe, uel cum illo coloratæ rei oppoſitæ uiſui, & perueniens ad uiſus ſuperficiem & agit in uiſum, & uiſus patitur ab illo, cum itaq; lux & color ueniũt ſimul ad ſuperficiem uiſus, & agunt in illum, & uiſus patitur ab illis, & uirtus animæ propter unionem formarum uiſibilium cum ſuo organo fit cognoſcẽs, tunc fit uiſio propter præſentiam uiſibilium formarũ agẽtium in uiſum, & fit hæc actio & paſſio modo aliarum actionum naturalium, quoniam totum agens, agit in quodlibet

paſſi

paſſi & indiuiſibile, & totum paſſum patitur à quolibet puncto agentis, forma ergo lucis & coloris quæ ſunt in aliquo punctorum rei uiſibilis perueniunt ad ſuperficiem oculi, & formæ omnium punctorum ſuperficiei rei uiſibilis perueniunt ad punctum unũ ſuperficiei oculi, & ſic fit actio & paſſio inter iſta, non fit aũt actio formarum uiſibilium in uiſum niſi forma uiſibilis ſit potens ad agendum & completæ hypoſtaſis ex luminis præſentia, & niſi medium extrinſecum oculo & rei uiſibili ſit lucidum actu, & niſi organum uiſus ſit receptiuum formaꝝ uiſibiliũ per tunicas medias, & humores diafonos ſuæ propriæ diafonitatis, pars enim tunicæ corneæ ſuperpoſita foramini uneæ, quæ primo aëri extrinſeco coniungitur, & humor albugineus implens foramen uneæ, ſi à propria ceciderit diafonitate, ut pote mutata qualitate ſibi propria uel impedimento alio occurrente, uel etiam ipſe humor glacialis, ſi per minimam cõgelationem, uel alio modo à formarum receptione fuerit impeditus non fit uiſio, quia forma ſenſibilis organo uiſiuo imprimi non poteſt: forma itaqꝫ uiſibilis ueniens à re uiſa per medium lucidum uſqꝫ ad ſuperficiem uiſus, tranſit per diafonitatem tunicarum uiſus, & peruenit ad uirtutem uiſiuam ex foramine, quod eſt in anteriori uneæ, & peruenit ad glacialem, & pertranſit in ſecundum modum ſuæ diafonitatis, & ob hoc natura omnes tunicas oculi diafonas ordinauit ut à formis ſenſibilibus actum lucidi habentibus patiantur, uiſus uero licet patiatur à formis uiſibilibus, nõ tamẽ tingitur à forma lucis uel coloris poſt receſſum præſentiæ corporis lucidi uel colorati, ſicut uniuerſaliter oſtendimus hãc paſſionem conuenire omni corpori diafono per 4. ſecundi huius, & licet quandoqꝫ ꝓpter fortitudinem lucis & coloris fiat aliqua impreſſio in uiſum, & alteratio ſecundum illas luces & colores, nõ tamen illæ remanent in uiſu niſi tempore modico, non eſt ergo talis alteratio fixa, uiſus itaqꝫ non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa formis ſenſibilibus agentibus in uiſum, patet ergo propoſitum.

VII.

Centrum ſphæræ totius oculi & centrum glacialis & centrum ſuperficierum extrinſecæ & intrinſecæ corneæ, & centrum conuexæ ſuperficiei humoris albuginei neceſſe eſt idem eſſe: ex quo patet, quoniam ſuperficies intrinſecæ corneæ ſuperficiei ſuæ extrinſecæ æquediſtat.

Reſumpta figura oculi quam præmiſimus in 4. huius, dico quod uerum eſt, quod hic proponitur, quoniam punctum a, eſt cõmune centrum propoſitarum ſphærarum. Si enim detur quod centrum ſphæræ totius oculi, quod eſt punctum a, non ſit centrum ſphæræ glacialis, palam per 75. primi huius, quoniam lineæ rectæ perpendiculares ſuꝑ ſuperficiem ſphæræ oculi, non ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſphæræ glacialis niſi ſolum illa, quæ tranſit per ambarum centra, cæteræ uero omnes quæ erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem uiſus, erunt declinantes ſuper ſuperficiem glacialis. Si ergo glacialis cõprehendat formas rerum uiſarum ſecundum incidentiam iſtarum linearum quæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi, & oblique declinantur ſuper ſuperficiem glacialis, tunc neceſſario glacialis comprehendit omnes formas reꝝ uiſibiliũ obliquatas, & declinantur à ſuo ſitu & figura quam habent extra in ſuperficiebus rerum uiſibilium, quod eſt contra ſuppoſitionem præmiſſam in principio huius libri, & quoniam formæ incidẽtes medio ſecundi diafoni denſioris ſecundũ lineas non perpendiculares huius refringunt ad perpendicularẽ, ut patet per 47. ſecũdi. Subſtantia uero humorũ & tunicarum oculi denſior eſt aëre circunſtante, & ſubſtantiæ diuerſæ diafonitatis inter ſe, ut patet per 4. huius, palam quod in ipſa ſuperficie glacialis fiet refractio alia quàm in ſuperficie corneæ, non diſtinguet glacialis aliquid ergo in rebus uiſis propter refractionem formarum in ſua ſuperficie factarum, manifeſtũ eſt enim, quod lineæ obliquæ incidentes ſuꝑficiei uiſus magis obliquãtur in ſuperficie glaciali, cum glacialis ſit alterius diafonitatis à cornea uel albugineo humore, eſt enim in glaciali aliqua diafonitas propter quam recipit formas, & aliqua ſpiſſitudo prohibens tranſitum formarum, & ob hoc finguntur formæ in eius ſuperficie & corpore, nulla ergo formarum uiſibilium com

prehendit

prehendit glacialē ſecundū eius ſitum, & figuram quam habuit extra uiſum, hoc autem eſt impoſſibile, quoniam patet manifeſte per ſuppoſitionē, quod glacialis cōprehendit formas rerum uiſibilium ſecundum ſitum & figuram quæ habent in rebus extra. Eſt ergo neceſſarium quod lineæ quæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi, ſint perpendiculares ſuper ſuperficiem glacialis, erunt ergo ſuperficies oculi, & glacialis ſuperficies ſphærarum contentarum habentes idem centrum & extremitates omnium linearum imaginatarum produci à quolibet puncto ſuperficiei rei uiſæ perpendiculariter ſup ſuperficiem oculi, cōcurrunt in hoc centro per 72. primi huius, & ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem glacialem per 72. primi huius, & quoniã ſuperficies corneæ anterius complet oculi ſuperficiem ſphæricam, & fit cum illa una ſuperficies ſphærica, patet, qm̄ centrum oculi eſt centrum corneæ per diffinitionem ſphæræ, patet itaq; quoniam centrum oculi, & centrum glacialis, & centrum corneæ ſunt idem centrum, quia ergo centrum oculi, quod eſt centrum ſuperficiei exterioris ipſius corneæ, & centrū ſphæræ glacialis ſunt unum cum centro totius oculi ex omnibus ſuis humoribus & telis conſtãte, conuenientius naturæ eſt ut centrū glacialis ſit ipſum centrum ſuperficiei interioris corneæ, ita quod centrum omniū ſuperficierum oppoſitarum foramen uneæ ſit unum punctum cōmune, & ſuperficies concaua corneæ ſphæræ fiat æquediſtans eius ſuperficiei conuexæ, ſic enim per 72. & 74. primi huius, erunt omnes lineæ exeuntes à centro ad ſuperficiem oculi perpendiculares ſuper omnes ſuperficies oppoſitas foramini, & augebitur bonitas uiſionis, & erit totus oculus rotundus propter unitatem centri corneæ cum toto oculo, & quoniam per 73. primi huius, ſuperficies intrinſeca corneæ æquediſtans eſt ſuperficiei extrinſecæ ipſius, cū ipſarum ambarum ſit idem centrum, humor uero albugineus ſecundum eius conuexum cōtingit concauum corneæ, ut præmiſſum eſt per experientiam anathomizantiū in 4. huius tertij per 79. primi huius, ſuperficies cōuexa humoris albuginei erit pars ſuperficiei ſphæricæ ſecundum eius cōuexum ſuperficiem concauam ſphæræ corneæ contingentis, patet ergo per 73. primi huius, quoniam conuexæ ſuperficiei humoris albuginei & concauæ ſuperficiei corneæ eſt idem centrum, & hoc eſt propoſitum.

VIII.

Sphæram uneam neceſſe eſt toti oculo ecentricam eſſe, centrumq́; eius ad anterius oculi plus accedere, cētrum uero oculi amplius profundari: ex quo patet centrum uneæ centris omnium tunicarum & humorū anterioris partis oculi amplius eleuari.

Cum enim ut patet per 4. huius, & per præcedentem, ſphæra cornea ſecundum eius ſuperficiem manifeſtam ſit continua cum ſuperficie totius oculi, & pars ſphæræ ipſius, & totus oculus ſit ſphæra maior quàm ſphæra unea, quoniam intra ſe continet maximum circulum ſphæræ uneæ, patet per diffinitionem ſphærarum ſe intrinſecus interſecantium, quod ſuperficies ſphæræ corneæ, eſt maior ſuperficie ſphæræ uneæ, palã itaq; ex diffinitione ſphæræ maioris, quæ ſemidiameter corneæ eſt maior ſemidiametro uneæ, & quia ſuperficies intrinſeca corneæ ſuppoſita foramini uneæ, eſt ſuperficies cōcaua ſphærica æquediſtans ſuperficiei manifeſtæ ipſius corneæ, eo quod tota cornea eſt æqualis ſpiſſitudinis, ut oſtenſum eſt in præcedenti, ideo quod centrum ſuperficiei intrinſecæ corneæ, idē eſt cum centro ſuperficiei manifeſtæ conuexæ eiuſdem corneæ, ſed ſuperficies concaua corneæ cecat ſuperficiem ſphæræ uneæ ſuper circunferentiã foraminis, quod eſt in anteriori parte uneæ, ut præmiſſum eſt in 4. huius, & declaratum p 80. primi huius, ergo per 84. primi huius, centrum ſphæræ continentis ſphæram uneam neceſſe eſt remotius eſſe in profundo quàm centrum ſphæræ uneæ, patet ergo, qm̄ ſphærã uneam neceſſe eſt toti oculo ecentricam eſſe, centrumq́; eius ad anterius oculi plus accedere, centrū uero oculi amplius profundari, quod eſt principale propoſitū, & ex hoc etiam patet correlariū, qa cū ſphæra uneæ non ſit in medio cōſolidantiæ ſed anterius ad partem ſuperficiei manifeſtæ oculi, & cū ſuperficies manifeſta ipſius oculi ſit pars ſphæræ maioris, palam ut præmiſſum eſt, quia centrum eius erit remotius in ꝓfundo centro

uneæ

uneæ, manifeſtũ uero oculi eſt ſuperficies ipſius corneæ extrinſeca conuexa, cui æquidiſtat eiuſdem ſuperficies intrinſeca concaua, centrũ ergo tam ſuperficiei concaue quã ſuperficiei conuexæ ipſius corneæ plus profunditur in oculo quàm centrũ uneæ, & quia ſuperficies concaua corneæ cõtingit ſuperficiem humoris albuginei, qui eſt in anteriori foraminis uneæ, & ſuperponitur ei, patet ex præmiſſa, & per 70. primi huius, quoniã ſuperficies cõuexa humoris albuginei eſt ſuperficies ſphærica, cuius centrũ eſt centrũ ſuperficiei ſibi ſuppoſitæ, ſuperficies ergo cõuexa corneæ, & ſuperficies cõcaua ipſius, & ſuperficies cõuexa humoris albuginei attingens cõcauum corneæ, cũ ſint ſuꝑficies ſphæricæ æquediſtantiũ ſphærarũ, palam ꝑ 73. primi huius, quia centrũ ipſarũ omniũ eſt unus punctus, qui amplius profunditur centro uneæ, & quia ſuperficies anterioris glacialis eſt ſphærica cũ cẽtricato totali oculo per præcedentẽ, & etiam quia ſuperficies ſphæræ glacialis conuexa ſecat ſuperficiem ſphæræ uneæ intrinſecus, patet per 84. primi huius, cum ſuperficies glacialis ſit portio ſphæræ maioris quàm ſuperficies ſphæræ uneæ, quod amplius profundatur centrum glacialis quàm centrum uneæ, centrum itaq; uneæ centris omnium tunicarum & humorũ oculi, qui ſunt anterioris partis oculi ad partem aëris extrinſecam reſpicientes amplius eleuatur, quod eſt totum propoſitum.

IX.

Inter centrum oculi & centrum uneæ producta linea recta centrum circuli ſectionis uneæ, & medium cõcauitatis nerui obtici neceſſario penetrabit.

Oſtenſum eſt per 7. huius, idem eſſe centrum totius oculi & centrum corneæ, ſed linea quæ continuat duo centra corneæ & uneæ, quæ in præmiſſa figura oculi in 4. huius eſt linea a n, hæc producta peruenit ad centrum circuli cõmunis earũ ſectionis per 82. primi huius, ut in punctum f, centrum circuli foraminis uneæ, ſecundũ cuius periferiã illæ ſphæræ ſe interſecant; ſuperficies enim concaua corneæ, & ſuperficies conuexa uneæ ſunt duæ ſuperficies ſphæricæ ſecantes ſe ſecundum periferiam foraminis uneæ, ut patet per 4. huius, palamq; per 86. primi huius, quod eadem linea ꝓducta peruenit ad duo media duarum ſuperficierum corneæ inter ſe æquediſtantium ſuppoſitarũ illi foramini uneæ, cuius foraminis periferia eſt circunferentia circuli ſectionis, & quoniam foramen quod eſt in anteriori uneæ eſt directe oppoſitum foramini, quod eſt in poſteriori uneæ, quod eſt extremitas concauitatis nerui, palam per 3. primi huius, quoniam eadem linea producta medium concauitatis nerui obtici neceſſario penetrabit, & hoc eſt centrum circuli baſis pyramidis obtici concaui, patet ergo propoſitum.

X.

Inter centra ſphærarum glacialis & uneæ linea recta producta ad centrũ circuli conſolidationis ſphærarum glacialis & uitreæ cum unea neceſſario pertinget, & ſuper illius circuli ſuperficiem erecta erit.

Patuit ex præmiſſis in 4. huius, quoniã ſphæra glacialis interſecat ĩtrinſecus ſphæram uneam, linea ergo per centra iſtarum ſphærarum tranſiens, quæ eſt linea a n, ꝑ 82. primi huius, erit perpendicularis ſuper centrum circuli cõmunis ſectionis ipſarũ. Iſte uero circulus ſectionis, aut eſt circulus diſtinguens finẽ conſolidationis harum ſphærarum ad inuicem, aut æquædiſtans ei, ſuperficies enim quæ eſt in anteriori parte glacialis oppoſita eſt foramini, quod eſt in anteriori parte uneæ, & ſitus eius ab eo eſt ſitus cõſimilis, ut patuit in 4. hui9, terminus ergo iſtius ſuꝑficiei, qui eſt circulus ſectiõis inter duas ſuperficies ſphæræ glacialis & uneæ, aut eſt ipſe circulus conſolidationis iſtarum ſphærarum cum unea, aut æquediſtans ei. Si ergo circulus ſectionis inter duas ſuperficies, glacialis. ſ. ſphæræ & uitreæ, fuerit ipſe circulus cõſolidatiõis ipſarũ cũ unea, Iſte ergo circulus, eſt circulus ſectiõis inter ſuperficiẽ glacialis & uneæ, & tũc ut prius per 82. primi, patet ꝓpoſitũ, qđ ſi circulus ſectiõis inter ſuperficiẽ ſphæræ glacialis & ſuꝑficiẽ ſphæræ uitreæ, nõ fuerit ipſe circulus conſolidationis ſphærarũ criſtallinæ, & uitreæ cũ ſphæra unea, ſed fuerit æquediſtans circulo conſolidationis earum cum unea, tunc ſuperficies ſphæræ glacialis ſi imaginetur extendi intellectu mathematico, ſuper id quod

forma naturalis ſuæ ſphæræ extenditur, ſecabit ſphæram uneæ ſuper circulum æquediſtantem iſti circulo ſectionis ſphæræ glacialis & uitreæ. quoniam iſte circulus æqualem habet ſitum à circumferentia ſphæræ uneæ, & quia iſte circulus eſt æquediſtans circulo conſolidationis, erit neceſſario circulus ſectionis inter ſuperficiem glacialis & ſuperficiem uneam, aut ipſe circulus conſolidationis, aut æquediſtans ei, quod ſi circulus iſte fuerit ipſe circulus conſolidationis, palam per 82. primi huius, quia linea tranſiens per centrum glacialis, & per centrum uneæ, tranſibit perpendiculariter per centrum iſtius circuli, eo quod iſte circulus eſt circulus ſectionis inter duas illas ſuperficies ſphæricas. Sed ſi iſte circulus fuerit æquediſtans circulo conſolidationis, & eſt æquediſtans circulo ſectionis inter ſuperficiem glacialis & ſuperficiem uneæ, eſt ergo cum circulo ſectiõis inter ſuperficiem glacialis & uitreæ, in ſuperficie una ſphærica, quæ eſt ſuperficies glacialis, & eſt æquediſtans circulo dictæ ſectionis. Sed ſi in aliqua ſphæra duo circuli fuerint æquediſtantes, linea tranſiens perpendiculariter centrum unius, neceſſario tranſibit perpendiculariter centrum alterius, ut patet per 68. & per 66. primi huius. linea igitur quæ tranſit per centrum uneæ & per centrum glacialis, tranſit per centrum circuli conſolidationis ſphærarum glacialis & uitreæ cum unea ſecundum omnes diſpoſitiones ſphærarum & illorum circulorum, eſt ergo illa linea erecta ſuper ſuperficiem illius circuli per 66. primi huius, quod eſt propoſitum. Sunt tamen neceſſario hi tres circuli circulus unus, quamuis etiam ſi ſint diuerſi circuli, & æquediſtantes eidem, propoſita omnibus occurrunt, ſecundum eundem enim circulum ſecant ſe glacialis & uitrea, & ambæ illæ ſecant uneam, & conſolidantur ſecundum eundem circulum cum illa, & eſt ille circulus baſis concauitatis nerui optici, & ſic ille unus circulus obtinet officiũ 4. circulorum.

XI.

Sphæram uitream neceſſe eſt ſphæræ glaciali ecentricam eſſe, centrũq; uitreæ ad anterius oculi plus accedere.

Quia enim ſuperficies ſphæræ glacialis, & ſuperficies ſphæræ uitreæ ſunt duæ ſuperficies ſphæricæ ſecantes ſe, centrum ergo ſuperficiei anterioris regulæ manifeſti oculi, eſt remotius in profundo quàm centrum ſuperficiei, poſterioris per 84. primi huius, poſterior uero harum duarum eſt ſuperficies ipſius uitreæ, ut præoſtẽſum eſt in 4. huius, patet ergo propoſitum.

XII.

Lineam tranſeuntem centrum glacialis & uneæ, centrum quoq; uitreæ & medium concauitatis nerui optici neceſſarium eſt tranſire.

Quia linea recta tranſiens centrum ſphæræ glacialis & uneæ, quæ in præmiſſa figura oculi eſt linea a n, producta ſuper cẽtrum circuli conſolidationis glacialis, cum unea perpendiculares ſuper ſuperficiem circuli cõſolidationis ſphærarum glacialis & uitreæ cum unea, ut patet per 10. huius, huic autem circulo, aut idem eſt circulus interſectionis glacialis cum uitrea aut æquediſtans ei, quocunq; uero iſtorum modorũ exiſtente, ſemper erit prædicta linea perpendicularis ſuper circulum ſectionis ſphæræ glacialis cum uitrea, palam ergo per 83. primi huius, quoniam ipſa trãſit per centrum ſphæræ uitreæ, quia ergo linea iſta tranſit per centrum uitreæ, patet per 82. primi huius, quod ipſa neceſſario centrum circuli cõſolidationis perpendiculariter tranſibit: extenditur ergo in medio concauitatis nerui optici ſuper quẽ componitur oculus, quoniam circulus conſolidatiõis eſt baſis, & extremitates cõcauitatis nerui optici, ut patet ex 4. huius, quia uero oſtenſum eſt ſupra per 9. huius, quod inter centrum oculi & centrum uneæ producta linea centrum circuli ſectionis uneæ, & medium concauitatis nerui optici neceſſario penetrat, cum ab eodem puncto, ut à medio nerui optici ſuper eandem ſuperficiem plures perpendiculares non poſſunt produci, ut patet per 20. primi huius, palam quoniam linea eadem per centrum circuli ſectionis ſphæræ uneæ & glacialis, & centrum uneæ & centrum oculi, & ſphæræ glacialis & uitreæ, & per centrum circuli conſolidationis eſt tranſiens, patet itaq; ex præmiſſis, quod una & eadem linea eſt, q a f. tranſit per medium cõcauitatis nerui optici per duo media omniũ tunicarum oppoſitarum foraminis uneæ, et eſt

& eſt ipſa per 74. primi huius, perpendicularis ſup ſuperficies omniũ tunicarum oppoſitarũ foramini uneæ, & eſt perpendicularis ſup ſuperficiem foraminis uneæ, & eſt ppendicularis ſup ſupficiem oculi conſolidationis, & extẽditur in medio concauitatis nerui obtici ſup quod cõponitur oculus, & ipſa eſt axis totius oculi quæ in propoſita figuratione eſt linea g a f.

XIII.

Viſus nõ comprehendit res uiſas niſi corpore medio diafono exiſtente.

Quia em̃, ut patet per 9. ſexti huius, uiſio nõ eſt niſi ex actione formæ uiſibilis uenientis à re uiſa ad uiſum, formæ uero nõ extendunẽ niſi in corpibus diafonis conſimilis diafonitatis, in quibus ſit lucis & formaꝝ extenſio ſecundum lineas rectas, ut patet p primam ſecũdi huius, cũ ergo lineas ꝑductas à reb9 uiſibilibus ad uiſum nõ abſcindit aliqđ corpus mediũ non diafonũ, tunc perueniunt formæ ad uiſum, & uiſio complẽ, quod ſi aliquod corpus nõ diafonũ interuenerit, impedit̃ multiplicatio formæ ad uiſum, patet ergo propoſitum.

XIIII.

Non fit uiſio corpore uiſibili exiſtente ſimilis diafonitatis cum medio.

Si enim corpus uiſibile ſit diafonum, tunc non eſt coloratum, nec eſt habens formam lucis, ſed ſolum lucidi, ergo non uidetur, quoniã ut patet per 4. ſecundi huius, lux nõ figitur in corporibus diafonis taliter ut ipſas tingat, uel quod eis præſtet actum uiſibilis, cum ergo diafonitas corpori uiſibili fuerit ſimilis diafonitati aëris, tunc erit eius diſpoſitio ſicut diſpoſitio aëris, & non apprehenditur à uiſu, ſicut nec aër, & ſimiliter eſt de alio medio quocunq;: nullum enim taliũ uidetur, cum diafonitas rei uiſæ non fuerit ſpiſſior corporis medij diafonitate. Si uero corpus uiſum fuerit diafonum, ſed minus quàm medium: ſicuti criſtallus reſpectu aëris: tũc res uiſa quoniam habet aliquam colorem reſpectu ſuæ ſpiſſitudinis, uidebitur per medium aëris ueluti res colorata, quoniam cum lux oritur ſuper ipſum figetur in ipſo aliqua fixione, ſcilicet ſecundum id quod eſt in ipſa de ſpiſſitudine, & tranſibit in eo ſecundum ſuam diafonitatem, & eſt in eo forma in aëre ſecundum colorem & lucem quæ ſunt in ſua ſuperficie, & illa forma cum peruenerit ad uiſum operabitur in uiſum, & ſentiet uiſus rem uiſam, patet ergo propoſitum.

XV.

Inter uiſibile & oculi ſuperficiem diſtantiam mediam neceſſariũ eſt eſſe.

Non enim apprehendit uiſus rem uiſibilem, niſi quãdo fuerit aliqua lux media per primam huius, hoc aũt non eſt niſi per mediam diſtantiam, quando ergo uiſibile fuerit ſuppoſitum uiſui ſine medio, tunc ipſum non uidetur, res enim per ſe luminoſæ non poſſunt immediate ſuperficiei uiſus applicari, talia enim ſunt, ut ſtellæ & ignis, quæ uiſui immediate non poſſunt applicari, quoniam ex eorum applicatione ſequeretur corruptio uidentis. Reliqua uero corpora non luminoſa ſi uiſui applicentur, illa ſine lumine non uidebũtur, relinquitur ergo media diſtantia inter illa corpora, & inter ſuperficiem ipſius uiſus, in qua ſe diffundant corporum illorum formæ mediante luce, & etiam corporibus uiſibilibus ipſi uiſui immediate applicatis, tunc corpus oculi ſecundũ ſitum ſuũ prohibetur à uiſuali operatione, quia enim uiſio non fit, niſi ex parte oppoſita foramini uneæ, ut patet per 4. huius, ſi ergo uiſus comprehẽdat rem uiſibilem per immediatam applicationem, non comprehẽdit illam niſi ſecundũ partem applicatã foramini uneæ, & non comprehendet reſiduum rei uiſæ, & ſi imaginetur res uiſa moueri ſuper oculi ſuperficiem quouſq; uiſus totam illam rem contingat, nõ propter hoc erit iudicium p uiſum, ſed potius per tactũ, nec enim ſic aget in uiſum forma uiſibilis, quæ eſt forma multiplicata extra rem ſenſibilem, ſed res ipſa, non ergo erit uiſio niſi inter uiſibile & oculi ſuperficiem ſit aliqua media diſtantia, & hoc proponebatur.

XVI.

Viſio non fit ſine dolore & paſſione à ſubſtantia oculi abijciente, ex quo patet uiſum oportere conuenientis diſpoſitionis in ſanitate eſſe ad hoc, ut complete exerceat uiſionem.

Quoniam enim glacialis recipit formã lucis & coloris, & lux & color operantur in

glacialem, erit neceſſario illa operatio non ſine dolore, quamuis quandoq; non ſentiatur ille dolor, ut cum non eſt ualde fortis, luces uero fortes anguſtiant uiſum, & lædunt ipſum manifeſte, ut patet in luce ſolis, uel in luce reflexa à corporibus politis ad uiſum, & quia operatio omnis lucis in uiſum eſt ex uno genere non diuerſificata ſecundum magis & minus, & maior operatio cuiuslibet lucis in uiſum eſt ex genere doloris, & non diuerſificatur in hoc ſecundum magis & minus, ſic etiã quod quãdoq; latet dolor ipſum ſenſum, ſemp tñ illa paſſio quantumcunq; inſenſibilis abijcit à ſubſtantia oculi, ex hoc ergo patet, quod oportet uiſum conuenientis diſpoſitionis in ſanitate eſſe ad hoc, ut cõplete exerceat uiſionem, quoniam ſemper comprehenſio uiſibilium ab uiſu eſt ſecundũ fortitudinem uiſus, quia ſenſus uiſus oculorum diuerſificatur ſecundum uigorem & debilitatem ipſorum, humidi enim oculi citius læduntur à lucibus & coloribus, & ſicci minus, & hæc uoluimus declarare.

XVII.

Viſio diſtincta fit ſolum ſecundum perpendiculares lineas à punctis rei uiſæ ad oculi ſuperficiem productas, ex quo patet omnem formã uiſam ſic ordinari in oculi ſuperficie, ſicut eſt ordinata in ſuperficie rei uiſæ.

Licet enim ut oſtenſum eſt in 6. huius, tota forma rei uiſibilis agat in uiſum, & in quodlibet punctum ſuperficiei uiſus, quia tamen per 20. primi huius, forma tantũ unius puncti totius ſuperficiei rei uiſæ oppoſitæ uiſui perpendiculariter incidet uni puncto ſuperficiei uiſus, & formæ omnium punctorum reſiduorum ſuperficiei rei uiſæ ueniunt ad illud idem punctum ſuperficiei uiſus ſup lineas declinantes p 13. undecimi. & in quolibet puncto ſuperficiei uiſus tranſeunt in eodẽ tempore formæ omniũ punctorum, quæ ſunt in ſuperficiebus omniũ uiſibilium oppoſitorũ uiſui in illo tempore, quoniã ſuppoſitum eſt in principio huius, uiſum ſimul diuerſa uiſibilia uidere, ſola uero forma pũcti, quæ perpendiculariter incidit illi puncto ſuperficiei uiſus per 47. ſecundi huius, tranſit recte p diafonitatẽ omniũ tunicarum oculi: formæ uero omniũ aliorũ punctorum refringuntur, & tranſeunt per diafonitatẽ tunicarũ uiſus ſecundũ lineas declinantes ſup ſuperficiem uiſus, & etiã ex quolibet pũcto ſupficiei glacialis erit una tantũ perpendicularis ſuper ſuperficiẽ uiſus, qm̃ cum ſphæræ glacialis & totius oculi ſit idem centrũ, ut patet p 7. huius, quæcũq; linea fuerit perpendicularis ſup ſuperficiẽ unius, & ſuper alterius ſuperficiem perpendicularis erit p 74. primi huius. ſicut aũt ex eodem pũcto ſuperficiei ſphæræ glacialis ſecundum ponentes radios egredi à uiſu, excũt lineæ infinitæ ad ſuperficiẽ uiſus, quæ ſunt declinantes ſuper ſuperficiem uiſus, ſic à puncto aliquo ſuperficiei glacialis, ex quo erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ uiſus, & pertranſit foramini uneæ, excũt lineæ aliæ infinitæ tranſeuntes in foramen uneæ, & q̃d peruenientes ad ſuperficiẽ uiſus declinantes, & ſicut radij imaginati egredi à uiſibus quando fuerunt imaginati refringi ſecundum modum differentiæ diafonitatis corneæ diafonitate aëris per 47. ſecũdi huius, peruenerint ad diuerſa loca & ad puncta diuerſa in ſuperficiebus rerum uiſibiliũ oppoſitarũ uiſui in uno tempore, & nulla iſtarũ linearũ occurrunt puncto, quod eſt apud extremitatem perpendicularis, ſic etiã ſecundũ nos ponentes radios non egredi ſed formas diffundi ad uiſum formæ punctorum uiſibilium, quæ ſunt apud extremitates harum linearum extenduntur ſecundum rectitudinem harum linearum, & perueniunt ad ſuperficiem uiſus, & per eandem 47. ſecundi huius, refringuntur ad idem punctũ ſuperficiei glacialis: ſolus autem punctus qui eſt apud extremitatem perpendicularis non refringitur, ſed ſemper extenditur ſecundum rectitudinem perpendicularis, & pertranſit ad illum punctum glacialis: ſi itaq; glacialis ſecundũ lineas non perpendiculares ſentiat, tunc puncta q ſunt in ſuperficiebus uiſibiliũ nunq; ordinabunt in ſenſu ſecundũ modũ ordinis ſui in ſuperficie rei uiſæ, quoniam in eodem puncto occurrunt formæ admixtæ ex multis formis diuerſis, & ex coloribus diuerſis, & non diſtinguetur aliquid in illis, ſed ſi glacialis ſecundum lineas perpendiculares tantum ſentient, tũc diſtinguentur ſingula puncti q ſunt in ſuperficiebus uiſibiliũ, nec erit differẽtia ſitus & ordinatiõis formarũ uiſibiliũ in ſupficie glacialis & in rebus uiſibilibus, q̃ ſunt extra: qm̃ aũt ſecũdũ ſuppoſitionem

one noſtrã formæ uiſibiliũ perueniunt ad uiſum ſub figuris quas habent in rebus extra, patet φ ſecundũ ſolas perpendiculares lineas fit uiſio, tunc enim ſolum forma uiſa ſic ordinatur in oculi ſuperficie, ſicut eſt ordinatũ in ſuperficie rei uiſæ, patet ergo propoſitũ. Omnes itaq; lineæ diffuſionis quarũcunq; uiſarũ formarum, quæ ſunt perpendiculares ſup ſuperficies tunicarum uiſus, continent in pyramide, cuius uertex eſt centrũ uiſus, & cuius baſis eſt circulus foraminis uneæ, uel pars ſuperficiei illius circuli, & quanto magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uiſu, tanto magis amplificatur, & omnes formæ rerum cadentiũ intra illam pyramidem, extendũtur in rectitudinem linearum radialiũ, & pertranſeunt tunicas oculorum refractæ & hanc pyramidem: formæ uero rerum uiſibiliũ, quæ ſunt extra hanc pyramidem, nunq; incidunt per aliquã illarum linearum perpendicularium, ſed forte accidit ipſas extendi per lineas rectas, quæ ſunt inter ipſas & ſuperficiẽ uiſus oppoſitam foramini uneæ, & illæ formæ refringuntur à diafonitate tunicarũ uiſus, & non perueniunt ordinate ad uirtutem uiſiuam, unde non fit diſtincta uiſio ſecundum illas, ueruntamen illas formas refractas aliqualiter accidit uideri, ſed indiſtincte in concurſu. ſ. ipſarum cum lineis perpendicularibus à centro oculi extra pyramidem radialem productis. Dicimus autem nũc ſuperficiem uiſus illam partem ſuperficiei oculi, quæ eſt oppoſita ſuperficiei foraminis uneæ. φ aũt uiſus cõprehẽdat qñq; illa quæ ſunt extra pyramides radiales, patet experimentaliter, extremitas enim acus uel ſtipulæ ſubtilis poſitæ in poſtremo oculi, ut inter palpebras uel in parte lacrimali quieſcente uiſu uidebitur, cum tñ illa extremitas ſit extra pyramidẽ radialem. Similiter quoq; in eiſdem locis circa oculũ erecto indice uel alio digito extra pyramidẽ radialem, quæ ualde ſubtilis eſt, qm̃ pyramidalitas eius eſt ampla, unde nihil ſui prouenit ad loca quæ circũdant oculũ, uidebitur tamẽ ſuperficies ipſius indicis uel alterius digiti. Forma itaq; iſtorum uiſibiliũ peruenit ad ſuperficiem uiſus per lineas obliquas, quæ ſunt extra pyramidem radialẽ, patet ergo φ formæ rerum taliter ſituatarum reſpectu pyramidis radialis perueniunt ad ſuperficiẽ uiſus per refractionẽ factam in ſuperficie uiſus ab aëre, qui eſt rarioris diafoni, q̃ ſint tunicæ ipſius uiſus. φ aũt refractio fiat in ſuperficie ipſius uiſus formarũ oblique uiſui incidentiũ, patet etiam in illis, quorum formæ niſi prohiberentur, caderent intra pyramidẽ radialem: ſi enim acus uel aliqua res ſubtilis minuta directe oppoſita foramini uneæ interponatur uiſui & parieti albo, uidebitur tñ forma totius parietis, cũ ſecumdũ ueritatem formæ partis parietis directe oppoſitæ acui & uiſui, directe non perueniat ad ſuperficiẽ ipſius uiſus, peruenit aũt, ut patet, qm̃ uidetur: palam ergo, qm̃ peruenit per refractionẽ factam in ſuperficie ipſius uiſus, omnia aũt hæc uidentur indiſtincte, unde reductis ipſis intra pyramidẽ radialem, & ablato quolibet corpore interpoſito, uidebuntur illarum formæ diſtincte & perfectius q̃ prius: fit ergo uiſio diſtincta ſolum ſecundũ perpendiculares lineas à punctis rei uiſæ ad oculi ſuperficiẽ productas, indiſtincta uero uiſio fit per lineas non perpendiculares, & ita uiſio indiſtincta coadiuuat diſtinctam.

XVIII.

Omnium formarum uiſibilium diſtincta uiſio fit ſecundum pyramidẽ, cuius uertex eſt in centro oculi, baſis uerò in ſuperficie rei uiſæ, ex quo patet, omne quod uidetur ſub angulo uideri.

Cum per 6. huius omnis uiſio fiat ex actione formæ uiſibilis in uiſum, & quælibet pars formæ uiſibilis & punctus ſe multiplicat per mediũ extrinſecũ ad oculi ſuperficiem totam, & tota ſuperficies rei uiſæ ad unum punctũ oculi, quia tñ oculorum tunicæ ſunt alterius diafonitatis q̃ aër extrinſecus, ſolæ illæ lineæ formarum à ſupficie rei uiſibilis ad ſuperficiẽ oculi productæ, quæ protractæ centrũ oculi penetrant, cũ ſint perpendiculares ſuper ſupficiem oculi, non refringũtur in medio diafoni ipſius corneæ, ut patet per 73. primi huius, & per 47. ſecundi huius, & per præmiſſam. aliæ uero lineæ omnes refringũtur, quia incidunt oblique, unde non fit uiſio ſecundũ illas, qm̃ aũt ſola glacialis proprie eſt organũ uiſus, & non ſuperficies oculi, quæ eſt pars ſphæræ corneæ, oportet neceſſario ut lineæ, per quas debet fieri uiſio, perueniant ad glacialẽ, & quia non eſt poſſibile, ut

uiſus comprehendat rem uiſam ſecundũ ſuum eſſe, niſi quando apprehendit formã unius puncti rei uiſæ ex uno tantũ puncto ſuæ ſuperficiei, q̃m ut in præmiſſa oſtenſum eſt omnis forma rei uiſæ ſic ordinatur in oculi ſuperficie, ſicut eſt ordinata in ſuperficie rei uiſæ. Non eſt ergo poſſibile, ut glacialis comprehendat rem uiſam ſecundũ ſuum eſſe, niſi quando cõprehendit colorẽ uel formam unius puncti rei uiſæ ex uno tantũ puncto ſuperficiei uiſus uenientẽ ad ſe: & cũ centrũ oculi & centrũ ſphæræ glacialis, ſicut patet per 7. huius, ſit idem punctũ, neceſſe eſt ꝙ omnes lineæ perpendiculariter ꝓductæ, à punctis uiſibiliũ ſuper ſuperficiem oculi diafoni concurrant in centro glaciali, eruntq́ quidẽ diametri in ſuperficiebus tunicarũ oculi ꝑpendiculares ſuper ipſas tunicas oculi, eritq́ quælibet perpendicularis occurrens ſuperficiei corneæ in puncto uno, & occurrens ſuperficiei glaciali in puncto uno, & una tantũ perpendicularis tranſit per punctũ aliquod glacialis à centro corneæ per ipſam ſuperficiẽ corneæ ſuperpoſitã illi puncto glaciali, quæ ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ rei uiſæ, q̃m per 20. primi huius ab aliquo puncto ſuper ſphæram unam una tantũ perpendicularis duci poteſt, unde cũ ſuperficies rei uiſæ fuerit æquediſtans ſuperficiei ipſius uiſus, erit per 23. primi huius illa linea perpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ uiſus & ſuper ſuperficiẽ rei uiſæ: aliæ uero lineæ omnes ſunt obliquæ ſuper ſuperficiem rei uiſæ, q̃uis productæ ad centrũ uiſus, fiant perpendiculares ſuper ſuperficiem uiſus, & ſuper ſuperficiem ipſius glacialis: forma ergo cuiuslibet puncti ſuperficiei rei uiſibilis mota ad uiſum ſecundũ lineam unam perpendicularẽ productam ab eo ad ſuperficiẽ uiſus, occurrit ſuperficiei uiſus ſuper unum punctũ, ſuper quẽ nõ occurrit ei aliqua formarũ punctorũ aliorum rei uiſibilis. Productis ergo à quolibet puncto ſuperficie rei uiſibilis ad centrũ oculi lineis, palam, q̃m iſtæ lineæ productæ in diuerſis punctis oculi ſuperficiem ſphæricam oculi ſecabunt, & omnes in centrum oculi concurrent, quia omnes lineæ iſtæ continentur quaſi in uno copore continuo, quia à punctis quaſi continuis unius ſuperficiei rei uiſæ ad unum punctũ qui eſt centrum oculi terminantur: palam ergo, q̃m omnes iſtæ lineæ imaginandæ ſunt in quadam pyramidem uerticem habente in centro oculi & baſem in ſuperficie rei uiſæ, erit enim forma cuiuſcũq; puncti ſuperficiei rei uiſæ extenſa ſecundũ rectitudinẽ lineæ, quæ eſt inter illud punctum & uerticem pyramidis qui eſt centrũ uiſus, & omnes tunicarũ oculi & humorum ſuperficies ſecant hanc pyramidem, q̃m formæ penetrant per illas, & ob hoc, quia ſuperficies glacialis conuexa ſecat hanc pyramidẽ quaſi æquediſtantem baſi, figuratur in illa ſuperficie glacialis, quia noua pyramis, cuius baſis eſt in ipſa ſuperficie glaciali, & uertex ubi prius & baſes illarũ pyramidũ ſiunt quaſi ſimiles, ut patet per 99. & per 100. primi huius, & ex hoc patet, omne qđ uidet̃ ſub angulo uideri quẽ continent lineæ radiales cõcurrentes in centro uiſus, patet ergo propoſitum. Linea itaq; recta tranſiens per omnia centra tunicarũ uiſuũ ad locum girationis concaui nerui, ſuper quẽ componitur oculus, quia illa, ut patet ex præmiſſis & 12. huius, tranſit per centra uiſus & per centrum foraminis qđ eſt in anteriori uueæ, & per centrũ ipſius uueæ extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis, aliæ uero lineæ huius pyramidis dicantur lineæ radiales.

XIX.

Corpus uiſibile oportet ut ſit alicuius quantitatis reſpectu ſuperficiei uiſus ad hoc, ut actu uideatur.

Iam enim oſtenſum eſt, q̃m uiſio ſemper ſit per pyramidem, cuius conus eſt in centro oculi, & baſis in ſuperficie rei uiſæ per præmiſſam, & ꝙ iſta pyramis diſtinguitur ex ſuperficie membri ſentientis paruam partem in qua ordinatur forma rei uiſæ, ut patet ꝑ 17. huius. In rebus ergo ualde paruis erit pyramis parua, & pars diſtricta per ipſam ex ſuperficie conuexa glacialis, quæ eſt primũ membrũ ſentiens, erit quaſi punctus & ualde parua, ſed membrũ ſentiens non ſentit foramen, niſi q̃n pars ſuæ ſuperficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quãtitatis ſenſibilis reſpectu totius oculi, q̃m uirtutes ſenſus ſunt finitæ, & non extenduntur in infinitũ, unde ſunt ſecundũ unum aliquem terminũ ad quẽ peruenire poteſt uirtus ſenſitiua. Cum ergo pars membri ſentientis ad quam peruenit forma, nõ eſt quantitatis ſenſibilis apud totũ membrũ ſentiens, tunc nõ ſentit membrũ

actio-

actionem quã agit forma rei uiſibilis in illa parte, ꝓpter paruitatem ipſius, quare nõ cõprehendit formam rei tam paruæ, ſolæ itaq; res ſunt ſenſibiles actu, quarum pyramides inter uiſum & centrum uiſus diſtinguunt ex ſuperficie glaciali partem aliquam ſenſibilem quantitatis reſpectu totius ſuperficiei glacialis, illæ ergo res oportet ut ſint alicuius quantitatis reſpectu ſuperficiei uiſus, & hoc eſt propoſitum.

XX.

Viſio non completur niſi cum ordinatio formæ recepta in ſuperficie glacialis ad neruum peruenerit communem.

Quoniam enim, ut patet in 4. huius, in concurſu amborũ neruorũ opticorum in anteriori parte cerebri conſtituta eſt uirtus uiſiua ſentiens & dijudicans omne uiſibile, ꝓpter qđ in uno uidente eſt unitas ſenſus uiſus, ob cuius unitatem ambobus uiſibus unam & eandem rem ſimul accidit uideri, patet ꝙ uiſio non complebitur niſi cum forma uiſibili uniretur uirtuti ſentienti, quæ eſt iu cõcauo cõmunis nerui, oportet enim cognoſcibile ſemper uniri ipſi cognoſcenti, quia uero per 17. huius formarũ uiſibilium fit ordinatio in ipſius oculi ſuperficie, ſicut ordinatæ in ſuperficie rei uiſæ, & ex ſuppoſitione huius res uiſa ſecundũ ſitum, figuram & ordinem ſuarũ partiũ uidetur, neceſſe eſt ergo fieri ordinationem formæ in ipſo neruo, qm̃ ſecundũ modũ ordinationis quo eſt recepta in ſuperficie glaciali, & aliter non complebitur uiſio, patet ergo propoſitum.

XXI.

Humorem uitreũ alterius diafonitatis à glaciali neceſſarium eſt eſſe.

Si enim diafonitas iſtorũ duorũ corporũ glacialis. ſ. humoris & uitrei ſit conſimilis, tunc, ut patet per primam ſecundi huius, & per 17. huius. & per 72. huius, qm̃ formæ uiſibiles receptæ in ſuperficie glaciali non reflexæ ſecundũ lineas radiales concurrẽt in centro oculi propter conſimilitudinem diafonitatis, & ibi ſe interſecantes ulterius ſe diffundent. Quia uero, ut patet per præmiſſam, uiſio non completur niſi poſtq; ordinatio formæ, quæ recipit̃ in ſuperficie glaciali, peruenit ad neruũ cõmunẽ, ſitus aũt partiũ formæ ſecundũ ſuum eſſe in ſuperficie glaciali non poteſt peruenire ad neruũ cõmunẽ niſi per extenſionem eius in concauo nerui, ſup quam componit̃ ſphæra glacialis, qa aliter eſt ipſam impoſſibile peruenire: forma uero non poteſt extendi à ſupficie glaciali ad cõcauũ nerui cõmunis ſecundũ extenſionẽ linearũ rectarũ, & conſeruare ſitus ſuarũ partiũ ſecundũ ſuũ eſſe, niſi natura alterius diafoni clarioris ſibi occurrat anteq; pueniat ad centrũ oculi, qm̃ ſi nõ ſit mediũ alterius diafoni cõmunis, iſtæ lineæ cõcurrent apud centrũ oculi, & efficiet̃ quaſi unum punctũ, & quia hoc centrũ oculi eſt ante locũ unionis neruorum otpicorũ, patet per 91. primi huius, ꝙ ſi illæ lineæ ultra centrũ oculi debeant extendi, neceſſario erit linearum illarũ interſectio in centro, & poſt cẽtrum creabitur noua pyramis, cuius lineæ longitudinis ſecundũ poſitionem & ſitum priori pyramidis modo cõtrario ſe habebunt. conuertetur ergo totus ſitus figuræ rei uiſæ, quoniam habet in ſuperficie rei uiſæ & in ſuperficie glacialis taliter, ut illud qđ eſt in ſuperficie glaciali dextrũ, fiat ſiniſtrũ apud ſenſum, & econtrario, & ſuperius fiat inferius & econtrario, nec perueniet aliquid formæ directe ad neruũ communem niſi ſolũ unum punctũ quod eſt in extremitate axis pyramidis; omnes ergo res ſecundũ modum ſuo naturali ſitui contrariũ uidẽtur, quod eſt contra ſuppoſitiõem, & manifeſte contra id qđ accidit in ſenſu, patet ergo ꝙ neceſſarium eſt, ꝙ iſti humores ſint diuerſæ diafonitatis, qđ eſt propoſitum.

XXII.

Superficiem communis ſectionis ſphæræ glacialis & uitreæ ad anterius centro oculi ſitam eſſe, humoremq; uitreũ & ſpiritũ uiſibilẽ eiuſdẽ quaſi diafonitatis, & utraq; plus diafona humore glaciali neceſſe eſt eſſe.

Quoniam, ut patet per 20. huius, omnis forma rei uiſæ ſecundum ſitum, figuram & ordinem ſuarum partium peruenit ad neruum communem, palam, ſicut in præmiſſa oſtenſum eſt, ꝙ neceſſarium eſt ꝙ fiat aliqua refractio ante peruentum formæ ad centrũ oculi, quia etiam ſi fiat refractio poſt centri tranſitum, erũt neceſſario formæ conuerſæ,

quoniã

quoniam & tunc per 91. primi huius, erit mutatus ſitus partium formæ, refractio uero cum ſolũ fiat ad perpendicularẽ, uel à perpendiculari, ut patet per 47. ſecundi huius, palam, quia non tranſmutat ſitum partiũ, ſed ſolum auget uel minuit figuram per 49. ſecundi huius, quia uero glacialis ad quã perueniunt formæ ſecundũ rectitudinem, tota eſt unius diafoni, refractio uero non fit niſi medio alterius diafoni: palam, quia non poteſt fieri refractio formarũ niſi apud humorem uitreũ, cuius corpus, ut in præcedenti oſtenſum eſt, diuerſæ eſt diafonitatis à corpore glaciali: hic ergo humor neceſſario antecedit centrũ oculi, ideo ut refringantur formæ apud ipſum priusquã perueniãt ad ipſum centrũ oculi, qđ eſt idem centrũ humoris glacialis per 7. huius, quia alias enim in centro illo fieret concurſus omnium linearũ radialium per 72. primi huius, quia illæ lineæ ſunt omnes ꝑpendiculares ſuper ſuperficiem glacialis, accideret quoque illis formis ulterius progredientibus tranſmutatio ſecundũ ſitum per 91. primi huius, ut præmiſſum eſt, & quia hoc eſt impoſſibile, patet ergo ꝙ humor uitreus antecedit centrũ glacialis, quamuis ita ꝙ glacialis, in qua eſt principiũ ſenſus, indigeat lineis radialibus extenſis ſecundũ rectitudinem, eo ꝙ impoſſibile eſt, ut forma rei uiſæ ſit ordinata in ſuperficie uiſus ꝓpter magnitudinem rei uiſæ, & per unitatem ſuperficiei corporis uiſus niſi per iſtas lineas, per quas completur cõprehenſio rei uiſæ ſecundũ ſuum eſſe; peruentus tñ formarũ ad ultimum ſentiens non indiget tantũ extenſione formarũ ſecundũ rectitudinẽ iſtarũ linearũ, qm̃ receptio formarũ in membro ſentiente non eſt omnino ſimilis receptioni formarũ in corpore diafono, membrũ enim ſentiens recipit iſtas formas ꝓpter ſuam diafonitatem, & ſentit eas ꝓpter eius uirtutem ſenſibilẽ, & ſic recipit formas ſecundũ receptionem ſenſus, cum alia corpora diafona recipiant formas tantũ ad repreſentandũ ipſas uiſui, non aũt ad ſentiendũ. Qualitas ergo receptiõis formarũ in humore uitreo ſecundũ lineas refractas, eſt ꝓpter diuerſitatẽ ſuæ diafonitatis à corpore glaciali & ꝓpter qualitatem receptionis ſenſibilis, quæ non eſt completa in humore glaciali, ſed & corpus ſubtile, qđ eſt in concauitate nerui inter humorem uitreũ & neruũ cõmunem, qđ corpus nominatur ſpiritus uiſibilis, qm̃ in ipſo primo diſcurrunt ſpiritus uiſibiles, neceſſe eſt diafonum eſſe, qm̃ formæ rerum uiſibiliũ quando perueniũt in corpus humoris uitrei, extenditur ſenſus ab illo in corpus ſentiens extenſum in concauo nerui continuati inter uiſum & anterius cerebri, & ſecundũ extenſionẽ ſenſus extenduntur formæ ordinate ſecundũ ſuam diſpoſitionem, patet ergo ꝙ ordinatio partiũ corporis ſentientis formas, & ordinatio uirtutis ſentientis æqualiter eſt neceſſario in corpore uitreo, & in omni corpore ſubtili extenſo in concauo nerui. Dum enim forma peruenit ad aliquod punctũ ſuperficiei uitreæ, extenditur directe, & non alteratur eius ſitus in concauitate nerui in quo extenditur corpus ſentiens, & erunt formæ omniũ punctorũ conſimilis ordinationis adinuicem: corpus itaque ſentiens qđ eſt in concauo nerui, erit neceſſario diafonũ ꝓpter receptionem formarũ uiſibiliũ, eritque diafonitas eius quaſi eadem cũ diafonitate humoris uitrei, ut non obliquant, uel fiant monſtruoſæ formæ apud ꝑuentũ earũ ad ultimã ſuperficiẽ uitrei uicinantẽ qđ corpi eſt in cõcauo nerui, pertranſeũt ergo formæ in iſto corpore ſubtili ratione diafonitatis, & apparent uirtuti ſenſitiuæ ratione ſpiſſitudinis eiuſdem corporis. Sentiens itaque ultimũ qđ eſt in neruo, qđ comprehendit lucem ex illuminatione corporis huius & colorẽ ex eius coloratione, qm̃ horũ formæ tranſeunt & figuræ in ipſo: fit aũt refractio formarũ apud humorẽ uitreũ tam ꝓpter diuerſitatẽ qualitatis receptiõis ſenſus, quàm ꝓpter diuerſitatẽ diafonitatis humoris glacialis & uitrei. Et ſi diafonitas ſuorũ corporum eſſet conſimilis, eſſet forma extenſa in corpore uitreo ſecundũ rectitudinẽ linearũ radialiũ ꝓpter conſimilitudinẽ diafonitatis, & eſſet refracta ꝓpter diuerſitatem qualitatis ſenſus inter hæc duo corpora, & ſic fient formæ aut monſtruoſa, aut eſſent duæ formæ, qñ uero ꝓpter diafonitatis diuerſitatem fit refractio, & diuerſitas qualitatis ſenſus affirmat illam refractionẽ aut obliquationẽ, tunc erit forma poſt obliquationẽ refractionis, forma una ordinata ſecundũ ſuarũ partiũ ſitum figuram & ordinem, quã habet forma in re extra, & uirtus ſenſitiua ſentit formam rei uiſæ ex toto corpore ſentiente, extenſo à ſuperficie uiſus primo ſentientis & ſenſibiles formas recipientis uſque ad concauũ nerui cõ

munis,qđ eſt ultimū corpus ſentiens,quoniā in ipſo conſtituta eſt uirtus ſenſitiua , ſunt itaqꝫ humor uitreus & corpus qđ eſt in cōcauitate nerui eiuſdē quaſi diafonitatis, qa inter ipſa nō fit refractio aliqua ſenſibilis diuerſa,ſed regulariter per unitatē uirtutis ſenſitiuæ ad unitatē ſimplicis extenſionis formæ poſt refractionem in ſuperficie uitreæ, & qm̄ in ijs ambobus corporibus fit progreſſio formarū ultra centrum oculi, patet ꝙ illa refractio facta eſt à perpendiculari erecta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem glacialis,utrūqꝫ ergo illarum corporum eſt plus diafonum corpore ipſius glacialis per 45. uel 47.ſecundi huius,patet ergo propoſitum.

XXIII.

Superficiē cōmunis ſectiōis ſphæræ glacialis & uitreæ,neceſſe eſt planā eſſe,aut ptē ſphæræ maioris,ꝙ ſit ſphæra glacialis & ecētricā ſupficiei oculi.

Iſtarum ſphæraꝝ glacialis.ſ.& uitreæ cōmunis ſectiōis ſuperficies eſt neceſſario plana,aut talis qualis ꝓponitur,qm̄ oportet ſuperficiē huius ſectionis eſſe ſimilis ordinationis,itaqꝫ eius extremitates ordinenť in cōſimili & eadem diſtantia à centro oculi, ut nō appareant formæ mōſtruoſæ per refractionē ; ſuperficies cōſimilis ordinatiōis,aut eſt plana,aut eſt ſphærica,hæc aūt ſuperficies nō poteſt eſſe ex ſphæra cōcentrica oculo,tūc enim erunt lineæ radiales quæ ſunt perpēdiculares ſuper ſuperficiē glacialis, perpendiculares etiā ſuper ipſam ex 74.primi huius,& nō fieret refractio formaꝝ, ſed cōcurrerēt in centro,& fierent formæ mōſtruoſæ,ſicut per præmiſſam oſtenſum eſt. Eſt ergo illa ſuperficies,ſi fuerit pars ſphæræ,neceſſario ecentrica oculo,ergo nō poteſt eſſe ex ſphæra minore ꝙ ſit ſphæra ecentrica oculo,qm̄ ratione diuerſitatis centri formæ cōcurrent ante peruentū ſuū ad centrum oculi,minoris enim ſphæræ minor eſt diameter quantum eſt de natura ſphæricitatis,& ꝓpter maiorē diafonitatem ſphæræ uitreæ ſuper glacialē quæ oſtenſa in præmiſſa,refringerenť formæ ab ipſa perpendiculari per 97.ſecundi huius,ratione rarioris diafoni cui incidunt,ratione uero ſphæræ minoris in ſuperficie cōmunis ſectionis frangerentur ad perpendicularē,ſic ergo efficerentur formæ monſtruoſæ,qm̄ ꝓcederent ad perpendicularē ratione ſuæ perpendicularis ſuper ſuperficiē ſphæricā,quæ perpendiculares ſemper tranſeūt per centrū per 72.primi huius,& reflecterentur à perpendiculari:iſta ergo ſuperficies eſt aut plana aut ſphærica,utpote pars ſphæræ alicuius bonæ quantitatis,ita ꝙ ſphæricitas eius couèniat ordinationi ſecundū proportionēqꝫ refractionis à perpendiculari,quæ fit per naturā alterius diafonitatis.Omnes ergo formæ peruenientes in ſuperficiē glacialis,extendūtur per corpus glacialis ſecundum rectitudinē lineaꝝ radialium quouſqꝫ peruenerint ad iſtā ſuperficiē,tunc reflectuntur apud ipſam ſecundū lineas conſimilis ordinatiōis ſecantes lineas radiales:forma itaqꝫ perueniens in aliqđ punctū ſuperficiei glacialis,ſemper extenditur ſuper eandem incidentiam lineæ ad idem punctum ſuperficiei uiſus,& ad idem punctū loci nerui cōmunis,à quibuslibet ergo duobus pūctis cōſimilis ſitus in reſpectu duorū neruoꝝ extēduntur duæ formæ ad idem punctū in neruo cōmuni,donec fiat perfecta unitas formarū.

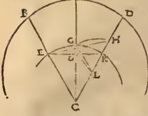
XXIIII.

Inter omnes lineas pyramidis radialis,neceſſe eſt ſolam axem tranſeuntē per centrū foraminis uneæ ſuper ſuperficiē cōmunem glacialis & uitreæ , & ſuper poſteriorem ſuperficiem uitreæ perpendicularem eſſe.

Axis enim hic ,ſi non fuerit perpendicularis,ſed declinans ſuper aliquā iſtaꝝ ſuperficierum,accidet diuerſificatio ordinationis formaꝝ peruenientiū ad illam ſuperficiē , & mutabuntur diſpoſitiones illarū formaꝝ propter declinationē axis, ſolum enim cū axis fuerit perpēdicularis ſuper ſuperficiem glacialis,perueniet forma rei uiſæ in ſuperficiē glacialis ordinata ſecundū ordinē partium ſuperficiei rei uiſæ,& perueniet forma puncti,quod eſt apud extremitatē axis in ſuperficie rei uiſæ,ad punctū qđ eſt ſuper axem in ſuperficie glaciali,ut patet per 17.huius,& quia axis radialis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem glacialē,palam ex 18.undecimi,quoniam omnes ſuperficies planæ exeuntes ab axe,& ſecantes ſuperficiem glacialē,erunt perpēdiculares ſuper iſtā ſuperficiē,

q &

& quia ſuperficies humoris uitrei reſpiciens ipſam ſuperficiē glacialem, quæ eſt cōmunis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ, ut patet per præmiſſam, aut eſt ſuperficies plana aut ſphærica, & centrum eius nō eſt centrum uiſus. Si ergo axis radialis eſt declinans ſuper iſtam ſuperficiē, & nō eſt perpendicularis ſuper ipſam, nō exibit ab axe ſuperficies plana perpendicularis ſuper iſtam ſuperficiē, niſi una tm̄ ſuperficies, illa .ſ. quæ tranſit ꝑ inæqualitatē maximam angulorum, quæ patet per 29. primi huius, & omnes ſupficies reſiduæ exeuntes ab axe, erunt declinantes ſuper ipſam ſuperficiem uitreæ. Si enim duæ ſuperficies uel plures exeuntes ab axe, ſunt perpendiculares ſuper dictam ſuperficiē, cū illæ ſuperficies de neceſſitate ſe interſecent, & ſua cōmunis differentia ſit axis pyramidis radialis, erit per 19. undecimi axis perpendicularis ſuper eandem ſuperficiē: datum autē fuit ꝙ eſſet declinans, ſit itaq; centrum oculi punctum c, in ſuperficie quoq; oculi, ſiue in ipſa ſuperficie glaciali, quæ per 7. huius & per 73. primi huius æquediſtat ſuperficiei ipſius oculi, ſit linea b a d, & in ſuperficie humoris uitrei recipiente humorem glacialē ſit linea e g f, ſitq; axis pyramidis radialis linea a c, imaginemur ergo ſuperficiē a b c d exeuntem ab axe, & erectam ſuper ſuperficiem glacialē trāſeuntē per centrū oculi, qđ eſt c, & hæc ſuperficies erecta ſit etiam ſuper ſuperficiē humoris uitrei, quæ eſt e g f, ſitq; cōmunis ſectio huius ſuperficiei erectæ a b c d, cum ipſa ſuperficie glaciali linea b a d. & ſint puncta b & d æqualiter diſtantia à puncto a, qđ ſit terminus axis pyramidis uiſualis, & ſit cōmunis ſectio eius cum ſit humoris uitrei linea e f: exeunt quoq; duæ lineæ à centro c, quæ ſint c b & c b, erūt ergo iſtæ duæ lineæ c b & c d, & cū axe c a in ſuperficie cōmuni perpēdiculari ſuper ſuperficiē e g f per primā undecimi, qm̄ omnia puncta c b d ſunt in illa ſuperficie, eruntq; ex hypotheſi duo anguli a c b & a c d æquales, ꝙ patet per 8. primi, ſi illis arcubus b a & a d ſubtendanĩ cordæ b a & d a, ſint quoq; lineæ c b & c d ſecantes lineam e f, quæ eſt cōis ſectio dictæ ſuperficiei erectæ & ſuperficiei uitreæ ſuper duo puncta e & f, ſecetq; axis c a eandē lineā e f ſuper punctū g. Si ergo ſupficies, q̄ eſt cōis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ, eſt plana, & differentia cōis, quæ eſt e g f, linea erecta, & ſi axis a c fuerit declinans ſuper ſuperficiē uitreæ, & ipſa eſt in ſuperficie a b c d erecta ſuper ſuperficiē e g f, tunc neceſſario erit axis c a declinans ſuper lineā e f, erūt ergo anguli e g c & f g c inæquales. qm̄ linea à puncto g ꝑpēdiculariter ꝓducta ſuper lineā e g f ex 11. primi faciet angulos æquales cū linea e f. Cū itaq; anguli e g c & f g c ſint inæquales, angulus ergo c g f ſit exempli cauſa minor angulo c g e, & duo anguli a c b & a c d ſint æquales, erūt per 24. primi duæ lineæ e c & e f inæquales, eſt enim linea e f breuior q̄ linea e c: ſi enim illæ lineæ ſint æquales, cum anguli e c g & f c g ſint æquales, & linea g c cōmunis ambobus triangulis, erunt per 4. primi anguli e g c & f g c æquales, qđ eſt cōtra datum, cū axis a c ſit declinans ſuper lineā e f, ſit ergo linea c h æqualis lineæ c e, ducatur linea h g, quæ per 4. primi, & ex præmiſſis erit æqualis lineæ e g, & à puncto g ducatur perpendicularis g l ſuper lineam c h per 12. primi. Ex penultima ergo primi latus g h oppoſitum angulo recto in triangulo h l g, eſt maius latere g l, ergo per 19. eiuſdem primi erit linea g h maior q̄ linea g f: cum enim angulus g f h ſit extrinſecus angulo g l f recto, palam ꝙ angulus g f h eſt obtuſus, eſt ergo maior angulorum trigoni f g h, ergo linea e g, quæ eſt æqualis lineæ g h, maior q̄ linea g f, erunt ergo duo puncta e & f diuerſæ diſtantiæ à puncto g, & iſta duo puncta e & f ſunt illa ad quæ perueniunt formæ duorum punctorum ſuperficiei glacialis .ſ. b & d, quæ ſunt æqualiter diſtantia ab axe: pūcta itaq; æqualiter diſtātia ab axe in ſupficie glaciali, inæq̄liter diſtāt à pūcto axis incidētis ſupficiei uitreæ, ꝙ cū ita ſit, palā, q͞a cū forma ꝑuenerit à ſupficie glaciali ad ſupficiē hūoris uitrei, erit ordinatio formæ nō ſcđm eſſe qđ habet in ſupficie glaciali, nō ſecūdū ſuū eſſe ĩ ſupficie rei uiſæ: qñ ergo axis fuerit declinās ſup ſupficiē planā, q̄ eſt cōis ſectio ſupficiei glacialis et uitreæ, & erit linea q̄ eſt differētia cōis cuiuslibet ſupficiei exeūtis



tis

tis ab axe erecte ſuper ſuperficiem uitreæ & ſuperficiei ipſius uitreæ continens cum axe duos angulos inæquales, prætereꝗ̃ in una tantum ſuperficie, quæ ſecat ſecundum angulos rectos ſuperficiem tranſeuntẽ per decliuitatẽ axis, qm̃ huius tantũ ſuperficiei cõis differẽtia cõtinebit cũ axe angulos rectos: & cũ duo anguli prædicti fuerint inæquales, & anguli apud centrũ glacialis æquales, erũt duæ partes differentiæ cõis, quæ eſt in ſupficie uitrei, inæquales: formæ ergo ſecundũ iſta puncta q̃ ſunt in extremitatibus iſtaꝝ differentiaꝝ ꝑuenientes ad ſuperficiẽ uitreæ, erũt diuerſæ diſtãtiæ à pũcto axis q̃d eſt in iſta ſupficie, ſed q̃a puncta iſtarũ lineaꝝ in ſupficie glaciali æqualiter diſtãt à pũcto axis, in eadẽ ſupficie uidebunt̃ formæ nõ ſecundũ ſuã ordinationẽ in ſupficie glaciali & in rei uiſæ ſupficie. Similiter q̃q; demonſtrandũ ſi ſupficies uitreæ fuerit ſphærica, & fuerit axis declinãs ſuper ipſam, tunc enĩ axis nõ tranſibit per centrũ uitreæ, & cũ trãſibit per centꝝ glacialis lineæ, ergo quæ exeunt à centro glaciali ad puncta, quoꝝ diſtãtia à pũcto axis in ſuperficie glaciali eſt æqualis, cõtinent cũ axe apud centrũ glacialis angulos æquales, & quia centrũ glacialis nõ eſt centrũ uitreæ, ut patet per 11. huius, diſtinguẽt iſtæ lineæ ex ſupficie uitreæ arcus inæquales. Cũ enim linea e c, ut prædictũ eſt, ſit maior ꝙ̃ linea e f, ſit linea c h æqualis lineæ c e, & protrahatur linea g h, ſuper quã deſcripta portio oculi e g f quæ ſit g h, erit æqualis portiõi e g per 23. tertij, ideo quia corda e g eſt æqualis cordæ g h per 4. primi: producta ergo perpendiculari g l, erit ut prius corda g h maior ꝙ̃ corda g f, ergo arcus g h erit maior arcu g f per 23. tertij, ergo & linea recta quæ eſt e g æqualis lineæ g h, erit maior ꝙ̃ linea g f recta, arcus ergo e g eſt inæqualis arcui g f per 27. tertij: nullæ ergo lineæ cõtinentes cũ axe angulos rectos & exeuntes cũ linea a c, in eadem ſuperficie diſtinguũt ex ſuperficie uitreæ duos arcus æquales, niſi duæ tantum lineæ, quæ ſunt in ſuperficie, ſecante orthogonaliter ſuperficiẽ erectã ſup ſuperficiẽ uitreæ. cũ ergo axis fuerit declinãs ſup ſuperficiẽ uitreæ, formæ peruenientes ad ſupficiẽ uitreæ, erunt diuerſæ ordinationis, ſiue ſit ſuperficies uitreæ plana ſiue ſphærica: cũ uero axis fuerit ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ uitrei, erit perpẽdicularis ſuper oẽs differẽtias quarũcunq; ſuperficieꝝ planarũ ductaꝝ per lineã a c, & ſupficiei ipſius uitreæ, & erũt q̃libet duæ lineæ exeuntes à centro glaciali ꝙ eſt unus punctus axis, cõtinentes cũ axe angulos æquales, & diſtinguentes ex differẽtia cõi, quæ eſt in ſuperficie uitreæ duas partes æq̃les, ſiue ſit ſuperficies illa plana ſiue ſphærica, & cõprehenduntur formæ à ſenſu ſecundũ ſuã ordinationẽ in ſuperficie glaciali & in ſuperficie rei uiſæ, & q̃a talis eſt comprehẽſio formaꝝ. ut patet ex ſuppoſitiõe, palã, q̃a ſemp axis pyramidis uiſualis eſt perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ hũoris uitrei anteriorẽ & poſteriorẽ, qm̃ eadẽ eſt cauſa & eodẽ modo demõſtrãdũ: oẽs uero aliæ lineæ erũt declinãtes ſuper has ſupficies, qm̃ ꝓcedunt ac ſi ſecare poſſint axem ſup centrũ glacialis, & nulla ipſaꝝ trãſit per centrũ uitreæ ſi fuerit ſphærica, niſi axis tm̃ per 72. primi huius, qm̃ ſola illa eſt perpẽdicularis ſuper ipſam, patet ergo ꝓpoſitũ.

XXV.

Motu oculi ſecundum ſe totum exiſtente poſſibili, non eſt poſſibile ſitũ ſuarum partium mutari.

Oſtenſum eſt in 4. huius foramen eſſe in concauo oſſis, per q̃d tranſit neruus opticus, ſed inter hoc foramen oſſis & inter circũferentiã glacialis coniunctã cũ unea, eſt ſpacium aliquantulũ, & neruus opticus extenditur in illo ſpacio ex fine foraminis uſq; ad circumferentiã glacialis ſecundum pyramidalitatẽ, & amplificatur quouſq; perueniat ad circumferentiã ſphæræ glacialis cum qua conſolidatur. Cũ ergo iſte neruus declinat̃, erit eius declinatio apud foramen concauitatis ipſius oſſis, & quoniã concauitas oſſis continet totum oculũ, declinato ſic neruo, & oculus mouebitur ſecundũ totum in iſta cõcauitate, conſolidatiua enim quæ conſolidatur cum eo, ꝙ eſt in anteriori oculi ex neruo & ex tunicis reſiduis ſemper eſt cuſtodiens ſitum eius: declinatio ergo nerui apud motũ oculi non eſt niſi à poſteriore totius oculi, non eſt ergo poſſibile ſitum partium oculi mutari, qm̃ ut per 7. huius patuit, centrũ ſupficieꝝ tunicarũ uiſus oppoſitaꝝ foramini uneæ ut corneæ, eſt idẽ cũ centro oculi, ſicut ergo cũ mouebit̃ oculus nõ mutabit̃ centrũ oculi, qm̃

li,quoniam ſphæra aliqua aliqualiter mota,non propter hoc mutatur ſitus centri,ſic nec centrũ ſuperficieꝝ tunicaꝝ oppoſitarũ foraminí uneæ mutaẽ,ergo neq; ſitus tunicaꝝ oculi mutaẽ,quia enim linea tranſiẽs per centra omniũ tunicaꝝ & humorũ oculi, tranſit per mediũ cõcauitatis nerui orthogonaliter erecta ſuper baſem pyramidis nerui, ut patet per 9.huius:& linea quæ tranſit orthogonaliter per centrũ circuli baſis alicuius pyramidis,neceſſario attingit uerticẽ pyramidis per 89.primi huius.In pyramide uero concaua nerui optici uertex pyramidis moto oculo nõ mutatur,neceſſe eſt moto oculo ſecũdũ ſe totũ partes eius nullo modo mutari,quĩ linea quæ tranſit per centra illoꝝ partiũ, tranſit per mediũ cõcauitatis nerui optici per 9.huius,ex quo patet,ꝙ partes oculi nullo modo mutanẽ.Declinatio enim partis pyramidalis nerui ſuper ſuperficiẽ circuli conſolidationis eſt ſemper declinatio cõſimilis,partes ergo oculi ſecũdũ ſuũ ſitum nõ mutantur,& hoc eſt ꝓpoſitũ,& quĩ oculi ambo ſunt cõſimilis diſpoſitiõis in ſuis tunicis & partibus,& in figuris ſuarũ tunicaꝝ,& in ſitu cuiuslibet tunicarũ reſpectu totius oculi,patet ꝙ nõ eſt diuerſitas inter illos quo ad hoc qđ ꝓponiẽ de ſuarũ partium ſitus mutatione ipſis oculis motis,ſitus enim linearũ ambaꝝ trãſeuntiũ per centra tunicaꝝ uiſus in utroq; oculoꝝ eſt ſemp ſitus conſimilis in oĩbus diſpoſitionibus oculoꝝ:patet itaq; illud qđ ꝓponebatur.

XXVI.

Vno oculo moto,neceſſe eſt alium eidem conformiter moueri.

Quoniã enim ſitus partiũ oculi non mutatur in utroq; oculoꝝ & motus unius oculi fit per motum nerui optici in centro foraminis oſſis,motus uero nerui partialis procedit à puncto nerui cõmunis,quoniã ſemper illud quod mouetur in partibus aliarũ, mouetur circa aliqđ fixum:motus itaq; nerui partialis incipit in puncto nerui cõis amborũ neruis opticis amboꝝ oculorũ,in quo eſt uirtus animæ ſentiẽtis & mouentis,& quĩ illa uirtus eſt indiuiſibilis & uniformis & principiũ,quo primo mouet eſt corpus naturale ſecundũ ſui formã naturalẽ indiuiſibile:palam ꝙ mouendo unum oculũ mouet & alterum,nec enim eſt maior ratio qua unum oculũ moueat,ꝙ qua alterũ:uno itaq; oculo moto,ambo oculi mouentur,& unus conformiter alteri moueẽ,ut ſicut ab eodem puncto motus amborum incipit,ſic ad eundem terminum terminentur ambo motus,& ſicut ab uno indiuiſibili incipiunt,ſic ad unum diuiſibilem terminenter, palam eſt ergo illud quod proponebatur.

XXVII.

Duobus uiſibus uno uiſibili directe oppoſitis, neceſſe eſt duas figurari pyramides,quarum cõmunis baſis eſt ſuperficies rei uiſæ,& axis cuiuslibet tranſit per centrũ foraminis uneæ,& per centrum ſui uiſus.

Quĩ enim,ut patet per 17.huiꝰ,ſitus partiũ ſuperficiei rei uiſæ peruenit ad ſupficiẽ utriuſq; uiſus,& in illa figuraẽ ſecundũ lineas ꝑpẽdiculares ab omnibus punctis ſuperficiei rei uiſæ ad oculi illius ſuperficiem productas,quarum omniũ concurſus ſecundũ puncta ſuarum incidentiũ reſpicit centrum oculi cuius ſuperficiei incidit,& demum poſt refractionem quælibet illarũ figuraꝝ peruenit ad medium punctũ nerui cõmunis,ambarum itaq; illaꝝ formarũ concurſus fit in puncto medio nerui communis cui incidunt, quia itaq; centra duorum uiſuum ſunt duo,palam,quia in uiſione eiuſdem rei à duobus oculis duæ pyramides uiſuales modo propoſito figurantur, Superficies enim rei uiſæ ſemper erit baſis utriuſq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis,propter multiplicationem formæ cuiuslibet puncti ſuperficiei rei uiſæ æqualiter ad uiſum,& axis cuiuslibet earum tranſit per centra foraminis uneæ ad centrum ſui uiſus. Sicut enim uiſibile directe opponitur uni uiſui,ſic directe opponitur & alteri,ex hypotheſi, & quoniam ambo uiſus æqualiter mouenẽ ad aliquid uidendũ,per præmiſſam patet,ꝙ ſemper in uiſione unius rei mediũ punctũ ſuperficiei uiſus oculi opponiẽ medio puncto ſuperficiei rei uiſæ,uel ꝓpinquo illi,medium aũt punctũ ſuperficiei uiſus uel oculi eſt centrũ foraminis uneæ per 4.huius:forma ergo illius puncti medij ſuperficiei rei uiſæ uel puncti ꝓpinqui illi,per centrũ foraminis uneæ peruenit ad centrũ ſui uiſus,& hoc eſt ꝓpoſitum.

Duo

XXVIII.

Duobus exiſtentibus oculis unius rei, unam tantũ formã accidit uideri.

Quoniam enim ut prius pluries dictũ eſt, forma recepta in ſuperficie glacialis pertranſit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus ſubtile, quod eſt in neruo optico, & uenit ad anterius cerebri, in quo eſt ſentiens ultimũ, quod eſt uirtus ſenſitiua, comprehendens ſenſibilia, cuius uirtutis oculus eſt inſtrumentum recipiens formas rerũ, & reddens eas ultimo ſentienti, ſic quod apud neruum cõmunem ambobus oculis, cuius neruí ſitus à duobus oculis eſt ſitus conſimilis, demum completur uiſio, licet ergo duæ formæ perueniant in duobus oculis ab una re uiſa, illæ tamen formæ ambæ quando perueniunt ad neruũ cõmunem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem hatũ formarum comprehendit ultimũ ſentiens formam rei uiſæ, & ſic unius rei tantũ unam formã accidit uideri, niſi forte per aliquam occaſionem interuenientem accidit formas duobus oculis acceptas non uniri, eo quod non concurrunt in unionem amborum neruorũ opticorum, tunc enim duas formas accidit uideri, ut cum aſpiciẽs mutauerit ſitũ unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus: quando uero nullus ſitus duorum oculorum fuerit naturalis, tunc quia ſitus ipſorũ ab una re uiſa eſt ſitus conſimilis, perueniet forma ab una re uiſa in duo loca conſimilis ſitus, & cum ſitus unius oculorum fuerit declinans, tunc diuerſatur ſitus oculorum ab illa re uiſa, & ſic perueniunt duæ formæ illius rei uiſæ diuerſi ſitus, ſed hoc non ineſt uiſui naturaliter, ſed ſolum per uiolentiam, quam facit uoluntas uel naturalis debilitas conſuetudini naturæ: quando itaq; ſitus oculorum fuerit naturalis, tunc ſemper ambobus uiſibus unius rei unam formam accidit uideri, quod eſt propoſitum. Duæ ergo formæ uiſi puncti infiguntur in duobus medijs duarum ſuperficierum amborũ uiſuum, & quilibet punctus alius formæ uiſæ infigetur in duobus locis conſimilis poſitionis in duobus uiſibus. Deinde duæ formæ uiſæ perueniunt ad concauitatem communis nerui, & perueniunt duæ formæ quæ ſunt in puncto, quod eſt in duobus axibus illarum duarum pyramidum radialium, ſecundũ quas fit uiſio ad punctum, quod eſt in communi axe, & efficiuntur una forma, & quælibet duæ formæ quæ ſunt in duobus punctis conſimilis poſitionis à duobus uiſibus peruenient ad idem punctum punctorum circunſtantium, punctum qui eſt in axe communi, ſic ergo duæ formæ totius rei uiſæ ſuperponuntur ſibi & efficiuntur una forma, & ſic uiſum comprehenditur unum.

XXIX.

Omnem punctum formæ incidentẽ ſuperficiebus uiſuum per axes radiales ad centrum foraminis girationis nerui concaui contingere eſt neceſſe.

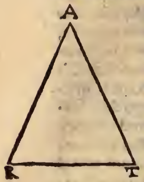
Quoniam enim quælibet axium tranſit per centrũ foraminis uneæ ad centrum uiſus, ut patet per 27. huius, ergo & pertranſit centrum ipſius ſphæræ uneæ per 8. huius, omnis uero linea recta producta inter centrum oculi, & uneæ centrum circuli ſectiõis uneæ, & medium punctum concauitatis nerui neceſſario penetrabit per 9. huius, palã ergo cũ perpendicularis ſemper maneat inconfracta per 47. ſecundi huius, quod omnẽ punctum formæ incidentem ſuperficiebus uiſuũ per axes radiales ad centrum giratiõis nerui communis pertingere eſt neceſſe, ob hoc autem puncto diffunditur forma ad medium punctum nerui communis, & quoniam medius punctus nerui cõmunis eſt tantũ unus, palam quia axes amborum uiſuum in uno puncto nerui communis ſemper concurrunt, patet ergo propoſitum.

XXX.

Si à terminis liniæ inter duo centra foraminum girationis neruorum cõcauorum productæ duæ lineæ rectæ ad medium communis nerui producantur, neceſſe eſt in conſtituto triangulo angulos ad baſem æquales eſſe, ex quo patet quod liniæ illæ productæ ſunt æquales.

Sint duo centra foraminum girationis neruorum concauorũ r & t, inter quæ producatur linea r t, ſitq; medius punctus nerui communis a, & conſtituatur triangulus r a t, dico quod angulus a r t eſt æqualis angulo a t r, cum enim poſitio duorum neruorum

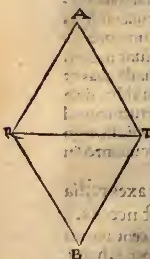
in reſpectu concauitatis nerui communis ſit poſitio conſimilis,quia concauitatis nerui unius eſt omnino ſimilis concauitati alterius per 4. huius, ergo et medium concauitatis unius eſt ſimile medio concauitatis alterius,unde axis nerui unius æqualis eſt axi nerui alterius,ſed per eandem 4.huius, poſitio duorum neruorum in reſpectu duorum foraminum eſt poſitio conſimilis,in quorum neruorum medio fuerint lineæ r q & t a ut axes,palam ergo quoniam poſitio duarum linearum r a & t a apud lineam r t eſt poſitio conſimilis, hoc autē eſt impoſſibile,niſi anguli a r t & a t r ſint æquales,quoniam ad inæqualitatem iſtorum angulorum ſequitur inæqualitas poſitionis medij axis ipſorum neruorum concauorum,& ex conſequenti ipſorum neruorum, ſunt ergo illi anguli ad baſem æquales, ergo per 6. primi lineæ illæ productæ ſunt æquales,ſcilicet linia a r lineæ a t,patet ergo propoſitum.



XXXI.

Vno puncto rei uiſæ ſuperficiebus amborū uiſuū perpendiculariter incidente,neceſſe eſt axes radiales in centris foraminum girationis neruorum concauorum angulariter refrangi.

Quoniam enim ut patet per 27.huius,quælibet illorum axium pertranſit centrum foraminis uneæ & centrum oculi,motus autem cuiuslibet oculorum fit in centro foraminis girationis nerui optici,patet quoniam ſecundum motū oculorum uariantur axes illi radiales,in quibus ſunt ſemper idem ſemidiametri oculorum, qui ſcilicet ab ipſorū centris ad centra foraminum uneæ protenduntur,partes aūt ſuperiores illorum axium quibus à centris foraminum girationis neruorum concauorum formæ perueniunt ad punctum medium nerui communis,ſemper manent ſecundū modum unum, cū itaq; aliæ partes illorū axium ſemper ſint immobiles, & alij ſemper mobiles,cum per ipſas unus punctus uidet̄, patet per primā undecimi,quoniam illæ lineæ non ſunt linea una, utpote ſi forma puncti b, uideatur ſecundum ambos axes b r & t r,& ſicut factum eſt in præmiſſa,ducantur lineæ r a & t a,ad medium punctum nerui communis qui ſit a,patet per primam undecimi,quoniam lineæ b r & r a, nō ſunt linea una, eius enim partem in ſublimi,partem in plano accideret eſſe, quod eſt impoſſibile,patet ergo quoniam angulariter cōiunguntur, quod eſt propoſitum,& licet axes præmiſſo modo refringātur, formatio tamen pyramidū uiſualium ſit ac ſi axes integri ad uerticem peruenirent,neq; accidit uiſui aliqua diuerſitas ex illo.



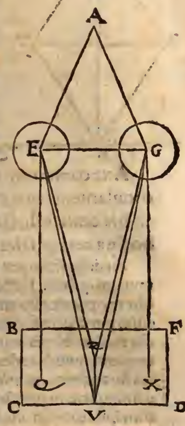
XXXII.

Neceſſe eſt axes pyramidum uiſualium amborum uiſuum tranſeuntes per centra foraminum uneæ ſemper coniungi in uno puncto ſuperficiei rei uiſæ etiam motis uiſibus per ſuperficiem rei uiſæ.

Cum enim uidens intuebitur aliquam rem uiſam,tunc uterq; uiſus erit in oppoſitione illius rei uiſæ per ſecundam huius,& utraq; pupillarum dirigetur ad illum uiſum directione æquali propter uiſuum æqualitatem per 4.huius. Sint ergo duo centra duorum uiſuum e & g,& ſit medius punctus nerui communis pūctus a,& ſuperficies rei uiſæ b c d f,quæ ſit exēpli cauſa æquediſtans lineæ,centra uiſuum conuertenti quæ ſit e g, palam ergo quoniam à cētris uiſuum perpendiculares ſuper ipſam ſuperficiem b c d f, productæ ſunt æquediſtantes per 6. undecimi,quæ ſint e q & g x. In hac itaq; ſuperficie b c d f,ſignetur punctus qui ſit u,dico quod propter æqualitatem amborum oculorum in omnibus ſuis diſpoſitionibus, ſi alter uiſus fuerit motus ad uidendum punctū u,ſtatim etiam reliquus mouebitur ad uidendum idem punctum u,itaq; axes ambarum pyramidum uiſualiū tranſeuntes per centra foraminum uneæ coniunguntur in pūcto u, una ipſarum ibi pertingente. Si enim una illarum axium incidet in puncto u, alia incidit in alio puncto,ſit illud pūctum z,eruntq; duo axes e u & g z,inter quorū terminos

linea

linea z u producatur,& quoniam axes ſic protenſi à duobus uiſibus non concurrunt in aliquo punctorum lineæ z u,ſicut neq; concurrunt ſi ſuper perpēdiculares lineas, quæ ſunt e q & g x, fiat uiſio,palam quod nullum punctorum lineæ z u, uidebitur ambobus uiſibus,ſed tantum uno,alter ergo oculorū mouetur ſuperflue,cum unus oculorum ſecū dum ſui axem oīa puncta lineæ z u,poſſit interceptiliter tranſcurrere; cōſtituit aūt natura duos oculos propter perfectionem bonitatis uiſiōis et complemētum eius,ut ipſorum uirtus unica ſit fortior, ut patet per 4.huius. Si ergo axes uiſuales non concurrant in aliud pūctum unum lineæ z u, ſequitur uel naturam ſuperfluere,uel ipſam modo debiliori quo poteſt operari, quorum uterq; eſt impoſſibile. Natura enim nihil agit fruſtra,nec deficit in neceſſarijs, ut patet per ſuppoſitionē,accidit autem hoc impoſſibile ſi axes ſolum incidant diuerſis punctis ſuperficiei uiſibilis, impoſſibile aūt nunquam accideret, ſi incidant in illud punctum, palam itaq; quoniam in illud punctum incidere axis pyramidum amborum uiſuum ſemper eſt neceſſe, quoniam operatio amborū uiſuum eſt uniformis,cum igitur uiſus fuerit motus ſuper rem uiſam,tunc uterq; uiſus mouebitur ſuper illud,& axes cōgregati in uno puncto ſuperficiei rei uiſæ, moto uno ambo mouebūtur ſimul ad aliud unum punctum ſuper ſuperficiem illius rei uiſæ,ambo enim oculi ſunt æquales in omnibus ſuis diſpoſitionibus,& eſt ambobus oculis unus neruus communis,& quoniam motus oculorū procedit ab una uirtute, neceſſe eſt uirtutem motam per unitatem nerui procedere,hoc ergo moto uno oculo ambos oculos mouebit, ut patet per 26. huius, actio itaq; & paſſio oculorum ſemper eſt æqualis & conſimilis,& ſi alter uiſuum motus fuerit ad aliquid uidendum, ſtatim alter mouebitur ad hoc idem uidendum illo eodem motu,& ſi alter uiſuū quieſcat reliquus quieſcet. Impoſſibile eſt enim alterum uiſuum moueri,& alterū quieſcere,niſi alter fuerit impeditus, ut patet per 26. huius, & ſicut etiam declaratum eſt per 18.huius,ſuperficiem rei uiſæ ſemper erit baſis utriuſq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis, quoniam tunc poſitio puncti in quo ambo axes ſunt coniuncti eſt poſitio conſimilis,quia eſt oppoſitus duobus medijs amborum uiſuū, palam ergo propoſitum,dicemusq; punctum concurſus amborum axium in ſuperficie rei uiſæ punctum coniunctionis.



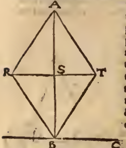
XXXIII.

Si à puncto medio nerui communis ad medium lineæ connectentis centra foraminum girationis neruorum concauorum linea recta producatur, neceſſe eſt productam ſuper diuiſam perpendicularem eſſe, & eam puncto uiſo cum axibus incidente trigonum ab axibus & diuiſa linea contentum per æqualia diuidere.

Quod hic proponitur patet per præmiſſam & per 31.primi huius, ut autem particularius demonſtretur,ſint oīa diſpoſita ut in 30.huius,& ſit linea r t,diuiſa per æqualia in puncto s,ſitq; uiſibile aliquod oppoſitum ambobus uiſibus qd ſit b t,in cuius puncto medio,quod ſit b,concurrant per præcedentem ipſi axes radiales,quæ ſint r b & t b, & producatur à puncto a,quod eſt medius punctus concauitatis nerui ad punctum ſcilicet linea a s, dico quod linea a s,eſt perpendicularis ſuper lineam r t, quoniam enim angulus a r t eſt æqualis angulo a t r,per 30.huius,& linea a r eſt æqualis lineæ a t. Sed linea a s,eſt æqualis ſibi ipſi,ergo per 8.primi,trigona a r s & a t s,ſunt æqui angula,angulus ergo a s t eſt æqualis angulo a s r, ergo per diffinitionem perpendicularis linea a s eſt perpendicularis ſuper lineam r t, producatur item linea a s, uſq; ad punctum con

functionis

iunctionis amborum axium, quod ſit pūctum b, dico quod linea s b, diuidit per æqualia trigonum r b t, hoc autem patet ex præmiſſis & ex 3. & 4. primi, erit enim trigonum partiale s r b æquale trigono partiali s b t, patet ergo propoſitum, & ex hoc patet, quoniā



tota linea a b, cuiuſq; puncto uiſo incidit, utcunq; transmutatis axibus, non mutatur ſed ſemper in medio eorum conſiſtit, poſſumus ergo illam nominare axem commumem, quia ſemper ducitur æqualiter ad punctum coniunctionis amborū axiū in ſuperficie rei uiſæ à puncto, qui eſt in medio concauitatis nerui, in quo duæ lineæ extenſæ in duobus medijs concauitatū neruorum duorum ſe interſecant, hic uero punctus ſemper eſt unus non transmutabilis, & punctus etiam s, ſemper eſt unus non transmutabilis per quem ſemper tranſit hæc linea a b, eſt ergo & ipſa ſemper intranſmutabilis, licet alij axes tranſmutentur quandoq; ab ipſo communi axe.

XXXIIII.

Axe communi cum axibus radialibus puncto rei uiſæ incidente lineam copulantem centra foraminum girationis neruorum concauorum, & lineas ab his centris ductas ad nerui, communis medium & axem communem amboſq; axes radiales in eadem ſuperficie conſiſtere eſt neceſſe.

Sit diſpoſitio quæ in proxima, dico ꝗd linea r t, & duas lineas r a & t a, & axem communem qui eſt a b, & duas axes radiales ſcilicet r b & t b, in eadem ſemper ſuperficie cōſiſtere oportet, duo enim axes t b & r b, tranſeunt per centra r & t, per 29. huius, tranſeūt enim per centra foraminum girationis duorum neruorum concauorum, & quia in puncto coniunctionis concurrunt cum axe communi, ex hypotheſi, neceſſario erunt cum axe communi in eadem ſuperficie per ſecundam undecimi, ſed & linea r t, cōnectens centra foraminum girationis neruoꝝ, ſecat has duas axes radiales in punctis r & t, & axem communem in puncto s, lineæ quoq; r a & t a, ſecant lineas r t & a b, in pūctis in quibus cum ipſis concurrunt, & quia omnes hæ lineæ ſunt rectæ, palam per primam undecimi, quoniam quælibet ipſarum eſt in una ſuperficie, patet ergo per ſecundū undecimi, quoniam omnes ſunt in eadem ſuperficie, & hoc eſt propoſitum.

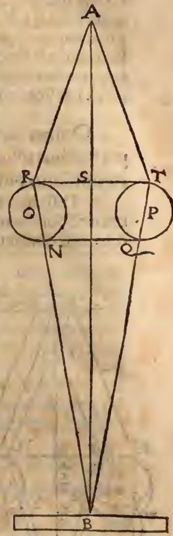
XXXV.

Neceſſe eſt axes radiales cum axe communi concurrentes in pūcto cuius diſtantia à uiſu ſit multiplex lineæ connectenti centra oculorum ſecundum ſui partes interiacentes punctum coniunctionis, & ſuperficies ipſorum uiſuū æquales eſſe, ſuperficiebuſq; amborū uiſuū necnō ſuperficiei anteriori ipſius uitreæ æqualiter incidere, & ſecundum angulos æquales.

Sint item ut in triceſima huius duo centra duorum foraminum girationis neruorum concauorum r & t, quoniam ergo oculus mouetur ſecundū totū non ſecundum partem, ut patet per 25. huius, palam quoniam puncta r & t, ſunt poſteriora oculo, figerentur ergo duo oculi quaſi contingentes puncta r & t, circa centra o & p, & ab aliquo puncto ſuperficiei rei uiſæ quod ſit b, procedant axes ad centra uiſuum, & producātur ultra ad puncta r & t, palam itaq; quoniam axes r b & t b, tranſibunt totum uiſum, tranſeat ergo axis r b, ſuperficiem anteriorem ſui uiſus in puncto n & axis t b, tranſeat anteriorem ſuperficiem ſui uiſus in puncto q, & producatur linea n q, ſunt ergo puncta q & n, puncta illa ſuperficierum uiſus quibus infigitur forma puncti coniunctionis axium quod eſt b, & quoniam axes r b & t b, ſunt æquales per præmiſſam, dico quod partes axium quæ ſunt b n & b q, ſunt æquales, & quod incidunt uiſui ſecundum angulos æquales, cum enī lineæ r n & t q, ſint æquales, quia ſunt diameter æqualium oculorum æqualiter à punctis r & t, diſtantium, neceſſe eſt ſi illæ ab æqualibus axibus abſcindātur, quod reſiduum ſit æquale, erit ergo linea b n æqualis lineæ b q, & quoniam linea n q æquediſtat

ſtat

ſtat lineæ r t, per ſecundam ſexti, ideo quoniam latera t b & r b, proportionaliter diuidũtur per lineam n q, ergo per 29. primi, erit angulus b n q æqualis angulo b q n, angulus enim b r t æqualis eſt angulo b t r, quoniã linea b s diuidit trigonum r t b per æqualia & baſem eius r t, ut patet ꝑ præmiſſam, patet ergo quoniã axes radiales ſuperficiebus uiſuum æqualiter incidunt & ſecundũ angulos æquales, & ſi incidant ſuperficiebus uiſuum taliter, ut per centra uiſuum tranſeant, palam ergo quoniam orthogonales ſunt ſuper ſuperficies contingentes in punctis n & q, incidunt ergo ſuperficiebus uiſuum æqualiter ſecundum rectos angulos incidentes, & propter hoc in omnium oculorũ ordinatiõe motu uel quiete ſemper duo axes eius ſunt æquales, aut non eſt in eis diuerſitas ſenſibilis, quæ cauſat aliquam diuerſitatem uiſionis, maximæ cum res uiſa nõ fuerit ualde propinqua uiſui, ſed cum diſtantia eius à uiſu fuerit mediocris, cum enim res uiſa ualde uiſui approximauerit, ita ut linea quæ eſt inter duo centra oculoꝝ, quæ ſunt o & p, proportionum æqualitatis uel extẽſus uel paruæ diminutionis habuerit ad axem radialem, tunc erunt axes ſenſibiliter inæquales, & facient angulos inæquales: aliâs uero ſemper ſenſibiliter æquales erunt, & conſtituent angulos ſenſibiliter æquales, quia propter unitatem uiſuum, & uniformẽ receptionem formarũ ꝗdlibet punctum multiplicatur uniformiter ad utrunq; oculũ, propter quod etiam omnes lineæ æqualiter diſtantes ab axibus faciunt angulos æquales, & ipſæ om̃es ſenſibiliter ſunt æquales, eodẽ quoq; modo demõſtrari poteſt, quia anguli qui per axes fiunt in ipſa ſuperficie uitreæ in qua fit refractio ſunt æquales, patet ergo ꝓpoſitũ.



XXXVI.

Omnium linearum pyramidis radialis obliquarũ plus uicinarum axi refractio fit ſecundum angulos minores: remotiorũ uero ſecundum angulos maiores: æqualiter uero diſtantium ſecundum angulos æquales.

Sit pyramis radialis cuius uertex a, & diameter baſis quæ per 18. huius eſt ſuperficies rei uiſæ ſit b c d e f, axis uero d a, & ſint lineæ c a & e a, lineæ radiales obliquæ uicinæ magis axi d a & ſint b a & f a remotiores, dico quod lineæ c a & e a ſecũdum minorem angulum refringũtur, & lineæ b a & f a, ſecundum agulum maiorem. Intelligantur enim omnes iſte lineæ concurrere in puncto a, quod eſt uertex pyramidis, & ſit in ſuperficie uitreæ linea cui incidunt illæ lineæ g h i k l, hæc ergo linea erit recta uel curua circularis per 23. huius: ſit primum recta, & incidit linea b a illi lineæ in puncto g, & linea c a in puncto h, & linea d a axis in puncto i, & linea e a in puncto k, & linea f a in puncto l, quia ergo angulus g i a, eſt rectus per præcedẽtem, palam per 32. primi, quod angulus g h a eſt obtuſus, ergo per 19. primi, linea a g eſt maior quàm linea a h, & quia à puncto a, exeunt duæ lineæ a c & a b, quæ ſunt ad baſem trianguli a g i, quæ eſt g h i, angulus ergo a h i maior eſt angulo a g i, per 16. primi, quia ergo angulus a h i cum angulo c h i, ualet duos rectos per 13. primi, & ſimiliter angulus b g h c angulo a g h, ualet duos rectos, palam quia angulus c h i minor eſt angulo b g i,

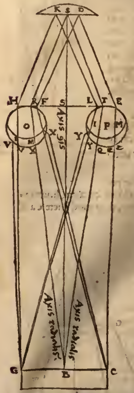


ergoꝑ penultimã ſecundi huius angulus refractionis lineæ c h eſt minor angulo refractionis lineæ b g, patet ergo quod linea c h reflectetur ſecundum minorem angulum quàm linea g b, & ſimiliter eſt de linijs e k & f l, & quia lineæ æqualiter diſtantes ab axe a d, ut ſunt exempli cauſa liniæ a c & a e, ſecundum modum præmiſſum æquales angulos faciunt in ſuperficie uitreæ, qui ſunt c h i & e k i, patet per penultimam ſecundi huius, quoniam anguli refractionis ſunt æquales, patet ergo propoſitum, quoniam linea g h i k l, ſit linea circularis, erit eodem modo demonſtrandum per 50. ſecundi huius.

XXXVII.

Omnes formæ punctorum æqualiter circunſtantium puncta quæ ſuperficiebus uiſuum incidunt, ſecundum axes radiales ad puncta æqualiter circunſtantia medium punctum nerui communis ſimiliter contingunt.

Diſponantur omnia alia ut in 35. huius, ſignenturq; in ſuperficie oculi cuius centrum eſt punctum o, ex utraq; parte puncti etiam duo puncta u & x, & in ſuperficie oculi cuius centrum eſt punctum p, ſignentur ex utraq; parte pũcti q, duo puncta y & z, ſitq; ſuperficies rei uiſæ oppoſita uiſibus, in qua ſit linea recta, quæ g b c, cuius punctus medius ſit b, & extremi puncti g & c, incidantq; axes radiales qui ſunt r b & t b, cũ axe communi qui ſit a b, ipſi puncto b, qui ſit punctus coniunctionis omniũ trium axium, protrahãturq; à punctis u & x, ſuperficiei uiſus cuius centrum eſt o, ad puncta g & c, ſuperficiei rei uiſæ duæ lineæ rectæ, quæ ſint u g & x c, & à pũctis y & z, ſuperficiei uiſus cuius centrum eſt p, protrahantur lineæ z c & y g, dico quod formæ pũctorum ſuperficiei rei uiſæ quæ ſunt g & c, quæ in ſuꝑficie oculi o incidunt in punctis u & x, in ſuperficie oculi p in punctis y & z, nõ perueniunt ad medium punctum nerui communis quod eſt a, ſed circunſtant ipſum punctum a, ſimilis diſpoſitionis ut puncta c & g, diſpoſita ſunt ad punctum b, in ipſa ſuperficie rei uiſæ taliter, ut pũctus qui eſt dexter, ad punctum b, qui eſt punctus coniunctionis axium in ſuperficie rei uiſæ ſit dexter pertingens ad punctum a, & ſiniſter ipſi puncto b, fiat ſiniſter ipſi pũcto a, & ſic de alijs differẽtijs poſitionũ, qđ eſt ſurſum ad pũctũ b ſit ſurſum ad pũctũ a, & qđ eſt deorſum punctũ b, deorſum fiat ad punctũ a, producatur eñ in utroq; oculorum linea l m, recta uel curua, diſtinguens ſuperficiẽ uitreæ à ſuperficie glacialis, & hæc linea ſiue recta fuerit ſiue curua, quorum alterum eſt neceſſarium p 23. huius, ſemper tamen anguli incidentiæ erunt æquales per 35. huius, qm̃ & eadẽ de illis eſt demonſtratio. Sed & anguli refractionis fiunt æquales per præmiſſam, & ideo quia propter conformitatem uiſuum & æqualem diſtantiã punctorum g & c, à puncto b, ex hypotheſi, ſequitur trigona y g u & x c z, eſſe æquiangula, anguli ergo g p u & c x z, ſunt æquales, ſed & figuræ oculorum ſunt penitus ſimiles, et diafonitas eſt conformis, fiat ergo linearum c x et g y, in ſuperficie refractionis conformis refractio, & ſimiliter linearum g u & c z, fiet conformis refractio & ſecundum angulos æquales, quilibet ergo ipſarum refringitur æqualiter à perpendiculari, ſit ergo ut linea t x refringatur ad punctũ f, & linea g u ad punctũ h, quæ ſunt puncta foraminis girationis termini circa punctũ r, linea uero g y refringitur ad punctum l, & linea c z ad e, pũctum alterius foraminis, quod eſt circa punctum t, & quoniam omnia puncta formarum ſecundũ lineas rectos



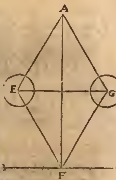
bre-

bruiſſimas refringuntur à perpendiculari n r, palam quia non concurrunt cum illa, ſed directe diffundentes ſe ad puncta nerui communis ſimilem ſitum & diſpoſitionem reci piunt eis quæ habent in ſuperficie rei uiſæ, quæ eſt baſis pyramidis uiſionis, linea ergo x f, quæ uenit à puncto c, rei uiſæ refrangitur ad aliquod punctum nerui, aliud à pūcto a quod ſit d. & linea u h quæ uenit à puncto g, rei uiſæ, refringitur ad punctum aliud à puncto a quod ſit k. & quoniam unius diſpoſitionis ſunt ambo uiſus, & oculorū diſtantia eſt res modica, ut patet per 4. huius, & lineæ ad talia puncta productæ à uiſibus ambobus ſunt æquales, & anguli incidentiæ ſunt æquales per 35. huius, anguli quoq; refractionis ſunt æquales per præmiſſam, palam quia linea u l, quæ eſt formæ puncti g, refringetur ad punctum k m, quo cecidit forma eiuſdem puncti g, ueniens per lineam u h, linea quoq; z c, quæ eſt formæ puncti c, refringetur ad punctum d, in quo cadet eadem forma puncti c, ueniens per lineam x f. ſimiliter quoq; demonſtrandum de quibuslibet duobus punctis ſuperficie rei uiſæ, æqualiter diſtantibus à puncto coniunctionis quod eſt b. Omnes ergo formæ punctorum rei uiſæ æqualiter circunſtantium, puncta quæ ſuperficiebus uiſuum incidunt ſecundum axes radiales ad puncta æqualiter circunſtantia medium punctum nerui communis ſimiliter pertingunt, & ſeruatur figura & diſpoſitio totius ſuperficiei rei uiſæ in partibus ſuis, & in remotione à puncto quod eſt in axe ſecundum modum diſtantiæ & declinationis punctorum, quorum formæ illic recipiuntur à puncto coniunctionis in ſuperficie rei uiſæ ſecundum diſpoſitionem angulorum refractionis in ſuperficie rei uitreæ, & duæ formæ quæ infiguntur in duobus punctis conſimilis poſitionis apud ſuperficies duorum uiſuum, perueniunt ad illum eundem punctum concauitatis nerui cōmunis, & ſuperponuntur ſibi in illo puncto, & erunt una forma: lineæ quoq; obliquæ ſuperficiebus uiſuum incidentes, quæ in ſuperficie ipſius uiſus refringuntur, ad eandem ordinationē formæ poſſunt peruenire, patet ergo ꝓpoſitū.

XXXVIII.

Neceſſe eſt ambos axes radiales cum axe cōmuni concurrentes in ſuperficie rei uiſæ cum linea æquediſtante lineæ connectenti centra oculorū uel cum totali ſuperficie æquales hinc & inde angulos continere.

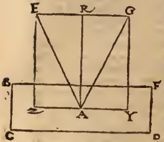
Sunt enim ambo oculi æqualis diſpoſitionis per 4. huius, patet etiam ſenſui quod ſunt diſtantiæ modicæ ab inuicem, & axis ſemp in quolibet oculo una tantū linea tranſiens per centrum foraminis uneæ & centra omnium tunicarum ad centrum foraminis girationis nerui concaui pertingens, ut patet per 29. huius: ſit ergo ut lineæ b f c æquediſtat lineæ e g, connectenti centra oculorum e & g, ſitq; medius pūctus nerui communis qui a, & ſit ut forma puncti ſuperficiei rei uiſæ quod ſit f, per axes f e & f g, perueniat ad centra oculorū quæ ſunt e g, connexa per lineam e g, pertingatq; ad punctum a, quod ſit punctus medius nerui communis, & ſit axis communis qui a f, incidens ſuperficiei rei uiſæ in pūcto f, ſecundum angulos rectos, quoniam ſuperficies in qua ſunt omnes aſſignatæ lineæ axium & pūcta per 34. huius, erecta eſt ſuper ſuperficiem rei uiſæ, & axis communis incidit directe per 33. huius, & per 29. primi, quoniam linea connectens centra oculorū lineæ r t, connectenti centra foraminum girationis nerui concaui eſt æquediſtans, ergo & lineæ uel ſuperficiei illi æquediſtanti p 30. primi, quia ergo per 33. huius, angulus a f e eſt æqualis angulo a f g, erit ergo reſiduum duorum rectorum contentorū ab axe & linea b c, quæ eſt communis ſectio rei uiſæ, & ſuperficiei axium inter ſe hinc inde æquale, axes ergo radiales incidūt ſuperficiei rei uiſæ ſecundū angulos æquales, & hoc eſt propoſitū, quoniam angulus e f b ſit æqualis angulo g f c.



XXXIX.

A puncto coniunctionis lineam æquediſtantem lineæ connectenti centra oculorum in ſuperficie rei uiſæ illi æquediſtante protrahere.

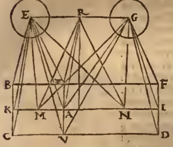
Sint centra duorum oculorum puncta e & g, & ducatur linea e g, ſitq́ſ ſuperficies rei uiſæ b c d f, à cuius puncto dato quod ſit a, linea æquædiſtans lineæ e g, debeat produci, diuidatur itaq́ linea e g, per æqualia in puncto r, per 10. primi, & à puncto a ad punctum r ducatur linea a r, ducantur lineæ e a & g a, quæ ſint axes uiſuales concurrentes in puncto a, ſuperficiei rei uiſæ, patet ergo, quoniam axis e a æqualis eſt axi g a, per 35. huius, & linea e r eſt æqualis lineæ g r, & linea r a communis; erit ergo per 8. huius primi, angulus e r a æqualis angulo g r a, & ambo erecti, erit ergo linea a r perpendicularis ſuper lineam e g, per diffinitionem lineæ perpendicularis, & à centris uiſuum e & g ducantur æquediſtantes lineæ r a. per 31. primi, quæ ſint lineæ e z & g y, hæ ergo inter ſe ſunt æquales & æquediſtantes per 25. primi huius, & ſunt in eadem ſuperficie per primam primi huius, & quia cõmunis ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei rei uiſæ tranſit per punctum a, & eſt per 33. primi æquediſtans lineæ e g, palam quod ipſa linea z a y, eſt linea quæ quæritur, eſt ergo factum id quod proponebatur.



XL.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uiſibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis neceſſario ſunt æquales.

Verbi gratia ſint ut ſupra in proxima præcedente centra duorum uiſuum puncta e & g, & ſuperficiei rei uiſæ ſint b c d f, in cuius puncto a concurrant axes e a & g a, & à puncto a, ad utranq́ partem producatur linea una quæ ſit r a u, rectos angulos continens cum utraq́ axium, producanturq́ à centris uiſuum lineæ e u, g u, e z, g z, dico quod lineæ e u & g u, ſunt æquales inter ſe, & lineæ e z & g z, æquales inter ſe, quoniam enim axes uiſuum æquales ſunt per 35. huius, palam quod axis e a eſt æqualis axi g a, & angulus e a u æqualis angulo g a u, quoniam uterq́ ipſorum eſt rectus ex hypotheſi; ſed linea a u, linea eſt communis in triangulis e a u & g a u, erit ergo per 4. primi baſis e u æqualis baſi g u, & ſimiliter erit baſis e z æqualis baſi g z, & eodem modo in punctis omnibus lineæ z u, accidit, palam ergo eſt quod proponitur. Poteſt et hæc aliter demonſtrari, ducat̃ enim à puncto a, ſuperficiei rei uiſæ, in quo concurrunt axes, linea æquediſtãs lineæ e g, quæ eſt inter duo centra oculorum per præcedentem, quæ ſit linea k l, eritq́ illa linea k l, in ſuperficie rei uiſæ, ducatur quoq́ linea z a, perpendicularis ſuper lineam k l, per 12. primi, et tunc ducatur à pũcto a, linea orthogonaliter ſuper lineam e g, quæ ſit linea a r, lineæ e g per æqualia in pũcto r, per 31. primi huius, et ex 35. huius, et ex 5. primi, q̃m eĩ axes e a & g a, ſunt æquales, erũt anguli ad baſem æquales, et linea r a cõmunis ambob9 trigonis e a r, anguliq́ ad pũctũ r ſunt æquales, q̃a erecti, erit ergo p 32. primi, & p 4. ſexti, linea e r æqualis lineæ r g, producaturq́ linea r z, erit ergo per 29. primi linea r a perpendicularis ſup lineam k a l, & q̃m per 34. huius lineæ e a, g a & r a ſunt in eadem ſuperficie, & linea z a eſt perpendicularis ſup lineas e a & g a, ut patet ex hypotheſi, ergo per 4. undecimi linea z a eſt perpendicularis erecta ſuper illam ſuperficiẽ in qua ſunt lineæ e a, g a, r a, ergo & ſuper lineam r a, Item per 4. undecimi linea k a erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ r z a, erit



a, erit ergo per 8. undecimi linea e r perpendicularis ſuper eandē ſuperficiē r z a ex diffinitione, ergo lineæ erectæ ſuper ſuperficiē erit linea e r perpendicularis ſuper lineā r z, qa ergo duoꝝ triangoloꝝ e r z & g r z anguli ſunt æquales, qa erecti, & linea e r æq̄lis eſt lineæ r g, & latus r z cōmune erit per 4. primi, linea e z æqualis lineæ g z, & eodē modo de quolibet aliorum punctorum lineæ z u demonſtrandū, patet ergo ꝓpoſitum.

XLI.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uiſibus, ad idem punctū lineæ cū ambobus axibus angulos obliquos facientis, neceſſario ſunt inæquales.

Sit omnimoda diſpoſitio ut ſupra in præcedente. Dico omnes lineæ ab ambobus uiſibus ad idem punctū extra lineam u z, quæ ſola cum ambobus axibus facit rectos, ſemp ſunt inæquales, ſignentur enim in lineam k l ut oportet, ſecante lineam u z duo puncta à puncto a, prout placuerit, diſtantia quæ fuit m & n, & ducantur lineæ e m & e n, dico ꝙ lineæ e m & g m ſunt inæquales, & lineæ e n & g n inæquales: ducatur enim à puncto r ad punctū m linea quæ ſit r m, qm̄ ergo angulus e r a eſt rectus, ut patuit in præmiſſa, palam, quia angulus e r m eſt minor recto, angulus ergo g r m eſt maior recto per 13. primi. In triangulis ergo g r m & e r m latus r m eſt commune, & linea e r æqualis eſt lineæ g r, & angulus g m maior angulo e r m, ergo per 24. primi erit latus g m longius latere e m: & ſimiliter eſt de omnibus alijs punctis extra lineam u z argumentandū, patet ergo ꝓpoſitum. Iſta tamen inæqualitas illarum lineaꝝ minus eſt ſenſibilis, cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniūctionis.

XLII.

Omnes lineæ ad puncta æquediſtantia puncto coniunctionis axium in linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente, ab alterius uiſibus ꝓductæ, neceſſario ſunt æquales, & æquales cū illis lineis angulos cōtinentes.

Sit omnis diſpoſitio ut ſupra in duabus præmiſſis, & ſint m & n, puncta in linea k l, angulos obliquos faciente cum ambobus axibus æqualiter diſtantia à puncto a, qđ ſit punctū coniunctiōis axium, ita qđ linea m a ſit æqualis a n. Dico ꝙ protractæ lineæ ab alterius uiſibus ut e n & g m & e m & g n ſunt æquales; cū enim axis e a eſt æqualis axi g a per 35. huius, & angulus incidentiæ axis e a, qui eſt angulus e a m, æqualis eſt angulo incidentiæ axis g a, qui eſt angulus g a n, ideo quia anguli r a m & r a n ſunt recti, anguli quoq; r a e & r a g ſunt æquales, ut hæc patent ex prædemonſtratis in præmiſſis duabus ꝓpoſitionibus, remanent ergo anguli e a m & g a n æquales: ſed & axes e a & g a ſunt æquales, & linea m a æqualis eſt lineæ n a ex hypotheſi, erit ergo linea g n æqualis lineæ e m per 4. primi, & angulus g n a æqualis angulo e m a, ergo in triangulis quoq; e m n & g n m per eandem 4. primi baſis e m æqualis eſt baſi g n. Et ſimiliter demōſtrari poteſt in omnibus alijs punctis ſimilibus, lineæ enim g b & e f, g f & e b, & g k & e l, g l & e k, g c & e d, g d & e c omnes ut ſic nominantur, & ut ab alternis uiſibus ad puncta æqualiter à puncto a diſtantia producuntur, neceſſario ſunt æquales, patet ergo propoſitum, quocunq; etiam alijs lineis modo ſimili productis.

XLIII.

Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarū fit certa cōprehenſio à uiſu, magis autem ſecundum lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrum foraminis uneæ tranſeuntem.

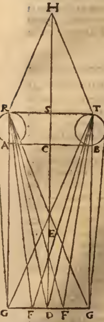
Solus enim huius axis extendiť ſecundū rectitudinem quouſq; perueniat ad locū girationis concaui nerui, & omnes aliæ lineæ obliquantur, ut patet per 24. huius: forma ergo rei uiſæ oppoſitæ medio ſuperficiei uiſus, peruenit ad glacialē & uitreum ſecundū extenſionem uſq; ad locum girationis nerui concaui: formæ uero quæ ueniunt ſecundū lineas alias obliquantur, & quia diſpoſitio formaꝝ obliquataꝝ nō eſt ſicut diſpoſitio formarū extenſaꝝ recte, qm̄ obliquatio neceſſario ipſas alterat aliqua alteratiōe in certitudine comprehenſionis: punctus ergo formæ perueniens ad locū girationis concaui nerui, qui

ui.qui extenditur ſecundũ rectitudinẽ axis, eſt magis uerificatus omnibus punctis formarum,& quia obliquatio linearũ uicinaꝝ axi eſt minor,& remotioꝝ maior, eo ꝙ anguli qui fiunt ex lineis ſuper quas ueniunt formæ,& ex ꝑpendicularibus ſuper axem ꝓductis in ſuperficie obliquationis linearũ uicinaꝝ axi, ſunt acutiores, & remotioꝝ minus acuti,ut patet per 36. huius:formæ uero,quarũ obliquatio eſt minor,magis manifeſtantur,ꝙ formæ quarũ obliquatio eſt maior:punctus ergo,qui eſt ſuper axem,perueniens ad locum girationis nerui concaui,eſt manifeſtior omnibus alijs punctis, & certioris comprehenſiõis,& qđ eſt propinquius illi,eſt manifeſtius remotiore ab illo:& ſimiliter eſt de forma perueniẽte in neruum cõmunem,ex quo comprehẽdit uirtus ſenſitiua formas rerum,patet ergo propoſitum.

XLIIII.

Puncto coniunctionis in axe cõmuni exiſtente,certiſſima fit uiſio, propinque uero illi axi ad hæc certa,remotius uero minus certa.

Sit linea connectens centra foraminũ ueeæ quæ a b,& ſit linea c e axis cõmunis,pũctus quoq; coniunctionis in ipſa linea c e ſit d,in quo cõcurrant axes a d & b d,& ſit medius punctus concauitatis nerui cõmunis punctũ h. Dico ꝙ puncto d exiſtente in linea c e,tunc certiſſima fit uiſio;formæ enim uiſæ peruenientes ad ſuperficiẽ uiſus, ſunt tunc magis cõſimiles,eo ꝙ axibus cadentibus in centra foraminũ ueeæ,quæ ſunt ſignata ꝑ puncta a & h,formæ punctoꝝ circumſtantiũ punctũ d diſtincte,& conſimiliter incidunt circa illa centra,& qm̃ axis cõmunis qui eſt e c diuidit lineam a b per æqualia in puncto c per 33.huius,& per 29. primi,ideo quia linea cõnectens centra foraminum ueeæ,eſt æquediſtans lineæ r t,cõnectenti centra foraminũ girationis neruorũ concauorũ,ut patet ex præmiſſis,& per 4.huius:unde per 31.huius patet,ꝙ linea h c per æqualia diuidit lineã a b,& eſt perpendicularis ſuper illam,eſt ergo palam per 4.primi,qm̃ axis a d eſt æqualis axi b d,& angulus d a c æqualis angulo d b c,ſed per 30.huius anguli h a c & h b c ſunt æquales,& qm̃ axis cõmunis,qui eſt e c, pertingit ad h punctũ mediũ cõcauitatis nerui cõmunis, ad qđ formæ à pũctis a & b diffundunt̃:palam per 26.primi,qm̃ anguli c h a & c h b ſunt æquales.Idem quoq; accidit in omnibus punctis quibus incidunt lineæ radiales ipſis axibus a d & b d ꝓpinque,quæ ſunt æquales quaſi ad ſenſum,ut patet per 40.huius:hæ enim lineæ radiales quaſi æqualiter incidunt punctis æqualibus ſuperficiei nerui cõmunis per 37. huius.Formæ itaq; punctoꝝ taliter uiſorũ ſunt magis cõſimiles, unde fit tunc uiſio certior.Sed cũ punctus coniunctionis fuerit modicũ extra cõmunẽ axem,ut in puncto f, ſiue remotio illa fit ad partẽ ſiniſtrã uel dextram,ſurſum uel deorſum,ſiue ad alias utcunq;, tunc ad hæc duæ formæ quæ infigunt̃ duobus uiſibus, non multum habent diuerſitatis:unde punctũ formæ,cui duo axes infiguntur ipſi puncto h,medio.ſ.puncto cõcauitatis nerui incidente,reſidua puncta formæ rei uiſæ per lineas radiales uicinas axibus ipſis uiſibus incidentes,in concauitate nerui cõmunis circa punctũ h uniuntur,non tamẽ ſecundũ perfectionem prioris diſpoſitionis;uidetur itaq; & tunc res certa uiſione ,non tñ in gradu certitudinis prioris;cum uero coniunctionis punctus fuerit remotæ extrà communem axem,qui eſt c e,ut in puncto g,ad quãcunq; differentiam poſitionis hæc contingat,tũc ad hæc punctus rei uiſæ,in quo duo axes concurrũt,infigetur ipſi puncto h. Sed formæ reſiduoꝝ punctorũ illius rei uiſæ infixæ in circuitu puncti h,non recipient diſpoſitionẽ prioribus duabus ſimilem,neq; erit illorum punctorum uiſio bene uerificata,ſed remanet minus certa,patet ergo propoſitum.



Omne

XLV.

Omne uiſum in puncto coniunctionis duorũ axium uiſualium certius ui detur, eo ꝙ per radios axibus propinquos, & ſecundũ remotionẽ ab axibus gradus certitudinis decreſcit, ex quo patet, ꝙ puncta ſupficiei rei uiſæ æqualiter diſtantia à puncto coniunctionis, ſimiliter uirtuti uiſiuæ offerentur.

Quoniã enim, ut patet per 43. huius, ſecundũ omnes lineas cuiuslibet pyramidis radialis ſit certa cõprehẽſio formæ uiſibilis à uiſu, magis aũt ſecundũ lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrũ foraminis uneæ tranſeuntem: in puncto aũt coniunctionis concurrunt duo axes per 32. huius, palam ergo, cum uirtus duplicata ſit fortior ſui medietate, ꝙ in puncto coniũctionis certior fit uiſio ſecundũ totam ſuperficiem rei uiſæ, quæ eſt baſis ambaꝝ pyramidũ uiſionis, & ſecundũ proportionẽ dupli ad duplũ, quæ eſt ſimpli ad ſimplũ, ſecundũ lineas uero radiales quæ ſunt propinque axibus fit minus certa uiſio ꝙ̃ per axes, quoniã formæ punctoꝝ peruenientes ad uirtutem ſenſitiuam, non perueniunt directe ad mediũ cõmunis nerui, unde non fit adeo perfectũ de illis iudiciũ, ut de formis peruenientibus per ipſos axes: ſecundũ remotionẽ uero illarũ lineaꝝ ab axibus gradus certitudinis uiſionis decreſcit, quia cum partes ſuperficiei rei uiſæ quibus axes incidunt, & partes illis proxime manifeſtius uideantur per 43. huius ſecundũ partes remotiores illius ſuperficiei, quibus incidunt extremæ lineæ longitudinis pyramidis radialis, eſt debiliſſima certitudo uiſionis, & ſecundũ alias partes medias fit media diſpoſitio certitudinis, ſecundũ qđ plus accedunt axibus, uel ſecundũ ꝙ ab illis plus remouentur, palam ergo ꝓpoſitum, & per hoc patet corollariũ, q̄m in punctis ſupficiei rei uiſæ æqualiter à puncto coniunctionis diſtantibus eadem eſt ratio certitudinis uiſionis hinc & inde, quoniam illarum formæ æqualiter in ſuperficie ipſius uiſus, & ex conſequenti in ſupficie nerui cõmunis ſemper figurantur, patet ergo totum qđ proponebatur.

XLVI.

Omne uiſum in quo concurrunt duo axes uiſuales, uel radij illis propinqui, uidetur ſemper unum.

Quoniã enim formæ per axes radiales peruenientes ad uiſum æqualiter incidunt uiſibus ambobus per 35. huius, per 30. huius æqualiter perueniunt ad medium punctum concauitatis nerui, concurrũt ergo ambæ illæ formæ ad punctũ unum, & una ipſarum ſupponitũ alteri, & fiunt forma una, & q̄m omnia uiſa nobis aſſueta ſemp ſunt oppoſita ambobus uiſibus, & ambo uiſus aſpiciũt ad qđlibet illorũ uiſibiliũ, propter qđ duo axes duoꝝ uiſuũ ſemper cõcurrunt in uno puncto illorum uiſibilium per 32. huius, & poſitio radioꝝ reſiduorũ qui circũincidũt cõmuni puncto ipſoꝝ eſt poſitio cõſimilis per 37. huius, maxime q̄n non differũt in remotione à duobus axibus maxima differentia: ꝓpter hoc ergo quodlibet uiſorũ aſſuetoꝝ uidetũ ambobus uiſibus unum, & q̄a ut p̄miſſum eſt, patet per 37. huius, q̄m omnes formæ punctoꝝ æqualiter circũſtantiũ puncta, quæ ſupficiebus uiſuũ incidũt ſecundũ axes radiales ad puncta æqualiter circũſtantia mediũ punctum nerui cõis conſimiliter pertingũt: lineæ uero radiales ꝓpinque axibus uiſualibus, quia nõ multũ oblique incidunt uiſibus, ideo nõ multũ oblique refringunt, q̄m ipſaꝝ refractio eſt ſecundum angulos minores per 36. huius, directius ergo perueniũt ad concauitatem nerui, & contingũt ergo ſe circa medium punctũ concauitatis nerui, & ſupponuntur ſibi adinuicem, fiuntq́; forma una, & hoc proponitur.

XLVII.

Omne uiſum in quo concurrit axis communis, & unus axium uiſualium comprehenditur ſemper unum.

Axis enim communis adiuuat certitudinem comprehenſionis, & axis uiſualis unicus unam tantum formã regulariter diſpoſitam imprimit medio puncto nerui cõmunis, uidetur ergo una tantum forma, quia tunc non fit refractio alterius formæ ad aliquã partẽ nerui diſtinctã ſecundũ partẽ uel ſecundũ remotionẽ, patet ergo ꝓpoſitum.

Nullũ

XLVIII.

Nullum uiſorum ſimul totum æqualiter uidetur.

Quoniã enim ſiue aliqđ uiſum exiſtat in axe communi, ſiue extra illam, ſemper punctum eius cui incidũt axes uiſuales certius uidetur, ꝙ puncta quibus incidũt radij ꝑpinqui, & illa puncta certius uidentur, ꝙ pũcta quibus incidunt radij remoti per 45. huius, patet ꝙ nullũ uiſum totum ſimul æqualiter uidetur, cum enim omnia puncta ipſius cõmuniter per oẽs tres axes, uel ſaltem per duos uiſuales motu oculi trãſcurſa fuerint, tũc ſolum æqualiter eſt totum uiſum, quoniam tunc forma cuiuslibet ſui puncti infigetur puncto medio concauitatis nerui, & erit ſemper noua diſpoſitio totius formæ circa punctum illud, magis ergo æqualiter perpendetᷣ tunc partium æqualitas adinuicem in omnibus diſpoſitionibus ſuis, tũc ergo tota res æqualiter uidebitᷣ: nullus aũt motus eſt in inſtanti, ſed ſolũ in tempore, palam ergo, ꝙ nullũ uiſoꝝ ſimul totum æqualiter uidebitur, ſed bene eſt poſſibile ipſum totũ ſimul uideri inæqualiter, qm̃ omnia puncta formæ oppoſitæ uiſui, à quibus lineæ rectæ poſſunt ꝑduci ad uiſum, ſimul multiplicanᷣ ad uiſum, ꝗuis ſecundũ diuerſitatẽ anguloꝝ diuerſimode ſecundũ diuerſas partes uideanᷣ: parua tamen corpora & propinquoꝝ diametrorũ æqualius uidenᷣ, ꝙ corpora diametroꝝ maiorũ: remotiores enim partes à puncto coniũctionis non adeo bene certificantur, ut propinqua per 45. huius: & ſi uiſum fuerit unius coloris uniforme, minus accidit in eo inæqualitatis, ꝙ ſi fuerit plurium colorum, aut ſi fuerit in ipſo lineatio, aut pictura, aut aliæ ſubtiles intentiones, tunc enim forma extremoꝝ erit magis dubitabilis, & non bene certificata: hæ enim comprehendunᷣ per lineas radiales motas ab axe, patet ergo ꝓpoſitũ.

XLIX.

Impoſſibile eſt plura ſimul æqualiter uideri.

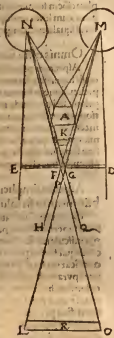
Quãuis enim uiſus quandoq; eodẽ tempore opponaᷣ multis uiſibilibus diuerſi coloris, inter quãlibet quarũ & uiſum produci, poſſunt lineæ rectæ in aëre cõtinuato medio inter eas & uiſum, perueniantq; formæ lucis & coloris, quæ ſunt in rebus uiſis ad ſuperficiẽ uiſus, & in eodem tempore & forma cuiuslibet ipſaꝝ ad quãlibet partem ſuperficiei uiſus ꝓpter earũ directam oppoſitionẽ, & licet uidens uideat in eodem tempore uiſibilia diuerſi coloris oppoſita uiſui, & ſic ĩ tota ſupficie uiſus ſint multa lumina diuerſa & multi colores diuerſi, quorum quilibet implet ſuperficiẽ uiſus ſibi oppoſitam, prout incidit perpendiculariter uel oblique, tamẽ ut patet per 17. huius, non fit diſtincta uiſio niſi ſolum ſecundũ perpendiculares lineas à punctis rei uiſæ ad oculi ſuperficiẽ productas, & ſecundũ hæc diſtinguunᷣ formæ ſecundũ diſtinctionẽ partium ſuperficiei uiſus; in quas ſolum incidunt perpendiculares, & licet ſic perueniant ad ſuperficiẽ uiſus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuerſis, uiſus tñ comprehendit omnes formas ſecundum ipſarum proprietatem: non eſt ergo impoſſibile plura ſimul uidere, ſed inæqualiter & indiſtincte, nam licet, ut patet per 17. huius, humor glacialis ſentiat formam unius rei ſecundũ ſuũ eſſe, & figuram ordinatã in ſui ſuperficie ſecundũ ordinem quã habet in ſuperficie rei uiſæ, extra poterit etiam ſentire in illa diſpoſitione formas aliarũ rerum uiſarũ præter illam rem uiſam ex pyramidibus diſtinguentibus ex ſua ſuperficie alias huius rei partes, & poterit ſentire formam cuiuslibet illarum rerum uiſarum ſecundum ſuũ eſſe, & ſentire ſitus eorũ adinuicem, non tamen æqualiter: ſed perfectius illud qđ uidet ſecundũ pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli uueæ ipſi centro uiſus, minus uero perfecte alia, quorũ pyramidũ axes incidunt ſecundũ alia puncta ſuperficiei dicti circuli, ut patet per 43. huius; illorũ enim omniũ axes ſunt longiores, etiã ſi ab eadem diſtantia ꝓcedant: aſpiciens itaq; qñ fuerit oppoſitus multis rebus uiſibilibus, & uiſus eius fuerit quietus, inueniet rem oppoſitam medio ſui uiſus manifeſtiorẽ illis quæ ſunt à parte laterum illius medij, & qđ eſt propinquius medio & manifeſtius, & qđ eſt remotius, erit minus manifeſtum, ut hæc omnia patent per 43. huius, eſt ergo impoſſibile plura ſimul æqualiter uideri, qm̃ impoſſibile eſt axem pyramidis radialis tranſeuntẽ per centrũ uueæ ſimul pluribus punctis ne dũ ſupficiebus incidere per 30. primi huius, patet ergo propoſitum.

Inter-

L.

Interpoſitis ſibi diuerſis uiſibilibus, remotiorum quandoq; ſecundum aliquid uiſio impeditur.

Exempli cauſa ſint duo puncta n & m centra duorum uiſuũ, & ſit r punctum cuiuſdam rei uiſæ, quæ ſit l o, remotior ab ambobus uiſibus ꝙ ſit res uiſa, quæ ſit b k c, in cuius puncto k concurrant ambo axes uiſuales, quæ ſunt m k & n k, ſitq; punctum r taliter poſitum, ut ipſum protractis axibus n k ad punctũ q, & m k ad punctũ h intercipiatur inter axes, nihilq; eius capiatᷓ per interpoſitionẽ rei uiſæ quæ eſt b c, ſit aũt uiſibile e d remotius ꝙ ſit ipſum b c, & ꝓpinquius puncto r inter duos axes taliter diſpoſita, ita ꝙ lineæ n b & m c protractæ, & cõcurrentes in ipſo p, aliquã partẽ eius intercipiãt quæ ſit f g: lineæ uero m p & n p interſecantes ſe in pũcto p ꝓtractæ contingẽt periferiã corpis, in ꝗ eſt punctũ r in pũctis l & o, ſit uero a ꝗddam uiſum ꝓximũ uiſui cadens inter axes m k & n k, dico qñ uiſus cõprehendit in eadẽ hora in ſimul formas uiſibiliũ ꝗ ſunt b c & c d & r, qđ qñ ꝙ impeditᷓ ſecundũ aliqd uiſio ipſius e d, qñ impeditᷓ ſecundũ ſui partẽ quæ eſt f g, quæ cũ ſit obumbrata uiſui per interpoſitionẽ uiſibilis qđ eſt b c, patet ꝙ forma illius partis nõ ꝑueniet ad uiſum, neq; ſeruabitᷓ in neruo cõi: forma uero uiſibilis remotioris ꝙ eſt l o, in quo eſt punctũ r, qñ ipſum cadit inter lineas n b & m c, ſecantes ſe in pũcto p, quæ ꝓductæ ultra punctũ p, ſuis terminis l & o incidũt, patet ꝙ ꝑueniet ad uiſum, nõ impediente uiſibili b c, qa tñ in nullo eius puncto concurrunt axes uiſuales, forma eius uidebitᷓ inordinate ſecũdũ ſitũ earũdem partiũ ipſius formæ, ꝗ ſibi directe nõ ſupponentᷓ, ut oſtenſum fuit in 37. huius, ergo erunt inordinate ſecundũ remotionem à puncto medio nerui cõis, quæ remotio erit huic inde inæqualis ꝓpter diuerſitatẽ incidẽtiæ ipſaꝝ lineaꝝ, per quas ad ueniũt eadẽ pũcta formaꝝ, ut ſunt lineæ m l & n l reſpectu formæ puncti l, & lineæ m o & n o reſpectu formæ puncti o, pars tñ uniuerſi, quæ attẽditᷓ ſecundũ dextrã uel ſiniſtrã, ſurſum uel deorſum ꝑtiũ ipſius formæ nõ mutatur, uiſum enĩ b c cũ ſit minus uiſo l o, in quo eſt punctũ r, qñ in puncto k rei b c cõiungũtur duo axes m k & n k, tũc forma uiſi b c ſit in duobus locis duaꝝ uiſuũ conſimilis poſitionis, & forma uiſi ꝙ eſt l o diuerſificabitur ſecundũ ſitum partiũ ſuæ formæ, & ſecundũ remotionẽ inæqualẽ à puncto medio nerui cõmunis, qñ eſt magna diuerſitas in angulis reflexionis ſuaꝝ partialiũ formaꝝ, ſicut & in angulis incidẽtiæ earundẽ, ut hoc patere poteſt per 36. huius, nõ tñ erit error in parte uniuerſi, quia formæ partiũ ſuo ordine diſponentᷓ, ut ſunt in re, & res uidebitur una, ꝙ nõ accidit in forma uiſi. ſ. ipſius a, ꝙ propinquius uiſui eſt, ſi ipſum paruæ fuerit quantitatis, & nõ ſit in illorũ corpoꝝ poſitione differentia ſenſui, ita ꝙ corpus a cadat inter axes m k & n k, qñ itaq; ambo uiſus ambas res uiſas, in quibus ſunt r & d e, comprehendũt, & quando duo axes fixi ſunt in uiſo b c, ſecundũ loca nõ obumbrata inſtituũtur illarũ rerum uiſarum d e & l o, formæ duobus locis duorũ uiſuum, & fiunt conſimilis poſitionis in parte uniuerſi, & nõ in remotiõe à pũcto medio nerui cõmunis, aut non omnes partes earũ erunt conſimilis poſitionis in remotione à duobus axibus, nec forma eorũ erit certificata: de uiſo uero a, ꝙ eſt proximũ uiſibibus, qñ ipſum cadit inter axes m k & n k, & eſt ꝓpinquius uiſui, quia enĩ figuntur in ipſo axes, poteſt fieri poſitio eius in reſpectu amboꝝ uiſuũ diuerſa in parte ipſius uniuerſi, ita, ut nec uideatur ad ſiniſtrã nec ad dextrã, qñ forma ipſius quantum eſt de ſe ad nullam partium uniuerſi ſecundũ reſpectum puncti medij ipſius nerui concaui, cũ axes



uiſuales incidunt,ordinatur.Sic ergo uiſu exiſtente fixo in terpoſitis ſibi diuerſis uiſibilibus,remotiorũ quãdoq; ſecundũ aliquid uiſio impeditur,ut patet. Cũ autẽ uiſus fuerint moti,& axes fuerint coniuncti in unoquoq; uiſibiliũ cõprehenſorũ,in ſimul tũc formæ omniũ uiſibiliũ cõprehẽdent ſimul in ambobus uiſibus cõſimiles in parte & remotiõe, & comprehendent ſecundũ modũ ſuæ certitudinis formæ uniuſcuiuſq; uiſibiliũ: huius aũt rei totius ratio eſt hæc,quia certitudo uiſionis fit ſecundũ axes,& uiſio fit per multiplicatiõem formæ uiſibilis in uiſum,quæ uero nunq̃ tunc per corpus interpoſitũ impeditur,cum linea multiplicationis formæ aliam ſuperficiem corporis medij oppoſitam uiſui aliqualiter attingit,& hoc eſt quod uolebamus.

LI.

Omnis uiſio fit uel per aſpectũ ſimplicẽ,uel per intuitionẽ diligentem.

Aſpectum primũ ſimplicem dicimus illũ actum,quo primo ſimpliciter recipitur in oculi ſuperficie forma rei uiſæ: intuitionem uero dicimus illũ actum,quo uiſus ueram cõprehenſionem formæ rei diligenter proſpiciendo perquirit,non contentus ſimplici receptione,ſed profunda indagine: uiſus itaq; per aſpectũ ſimplicem comprehendit intentiones manifeſtas,quæ ſunt in rebus,nec certificat illas,per intuitionẽ uero cõſiderat oẽs intẽtiões partiũ formæ uiſæ occultas aſpectui,& certificat omnes diſpoſitiões illius formæ uiſæ,& quia aſpectus ſimplex poteſt eſſe ſine intuitione,q̃uis intuitio non poteſt eſſe ſine ſimplici aſpectu,patet ꝙ omnis uiſio aut fit per unum iſtorum modorum, aut per alium,& hoc eſt propoſitum.

LII.

Aſpectu ſimplici ſecundum totam pyramidem uiſualem exiſtente poſſibili,intuitio fit ſolum ſecundum incidentiam axis pyramidis uiſualis.

Quoniã enĩ,ut patet ꝑ præmiſſam,aſpectus ſimplex eſt ſolũ receptio formæ ſenſibilis in ſuperficie uiſus,palam ꝙ ipſa fit ſecundũ totam pyramidem uiſualẽ,quælibet enim ꝑpendiculariũ ſiue linearũ radialiũ illam pyramidem conſtituentiũ per 17.huius, adducit aliquã formã puncti ſuperficiei rei uiſibilis quã tũc aſpicit uiſus: quia uero intuitio certificat ueritatẽ formarũ cõprehenſarũ,certificatio uero oĩm formarũ uiſibiliũ plꝰ fit ꝑ axes pyramidũ uiſualiũ,q̃ per aliquã aliarũ linearũ illius pyramidis per 43.huius, patet ꝙ intuitio fit ſolũ per incidentiam illius axis: cũ ergo uiſus fuerit fixus oppoſitus alicui rei uiſæ,quæ fuerit alicuius quantitatis,& illud qđ opponitur medio uiſus ex illa re uiſa fuerit,ſiue per axem uiſualem aut prope illum,tunc erit ipſum qđ eſt in axe,uel ꝙ approximat axi,manifeſtius reſiduis partibus rei uiſæ: ſi itaq; uidens uoluerit certificari de forma totali rei uiſæ,mouebit ambos uiſus,donec medium eius opponatur cuilibet partiũ, uel punctorũ ſuperficiei rei uiſæ ſibi oppoſitæ,& tunc quia ambo axes radiales per 32. huius incident unicuiq; punctorũ,fiet hoc modo intuitio completa totius formæ,quoniam enim uiſus fuerit oppoſitus rei uiſæ,tunc ſentiens comprehendet totam formam cõprehẽſione qualicũq; per 43.huius,& partem quæ eſt apud extremũ axis comprehendet uera comprehenſione,deinde mutatis axibus ad aliud punctũ,tunc idem punctum uerius cõprehendet,& tũc cũ hoc tota forma prius cõprehẽſa cõprehendetur ſecundo, & etiã ille pũctus in quo prius fixi fuerunt axes,& cũ axes mutabũtur ad punctũ tertiũ, fiet tertio cõprehenſio totius formæ,& etiã illorũ punctorũ q̃bus prius axes incidebãt, & ita ſcđm numerũ punctorũ q̃bus incidũt axes,numeratur cõprehẽſio totius formæ,ſemper tñ punctus,cui axes incidũt,certius alijs pũctis cõprehendet. Sic ergo intuens ꝑ motum axiũ cõprehendit certitudinẽ cuiuslibet puncti rei uiſæ,& inſuꝑ reiterat frequentationẽ cõprehenſionis totius formæ ſcđm numerũ punctorũ q̃bus incidũt ipſi axes,apparet ergo uiſui tunc omne id quod poſſibile eſt apparere in forma illius rei uiſæ, & non certificabitur forma rei uiſæ,niſi poſt motus uiſus ſecundum ſuos axes radiales ſuper omnes partes uel puncta ſuperficiei rei uiſæ,nec enim intentiones ſubtiles, quæ ſunt in re uiſa,apparent uiſui niſi per motum uiſus,& per tranſitum axis, aut radialium linearum, quæ ſunt prope ipſam, ſuper quamlibet partium rei uiſæ,& etiam ſi res fuerit

infimæ paruitatis,& non fuerit oppoſita uiſui,nõ intuebitur illam uiſus intuitione perfecta,niſi donec moto uiſu axis radialis tranſiuerit per omnes particulas uel puncta illius rei,ſic ergo fit ſolum intuitio ſecundum axis pyramidis radialis incidentiam,ꝗuis aſpectus ſimplex fiat ſecundũ omnes lineas radiales totius pyramidis uiſualis, patet ergo propoſitum.

LIII.

Axis radialis in toto motu ipſius oculi ſemper manet fixus in ſuo ſitu, quoniã ille motus oculi eſt inſenſibilis uelocitatis.

Motus enim axis ſuper partes rei uiſæ non eſt per girationem axis à loco centri ipſius uiſus,& per motum eius per ſe ſuper partes rei uiſæ,patet enim per 24.& 12.huius,ꝙ linea axis extenditur recte uſqꝫ ad locum girationis nerui,ſuper quem componitur oculus,& ꝙ ſitus eius à uiſu non mutatur,ſed cum totus oculus mouetur in oppoſitione rei uiſæ,& medium oculi,in quo eſt ſenſus uiſiuus,opponitur cuilibet partium rei uiſæ,tũc axis tranſit per quamlibet partium rei uiſæ,& ſecundum iſtum modum tota forma cuiuslibet partis rei uiſæ extenditur ad uiſum ſemper ſecundum rectitudinem axis, & erit giratio axis immutabilis à loco ſuo reſpectu omnium partium & tunicarum oculi, ſed cum girabitur axis in concauo oſſis cum motu totius oculi,& cum uiſus uoluerit intueri rem uiſam,& inceperit intueri in extremitatem rei uiſæ, & tunc extremum axis ſuper extremitatem rei uiſæ,eritqꝫ in diſpoſitione maior pars totius rei uiſæ in parte ſuperficiei uiſus,declinanre autem obliqua ab axe ad aliam partem præter partem ſuper quã eſt axis,quoniam forma eius erit in medio uiſus & in loco axis,eritqꝫ reſiduũ formæ obliquũ ad aliam partem ab axe:& cum uiſus poſt illam diſpoſitionem mouebit̃ ſuper aliquã diametrũ rei uiſæ,trãsfert̃ axis ad partẽ ſequentẽ illã partẽ rei uiſæ,& erit forma primæ partis declinans ad locũ aliũ oppoſitũ loco ad quẽ mouet̃ axis,& nõ ceſſabit forma declinare q̄diu mouet̃ axis ſuꝑ illã diametrũ,ꝗuſqꝫ axis ꝑueniat ad ultimũ illius diametri rei uiſæ,q̃ eſt pars alterius rei uiſæ,& ſic erit forma totius rei uiſæ in iſta diſpoſitiõe obliqua uiſui & puncto oppoſito ipſi axi,etiam cui prius fuit obliqua axe radiali in alijs punctis diuerſis incidente,præterqꝫ ultima pars & extrema ipſius rei uiſæ quæ remanebit ſuꝑ axem,& in medio uiſus & axis,in iſto toto motu erit fixus in ſuo ſitu q̄tũ ad tranſitum uniformẽ omnium tunicarum oculi,patet ergo illud quod proponebatur.

LIIII.

Axis in motu intuitionis nunqꝫ fit baſis anguli quem reſpicit ſuperficies rei uiſæ,neqꝫ ſemper ſecat angulum quẽ reſpicit aliqua diametrorũ rei uiſæ.

Quia enim iam oſtenſum eſt in præcedente theoremate,ꝙ axis in toto motu oculi ad intuendum ſemper manet fixus: ſi ergo axis fieret baſis angulo quẽ reſpicit ſuperficies rei uiſæ,oporteret immotas remanere lineas illum angulum continentes,& moueri axem,hoc autem nõ eſſet poſſibile,niſi quoniam axis moueretur per ſe toto oculo quieſcente,& quia hoc eſt impoſſibile per præcedentem,totus enim oculus mouetur apud intuitionem,& axis mouetur per motum eius,& moto axe mouentur omnes lineæ continentes angulum pyramidis,& tota pyramis uariato axe uariatur: incidente enim axe radiali diuerſis punctis ſuꝑficiei rei uiſæ,licet idem remaneat uertex pyramidis, & etiam eadem baſis ſit. Variato tamen axe,cauſatur ſemper noua pyramis,quamuis uideatur ſemper una,ideo quia motus oculi eſt inſenſibilis uelocitatis: per hunc itaqꝫ motũ comprehendit uiſus quodlibet punctum ſuperficiei rei uiſæ uiſui medio in puncto ſcilicet axis,& per hunc modum mouetur forma rei uiſæ ad ipſam ſuperficiem uiſus,& mutatur pars ſuperficiei uiſus in qua prius fuit forma,quoniam forma rei uiſæ apud motum axis erit in una parte ſuperficiei uiſus poſt aliam partem ſuperficiei uiſus, quotiens enim comprehenderit uirtus ſentiens partem rei uiſæ,quæ eſt apud extremum axis,totiens comprehendet cum hoc totam ſuperficiem rei uiſæ,& comprehendet totam illam partem ſuperficiei uiſus,in qua ꝑuenit forma totius rei uiſæ,quæ ſemper eſt alia & alia, quãdiu itaqꝫ axis cadit in aliquod punctorum diametri rei uiſæ non terminantiũ ipſam

 diame-

diametrum,tunc axis diuidit angulum,cui in centro uiſus ſubtenditur illa diameter,ſed cum incidit ipſi termino diameter,tunc ipſe axis fit una linearum continentium illū angulum,nō ergo ſecat ſemper illū angulū,quod eſt propoſitum.

LV.

Neceſſe eſt omnem uiſionem quæ fit aſpectu ſimplici fieri in inſtanti.

Si enim fiat aſpectus ſimplex in tempore,quantumcunq; paruum ſit illud tempus, erit ipſum pars magni temporis,& quoniam non datur uiſio fieri in tempore niſi per diſtantiam uiſibilis ab ipſo uiſu,palam tunc, ꝙ ſecundum ſpacium diſtantiæ uiſibilis à uiſu multiplicabitur & tempus,producatur itaq; linea a b c d,& ſit uiſus ad punctum a & aliqđ uiſibile ſit apud punctum b. Cum itaq;,ut dictum & declaratum eſt in 6.huius, forma puncti b multiplicatur ad uiſum,ſi hoc fiat in tempore quocunq;, etiam forte imperceptibili,ſit aliud uiſibile in puncto c,& ſit ſpacium a c multiplex ſpacio a b,erit ergo tempus,in quo forma puncti c multiplicatur ad uiſum a multiplex tempori,in quo forma puncti b multiplicatur ad uiſum a,& ſi hoc tempus nondū ſit ſenſibile,ſicut in ulteriori puncto uiſibile d remotiori à uiſu a,ꝗ̄ eſt ipſum c,ſitq́; ſpacium d a multiplex ſpacij c a,ergo erit ipſum magis multiplex ſpacij b a:forma itaq; puncti d multiplicabit̄ ad uiſum a in tempore multiplici tempori,in quo peruenit ad uiſum forma puncti c, ſed in pertranſitu formæ puncti d per ipſum ſpacium a d non requirit̄ in ipſa operatione uiſiua plus temporis,ꝗ̄ in ſpacio a b: apertis enim oculis æque cito uidentur remota & propinqua,neq; enim eſt ſenſibilis differentia temporis,quo mouetur res proxima,aut aliqua ſtellarum fixarum,cuius ferè diſtantia eſt ſecundum mundi ſemidiametrum, quæ eſt maxima linearum naturalium entium;impoſſibile eſt ergo uiſionem,quæ fit aſpectu ſimplici,fieri in tempore,ſed neceſſe eſt omnem huius uiſionem, quantum ad aſpectum ſimplicem,fieri in inſtanti & ſubito,eius itaq; principium non differt ab eius fine, & hoc eſt propoſitum.

LVI.

Omnem intuitionē in tempore fieri eſt neceſſe,tempusq́; intuitionis intentionum uiſibilium diuerſatur ſecundum diuerſitatem intentionum formarum intuitarum.

Cum enim,ut patuit in 51.huius,intuitio ſit actus uirtutis uiſiuæ,quo uiſus ueram comprehenſionem formæ rei uiſæ diligenter perſpiciēdo perquirit,& ſemper in ipſa intuitione axes radiales per omnia puncta ſuperficiei rei uiſæ mouean̄t,ut declaratum eſt per 52.huius:cum ergo omnis motus ſenſibilis fiat in tempore ſenſibili,ideo,quia ut alibi declarauimus,tempus eſt proportionale motui,palam, quia omnium intuitionū in tempore ſenſibili fieri eſt neceſſe: tempus quoq; intuitionis diuerſatur ſecundum diuerſas intuitiones formaꝝ uiſibilium eorum,quæ quis intuetur,cuius exemplū eſt ,ut ſi uiſus comprehendat animal longū multoꝝ paruorū pedū,qđ moueatur,tunc primo per modicam intuitionem comprehendit motū eius,& per motum comprehendit ipſum eſſe animal,deinde per modicā intuitionem in pedibus comprehendet ipſum eſſe multorum pedum,ex comprehenſione diſtantiæ inter pedes,non tn̄ cognoſcit numerū ipſoꝝ pedū,& deinde diligentius intuens cognoſcet numerū pedum pluri intuitione & maioris temporis conatu:cōprehenſio ergo animalitatis eius erit in paruo tempore,& cōprehenſio multitudinis pedū erit in tempore maiore illo tempore priori,in quo cognitū eſt ipſum eſſe animal:numerus aūt pedū erit ad hoc in tēpore maiori aliquo illoꝝ temporū, oportet enī uiſum intueri quemlibet illoꝝ pedū,& numerare illos,erit aūt quātitas tēporis intuitiōis pedū ſcđm numerū multitudinis uel paucitatis pedū,& hoc etiā patet ꝑ diuerſitatē aliaꝝ uiſibiliū intētionū:tēpus itaq; intuitiōis intentionū uiſibiliū formaꝝ,quarū una eſt numerus,diuerſat̄ ſecundū diuerſitatē intētionū formaꝝ intuitarū,patet ergo propoſitum.

LVII.

Viſus non poteſt comprehendere ueram formam rei uiſæ primo aſpectu ſimplici,ſed poſt diligentem intuitionem.

Cum

Cum eñ formæ uiſibilium ſint cõpoſitæ ex multis intentionibus particularibus, quibuſdam illarum exiſtentibus groſſis, primo aſpectui ſe offerentibus, quibuſdã uero ſubtilibus ualde, ut ſunt lineatiões minutæ & colores minutatim diſperſi, & ſimilia quæ primo aſpectui qui eſt inſtantiuus per 55. huius, ſtatim ſe offerre non poſſunt, unde indigent tempore ut uideantur, poſt diligentem ergo intuitum uidebuntur, & non prius: uiſus enim nõ comprehendit ueram formam rei uiſæ niſi per comprehenſionem omniũ intentionum particularium quæ ſunt in illa forma, patet ergo quod forma rei uiſæ in qua ſubtiles ſunt intentiones, non comprehenditur à uiſu ſecundũ ueritatem ſui eſſe primo aſpectu, ſed poſt intuitionem diligentem, & quoniam etiam in formis in quibus nõ ſunt ſubtiles intentiones, uiſus illarum carentium à primo aſpectu diiudicare nõ poteſt, ideo etiam tunc eſt opus intuitione, nec enim poteſt certificare ueritatẽ formæ niſi poſt diligentem intuitionem cuiuslibet partis illius formæ rei uiſæ: palã itaq; quia uiſus nũquam poteſt comprehendere ueram formam rei uiſæ in primo aſpectu, ſed ſolum poſt diligentem intuitionem, & hoc proponebatur.

LVIII.

Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas ſenſibiles in anima remanentes.

Cum enim uiſus comprehendit aliquam rem uiſam, & fuerit certificata forma eius apud ſentientem, tunc forma illius rei uiſæ remanet in anima, & figuratur in imaginatione ipſius uidentis, ut in naturalibus animæ paſſionibus declaratum eſt, & ſi terminabitur comprehenſio rei uiſæ, tũc eſt forma eius magis fixa in anima quàm forma rei ſemel uiſæ, quia uiſus raro comprehendit perfectæ rem rei ſemel uiſam, ſed ſemper ex iteratione uiſionis peruenit forma denuo ad animã, & renouatur forma prius uiſa apud animã, & ſi aliquid ex intentionibus illius formæ obliuioni traditum eſt reſtauratur, & ſi prius uiſum non eſt recuperatur: anima aũt, per formam ſecundam rememoratur formæ primæ, & cum pluries iteratur euentus eiuſdem intentionis ſuper animam, erit anima magis rememorans illam intẽtionem, & ſic erit illa forma magis fixa in anima ſed & magis certificata, quia in prima uiſione, in qua forma rei uiſæ uenit ad animam, forte anima nõ comprehendet omnes intentiones quæ ſunt in illa forma, neq; certificabit ipſas, & cum forma redierit ſecundo, cõprehendet anima ex ea aliud quod in prima uice non comprehendit, & quanto magis forma iterabitur ſuper animam, tanto magis manifeſtabitur ex ea quod prius non apparebat, & cum anima comprehenderit intentiones ſubtiliores formarum, magis certificabitur ſibi eſſe totius formæ, patet ergo ex his, quia intuitus repetiti erunt certiores, ut proponitur.

LIX.

Nullum uiſibilium comprehenditur ſolo ſenſu uiſus niſi ſolùm luces & colores.

Sola enim hæc cum ſint per ſe uiſibilia, ſicut in ſuppoſitionibus huius libri præmiſſum eſt, patet quod ipſa ſunt priora omnibus alijs uiſibilibus, unde ipſa ſine alijs offerũtur uiſui, ut ſine ſitu figura et magnitudine et ſimilibus, alia uero nõ offeruntur uiſui ſine illis, uiſibili enim actu lucem non participiante impoſſibile eſt aliud uideri, ut patet per primam huius, circa lucem ergo et colorem non fit aliqua alia operatio animæ niſi ſola ſenſatio uiſionis, lux enim quæ eſt in corpore illuminato comprehenditur à uiſu ſecũdum ſuum eſſe per ſe ex ipſo ſenſu, lux uero et color quæ ſunt in corpore colorato et illuminato comprehenduntur à uiſu ſimul, et admixta comprehenditur aut utrunq; illorũ in ſolo ſenſu uiſus, lux enim prima comprehenditur à uiſu ex illuminatiõe corporis ſentientis quod eſt de ſubſtantia oculi, et color ex alteratione formæ eiuſdem corporis ſentientis et eius coloratione cum admixtione lucis, quæ eſt hypoſtaſis coloris: ſicut enim ſentiens comprehẽdit in peruentu formæ lucis primæ ſolam lucem, ſic in peruentu formæ coloris comprehendit lucem coloratam, ergo hæc duo comprehenduntur ſolo ſenſu uiſus ſine alijs animæ potentijs et operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum

inuiſibilium, quoniam illa quaſi pluria à pluribus ſenſibus ſentiuntur, et ſine aliqua ipſorum ſolo ſenſu uiſus ſentiãtur, & non alijs ſenſibus particularibus hoc accidit, uel ex iſtorum aliqua participatione, uel iſtorum priuatione, ſicut eſt in diafonitate & opacitate, tenebris & umbra, in quibus neceſſaria eſt ratio cõferens hinc inde, quæ non eſt neceſſaria in comprehenſione lucis & coloris, patet ergo propoſitum.

LX.

Omne uiſibile aut comprehenditur à uiſu ſolo ſimpliciter, aut cum ratione & diſtinctione.

Vt enim patet per præcedentem, lucem & colorem per ſe ſimpliciter comprehẽdit ſolus uiſus, ſunt tamen plura aliorũ quæ de numero uiſibilium ſunt ſuppoſita, quæ uiſus quidem comprehendit non tamen ſimpliciter per ſe ipſum, ſed alijs actionibus animæ accedentibus, & ſunt plura talia uiſibilia, quorum comprehenſio non eſt puro ſenſu uiſus, quoniam uiſus quando comprehendit duo indiuidua eiuſdem ſupficiei et formæ eodem tempore, tunc comprehendit duo indiuidua et comprehendet quod ſunt ſimilia, ſed ſimilitudo duarum formarum non eſt ipſæ formæ ambæ neq; una ipſarum, ſed neq; forma tertia propria conſimilitudini, ſed eſt conuenientia illarũ duarum formarum in aliquo, non ergo comprehendetur duarum formarũ ſimilitudo niſi ex operatione unius ipſarum ad alteram, non fit ergo ſimilitudinis comprehenſio per ſolũ uiſum, ſed ex potentia animæ, quam dicimus rationem per actum ratiocinatiõis diuerſas formas uiſas ad inuicem comperantem, et etiam quando uiſus uidet duos colores albos, quorũ unus eſt albior alio, comprehendet amborum albedinem, et quod alterum eſt fortioris albedinis, comprehendet ergo ſimilitudinem illorum duorum alborũ in albedine, et diuerſitatem illorum in fortitudine & debilitate: diſtinctio uero inter illas duas albedines nõ eſt ipſe ſenſus albedinis, quoniam ſenſus albedinis eſt ex albatione ſuperficiei uiſus, quæ fit ab utroq; albedine, diſtinctio autem illarum albedinum fit propter diuerſitatẽ actionis illarum duarum albedinum in ipſum uiſum, non eſt ergo illa diſtinctio à ſolo ſenſu, ſed eſt ab alia uirtute animæ, quam dicimus diſtinctiuam: & ſimiliter eſt de comparatione & diſtinctione aliarum ſenſibilium formarum; nihil enim illorum accipitur ſolo uiſu, ſed ratione & uirtute diſtinctiua coadiuuantibus; uiſus enim per ſe non habet uirtutem diſtinguendi, ſed uirtus diſtinctiua animæ diſtinguit omnia illa mediante uiſu, patet ergo propoſitum.

LXI.

Ex intentionibus formarum indiuidualium ſæpius intuitarum remanet in anima fixio, & certificatio formæ uniuerſalis exiſtens uiſui principiũ cognoſcendi omnia indiuidua eiuſdem ſpeciei.

Quia enim quodlibet uiſibilium indiuidualium habet formam & figuram, in quibus conueniunt omnia indiuidua illius ſpeciei, quæ diuerſantur ſolum intentionibus particularibus cõprehenſis p ſenſum uiſus, & forte erit in omnibus illis indiuiduis color unius modi, ut quaſi uniuerſaliter indiuiduis auiũ, ut cigno coruo pica & graculo & ſimilibus, in qbus eſt uniformitas coloris conueniens toti ſpeciei uelut in pluribus, quia iam uidimus coruum album & urſum album, ſi itaq; forma & figura & color & omnes intentiões, ex quib9 cõponitur forma cuiuslibet indiuidui ſpeciei, eſt forma uniuerſalis totius ſpeciei, & uiſus comprehendit illam figuram & formam et colorem et omnium illorum intentionẽ, quæ conueniunt illi ſpeciei, tunc anima iudicabit illud particulare uiſum eſſe indiuiduum illius ſpeciei, non tamen propter hoc cognoſcet unum indiuiduũ ab alio indiuiduo eiuſdem ſpeciei diſtinctum, donec comprehendit etiam intentiones particulares p quas diuerſantur indiuidua, et donec illæ quieuerint in anima et in ipſa uirtute imaginatiua, tunc enim aliquo prius uiſorum indiuiduorum ipſi uiſui occurrente per intuitionem indiuiduorum illius ſpeciei, cuius forma eſt apud animam, iterabitur à uiſu intuitio illius formæ uniuerſalis quæ eſt illius ſpeciei, cũ diuerſitate formarũ particulariũ illorũ indiuiduorum, et cũ illa forma uniuerſalis per intuitionem alterius

indiuidui

indiuidui eiuſdem ſpeciei comparabitur in anima, tunc figetur in anima et quieſcet, ex diuerſitate itaq; formarũ particularium uenientium ad uiſum cũ formis uniuerſalibus apud intuitionem, comprehendet anima diuerſitatem indiuiduorum eiuſdem ſpeciei, et per conuenientiã accidentium uiſibilium in diuerſis indiuiduis cõprehendet, quod forma in qua conueniunt omia indiuidua illius ſpeciei eſt forma uniuerſalis illorũ omniũ. Sic remanet ergo in anima forma uniuerſalis, & in eius uirtute imaginatiua, & eſt illa forma uiſui principium cognoſcendũ omnia indiuidua eiuſdem ſpeciei, quantum ad illud quod eſt in ipſis ex intentionibus uniuerſalibus indiuiduatũ & de intentiõibus particularibus ſenſibilibus quibuſcunq;, patet ergo propoſitum.

LXII.

Omnis uera comprehenſio formarum uiſibilium, aut eſt per ſolam intuitionem, aut per intuitionem cum ſcientia præcedente.

Comprehenſio uiſibilium ſola intuitione fit, quando comprehendũtur uiſibilia extranea, ut quando uiſus comprehendit rem uiſam quam antea non perceperit nec in ſe nec in ſua ſpecie, per intuitionem uero diligentem acquirit omnes diſpoſitiones & formam eius ueram, non tamen cognoſcit formam eius, quia ipſam antea non percepit, uel non recolit: ſic ergo comprehendetur illa forma uera comprehenſione per ſolam intuitionem, comprehenſio aũt uera formarũ uiſibilium alia ab alia quæ fit per ſolam intuitionem, quandoq; fit per intuitionem cum ſcientia præcedente, ut quãdo uiſus comprehendit formam alicuius rei uiſæ, quam comprehendit etiam ante, & cuius formæ intentio eſt apud animam aut tota, aut aliqua pars illius, tũc enim uiſus ſtatim in aſpectu illius rei comprehendet eius formam, & deinde modica intuitione comprehẽdet totam formã eius, quæ eſt ſciẽtia uniuerſalis ſuæ ſpeciei, & cognoſcet formã uniuerſalẽ quam comprehendet in illa re uiſa apud comprehenſionem formæ in anima per rememorationem illius rei uiſæ ſpecialiter, & deinde intuens intentiones reſiduas quæ ſunt in illa re uiſa, certificabit particulare formam illius ipſi uiſo indiuiduo appropriatam, & ſi fuerit rememorans illius formæ particularis, ut prius per uiſum comprehenſæ, tunc cognoſcet illam formam indiuidualem, & quia nulla res uiſa comprehenditur uera comprehenſione, niſi aliquo iſtorum modorum, patet ergo propoſitum.

LXIII.

Comprehẽſio uiſualis per cognitionem ſemper fit per aliquem modum rationis conferentis.

Eſt enim cognitio comprehenſio ſimilitudinis duarum formarum ſcilicet formæ quam comprehendit uiſus apud cognitionem, quando ſentit ſe cognoſcere rem quam uidet, & formæ quieſcentis in anima prius comprehenſæ, unde non fit uiſualis cognitio niſi per rememoratione, quoniã ſi nulla forma talis fuerit quieſcens apud animã & præſens memoriæ, non cognoſcet uiſus rem uiſam; ſemper itaq; fit cognitio ex aſſimilatione formæ quieſcentis in anima ad formam poſtea uiſam extra, ſiue forma quieſcens ſit forma ſpeciei uel indiuidui cognoſcendi, uiſus itaq; comprehendit multas res ꝑ cognitionem, cognoſcit enim hominem eſſe hominem, & equum eſſe equum, & Socratem eſſe Socratẽ, & cognoſcit alia ſibi aſſueta, & arbores & plantas & lapides, quæ prius uidit, & cognoſcit illis ſimilia, & omnes intentiones ſibi aſſuetas in rebus uiſibilibus, & quãtitates omniũ rerum ſibi conſuetarum, quæ non cognoſcuntur ſolo uiſu per 59. huius, nec tamen cognoſcit uiſus omne quod uidit prius, niſi quando fuerit rememorans formæ prius uiſæ, non eſt ergo cognitio uiſualis comprehenſio ſolo ſenſu, ſed per rationem formã præſentis rei uiſæ formæ prius uiſæ & apud ſe quieſcenti conferentem, nunquam enim poteſt fieri cognitio niſi per comparationem formæ quieſcentis in anima ad formam uiſam extra, ſic ergo patet, quoniam comprehenſio uiſualis per cognitionem ſemper fit per aliquem modum rationis conferentis, patet ergo propoſitum.

LXIIII.

Omnem comprehenſionem uiſualem cognoſcitiuam in tempore fieri eſt neceſſe

neceſſe, ſed in minori quàm ſit tempus comprehēſionis per ſolā intuitionē.

Quoniā eñ ſicut in pcedente ꝓpoſitione præmiſſum eſt; ōis uiſualis cognitio fit p intuitionē & formam in anima quieſcentem rememoratam & applicatam formæ, nūc per diligentem intuitum perſpectæ, & quoniam omnis intuitio fit in tēpore per 56. huius; & omnis rememoratio formæ prius uiſæ fit plurimum in tempore, quoniam fit per diſcurſum animæ per formas quas apud ſe habet in imaginatione, quæ ſi quærenti animæ ſtatim occurreret, non eſſet rememoratio ſed cōtinuata memoria, quia itaq; ambo hæc, ſcilicet intuitio & rememoratio, uel ipſorum alterum fit in tempore, patet etiā qd' omnis comprehēſio uiſualis cognoſcitiua fit neceſſario in tempore, ſed in minori quam ſit tempus comprehenſionis per ſolam intuitionem, quoniam intuitiones exiſtentes in anima præſentis memoriæ non indigent ut cognoſcantur omnes intentiones quæ ſunt in formis rerum cognitarum ex quibus componuntur in rei ueritate, ſed ſufficit in comprehenſione earum comprehenſio alicuius intentionis propriæ illis, cum ergo uirtus diſtinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipſam aliquam intentionem propriam illi formæ, erit rememorans primæ formæ, & cognoſcet omnes formas uenientes ad ipſam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formæ, eſt ſignans ſuper illas formas, ut quādo uiſus intuens Socratē, cōprehendit lineationem manus humanæ, ſtatim comprehendit quod ſit homo, & antequam comprehēdat lineationē ſuæ faciei uel partium aliarum, ex comprehenſione ergo quarundam intentionum quæ appropriantur formæ hominis, comprehendit quod idem uiſibile ſit homo ſine indigentia cōprehenſionis partium aliarum, quas comprehendit ſolum per cognitionē præcedentem ex formis reſidentibus in anima, per comprehenſionem alicuius intentionis propriæ illi indiuiduo, ut per glaucitatem oculorum uel oris groſſiciē aut arcuitatem ſuperciliorum aut ſimilibus, cōprehendit totalis illius indiuidui intentiones, & ſimiliter cognoſcet equum per aliquā maculam in fronte aut alibi in corpore, & ſcriptor ex quorundam comprehenſione linearum cognoſcit oñes partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continue uidet, & quoniam cōprehenſio quæ acquiritur tantum per intuitionē fit per cōſiderationē omniū partium rei uiſæ, & omnium intentionem quæ ſunt in ea, cōprehenſio uero per cognitionē fit per conſiderationē ſolum quarundam intentionū quæ ſunt in illa forma, palam quod uiſio quæ eſt per cognitionē eſt in minori tempore, quàm ſit uiſio per ſolam intuitionē, & propter hoc uiſus cōprehendit uiſibilia aſſueta uelociter in paruo tempore quaſi latente ſenſum, & maxime illa quæ à ſui primordio cognoſcere cōſueuit, uel cū quibus multo tēpore perſeuerauit, patet ergo illud qd' ꝓponebatur.

LXV.

Viſio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem nō efficit certam formæ rei comprehenſionem.

Quoniam enim uiſio per cognitionem præcedentem non eſt niſi circa totalitatem & uniuerſitatem rei uiſæ ſuperficialiter & in groſſo & per quædam exteriora ſigna illius rei uiſæ, & uirtus diſtinctiua comprehendit intentiones particulares quæ ſunt in illa re uiſa ſecundum modum quo cognouit res uiſas ex prima forma illius rei uiſæ in anima exiſtente, ſed omnes particulares intentiones uiſibiliū, quæ ſunt in rebus corruptibus mutantur temporis mutatione, uiſus aūt non cōprehendit mutationem intentionum rei uiſæ per formam prius habitam, cū mutatio fuerit nō manifeſta nec cōprehenſibilis à uiſu primo aſpectu, cognitio ergo præcedēs nō efficit ueram rei cognitionem, utpote ſi in homine mundæ faciei prius cognito accidat poſtmodum macula uel cicatrix in facie, quæ nō ſit manifeſta, cum enim poſtea longo tēpore uiſo illo homine non cognoſcet ipſum uidens ſecundam formam ſui quam prius memoriter ſeruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, niſi poſt intuitionē diligentem factam in illā maculam uel cicatricē, & tunc cōprehendet formā eius ſecundū ſuū eſſe: & ſimiliter eſt ſi macula ſemper in facie ipſius cogniti fuerit, non tamē fuerit uiſui multū manifeſta, tūc eñ licet habeat uidēs apud ſe formā illius nō maculatā, nō tamen applicabit ipſam illius facie maculatæ, & nō cognoſcet ipſum niſi poſt multā aliarum

intentio

intentionum particularium intuitionem,& ſimiliter eſt in alijs indiuiduis uiſibilium &
intentionibus diuerſis ipſorum. In omnibus enim ipſis uiſio per cognitionē præcedentē
per modicā intuitionē nō efficit certā formæ rei comprehenſionē,patet ergo ꝓpoſitū.

LXVI.

Nullius entium quidditas per ſe eſt uiſibilis,ſed per accidens mediantibus intentionibus ſenſibilius quæ per ſe uidentur.

Quoniā enim ut ſuppoſitum eſt in principio libri huius, uiſio non completur niſi
apud peruentum formarū uiſibilium ad animā , quæ omnes ſunt de generę accidentis,
ut patet per ipſarū ſingulari enumeratione,palam cū nullius ſubſtantiæ quidditas ſit de
genere accidentis,quod nulla ipſarum per ſe eſt uiſibilis,per accidens aūt quidditas ſub
ſtantiarum corporalium ꝑcipitur à uiſu, ſcilicet per comprehenſionē ſuaꝝ intentionū
uiſibiliū q̄ per ſe uidenť,ſic ergo quidditas ſubſtantiæ non ſit niſi per cognitionē intrin
ſecam animæ,quæ fit ex cōparatione formæ unius poſterius cōprehenſæ, ad formā aliā
prius cōprehenſam quieſcentē in imaginatiōe:cōprehenſio ergo quidditatis ſubſtātiæ
uiſæ,ut hominis uel canis uel alicuius alterius ſubſtantiæ,nō eſt niſi ex cōprehenſiōe aſ-
ſimilationis formæ rei uiſæ ad aliquā formarū uniuerſaliū quieſcentiū in aīa & fixarū in
imaginatione quam uiſus ante cōprehenderat,& quia uirtus diſtinctiua quæ eſt in ani-
ma,per quā anima reꝝ differentias dijudicat,ut hominē nō eſſe canē,& ecōuerſo,natura
liter aſſimilat ipſas formas uiſibiliū nouiter ſcilicet uiſas formas formis naturalibus &
fixis in imaginatione.Cū ergo uiſus cōprehenderit aliquā rē uiſam,ſtatim uirtus diſtin
ctiua quærit eius ſimile in formis exiſtentibus in imaginatione,& illa inuēta cognoſcit
per illā rem uiſam,& cōprehendit quidditatē eius,& ſi non inuenerit ex formis quieſcen
tibus in anima formā ſimilē formæ illius rei uiſæ,nō cognoſcet illā rem uiſam , neq; cō-
prehēdet quidditatē eius : ſic ergo nulla quidditas alicuius ſubſtantiæ comprehenditur
per ſe à uiſu,ſed per accidens ut ꝓponitur.Si eñ aliquā taliū quidditatū ꝑ ſe cōprehen-
deretur à uiſu,ergo & oīs quidditas cuiuslibet uiſibilis ſubſtantiæ eſſet cōprehēſibilis
à uiſu,ſicut patet in lucibus & coloribus,& ſubſtātiæ quantū ad ſenſum & ſenſibile oppo
ſitione exiſtētes indiuiſibiles ꝑ ſuas quidditates uiderētur,qđ non eſt uerū, oportet eñ
ut corpus uiſibile ſit alicuius quātitatis reſpectu ſupficiei uiſus, ad hoc ut ipſum actu ui-
deatur,ut patet ꝑ 19.huius. Similiter quoq; patet de oībus alijs quorumcūq; entiū quid
ditatib9,ſemꝑ eñ quidditas cuiuslibet cōpoſiti cōpoſita eſt,et eius cōpoſitionē uiſus ꝑ ſe
cōprehendere nō poteſt,& ſi uiſus aliquā quidditatē, ut eſt quidditas, cognoſceret, tunc
uiſus omnē quidditatem cognoſceret, quarū multæ tamē ſunt inuiſibiles,cū oēs ipſæ
ſint per ſe intelligibiles & cum hoc ſit impoſſibile,patet ergo propoſitum.

LXVII.

Primum quod comprehēdit uirtus diſtinctiua ex intenſionibus appropriatis formæ uiſibili eſt quidditas lucis & coloris.

Quamuis enim lux & color ſint per ſe ipſa & primo uiſibilia,ipſorum tamē quiddi
tates & differētiæ eſſentiales ſolo ſenſu uiſus comprehēdi nō poſſunt,quidditas enim lu
cis non cōprehenditur ſolum ꝑ uiſum,niſi cooperante uirtute animæ quæ eſt cognoſci
tiua,qm̄ uiſus cognoſcit lumē ſolis,& diſtinguit inter ipſum & lumē lunæ & lumē ignis
per cognitionem prius factā & per formā in anima reſeruatā,ſimiliter etiā quidditas co
loris non comprehenditur à uirtute diſtinctiua niſi per cognitionem quādo color rei ui-
ſæ fuerit ex coloribus aſſuetis.Illa autem cognitio diſtinctiua fit ex comparatione for-
mæ coloris nunc uiſi ad formas ſimiles illi colori prius cōprehenſas,nō enim poteſt ui-
ſus comprehendere colorem rubeum & quod ſit rubeus,niſi quia cognoſcit ipſum, quia
in ipſa anima uidentis permanſit forma eius ut prius uiſa:ſi enim uiſus nunquam colo-
rem rubeum antea uidiſſet , nunc ipſum uiſum cognoſcere non poſſet,ſed ipſum colo-
ribus illi ꝓpinquius ſibi cognitis aſſimilaret,ut quotidie facit in noua ꝑmixtione quo-
rumlibet colorum. Cum itaq; uirtus diſtinctiua comprehendit diuerſitatem lucis ſuper
res uiſas & diuerſitatem coloris , comprehendit etiam diuerſitatem quidditatis lucis &
colorum quidditate,quamuis forma quam comprehenderet uiſus ſit admixta ex forma

lucis & coloris, quæ ſunt in re uiſa, & quoniam lux & color ſunt prima uiſibilia, quorum participatione & auxilio omnia alia uidentur; ideo neceſſe eſt ut primũ quod comprehendit uirtus diſtinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uiſibili, ſit quidditas lucis & coloris, ut ſicut illis primo & p ſe debetur uiſiua comprehenſio, ſic & illorum quidditatibus debetur p ſe & primo operatio uirtutis diſtinctiuæ, ut illis quorũ præſentia prius relucet in organis uiſiuis, quæ omnia ſecundum plus & minus accedunt ad diafonitatem, patet ergo propoſitum.

LXVIII.

Cõprehenſio coloris in eo quod eſt color, eſt prior cõprehẽſione quidditatis coloris, ex quo patet quod prior eſt cõprehenſio omniũ uiſibiliũ in eo quod in ſuo genere uiſibilia ſunt, quàm ſuarũ ſpecialiũ quidditatum.

Viſus enim comprehendit colorem, & ſentit quod eſt color, prius quàm ſentiat cuiuſmodi ſit ille color, ut patet in coloribus fortibus poſitis in locum non multum luminoſo. Ibi enim comprehendit quidem uiſus colores indiſtincte tantum, diſtinguũtur aũt per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem: primum ergo quod comprehendit uiſus ex forma coloris, eſt mutatio membri ſentientis & coloratio eius; quoniam apud peruentum formæ in uiſum coloratur uiſus, qui ſentiens ſe coloratum ſtatim ſentit colorem, & deinde ex diſtinctione & comparatione ipſius ad colores notos uiſui, comprehendit quidditatem coloris: comprehenſio ergo coloris in eo quod eſt color, eſt ante comprehenſionem quidditatis ipſius coloris, quæ fit non p ſolũ ſenſum uiſus ſed p cognitionem, quando idem color prius fuit à uiſu comprehenſus, & forma eius eſt in memoria animæ conſeruata, & ſi uiſus comprehendat colorem extraneum, quàm nunquã uidit, tunc comprehendet quod eſt color, & tamẽ neſciet cuiuſmodi ſit coloris, ſed comparando ipſum coloribus alijs aſſimilabit propinquiori colori ſimili ſibi, & forte plures uidentes illum colorem ſimul in eodem lumine, aſſimilabunt ipſum coloribus diuerſis, ut accidit in colore confecto ex diſſolutione corporis commixti, ex cupro & argento. Illum enĩ aliquis aſſimilabit uiriditati, quæ eſt ex cupro, & aliquis lazurio colori qui fit ex argento, patet ergo per has experimentationes, quod cõprehẽſio coloris in eo quod eſt color, eſt prior comprehenſione quidditatis coloris, & quoniam color eſt primũ uiſibile poſt lucem, patet quod prior eſt comprehenſio omnium uiſibilium in eo quod uiſibilia ſunt, quàm ſuarum ſpecialium quidditatum: prius enim comprehenditur in ſenſũ uiſus in genere ipſe ſitus, quàm aliqua ſpecies ſitus, & prius figura in genere, quàm aliqua ſpecialis figura, & ſi contingat in uiſu abſolui in ſpecialem, remanet tamen generalis, uel illa quæ eſt primi generis, uel illa quæ eſt generis ſecũdi, & hoc proponebatur.

LXIX.

Diuerſarum intentionum uiſibilium per rationem & diſtinctionem fit comprehenſio ſimul in inſtanti, ſimilium uero in tempore.

Figura enim & magnitudo, & diafonitas, & plura ſimilia, quando comprehenduntur primo aſpectu, qui ſemper fit in inſtanti temporis per 55. huius, ſtatim ut uiſu præſentant per rationem & diſtinctionem propter uelocitatem rationis in eodem inſtanti comprehenduntur, & omnes intentiones quæ ſunt in illis: uirtus enim diſtinctiua nõ arguit per cõpoſitionem & ordinationem propoſitionum ad formã ſyllogiſticam, ſicut ergo in intellectu qui eſt habitus primorũ in actuali intellectu ꝓpoſitionũ uniuerſaliũ & per ſe manifeſtarũ non indiget aliquanto tempore, nec etiam indiget tempore in apprehendendo concluſiões particulares ex illis, quoniam cum intellectu propoſitionis uniuerſalis ſimul accipit concluſionẽ, quæ immediate ſequit̃ ex illa, ideo quia aĩa humana apta nata eſt ad arguendum ſine difficultate & labore, unde etiam non percipit homo, quod cõprehenſio quæ fit per rationem & diſtinctionẽ fiat per argumentũ, ſicut puerulus ex duobus pulchris diſtinguens & eligens pulchrius, non percipit quod id fiat p uiam argumentationis & conſiderationis eligendorum, hoc itaq; modo ſimili & conformi quatenus eſt poſſibile fit omnium intentionum uiſibilium per rationem & diſtin-

[illegible] ctionem

ctionem in inſtanti comprehenſio. Diſtinctio enī & argumentatio uirtutis diſtinctiuæ fit ſtatim uenientibus formis intra medium nerui communis, quoniam totū corpus extenſum à ſuperficie primi oculi recipiente formas uſq; ad medium nerui communis, eſt ſentiens & diafonum, & fit per ipſum tranſitus intentionis formarum in inſtanti, cum ſtatim ultra oculi ſubſtantiam fit ſpiritus uiſibilis diafonus, per quē uirtus ſenſitiua deſertur ad totum diafonum omnium humorum & tunicarum amborū oculorum: omnia enim diafona illa illuminãtur à luce & colorãtur à colore uno uel diuerſis ſecundum diuerſitatem colorum corporis ſenſati, & corpus quod eſt in concauitate nerui cōmunis, eſt ultimum corpus ad quod perueniunt lux & color: cum ergo extenditur forma à ſuperficie prima membri ſentientis uſq; ad medium nerui communis, quælibet pars corporis ſentientis ſentiet formam: & cum peruenerit in concauum nerui communis, tunc cōprehenditur ab ultimo ſentiente, & tunc fit diſtinctio formarum, non tamen inter actū diſtinctionis & actū primi aſpectus eſt differentia temporalis, quoniam ſicut lumē in uno inſtanti ſe multiplicat per mūdi diametrum propter corporis medij diafonitatem, ſic etiam formæ ſenſibiles ut oſtenſum eſt per 55. huius, in inſtanti pertingūt trans medium quodcunq; corpus diafonum ad medium nerui communis, ubi per uirtutem animæ ſentiuntur comprehenduntur & diſtinguntur, & quoniam uirtus animæ eſt indiuiſibilis, fit hoc totum ſimul in unico inſtanti, quoniam uero intentiones uiſibilium fiunt ſimiles ualde, ut eſt uiriditas rutæ uiriditati mentæ, tunc non fit ipſorum diſtinctio in inſtanti illo, quo utraq; illorum uiriditatum comprehenditur à uiſu, ſed poſt compoſitionem unius ad alteram ex poſt facto cōprehenſionis, fit ergo in alio inſtanti, & ſic inter inſtans primi aſpectus ſimplicis & inſtans diſtinctionis ex comparatione neceſſarium eſt tempus medium aſſumi, patet ergo illud quod proponebatur.

LXX.

Comprehenſionē quidditatis coloris in tempore fieri eſt neceſſe, ex quo patet quod comprehenſio quidditatis omnium ſimilium uiſibilium non fit niſi in tempore.

Fit enim comprehenſio quidditatis coloris poſt comprehenſionem coloris in eo quod eſt color, ut patet per 68. huius, & quoniam color in eo quod eſt color non poteſt comprehendi per aſpectum ſimplicem niſi in inſtanti per 55. huius, cum ergo comprehenſio quidditatis alicuius coloris fit compoſita ex comprehenſione coloris in eo quod eſt color, & inſuper ex alia diſtinctiua comparatione conſequente, per quam quidditas unius coloris diſtinguitur à quidditate alterius coloris, ideo quod omnes colores mixti habent eſſentialem conuenientiam in actu & hypoſtaſi lucis, & inſuper habent plures ipſorum adinuicem maximam conuenientiam in proximitate mixtionis, palā quia illa diſtinctio quidditatis ipſorum colorum completur in alio inſtanti temporis quàm comprehendatur à uiſu, ſed inter quibus duo inſtantia eſt tempus mediū, quia itaq; cōprehenſio quidditatis coloris fit per diſtinctionē unius coloris ab alio, palā per præmiſſam, quoniam illa diſtinctio completur in tempore, ergo & comprehenſio quidditatis neceſſario fit in tempore: uiſus quoq; non comprehendit quantitatem coloris niſi ꝑ inſtitionem, quoniam ſi color nō fuerit in aliqua ſuperficie, ita ut ſibi poſſint infigi axes uiſuales in tēpore ſenſibili, nō cōprehendit uiſus quidditatē coloꝛ, unde in rebus ualociter motis nō diſtinguit̄ quidditas coloris: ſed ſi plures in re ueolociter mota ſint colores uidebunt̄ oēs indiſtincte unus permixtus color, ut patet in pila diuerſi coloris uelociter mota per iactū fortem, patet ergo cōprehenſionē quidditatis ipſius coloris in tempore fieri eſt neceſſe, & ex hoc patet ꝙ comprehenſio quantitatis oīm formaꝝ uiſibiliū nō fit niſi in tēpore. Si enī uiſus nō cōprehendit qꝗdditatē coloris, qui cōprehenditur ſolo ſenſu uiſus, niſi in tēpore, palā qđ plus indiget tēpori intentionibus alioꝝ uiſibiliū quæ cōprehenduntur plurimū diſtinctione & cognitione: oīm itaq; intentionum uiſibiliū quidditatū cōprehenſio fit in tēpore, licet illud tempus quandoq; ſit ualde paruum, & hoc ꝓponebat̄.

LXXI.

Viſus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit inten-

tiones ſpeciales quàm indiuiduales.

Quando enim uiſus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, comprehendit ipſum eſſe hominem prius quàm comprehendit formam eius particularem, & forte per intentiones formæ hominis, uel per aliqua cōuenientia propria formæ hominis cōprehendit ipſum eſſe hominem, quamuis non cōprehendat lineationē ſuæ faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis: indiuidualitas autem rei uiſæ non cōprehendetur niſi ex comprehenſione intentionū particularium illi indiuiduo propriarum omnium aut quarundam, & hæc comprehendi non poſſunt niſi poſt comprehenſionem uniuerſalium intentionum, quæ ſunt ex genere uel ſpecie illius indiuidui omnium aut quarundam, ſed comprehēſio formæ partialis eſt in minori tēpore quàm formæ totius, & quoniam indiuidualitas addit aliquid ſuper ſpecialitatē, patet quod indiuidualitas eſt quaſi quædam totalitas reſpectu ſpecialitatis, comprehenſio ergo ſpecialitatis rei uiſæ eſt in minori tempore quàm comprehenſio indiuidualitatis, & hoc ꝓponebatur.

LXXII.

Intentiones ſpeciales & indiuiduales quorundā uiſibiliū aſſuetorū minori tēpore alijs intentionibus ſpecialibus & indiuidualibus cōprehendūtur.

Quædam enim ſpecierum uiſibilium aſſuetorum non aſſimilatur alijs ſpeciebus, ut ſpecies hominis, quæ propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium aſſimilatur, & quædam aſſimilantur alijs ſpeciebus, ut ſpecies equi, quæ aſſimilatur multis animalibus in tota forma, tempus ergo in quo uiſus comprehēdit ſpeciem indiuidui hominis, & comprehendit ipſum eſſe hominem, eſt minus tempore in quo comprehendit equum eſſe equum, & maxime quando comprehendit utraq; iſtorum in magna remotione, qm̄ uiſus comprehendens indiuiduum hominis motum localiter, ſtatim comprehendet ipſum eſſe animal, ex motu & ex corporis erectione cōprehendet ipſum eſſe hominem: ſed licet per motū etiā poſſit cōprehendere quod indiuiduum equi ſit animal, & per numerū quatuor pedū comprehendit ipſum eſſe beſtiā, non tñ ꝑpter hoc cōprehendet ipſum eſſe equum, qm̄ intentiones equinæ quæ ſunt à ſpacio remoto uiſu perceptibiles, ſunt in pluribus quadrupedū, quæ aſſimilantur equo in pluribus eſſentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & in alijs. Si itaq; uiſus non cōprehendit aliquā intentionū propriarū equo, nō comprehendet illud eſſe equū, quia itaq; tempus in quo comprehendit uiſus erectionē corporis hominis, non eſt ſicut tempus in quo comprehēdit formā equi cū intentionibus particularibus, per quas diſtinguitur equus ab alijs beſtijs, ut eſt lineatio ſuæ faciei, & extēſio colli, & uelocitas motus, & paſſuum amplitudo: comprehenſio igitur ſpeciei hominis eſt in minori tempore quàm cōprehenſio ſpeciei equi, quamuis enim illa duo tempora ſunt parua, tñ unum ipſorum ſecūdum omnes diſpoſitiones eius eſt maius altero, & ſimiliter quia roſæ hortenſi nullus alius flos aſſimilatur in forma ſuæ ſpeciei, uel etiā intentione ſuæ rubedinis, ideo uiſus in minori tempore comprehēdit eius ſpeciem per rubedinem roſeaceum, quàm ſpeciem rutæ per eius uiriditatem, cui multæ herbarum aſſimilantur: & uniuerſaliter quidditates omniū ſpecierum quæ poſſunt aſſimilari alijs, non adeo cito comprehenduntur à uiſu, ſicut quidditates omnium ſpecierum, quæ paucis uel nullis aſſimilantur, & ſimiliter etiam eſt de indiuiduis, quoniam indiuiduum nulli alij aſſimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per ſigna, illud aūt indiuiduum, quod aſſimilatur alio indiuiduo, oportet quod comprehendatur per multam intuitionem, patet ergo illud quod proponebatur.

LXXIII.

Virtus ſenſitiua comprehendit quantitatem anguli, quem in centro uiſus reſpicit ſuperficies rei uiſæ ſolum ex comprehēſione partis ſuperficiei uiſus in qua figuratur forma rei uiſæ.

Quāuis eñ ordo puræ matheſis ſit in hoc, ut ꝑ quantitatē angulorū ſciat̄ quātitas partium ſuperficierū ſphærarū illis angulis ſubtenſarū, eo qđ ſicut centrū eſt principiū conſtitutionis totius ſphæræ, ſic ꝑtes angulorū s. ſolidorū, q ſunt circa centrū ſphæræ, ut circa

q̃dlibet uniuerſi ptiũ ſit principiũ diſtinctiuũ oĩs ptis ſuperficiei ſphæræ p̃ 87. primi huiꝰ, tamen in hac ſcientiæ ſenſibilis experientia, quæ naturaliũ rerũ cõditione permiſcetur, uirtus ſenſitiua ex comprehẽſione partis ſuperficiei uiſus, in qua figurać forma rei uiſæ, comprehendit à poſteriori uia ſenſibus competente quantitatẽ anguli, quã in centro uiſus reſpicit ſuperficies præfata: ſenſus enim uiſus naturaliter comprehendit illam ſupficiem, in qua figuratur forma rei uiſæ per diſtinctionẽ lucis & coloris, qui per ſe accidũt in illa parte ab alijs ſuperficiebus uiſus diſtincta, & quando cõprehendit quantitatẽ illius partis, tunc imaginatur angulos quos reſpiciũt illæ partes, & comprehendit quantitates eoꝝ apud centrũ uiſus ſecundũ quantitatẽ partiũ ſuperficiei uiſus illis angulis ſubtenſarũ: anguli aũt tunc non certificantur niſi per motũ uiſus reſpicientis ſuper diametros rei uiſæ, aut ſuper ſpaciũ, cuius uiſus magnitudinẽ uult ſcire: patet ergo propoſitũ: & licet lineæ radiales in centro uiſus non concurrant, q̃m peruenit interſectio axiũ uiſu alium ad mediũ punctũ nerui cõmunis, ut in præcedentiũ theorematũ pluribus patuit, partes tamẽ ſuperficiei uiſus ipſius informantur ſecundũ modũ quo lineæ radiales concurrunt in centro ipſius uiſus, niſi ipſos refractio in medio ſecundi diafoni præueniret, ut patet per 22. huius, & hoc eſt notatu dignũ: q̃m nos in ſequẽtibus utemur centro uiſus, ac ſi lineæ radiales in ipſo angulariter cõcurrant, qa ſcđm hoc oĩs uiſio informać.

LIBER QVARTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS

TRactauimus in præmiſſo tertio libro de proprietatibus organi uiſiui, & de eſſentialibus modis uidendi, nunc aũt reſtat, ut in hoc quarto libro pſequamur pprietates omniũ uiſibiliũ, quæ ut in principio tertij diximus, ſunt uigintiduo, quorũ tantũ duo. ſ. lux & color ſunt per ſe uiſibilia. Alia uero uidentur per accidens, uel quia pluribus alijs ſenſibus percipiuntur, uel quia non uidẽtur niſi pꝑter luces & colores, ut patet in ſingulis ipſorũ, & q̃m in præmiſſo tertio libro de uiſione lucis & coloris ſatis præmiſimus, ideo nũc alia 20. uiſibilia reſtant pertractanda: hæc itaq; omnia, paſſiones quoq; & deceptiones, quæ accidũt uiſibus & potentijs intrinſecis animæ circa illa naturaliter uel mathematice, prout natura rei & poſſibilitas noſtra fert, ſub modo demonſtrationis ſuo ordine percurremus, unicuiq; ipſoꝝ ſiue uiſionis modũ & in ſe & in ſuis ptibus præmittentes, deceptiones quoq; quæ in ipſo uel tantũ uirtuti uiſiuæ, uel etiam potentijs animæ intrinſecis, ut quæ uirtuti diſtinctiuæ & rationatiuæ accidunt, cum ſtudio ſubiũgemus: quæ aũt præmittimus ſunt iſta.

Forma dicić directe uiſibus incidere, à qua producta linea recta ſuper ſuperficiem uiſus eſt ppendicularis incidens ipſi centro foraminis uueæ. Oblique uero incidere, dicitur à qua pducta recta dicto modo non eſt ppendicularis. Linea directe uiſui oppoſita, dicitur illa cui axis radialis ppendiculariter incidit ſecundũ aliquod eius punctum. Linea obliquata ad uiſum, dicitur cui axis radialis ad nullũ ſui punctũ ppendiculariter poteſt incidere. Superficies directe oppoſita, dicitur quando axis radialis ppendiculariter erigitur ſuper illam. Superficies uero obliquata ad uiſum, dicitur quando axis radialis punctis illius ſuperficiei incidit oblique. Complementũ directionis in oppoſitione uiſus eſt, cum axis ppendicularis incidit medio ſuperficiei, uel lineæ oppoſitæ uiſui, & quanto magis punctus, cui incidit axis ppendiculariter, fuerit medio ſuperficiei aut lineæ ppinquior, tanto erit ſuperficies uel linea maioris directionis in oppoſitione. Vera comprehenſio per uiſum, dicitur illa inter quã & ueritatem rei uiſæ non eſt diuerſitas ſenſibilis omnino reſpectu totius rei uiſæ. Remotio unius rei ab altera, eſt priuatio cõtactus inter illa. Conus dicitur pyramis rotunda uel uertex pyramidis cuiuſcũq; rotundæ uel lateratæ. Petimus aũt hæc. Sub eleuatioribus radijs uiſa eleuatiora apparere, ſub decliuioribus uero decliuiora, & ſimilić ſub dexterioribus radijs uiſa dexte

riora apparere, ſub ſiniſterioribus uero ſiniſteriora. Item ſub pluribus angulis uiſa ꝑſpicatius uideri. Item omnes uiſus æqualis diſpoſitionis æque ueloces eſſe. Item omne totum uideri maius ſua parte.

THEOREMA I.

Ex intemperata proportione circumſtantiarũ formarũ uiſibilium ad uiſum fit deceptio in uiſu, non ſolum ſecundum ſe, ſed ſecundum uirtutem animæ diſtinctiuam.

Ex his quæ declarata ſunt in libro tertio patet 8. eſſe neceſſaria ad perfectam operationem uiſus, quæ ſunt lux, diſpoſitiones, uiſibilia & uiſum, per 1. tertij huius. Item diſtantia uiſibilis à uiſu per 15. tertij huius. Item ſitus oppoſitionis ipſius uiſus per 2. tertij huius, uel ſitus reſpectu axis cõmunis per 44. tertij huius. Item magnitudo corporis ꝑ 19. tertij huius. Item ſoliditas corporis uidendi per 14. tertij huius. Item diafonitas aëris per 13. tertij huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendæ per 56. tertij huius. Item ſanitas uiſus per 16. tertij huius: quodlibet aũt iſtorũ latitudinem habet ꝓportionatã ad rem uiſam: lux enim habet latitudinẽ, qm̃ lux maxima impedit uiſum, & lux debilis non educit uiſibilia in actũ agendi in uiſum, unde corpora minuta uel intentiones uiſibiles minutæ non uidenẽ in luce debili, ſed eſt ibi latitudo in ijs lucibus, quæ eſt magnitudini corporis ꝓportionata. Diſtantia quoq; uiſibilis à uiſu ſiue ipſius remotio latitudinẽ habet: corpus enim aliquod ab aliqua diſtantia plene comprehendiẽ, & ab alia non plene, & inter illas diſtantias eſt latitudo magna, in qua fit plena comprehenſio corporis illius, & ſecundũ ꝙ magis fuerit corpus, maior erit latitudo diſtantiæ ſpacij ſecundũ quã ipſum poterit uideri. Similiter cũ magna fuerit declinatio alicuius corporis à directione oppoſitionis ipſius uiſus, non comprehendũtur particulæ uel notæ paruæ quæ ſunt in ipſo, quæ in parua declinatione corporis uiderenẽ, & eſt ibi inter illas declinationes latitudo. Similiter corpus paruũ ſitum extra axem cõmunem uidebitur multũ elongatũ & occultatũ, & idem corpus ſitum circa axem cõmunem uidebitur aperte, palam aũt ꝙ ſitus reſpectu axis cõmunis habet latitudinẽ, qm̃ habet habitudinẽ ꝓportionatã ad corporis magnitudinẽ & minutias ipſius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinẽ: ſi enim partes rei uiſæ non fuerint ꝓportionales totali magnitudini uiſæ, occultabũtur uiſui: & ſi fuerint ꝓportiõales totali uiſæ magnitudini, ſit tñ corpus totale modicum, adhuc non uidebuntur, unde in picturis modicis aliquas particulas non ſtatim percipimus uiſu, licet ꝓportionales ſint ſuis totis: latitudo ergo magnitudinis rei uiſæ ꝓportionata debet eſſe ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uiſa magnitudo. Soliditas quoq; habet latitudinẽ ꝓportionatam ad rem uiſam. Si enim in corpore aliquo color ualde acutus fuerit, licet ipſum ſit paucæ ſoliditatis, illud tamẽ corpus uideri poterit, ꝙ nõ accideret maiori ſoliditate in illo corpore exiſtente, qm̃ forte color ꝓpter reflectionẽ uehementem luminis impediret uiſum, quæ reflectio fieret ꝓpter magnam corporis ſoliditatem: & ſi color fuerit obſcurus, tũc forte accidet minus ſolidũ debilius uideri colore eius obſcuro exiſtente. Diafonitas etiam aëris habet latitudinẽ, quia per flammas & per fumos nõ fit uiſio rerum minutaꝝ, ſed forte groſſarũ, ſicut ſi per ipſa uidereẽ carta nõ ſcriptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendæ latitudinem habet, quia corpus ſubito uiſum pertranſiens, non comprehendiẽ à uiſu, & quandoq; motus trochi non uidetur, quia eſt uelociſſimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uiſus latitudinẽ habet, in qbuſdã eni ĩfirmitatibus minutiæ corporis, niſi abſcõdanẽ, in minori ſpacio ꝑcipiuntur, & uiſus debiliores non uident illa quæ occurrunt uiſibus fortioribus. Vniuerſaliter ergo, quilibet iſtorũ motorũ, in quo non uerificatur forma rei uiſæ, ſicut eſt in rei ueritate, eſt egreſſus à tẽperantia ad rem illam uidendã ꝓportionata, & hæc omnia ſe alterutrũ reſpiciunt, ſcd̃m conuenientes adinuicem ꝓportiones, & q̃dlibet ipſorum ad alia octo conuenientem, oportet ꝙ habeat diſpoſitonem, quorum pertractationẽ relinquimus conſiderationi animæ res propinquius intuentis.

Impoſ

II.

Impoſſibile eſt uiſum unam intentionum uiſibilium per ſe ſolam comprehendere.

Viſus enim per ſe comprehendit formas uiſibiliū, quæ ſunt corporales: omnes autē formæ corpales ſunt cōpoſitæ ex multis intentiōibus uiſibilibus particularibus prædictis, ſicut magnitudo non eſt ſine figura, & figura non eſt ſine ſitu, & hæc omnia nō ſunt ſine colore, & color non eſt ſine luce, & lux nō diffunditur niſi in corpore: uiſus itaq; nō comprehendit aliquā iſtarū partium intentionem, niſi ex cōprehenſione formarū uiſibiliū cōpoſitarū ex pluribus intentiōibus particularibus, quarū quālibet ſimul comprehendit uiſus, & qm̄ nulla intentionū per ſe ſola complet aliquā formarū corporaliū ſenſibilium: palam ꝙ impoſſibile eſt uiſum cōprehendere aliquam illarū intentionū ſolam per ſe, ſed ſemper ſunt plures illarū intentionū ſimul in forma ſenſibili congregatæ: uiſus ergo cōprehendit ſimul ſemper multas intentiones particulares, quæ ſolū diſtinguūtur auxilio uirtutis diſtinctiuæ per imaginationē, & ſic demum uiſus comprehendit intentionem particularium quamlibet diſtinctam, quod eſt propoſitum.

III.

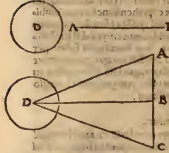
Non ſub quocunq; angulo res ſenſibiles uidentur.

Quod omne qđ uidetur ſub angulo uideatur, patet per correlariū 18. tertij huius, & etiam cū per 19. tertij huius, corpus uiſibile oportet ut ſit alicuius quantitatis reſpectu uiſus ad hoc ut actu uideatꝛ, palam ergo, ꝙ ſub angulo contingentiæ, qui eſt indiuiſibilis per 15. tertij huius, non erit poſſibile aliquā rem uideri. omnis enim angulus ſub quo poteſt fieri uiſio, eſt diuiſibilis per axem pyramidis radialis ſuperficiei ipſius uiſus perpēdiculariter incidētem, eo ꝙ omnis uiſio fit per pyramidē uiſualem, cuius baſis ſuperficies rei uiſæ per 18. tertij huius, uel ad minus ille angulus eſt ſub illa axe, & ſub alia linea longitudinis radialis pyramidis contentus, ut declaratum eſt in 54. tertij huius, eſt ergo rectilineus, eſt ergo diuiſibilis per 9. primi, & qm̄ maximus angulorū, ſub quo fit uiſio, eſt quaſi rectus, ideo ꝙ diametrū foraminis uueæ quæ ſubtenditur illi angulo in centro uiſus, eſt quaſi æqualis lateri cubi inſcriptibilis ſphæræ uueæ, uel lateri quadrati īſcriptibilis circulo magno illius ſphæræ, ut oſtendimus in 4. tertij huius, illi aūt lateri ſemper ſubtenditꝛ angulus rectus per ultimā ſexti, qm̄ eius corda eſt quarta circuli. Si ergo uiſio fieret ac ſi lineæ radiales in centro uueæ concurrerēt, tunc maximus angulus ſecundū quē fit uiſio, eſſet quaſi angulus rectus ſolidus, ita ꝙ pyramis uiſualis maxima fieret rectangula, & ſemidiameter baſis illius pyramidis fieret æqualis axi: fit aūt uiſio ac ſi lineæ concurrant in centro uiſus, ut patet per ultimā tertij huius: centrū uerō uiſus eſt remotius in profundo ꝗ̄ centrū uueæ per 8. tertij huius: maior ergo angulus ſecundū quē fit uiſio, eſt minor recto, ſed non multū minor, quia illorū centrorū ſphæræ ſcilicet uueæ & oculi, nō eſt magna diſtantia, & fit axis maximæ pyramidis uiſualis maior ſemidiametro baſis eius; ſed non multo maior: & hoc patet etiam experimento, qm̄ ſi aliquis ſtet in campo plano erectus, & aperiat oculū ut amplius poteſt, tunc uidebit quaſi quartam circuli maioris ſphæræ cœleſtis per zenith capitis tranſeuntis, & per anguli huius diuiſionem fit uiſio partium illius, & omniū rerum illis angulis ſubtenſarū, quouſq; perueniatꝛ ad angulum minimū, qui ſi diuideretur, non fieret uiſio ſecundū illum, licet enim omnis angulus rectilineus mathematicus ſit in infinitū diuiſibilis, in angulis tn̄ naturalibus, ſcđm quorū diſpoſitiōem fit paſſio operationis ſenſibilis, oportet ut ſit ſtatus in diuiſione, quandò minus ſenſibile illo non erit, nec; ergo erit uiſio ſenſibilis ſecundū illum, ſed omnis uiſio eſt ſenſibilis, cum ſit actio ſenſitiua, nulla ergo uiſio erit ſecundū angulū minorem illo, non ergo ſub quocunq; angulo res ſenſibiles uidentꝛ, & hoc intelligendum eſt ſecundum lineas radiales perpendiculariter ſuperficiebus uiſuum incidentes non oblique, ſecundum quas obliquas fit incerta uiſio, & confuſio formarū rerum uiſibiliū in uiſu, ut oſtēdimus in 17. tertij huius, patet ergo propoſitum.

Forma

IIII.

Forma lineæ perpendiculariter ſuperficiei uiſus oppoſitæ non uidetur, quoniã per ipſam ſolum fit diſtinctio punctualis, oppoſitæ uero uiſui ſecundum longitudinem ſecundum ſui formam propriam uidetur.



Eſto ut uiſui, cuius centrum ſit d, ꝑpendiculariter incidat linea a b, quæ ſit aliqua ſenſibilis, utpote corpus longum inſenſibile habens latitudinem, ut pilus, qui licet ſit columna rotunda, uel laterata, baſis tamen eius à uiſu percipi non poteſt, dico ꝙ tale corpus taliter diſpoſitum nõ uidetur, eſt enim angulus in centro uiſus, cui ſubtendit̃ baſis eius diametri penitus inſenſibilis, ſecundũ qđ non poteſt fieri uiſio per præmiſſam, in formis tamẽ alijs uiſis fiet per incidentiã formæ huiuſmodi corpis aliqua diſtinctio puncturalis inſenſibilis, qm̃ forma puncti illius ꝑpendiculariter incidentis, ſe formis punctoꝝ circũſtantium aliarũ formaꝝ immiſcebit, & cũ non ſit de genere illorũ, neceſſario aliquã faciet diſtinctionẽ, ita, ut illorum corpoꝝ formæ actu, licet non multum ſenſibiliter diſtinguant̃, nec ad naturam continuitatis unius lineæ pertingunt, oppoſita uero linea uiſui ſecundũ longitudinẽ ſiue ſit poſitio directa uel obliqua, ſemper ipſa ſecundũ ſui formam ꝓpriam uidebitur, qm̃ tota eius longitudo ſub angulo uno, & partes eius ſub angulis ſenſibilibus peruenient ad uiſum; ut ſi linea a b c opponatur uiſui d ſecundum ſui longitudinẽ, & ſit diſtantia conueniens, tunc ipſa tota uidebitur ſub angulo a d c, & pars eius a b ſub angulo a d b, & pars eius b c ſub angulo b d c, & ſiue ſit recta uel curua, uel irregularis, ſemper aliqua longitudo ſecundũ latitudinem deſcribetur in oculi ſuperficie, ſecundũ ꝙ eſt in ipſa linea, & per longitudinẽ ſenſibilem & latitudinem non ſenſatam uirtus diſtinctiua formã lineæ iudicabit, ut accidit in lineis naturalibus quæ ſunt ut quidam pili, patet ergo propoſitum.

V.

Superficiei oppoſitæ uiſui taliter, ut imaginata protrahi fecet oculum per eius centrum una tantum linea, oppoſitæ uero uiſui ſecundum latitudinem forma propria uidetur.

Oppoſita enim uiſui ſuperficie, quacunqꝫ ſuperficie per mediũ quo ꝓponit̃ formæ omniũ punctoꝝ perpẽdiculariter incident ſuperficiei uiſus, & concurrent in centro, & quoniã forma cuiuslibet illorũ punctoꝝ facit aliquã diſtinctionẽ in uiſu per præcedentem, & oĩa illa puncta ſecundũ longitudinẽ incidentia coniũcta cadunt in quadã linea, patet ꝙ illius ſupficiei ſic diſpoſitæ una tm̃ linea uidet̃, oppoſita uero linea ſuperficie ſecundũ ſui longitudinẽ uiſui forma cuiuslibet ſuæ lineæ uidet̃ ſecundũ ſui formã propriã linearis ꝑ præcedentẽ; tota ergo ſuperficies ſecundũ ſui formã ꝓpriã uidet̃, qm̃ ſemꝑ uidebitur longitudo & latitudo aliqua, ſiue illa ſuperficies ſit plana ſiue cõcaua, uel conuexa, qa nõ eſt differentia in illis quantũ ad ꝓpoſitam paſſionẽ, patet ergo propoſitum.

VI.

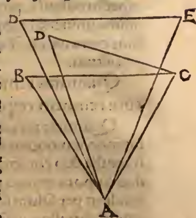
Corporũ uiſibus oppoſitorũ ſolæ ſuperficies à ſolo uiſu cõprehendunt̃.

Quia enim à ſolo uiſu corpora uidentur, ſecundũ ꝙ formæ ipſorum uiſui ſe offerũt, & in eius ſuperficie depinguntur, ut patet per 17. tertij huius: formæ uero profunditatis corporum uiſibus non offeruntur, ſed ſolum ea quibus ſecundũ longum & latum lineæ ductæ à centro uiſus incidunt, ut patet per 2. tertij huius, hæc aũt eſt diſpoſitio ſuperficialis corpoꝝ, ergo uiſibus oppoſitorũ ſolæ ſuperficies à ſolo uiſu comprehenduntur, & ſi una ſit corporis ſuperficies, ſiue ſit illud corpus ſphæricum concauum uel conuexũ, una tantum uidebitur ſuperficies, & ſi plures ſint corporis unius ſuperficies, ut in corporibus

ribus omnium planarum ſuperficierū & columnarū rotundarum,& pyramidū & portionum ſphærarū quarūcunq;,ſemper non niſi plures ſuperficies uidebuntur,ac ſi nō eſſet corpus,ſed quædam ſuperficies ſic extenſa,ſine corporis medij incluſione,patet ergo ꝓpoſitum,quia itaq; paſſio in lineis uiſui accidens,deſcendit in ſuperficierū uiſionem,& paſſio in ſupficiebus uiſui accidēs deſcendit in corporū uiſionē,ſola uero corpora per ſe uideantur,quia ſolum corpora per ſe ſunt entia naturalia ſenſibilia,& ſuperficies & lineæ in illis ſunt imaginabilia.Parcendum nobis eſt,ſi uiſuales paſſiones corporum proponimus per modum paſſionū uiſualium ſuperficierū uel linearum,quia ꝙ uiſibus in lineis accidit,corporum longitudini uel latitudini ſolum æſtimamus accidere,& ꝙ ſuperficiebus accidit,corporum longitudini ſimul cum latitudine neceſſarium eſt euenire, unde ſecundū iſtorū conuenientiam ſuperficiebus uel lineis nos poſterius utemur.

VII.

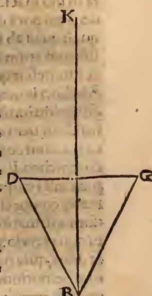
Omnium æqualiū uiſibilium qđ à propinquiori uidetur,ſub maiori angulo uidet̄: qđ uero à remotiori,ſub minori.



Sint duæ magnitudines æquales b c & d e,ſitq; centrum uiſus a,ſitq; b c propinquior uiſui a ꝙ̄ ipſa d e,dico ꝙ b c uidetur ſub maiori angulo ꝙ̄ d e, ducantur enim lineæ a b & a c,& quoniam hæ lineæ concurrunt in puncta a,palam ꝙ non æquediſtant per diffinitionem æquediſtantium linearū,ſed neq; concurrent in aliquo alio pūcto ꝙ̄ in a, quia ſic duæ rectæ lineæ ſuperficiē includerēt,qđ eſt impoſſibile,nunꝙ̄ ergo concurrent alibi ꝙ̄ in puncto a,protractæ uero ultra puncta b & c,ſemper ibunt in diſtantiam,ergo nunꝙ̄ tangunt lineam d e, nec erit uiſio aliquorū punctorū lineæ d e ſecundū illas per 2. tertij huius.Si ergo extrema puncta lineæ d e uideri debent,hoc erit ſecundum lineas cadentes intra lineas b a & c a,quæ ſint lineæ a d & a e,ſiue ergo magnitudines b c & d e æquediſtent ſiue non,ducta à puncto d æquediſtante & æquali ipſi b c per 31.primi,patet ꝑ 34. primi huius,qm̄ angulus b a c erit maior angulo d a e ; lineæ ergo a d & a e ſunt angulū b a c diuidētes,qa uero angulꝰ partialis d a e eſt minor totali angulo b a c,patet id qđ ꝓponebat̄:& ſimiliter demōſtrādū eſt,ſi linearū b c & c d æqualiū ſit idem terminus,qui eſt c,uel ſi ſint adinuicē declinantes,tūc enim idem accidit ꝙ prius,totū tamē qđ hic proponitur per 108.primi huius perfectius patet,remotioris enim uiſi axis pyramidis radialis,eſt longior axe pyramidis radialis propinquioris uiſi,unde anguli ſolidi in uerticibus illarum pyramidum diuerſificantur,patet ergo ꝓpoſitum.

VIII.

Vnumquodq; uiſorum longitudinem habet ſpacij,ultra quod non uidetur.



Sit centrum oculi b, res autem d g ſit uiſa ſub minimo angulo uiſui determinato,dico ꝙ illa res quæ eſt g d in ulteriori ſpacio nō uidebitur: ſit enim poſitum g d in ſpacio ulteriori,in quo ſit punctus k, ſi igitur g d uidetur in puncto k,neceſſe eſt per præmiſſam ipſam ſub minori angulo uideri ꝙ̄ ſub illo minimo,qui eſt uiſui determinatus:nec enim ſub minori angulo uiſibile potuit ad uiſum multiplicari,angulus enim multiplicationis formarum ad uiſum tam diu poteſt diminui,donec formæ punctorum extremitatis rei uniantur,& fiant punctus unus,nec res uidebitur niſi punctualis,uel nullo modo uidebitur,patet ergo propoſitum.

IX.

Remotio rei uiſæ ab ipſo uiſu non eſt comprehenſibilis à ſolo ſenſu uiſus,ſed auxilio uirtutis animæ cognoſcitiuæ & diſtinctiuæ.

Intentio enim remotionis inter duo corpora eſt priuatio contactus propter aliqđ ſpacium inter illa duo corpora exiſtens: non comprehenditur ergo remotio per ſe à uiſu, ſed auxilio uirtutis cognoſcitiuæ & diſtinctiuæ cognoſcentis utrunq; extremorū corpoꝝ & diſtinguentis inter illa, fit tamē talis comprehenſio nō in tempore, ſed in inſtanti, quieſcunt enim in anima intentiones ſenſibiles, per quas cōprehendit̄ remotio, & quia illæ intentiones requieuerūt in aīa per tempora longiora, ideo ꝓpter nimiā frequentationē & iterationē formaꝝ illarū pluries in uiſu factā, nō indiget uirtus diſtinctiua nouis collationibus tēporalibus apud cōprehenſionē illaꝝ intentionū, ſed ſtatim cōprehendit remotionē ſimul cū rei cōprehenſione ꝓpter cognitionem antecedentē, quia enim oculis apertis res oppoſita uiſui ſtatim uidetur, & ſtatim clauſis oculis uel re ablata ab oppoſitione non uidetur, concludit ratio ꝙ illud quod accidit eſſe in uiſu apud aliquem certum ſitum, & non manet poſt eius ablationem, non eſt fixum intra uiſum, & quoniam forma ipſius per quam uidetur, non eſt intra uiſum, eſt ergo ab extrinſeco à corpore ſcilicet exiſtente extra uiſum, non contingens uiſum, eſt ergo inter uiſum & illam rem uiſam remotio. Fit autem hæc argumentatio non in tempore, ſed ſtatim ſimul cum ſimplici aſpectu uiſionis, quoniam ex frequentia uiſionis cum hac argumentatione quieſcit in anima uniuerſalis ꝓpoſitio, quā etiā aīa nō ꝑcipit apud ſe quieſcentē, & eſt ꝙ oīa uiſibilia ſunt extra uiſum, & ꝙ inter quālibet rem uiſam & ipſum uiſum eſt remotio, patet ergo ꝓpoſitum.

X.

Quantitas remotionis cōprehenditur à uiſu auxilio uirtutis diſtinctiuæ, cum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata.

Quantitas remotionis diuerſa eſt ab intentione remotionis in eo ꝙ eſt remotio, qm̄ intentio remotionis dicit priuationem contactus aliquoꝝ duorū corpoꝝ ꝓpter ſpaciū inter illa duo corpora exiſtens, ſed quantitas remotionis eſt quantitas ſpacij inter illa duo corpora remota exiſtens: nulla itaq; quantitas remotionis omniū uiſibiliū comprehenditur per ſolum ſenſum uiſus etiam cum auxilio uirtutis diſtinctiuæ, niſi quantitas remotionis illoꝝ uiſibilium, quorum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata, & quorum remotio eſt mediocris, tunc enim cum uiſus comprehendit corpora ordinata & continuata reſpicientia remotiones aliquorum corpoꝝ, & certificat menſuras illorum corporum, conſequenter quoq; certificat remotionis menſurā per menſuras illorū corporū & per quātitates ſpaciorū, quæ ſunt inter extremitates eoꝝ: ſpaciū enī qđ eſt inter duas extremitates uiſus & corporis reſpicit remotionē quæ eſt inter uiſum & rem illam uiſam. Vnde cū uiſus apprehenderit menſurā illius ſpacij, comprehendet etiā menſuram remotionis rei uiſæ, & hoc fit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo ſpacio exiſtentia & uere cōprehenſa, & cum remotio eſt mediocris. Dicimus uero corpora ordinata & continuata, quæ ſunt in aliqua linea quaſi recta diſpoſita, inæquali quaſi ab inuicem diſtantia, ut ſunt arbores, montes, uel altæ turres, & ſimilia: per iſtorum enim numerationem cū ipſorum diſtantia ab inuicem aliqualiter fuerit nota, & innoteſcit quantitas remotionis eius ꝙ ſecundum illam lineam à uiſibus eſt remotū. Mediocris uero remotio eſt illa, in qua non latet omnino quantitas rei ſenſibilis reſpectu quantitatis totius remotionis: ſolum itaq; illorum corporum remotio à uiſu cōprehenditur uera comprehenſione, quorum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata, quorum corporū & ſpaciorum ipſa interiacentiū quantitas & menſura à uiſu poteſt comprehendi uera comprehenſione, & cum remotio eſt mediocris, unde ſiue deficiat cōprehenſio corporum continuatoꝝ & ordinatorum, ſiue deficiat mediocritas remotiōis, nunq; comprehendetur remotio illorū corporum uera comprehenſione, ſed ſolum ſecundum æſtimationē: unde uidens nubes in loco non montuoſo, æſtimabit nubes ualde propinquas cœlo: ſi autem nubes uideantur ſuper cacumina montium, uel ſub illis, tunc ſciet uiſus, quia nubes ſunt propinquæ terræ: cum ergo uiſus comprehendit uiſibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uiſu, tunc uirtus diſtinctiua cognoſcit menſuras remotionis eorum ſecundum æſtimationem, non ſecundum rectitu.

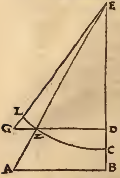
ctitudinem,& comparat remotionem earum ad remotionem ſibi ſimilium ex uiſibilibus prius compreheſſis à uiſu:quando itaq; uiſus comprehendit aliquam rem uiſam remotam,ſtatim uirtus diſtinctiua comprehendit remotionem eius & menſuram remotionis eius ſecundũ qđ poterit comprehendere,aut per certitudinem,aut per æſtimationem,& ſtatim remotio illius rei habebit in anima menſuram imaginatam. Corpora uero ordinata & continuata reſpicientia remotiones uiſibiliũ, ſunt ut plurimũ partes terræ & uiſibilia aſſueta,quæ ſemper uel frequentius comprehendunt̃ à uiſu, ut q̃ ſunt ſuper terræ ſuperficiem,& corpus terræ interiacet illa corpora,ſicut etiam interiacet illa & corpus hominis aſpicientis:corpus aũt terræ interiacens illa corpora,menſurat̃ à uiſu ꝑ numerũ pedum,quoniam pes eſt minima menſura conſueta hominibus ad menſurandum partes terræ propinquas,per quas partes terræ propinquas menſurant̃ partes terræ remotæ per uim diſtinctiuam animæ,propter frequentationẽ comprehenſionis ſimiliũ partiũ illi parti terræ,quaꝝ partiũ menſura quieſcit in anima,ita,ꝙ etiam anima nõ percipit illaꝝ partiũ quietem apud ſe ipſam,peruenit aũt hæc menſura ad animã,quoniam quãtitas ſpaciaꝝ quæ ſunt apud pedes hominũ cõprehendunt̃ à uiſu,menſurant̃ enĩ etiam ſine intentione per pedes hominũ,qñ frequenter ambulant ſuper illa ſpacia,ſicut etiam menſurãtur per extenſiones brachioꝝ,& uirtus diſtinctiua cõprehendit iſtam ueram menſurationẽ,& certificat ex ea quãtitates partiũ continuataꝝ cũ corpore hominis uidentis:& hoc quieſcens in anima eſt principiũ menſurationis omniũ remotionũ ſecundũ æſtimationẽ:cũ enim uiſus cõprehendit ſuper quantitatẽ partiũ terræ ſibi uicinarũ, remanet apud animã etiam quantitas linearũ protenſaꝝ ab extremitatibus illaꝝ partiũ terræ ad uiſum, & quantitas partis ſuperficiei membri ſentientis,ad quã peruenit forma illarũ partiũ terræ,& per conſequẽs quantitates anguloꝝ peruenientiũ in centro uiſus, quos reſpiciũt illæ partes ſuperficieꝝ uiſus per ultimã tertij huius:unde ſi homo erectus aſpexerit terrã quæ eſt ante pedes eius, tunc longitudo lineaꝝ radialiũ erit quantitas lineæ erectionis,& ſuperducta ſuperiori palpebra uiſui,erit quaſi indiuiſibilis,ſicut angulus cõtingentiæ,ille angulus ſecundũ quẽ fit uiſio,& cũ ꝓſpexerit ulterius,augmentantur lineæ radiales per penultimam primi,& eleuata ſuperiori palpebra, augebitur angulus,ita ut cum quantitas ſpacij uiſi ad quantitatem ſemidiametri mundi acceſſerit, & quantitas anguli peruenit quaſi ad rectum angulum,quoniam illi angulo ſubtendetur quarta circuli magni ipſius ſphæræ cœleſtis uiſæ. Cum itaq; hæ intentiões linearum & angulorum in anima quieuerint,fiunt principia comprehenſionis quantitatũ remotionum quarũcunq;,quoniam æquales lineæ radiales & anguli æſtimant̃ partibus æqualibus correſpondere,& utimur ijs uidens præter intẽtionẽ compoſitionis,& coadiuuat in hoc quantitas anguloꝝ & augmentatio ipſorũ in longiori quantitate reſpectu breuioris:& ſimiliter eſt in ꝓportione lineaꝝ lõgitudinis radialiũ quã per ſe ſentit uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ,ꝑpendens ꝙ omne totũ eſt maius ſua parte,hoc itaq; modo comprehẽdit uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ quantitatẽ remotiõis rerũ uiſaꝝ ſcđm lineas diſtantiaꝝ ſuarũ abinuicẽ & à uiſu,ſicut etiã uiſus q̃ꝗ; per uirtutẽ diſtinctiuã cõprehẽdit quãtitates altitudinũ aliquoꝝ corporũ eleuatoꝝ ſuꝑ ſuperficiẽ terræ,ſicut turriũ, parietum & montiũ,maxime cũ remotio fuerit mediocris,uel etiã altitudo. Cũ aũt remotio uel altitudo fuerit maxima,tũc partes paruæ,q̃ ſunt in ultimo ſpacij,nõ cõprehendũtur à uiſu,nec diſtinguũtur per uirtutẽ diſtinctiuã,qm̃ parua quantitas in remotione maxima latet uiſum,nõ enim facit angulũ ſenſibilẽ apud centrũ uiſus,ꝓpter qđ quantitas illorũ nõ certificat̃ per 3.huius. Nihil itaq; ex quãtitatibus remotionũ uiſibiliũ certificatur,niſi per corpora ordinata & cõtinuata mediocris diſtantiæ ab inuicem & æqualis, nulla quoq; remotio poteſt certificari,niſi cum uiſus aſſimilat remotionẽ rei uiſæ remotioni ſibi ſimili ex remotionibus aſſuetis & notis:remotio uero mediocris,cuius quantitas certificatur à uiſu,eſt remotio apud cuius ultimũ non latet uiſum pars habens proportionem ſenſibilem ad totam remotionem,& cum uidens ſcit quantitatem anguli ſecundũ quã uidet remotionem certam cognitã ſibi,tũc ſecundũ exceſſum uel diminutionem,uel æqualitatem,aut illum angulũ notum uirtus diſtinctiua iudicat, remotiones

ignotas accipiendo ſecundũ quantitatẽ anguli & quantitatẽ ipſius remotionis,& etiam certificaĩ remotio per motũ uiſus ſuper corpus reſpiciens remotiones extremoꝝ alicuius ſuperficiei aut ſpacij generaliter, aut forma rei uiſæ cũ forma remotionis rei uiſæ,cuius remotio eſt mediocris,& reſpiciens corpora ordinata & continuata,perueniunt cõmuniter in imaginatione ſimul apud intuitionem rei uiſæ,& uirtus diſtinctiua illã diiudicat modo dicto,patet ergo propoſitum.

XI.

Aequalibus quantitatibus ex inæquali diſtantia uiſis,maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad minorem, q̃ maioris anguli, ſub quo fit uiſio,ad minorem.

Sint exempli cauſa datæ duæ æquales & æquediſtantes magnitudines,quæ a b & g d,ſitq; centrum uiſus punctum e,& ſit g d propinquior uiſui,a b uero remotior,ſitq; illarum magnitudinum una remota ab altera,& utraq; ipſarum ab ipſo centro uiſus ſenſibili remotione, ſtatuanturq; taliter,ut puncta b & d,quæ ſunt extremitates illarum duarum magnitudinum,ſint in uno axe pyramidis uiſualis, & ſecundum illum axem formæ illorum punctorũ perueniant ad uiſum: cum itaq; puncta b & d ſecundum eandem lineam ad uiſum ſe multiplicent,palam ꝙ oportet puncta a & g ſecundum diuerſas lineas quæ a e & g e ad uiſum peruenire,& quoniam ut patet per 7.huius magnitudo a b,quæ eſt remotior à uiſu ſub minori angulo, patet ꝙ linea e a ſecat angulũ g e d,ergo per 29.primi huius ipſa ſecabit baſem g d,ſitq; punctus,in q̃ linea a e interſecat lineã g d, pũctus z,& centro exiſtente puncto e,fiat arcus circuli ad quantitatẽ ſemidiametri e z,qui neceſſario ſecabit lineas e g & e b, cum linea e z,quæ eſt ſemidiameter,ſit minor illis ambabus lineis,linea .ſ. e b ex hypotheſi,& linea e g per 21.primi,ſecet ergo lineã e g in puncto l,& lineam e b in puncto c,ſitq; ille arcus i z t,quia itaq; trigonũ e g z eſt maius ſectore e z i,& trigonũ e z d minus ſectore e z t,ergo per 9.primi huius trigonũ e z g maiorem habet proportionem ad trigonũ e z d, q̃ ſector e z i ad ſectorem e z t,ergo per 11.primi huius erit coniunctim maior proportio trigoni e g d ad trigonum e z d, q̃ ſectoris e i t ad ſectorem e z t. Sed proportio e g d trigoni ad e z d trigonum per primam ſexti eſt ſicut proportio lineæ g d ad lineam d z,ſed linea d g eſt æqualis lineæ a b ex hypotheſi,ergo per 7. quinti linearum g d & a b ad lineam d z eſt eadem proportio,& quoniam per 29.primi, & ex hypotheſi trigona a e b & e z d ſunt æquiangula,quia ambobus ipſis angulus a e b eſt communis,eſt ergo per 4.ſexti proportio lineæ a b ad lineam d z,ſicut lineæ b e ad lineam e d,ergo per 11.quinti erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior q̃ proportio ſectoris e i t ad ſectorem e z t:ſed ſicut ſe habet ſector e i t ad ſectorem e z t,ita ſe habet arcus i t ad arcum z t,ꝙ patet per primam ſexti,& nos hoc declarauimus in 35.primi huius:eſt autem proportio arcus i t ad arcum z t,ſicut anguli i e t ad angulum z e t per ultimam ſexti,eſt ergo maior proportio lineæ b e ad lineam d e, q̃ anguli i e t ad angulum z e t,palam ergo ꝙ maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad diſtantiam minorem, q̃ anguli maioris ſub quo fit uiſio ad angulum minorem,& hoc proponebatur. Illud enim ꝙ in æquediſtantibus magnitudinibus declaratum eſt,in non æquediſtantibus amplius patet,quoniam tunc uiſionis anguli minuuntur,ut oſtendimus in 7.huius, patet ergo propoſitum.

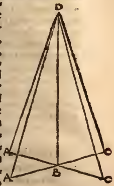


XII.

Aequalitas remotionis extremorum lineæ uel ſuperficiei rei uiſæ à centro uiſus directionis,comprehenſionis uiſiuæ eſt cauſa,ſicut inæqualitas eadem eorundem eſt cauſa obliquationis.

Aequa

Aequalitas enim remotiõis extremoꝝ lineæ uel ſuperficiei rei uiſæ cauſat æqualitatem angulorum ipſorum axium radialium illi lineæ uel ſuperficiei incidentium ſecundum media ipſorum puncta, ut ſi lineæ a b c extrema quæ ſunt a & c, æqualiter diſtent à cẽtro uiſus, q̃d eſt d, & ducatur axis radialis quæ d b, & lineæ radiales quæ d a & d c, tũc patet ex hypotheſi, & per 8. primi, quoniam angulus d b a & d b c, ſunt æquales. Si uero extrema puncta quæ ſunt a & c, inæqualiter diſtent à centro d, tunc lineæ d a & d c, fiũt inæquales, & ſimiliter anguli d b a & d b c, fiunt inæquales & fit uiſio obliqua. Si itaq; linea uel ſuperficies rei uiſæ fuerit directe oppoſita uiſui, ſentiet uiſus directionẽ eius ex ſenſu æqualitatis remotionum ſuarum partium ab axe uiſuali perpendiculariter illi lineæ uel ſuperficiei incidente, quoniam tunc per diffinitionem lineæ uel ſuperficiei directe uiſibus oppoſitæ, & per 38. 3. huius patet, quoniã ambo axes radiales cõtinẽt hinc & inde angulos æquales, & ſi ſuperficies rei uiſæ fuerit obliqua, tunc ſentiet uiſus obliquationem eius ex ſenſu inæqualitatis quantitatũ remotionum extremoꝝ eius, & etiam angulorum eius, & ſic incipit latere quantitas magnitudinis, eius uirtutem diſtinctiuã, q̃m uirtus diſtinctiua comprehendit ex inæqualitate remotionũ diametrorũ extremorũ illius obliqui ſpacij obliquationẽ pyramidis continentis ipſum, quaſi ſentit diminutionẽ magnitudinis baſis eius ꝓpter obliquationẽ, & nõ cõuenit ſecũdũ aſſimilationẽ quantitas magnitudinis obliq̃ uiſui oppoſitæ quãtitati magnitudinis directe uiſui oppoſitæ niſi tũc q̃n cõparatio fuerit ad angulũ ſolum, ſed ſi fiat cõparatio ad angulũ & ad lõgitudines linearũ radialium interiacentiũ uiſum & extrema rei uiſæ, tunc nullũ erit dubiũ in diuerſitate quantitatum magnitudinis hinc inde: remotiſſima enim remotionum mediocrium reſpectu rei uiſæ per obliquationem, eſt minor remotiſſima remotionũ mediocrium reſpectu illius eiuſdem rei uiſæ per directionem. Remotio uero mediocris reſpectu rei uiſæ eſt in qua non latet uiſum pars rei uiſæ proportionẽ habens ſenſibilẽ ad totam rem uiſam, tota itaq; res obliquata uiſui latet in remotione minori ſub illa remotione in qua latet illa res uiſa in directione, & diminuitur quãtitas eius in remotiõe minori illa remotione in qua minuitur quantitas eius q̃n fuerit directe uiſui oppoſita, patet ergo propoſitum.



XIII.

Horizon uidetur quaſi ꝑiferiæ terræ cohærere, diſtantiæ tamẽ maioris apparet quàm cenith capitis uidentis.

Quia enim inter horizontem, qui eſt circulus terminator uiſus ad cœli cõcauam ſuperficiem, & inter extremã terræ periferiã, quæ eſt ultima pars terræ uiſibilis, non cõprehenditur aliquod ſpacium ſenſibile per uiſum, non poteſt uiſus illorum certã remotionem ad inuicem diſcernere, quoniam ut patet per 10. huius, quãtitas remotionis tũc ſolum comprehẽditur à uiſu auxilio uirtutis diſtinctiuæ, cum remotio reſpicit corpora continuata & ordinata, & quia inter periferiam terræ & concauum cœli non ſunt huius corpora, uidetur ergo horizon quaſi periferiæ terræ cohærere. Diſtãtia uero periferiæ horizõtis à ſuo centro quod eſt centrum uiſus, apparet ſenſibiliter maior quàm diſtantia cenith capitis uidentis qui eſt polus horizõtis. Quia licet ſecundum diuerſitatẽ illã, quantitas diſtantiæ aut eadem ſit aut inſenſibiliter maior, propter quod quaſi in omnibus aſtronomicis conſiderationibus quæ per uiſum fiunt, centrum uiſus ponitur centrũ mundi, apparet tñ ſenſibiliter maior uiſui uirtute etiam diſtinctiua ſic iudicante, quod accidit propter latitudinem ſpacij ſuperficiei terræ quod ſentit̃ inter uiſum & horizõta, cũ inter cenith capitis & terram nihil percipiatur; quod enim ex corporum mediorũ ſenſibili diſtantia quantitas remotionis cognoſcitur per 10. huius, neceſſe eſt ubi maior quãtitas interiacere uidetur, maior diſtãtia iudicetur, multo ergo maior uidetur diſtantia periferiæ horizontis quàm diſtantia cenith capitis uidẽtis, & ſimiliter eſt de qualibet parte alia cœli uiſa, ꝓpter hoc qđ uiſus in medio terræ latitudinẽ cõprehendit, patet ergo ꝓpoſitum.

XIIII.

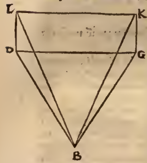
Locus rei uiſæ comprehenditur à uiſu ex remotione, & ex parte uniuerſi, & ex quantitate remotionis auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Quia enim intentio remotionis non eſt ipſa quãtitas remotionis, intentio enim remotionis eſt priuatio contactus duorum corporum, & ex cõſequenti cõprehẽſio cuiuſdam ſitus rerum ab inuicem remotarum: comprehenſio uero quantitatis remotionis eſt cõprehenſio quantitatis uel magnitudinis ſpacij illa corpora interiacentis, palam ergo quod comprehenſio loci rei uiſæ non eſt comprehenſio remotionis eius. Conſiſtit autem comprehenſio loci rei uiſæ ex cõprehenſione lucis & coloris rei & intentionis rei & partis uniuerſi, in qua eſt res illa uiſa reſpectu uidentis, & ex cõprehenſione quantitatis remotionis, quando omnia hæc ſimul cõprehenduntur per uiam cognitionis, & etiã quia ut patet p 17. tertij huius, uiſio diſtincta fit ex peruẽtu formarũ ſecundũ lineas perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ oculi incidentiũ ad ipſum uiſum: cũ ergo uiſus ſenſerit formã ſic aduenientẽ, æſtimabit uirtus diſtinctiua rem uiſam eſſe apud extremitatem illius lineæ, & ſecundũ directionem illius lineæ comprehendet locũ rei uiſæ: locus ergo rei uiſæ comprehenditur à ſentiente ex comprehenſiõe ſitus rei uiſæ apud uiſionem per directionem lineæ radialis ab illo loco ad uiſum: cũ itaq; forma rei uiſæ peruenit ad uiſum, tunc ſentiet uiſus partẽ membri ſentientis ad quã peruenit illa forma, & uirtus diſtinctiua cõprehendet ſtatim locũ rei uiſæ per directionem lineæ radialis ab illo loco, & quoniã intentio remotionis eſt quieſcens in anima ipſa, ergo cõprehendet locum & remotionẽ inſimul in comprehenſione formæ ab ipſo uiſu, patet ergo propoſitum.

XV.

Aequalium uiſibilium inæqualiter à uiſu diſtantium æquali intuitu uiſorum propinquioris certior eſt uiſio.

Sit centrũ uiſus b, ſintq; duo uiſibilia g d & k l, inæqualiter diſtantia à centro uiſus b quæ nunc exempli cauſa ponantur æquediſtantia inter ſe, quoniam ſi ſint ſe contingentia uel ſecantia, patet q̃d ipſa in puncto contactus uel ſectionis æqualiter diſtant à puncto b, de alijs uero ipſorũ punctis eadẽ eſt demõſtratio quæ de ipſis æquediſtantibus ipſorum partibus uariatis ſecũdum approximationem uel remotionem à uiſu quantum ad



modum certitudinis uiſionis: ponatur itaq; g d & k l, æquediſtare & ſint g d propinquius uiſui, perueniantq; ad uiſum formæ punctorũ terminaliũ per lineas d b, g b, k b, l b, fientq; trigoni b g d & b k l, ducanturq; lineæ l d & k g, quæ per 33. primi, erunt æquediſtantes & æquales, forma itaq; puncti l, multiplicans ſe ad uiſum b, non tranſibit ad punctũ d, neq; forma puncti k ad punctum g, q̃m ſi ſic, eſſet linea k g b, linea una, & linea l d b linea una, ergo lineæ k g & l d concurrent in pũcto b, quæ ſunt æquediſtantes, hoc autem impoſſibile, ſed neq; fient formarum punctorum k & l, multiplicationes ad uiſum b, extra aliquod pũctum lineæ g d, quia tunc cum in trigono l k b, cadat linea d g æquediſtanter lineæ k l, palam per ſecundam 6. quoniam erit linea g d minor quàm linea k l, poſita autem eſt æqualis illi, palam ergo quoniam lineæ k b & l b, pertranſeunt aliqua puncta lineæ g d, erit ergo aliqua pars lineæ g d, intra pyramidem uiſionis quæ b k l, ſub quoq; ergo angulo uidetur k l, ſub eodẽ uidetur & aliquid ipſius g d, & non econuerſo, quoniam ut patet per 34. primi huius, uel p 7. huius, angulus g d b eſt maior angulo k b l, quidquid ergo uirtutis uiſiuæ applicatur ipſi k l, applicatur etiam ipſi g d, & non econuerſo, fortius autem patet illud per 108. primi huius, ſub pluribus ergo uiſibus & angulis uidetur g d quàm k l, ergo perſpicatius uidetur per ſuppoſitionẽ præmiſſam in principio libri huius, ipſius ergo certior eſt uiſio, & hoc eſt propoſitum.

XVI.

Viſioni uirtutis diſtinctiuæ error accidit in remotiōis uiſione ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Accidit enim uirtuti diſtinctiuæ in uiſione remotionis ex intemperata lucis diſpoſitione error in remotione rerum uiſarum: exiſtente enim remotione temperata non multum certa & debili luce, ſi fiat hominum uel aliarumrerum talis diſpoſitio, ut unus poſt alium ſit poſitus, tunc de nocte uel in crepuſculis, & maxime uno uiſo adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliæ ſibi quaſi cohærere, quia propter lucis debilitatem non comprehenditur diſtantia inter illa, & ſi illi homines ad eandem partem moueantur æquali motu, ſemper ſimul moueri putabuntur, & non perpendetur diſtantia inter illa, ſed uidebuntur quaſi res una. Similiter etiam ex nimia diſtantia uirtuti diſtinctiuæ accidit error in rerum uiſarum remotiōe ab inuicem, tamē cū ſi quis arbores ualde remotas inſpexerit, licet illi plurimū diſtent inter ſe, uidebunt̄ tamen quaſi coniunctæ uel quaſi propinquæ ad inuicē, & ita ſtellæ cœli aliquæ reputantur quaſi coniunctæ, licet plurimū à ſe diſtent in ueritate, propter egreſſum etiam diſtantiæ à temperantia ſtellæ uagantes æſtimantur fore in eadem ſuperficie cum ſtellis fixis licet plurimum diſtent ab illis. Ex intemperata diſpoſitione etiam ſitus in oppoſitione rei uiſibilis ad uiſum error accidit in remotionis uiſione, ut ſi uideātur duo corpora, quorum unum ſit retro, alterum ita quod anterius cooperiat partem poſterioris & alia pars emineat, nec inter ea fiunt aliqua corpora uiſa, & ſic remotio temperata nō multum certa tunc non plene æſtimabitur menſura longitudinis unius ad alterum, & forte iudicabit uiſus ipſa eſſe ſibi ualde propinqua, & eſt hic error ex ſola ſitus oppoſitionis intemperantia, quoniam ſi unum non occultaret partem alterius, ſed utrunq; totum exponeretur uiſui, ita ut eſſet ſenſibilis diuerſitas inter illa, tunc diſcerneretur diſtantia unius ab alio, & ita patet quod ille error eſt propter intemperantiam ſitus, quoniam ſolo ſitu ad temperantiam reducto nō accideret error talis. Ex intēperantia etiam diſpoſitionis quantitatis error accidit in uiſione remotionis, unde ſi ſint duo corpora æqualiter à uiſu diſtantia ſecundum temperatam remotionem non multū certam, quorū unū ſit longe maius alio, æſtimabitur maius propinquius uiſui, quia certius uidebitur, & ſic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam æque remotorum unum uidetur remotius altero. Ex intēperata quoq; ſoliditate corporū accidit error uiſui in remotiōis uiſione, ſi enim corpus fuerit ualde rarum minime ſoliditatis, ſicut eſt criſtallus pura, & ſit retro ipſum corpus ualde coloratum lucidum, tunc non plene comprehenditur criſtallus, ſed quaſi non eſſet inter media comprehendetur corpus per ipſam, & accidit error in comprehenſione criſtalli propter remotionem criſtalli à uiſu. Ex intemperantia enim diafonitatis error accidit uiſui remotionis uiſione, ſi enim fuerit aër nubiloſus, ſicut accidit plærūq; in crepuſculis, tunc res aliqua ut turris oppoſita uiſui in longitudine temperata æſtimabitur à uiſui plus elongata quàm ſit ſecundū ueritatem, quia enim tunc propter denſitatem aëris nō comprehenditur quātitas terræ interiacens uiſum & rem uiſam, per quam accipitur menſura elongationis turris, fitq; erroris cauſa ex ipſa intemperantia diafonitatis aëris. Ex intemperātia etiā tēporis fit error uiſui in remotione, ſi enim intueatur quis aliquod remotum à turre alta, q̄d ſtatim uiſui ſubripiatur, tunc uirtus diſtinctiua non poterit plene diſcernere inter remotionem illius à turre, & iudicabit forte aut minus remotum à turre aut magis quàm fuerit in rei ueritate, quoniam in tam modico tēpore non percipitur à uidente quantitas terræ interiacens turrim & aliam rem uiſam, ſecundum quam per 10. huius, perpenditur menſura remotionis illorum ab inuicem, nec enim in tam breui tempore potuit axis uiſualis quantitatem terræ inter mediam per diligentem intuitum tranſcurrere, unde illam nō plene comprehendit: & ſic ex breuitate tēporis fit error in remotione. Ex intemperantia etiam debilitatis uiſus error accidit uiſui in remotione, ſi enim opponātur uiſui duo corpora, quorum unum quod eſt remotius à uiſu ſit coloris fortis, & alterum quod eſt propinquius ſit coloris debilis, tunc debilitas uiſus incertam faciet collationē, & quia apud

fortes

fortes uiſus expertum eſt, & patet per præcedentem, quod corpus uiſui propinquius eſt maioris certitudinis. Aeſtimabit uiſus debilis illud quod eſt certius eſſe propinquius, & ſic quia fortior color à uiſu debili melius percipitur, iudicabit uiſibile fortiori colore coloratum propinquius ſibi, licet ſit remotius ſecundum ueritatem: & ſic fit error in remotione ex uiſus debilitate, & etiã quia ab oculis groſſa humiditate infectis fit reflexio formarum, ſicut etiam à ſpeculis cum ab uno uiſu non facta reflexio peruenit ad alterum, propter groſſitudinẽ aëris extrinſecam uidebit uiſus debilis formam ſibi propinquam, quæ eſt forma rei remotæ ſcilicet. Sic ergo uiſioni uirtutis diſtinctiuæ error accidit ĩ remotione ex intemperata diſpoſitione circunſtantiarum quarumlibet rei uiſæ, quæ ſunt tantum 8. ut patuit per primam huius, quarum euentũ percurrimus his exemplis & experimentationibus per ſe notis, patet itaq; propoſitum.

XVII.

Magnitudo rei uiſæ comprehenditur à uiſu ſecundum magnitudinem partis ſuperficiei uiſus, ad quam peruenit forma rei & anguli ſolidi qui fit in centro uiſus.

Pars enim ſuperficiei uiſus ad quam peruenit forma rei uiſæ per angulum uirtutis pyramidis radialis, ſecundum quam per 18.3. huius, fit rei obiectæ uiſio, quod eſt apud centrum uiſus ſemper menſuratur, quamuis uirtus ſenſitiua comprehendat quantitatẽ illius anguli ex comprehenſione partis ſuperficiei uiſus in qua figuratur forma rei uiſæ, ut patet per ultimam 3. huius, propriè tamen angulus eſt per ſe cauſa menſurationis illius ſuperficiei: eſt enim ſemper proportio illius partis ſuperficiei oculi ad totam ſphæricam ſuperficiem oculi, ſicut illius anguli ad octo angulos rectos ſolidos per 87. primi huius, cũ enĩ pyramidis radialis baſis ſemper ſit in ſuperficie rei uiſæ per 18. tertij huius, ſecatur tamẽ ipſa pyramis quaſi æquediſtanter ſuæ baſi per ſuperficiem ipſius uiſus, & ſic unus angulus fit ambabus pyramidibus cõmunis, radiali uidelicet totali & eius partis reſectæ per ipſam ſuperficiem oculi. Magnitudo itaq; partis ſuperficiei uiſus, ad quã peruenit forma rei, & angulus quem continet pyramis radialis continens illam partem ſuperficiei uiſus, ſunt ambo radix comprehenſionis magnitudinis rei uiſæ: quamuis aũt & hic angulus & hæc pars ſuperficiei uiſus diuerſificentur ſecundum diuerſitatem remotionis: quanto enim magis elongatur res, tanto magis ille angulus minorabitur p 106. primi huius, quia pyramis radialis fit ſtrictior, & quaſi una pyramidũ radialium, quæ eſt rei uiſæ remotioris, inſcribitur pyramidi radiali quæ eſt rei uiſæ propinquioris: angulus ergo in centro uiſus fit acutior, & pars ſuperficiei uiſus correſpondens illi angulo fit minor, & quãto plus approximatur res uiſui, tanto plus ampliat̃ magnitudo: ſemper tñ magnitudo rei uiſæ comprehenditur à uiſu ſecundum magnitudinem partis præmiſſæ ſuperficiei uiſus, & anguli illius ſolidi qui fit in centro uiſus, patet ergo propoſitũ.

XVIII.

Magnitudines omnes comprehẽſæ à uiſu ſecundum oppoſitionem ſunt quantitates ſuperficierum uiſibilium & partium illarum ſuperficierum, nec non ſuorum terminorum & ſpaciorum inter uiſibilia diſtinctorum.

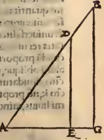
Quantitas enim totius corporis rei uiſæ non comprehenditur à uiſu, quoniam uiſus non comprehendit totam ſuperficiem corporis, ſed ſolum illud quod ſibi opponitur ex ſuperficie corporis aut ex ſuperficiebus eius, quamuis corpus ſit paruum, utpote illud inter quod & aliquam partem ſuperficiei uiſus duci poſſunt lineæ rectæ per ſecundam 3. huius: ſic ergo uiſus comprehendit ſolam rei ſuperficiem, & ſi uiſus cõprehenderit corporeitatem corporis, non propter hoc comprehendet quantitatem eius, ſed tantum figuram corporeitatis: quod ſi fortaſſe corpus fuerit motum aut uiſus motus, ita quod uiſus comprehendet totam corporis ſuperficiem, tũc uirtus diſtinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius alia operatione quàm uiſa ſit apud uiſionem, & ſimiliter eſt de partibus corporis: quantitates ergo quas uiſus comprehẽdit per oppoſitionem, nõ ſunt niſi quantitates ſuperficierum & linearum terminantiũ illas ſupficies uel ipſas

menſurantium ſecundum longum uel ſecundum latum, & quoniam comprehenſis diuerſorum corporum ſuperficiebus diuerſis & ipſarum terminis, neceſſario comprehenditur diſtantia inter illa corpora per comprehenſiones partium ſuperficiei uiſus non coloratarum colore uiſorum corporum, ſed interiacentium partes ſuperficiei uiſus coloratas coloribus illorum corporum, nec ſunt plures magnitudines quæ uiſu comprehendantur, patet ergo propoſitum.

XIX.

Omnia uiſa ſub eodem angulo, quorum diſtantia ab inuicem non perpenditur æqualia uidentur.

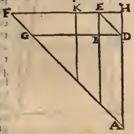
Sit uiſus centrum punctum a, & ſit res uiſa linea b g, ſintq́ lineæ ſecũdum quas puncta g & b, perueniunt ad uiſum g a & b a, uidet̃ itaq́ linea b g ſub angulo g a b, ſitq́ alia res quæ eſt d e cadens inter eaſdem lineas g a & b a, ita ut ipſa uideatur ſub eodem angulo g a b, dico quod lineæ g b & d e, uidebuntur æquales. Si lineæ d b & e g, non perpendantur à uiſu, quia enim uiſus a, comprehendit duo puncta d & b, ſuper lineam unam quæ eſt a b, & duo puncta e & g ſuper lineam unam quod eſt a g, non ergo uidet aliquem terminũ alicuius duarum quantitatum b g & d e, egredi ab alia, ſed uidet fines extremitatum æquales, & quia non perpendit quantitatem linearum d b & e g, eſſe aliquam, apparet uiſui punctus d ſuper punctum b, & pũctus e ſuper punctum g, eorum uero quorum alterum alteri ſuppoſitione nõ excedit reliquum, nec exceditur ab illo, illa ſunt ad inuicẽ æqualia: duæ ergo lineæ d e & b g, uidẽtur æquales, q̃m ſecũdũ iudiciũ uiſus una ipſarum aliam cooperit, neq́ extremitates unius ſuperant alterius extremitates, & per hunc modum in noctibus aliqualiter lucidis, ut cum luna lucet de ſub nubibus, uel in horis crepuſcularibus, ſi accidat hominem uel aliud aliquid cum alta arbore uel turri ſub eodem angulo uideri, iudicabitur homo uel res alia forte altitudinis ipſius arboris uel turris, & fit propter hoc multa deceptio in uiſu, patet itaq́ propoſitum.



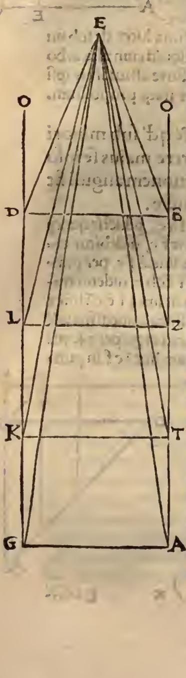
XX.

Omne quod ſub maiori angulo uidetur, maius uidet̃, & q̃d ſub minori minus: ex quo patet q̃d idẽ ſub maiori angulo uiſum apparere maius ſeipſo ſub minori angulo uiſo, & uniuerſaliter ſecundum proportionem anguli fit ꝓportio quantitatis rei directe uel ſub eadem obliquitate uiſæ.

Eſto centrum uiſus in pũcto a, & ſit res quæ f e uiſa ſub angulo f a e, ꝓductis quoq́ lineis a f & a e, producatur inter ipſas linea g b æquediſtanter lineæ f e, uidebitur ergo linea g b ſub angulo f a e, quam forte accidet uideri eſſe æqualem lineæ f e, per præmiſſam, ut ſi lineas g f & b e, non contingat uideri, ſed uiſis lineis g f & b e, uidetur minor, quia eſt ſecundum ueritatem per 4. ſexti, linea g b minor quàm ſit linea f e, cũ linea a g ſit minor quàm linea a f, ex hypotheſi: ducatur itaq́ à puncto e linea æquediſtans lineæ a g per 31. primi, quæ ſecet protractam lineam g b in puncto d, erit ergo per 34. primi, linea g d æqualis lineæ f e, ducaturq́ linea a d, ſecans protractam lineã e f in puncto h, eritq́ linea h f maior quàm linea e f, & angulus f a h eſt maior angulo f a e, per 29. primi huius, & quoniam angulus f a e eſt pars anguli f a h, linea uero f h uidetur maior quàm linea e f, & linea d g uidetur maior quàm linea b g, quia uiſus partẽ à toto diiudicat, ꝙ ergo ſub minori angulo uidetur, minus uidet̃, ſed & quãdoq́ f e per præcedentem uidetur æqualis lineæ g b, ergo ut poteſt uideri linea e f minor quàm linea g d, quæ eſt æqualis lineæ f e, ut patet ex præmiſſis: quod ergo ſub maiori angulo uidetur maius uidetur, & quod uidetur ſub minori, uidetur minus: conus itaq́ pyramidis uiſualis qui eſt f a e, ſecundum quam uidetur res remotior, quæ eſt f e, minor & acutior eſt quàm conus pyramidis



g a d,& quoniã ſuperficies oculi ſecat ambas iſtas pyramides,cũ ipſarum ambarum conus ſit quaſi in cẽtro oculi per 18.tertij huius, neceſſe eſt ergo baſem pyramidis abſciſæ à pyramide f a e minorem eſſe baſe pyramidis abſciſæ à totali pyramide g a d, per 109. primi huius,cũ illæ duæ abſciſæ pyramides æqualis ſint altitudinis,quoniã linea producta à centro foraminis girationis nerui concaui ad ſuperficiem oculi extrinſecã,eſt axis ambarũ illarum pyramidũ abſciſarum,pars ergo ſuperficiei uiſus ibi figurata ꝑ formã rei uiſæ quæ eſt g d,eſt maior quàm pars eiuſdem ſuperficiei figurata per formam rei q̃ eſt f e,uidetur ergo linea g d maior quàm linea f e. & quoniam ſecundum quantitatem illarum partium ſuperficiei ipſius uiſus uirtus ſenſitiua comprehẽdet angulũ quẽ lineæ radiales continent in centro per ultimam 3.huius,patet quod rei quæ uidetur maior,correſpondet angulus maior, & rei quæ uidetur minor correſpondet angulus minor,quoniam ſecundũ qđ forma rei uiſæ recipitur in ſuperficie organi uiſui,ſecundũ hoc accipitur quantitas anguli ſub quo fit uiſio,& ſecũdũ hoc idẽ etiã fit iudiciũ quantitatis rei uiſæ:om̃is ergo res ſub maiori angulo uiſa maior uidetur ſe ipſa uiſa ſub angulo minori, & uniuerſaliter in rebus directe uiſis ſecundũ excrementũ anguli fit excrementũ quantitatis rei uiſæ,unde ſub duplo angulo uiſum duplum uidetur,& ſub triplo triplũ, & ſic ſecundũ proportionẽ neruorũ.In oblique tñ uiſis,uel in his quorũ unũ uidetur directe, & aliud oblique,non ſic.Si enim trigonũ a e f ſit orthogoniũ,ita ut eius angulus a e f ſit rectus,diuidaturq́ angulus f a e per æqualia,producta linea a k,ſecante lineam f e in pũcto k,nõ propter hoc diuidetur linea e f per æqualia in pũcto k, qm̃ ut patet per 35.primi huius,minor eſt proportio anguli f a k ad angulũ k a e,quàm lineæ f k ad lineã k e,& ſic ſecũdum ꝓportionẽ anguli ad angulũ, nõ ſemper fit proportio quãtitatis uiſæ ad quantitatẽ uiſam, neq; eñ talia uiſa ſecundũ eandem uident̃ diſpoſitionẽ & ſitũ reſpectu ipſiꝰ uiſus.In cõformibus aũt uiſibilibus ſecundũ diſtantiã & ſitum & alia accidentia quæ requiruntur ad conditionem & circũſtantiã uidendi, quæ patent ꝑ primã huius,ſemꝑ ſecundũ ꝓportionẽ anguli uidetur proportionaliter quantitas rei uiſæ,unde etiã illud qđ ſub minimo angulo uidetur,minimũ uidetur,& q̃d ſub nullo uel inſenſibili angulo peruenit ad uiſus ſuperficiẽ,nullo modo uidetur,ut patet ꝑ 19. primi huius, patet ergo ꝓpoſitũ.

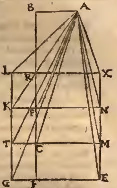


XXI.

Paralellæ lineæ ſecũdum remotiores à uiſu ꝑtes quaſi concurrere uidentur,nunq̃ tñ uidebuntur concurrentes.

Vniuerſale eſt qđ proponitur uiſui quocũq; modo ſe habente ad illas lineas paralellas,ſiue eñ uiſus ſit in illarũ ſuperficie ſiue ſupra illam ſiue ſub illa, ſemper eadem paſſio uiſui accidit,ſit ergo primo uiſus in illa ſuperficie,& ſint duæ paralellæ lineæ a b & g d, hæ ergo ꝑ primã 3.huius,neceſſario erunt in eadem ſuperficie, ſit ergo in ipſarũ ſuperficie uiſus qui ſit e,uel ꝓpe illam,dico qđ ſuperficiei interiacẽtis lineas a b & g d,inæqualis apparebit latitudo,& quod pars ſui propinquior uiſui apparebit latior quàm pars eius à uiſu remotior,& ita lineæ a b & g d,quaſi concurrere uidebũtur: ſignẽtur enim puncta æquediſtanter,& ſimiliter in lineis a b & g d, quæ ſint in linea a b puncta z & t,& in illa linea g d & d g puncta l & k, & coniungant̃ illa puncta & puncta terminalia ductis lineis b d, z b, t k, a g, quæ oẽs erũt æquediſtantes ex hypotheſi,& ꝑ 33.primi, & ꝓducantur lineæ e b, e z, e t, & e a, e d, e l, e k, e g, & qm̃ ergo angulus b e d maior eſt angulo z e l,ſicut totum parte, quod patet ꝑ 34. primi huius,palã ꝑ præmiſſam,q̃ maior uidebitur linea b d quàm linea z l,& eodẽ modo maior uidebitur linea z l quàm linea t k, maiorq́; uidebitur linea t k quàm linea a g,et quia ſic diminuuntur in uiſu lineæ latitudinis,palàm qđ ſuꝑficies interiacens lineas minor uidebitur

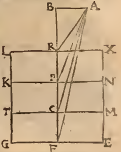
uidebitur, lineæ ergo a b & g d quaſi concurrere uidebuntur, nunquã tñ uidebuntur cõcurrẽtes, quia ſemꝑ lineæ latitudinis ſub aliquo angulo uidentur, cui in termino uiſiõis ſubtenditur baſis cuiuſcũq; fuerit paruitatis, nunquã ergo uidebũtur cõcurrentes, ſi nota uiſui quæ ſit a, paralellæ ſubiaceant, quæ ſint lineæ l g & x e, ita q́d uiſus ſit erectus ſuper ſuperficiẽ horizontis, & lineæ illæ ſint in ſuperficie ipſius horizontis, adhuc illæ lineæ ſecundũ remotiores à uiſu partes quaſi cõcurrere uidebũtur, dimittatur eñ à uiſu a, ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ horizontis ꝑ 11. undecimi, quæ ſit a b, ſintq́; ut prius lineæ h e, k n, t m, paralellæ, dico q̃m adhuc inæqualis latitudinis apparet ſuperficies interiacens lineas l g & x e, & partes linearũ remotiores à uiſu quaſi cõcurrere uidentur, ducatẽ eñ linea à puncto b, perpendiculariter ſuper lineã x l quæ ſint b r, eritq́; lineæ b r & l x, in eadẽ ſuperficie per ſecundã 11. & producatur linea b r ſuper lineam g e in punctum f, ſecetq́; lineã k n in puncto p, & lineã m in puncto t, & ducãtur lineæ l a, k a, c a, x a, n a, m a, ſimiliter ducantur lineæ a r, a p, a t, q̃m itaq; angulus a b r, eſt rectus, palamq́; ſuperficies a b c, erecta eſt ſuꝑ ſuperficiẽ l x, e g, & earũ cõmunis ſectio eſt linea b f, per 19. primi huius, q̃m illa linea b f, eſt in ambabus illis ſuperficiebus, quia ergo linea a r ꝓtracta eſt in ſuperficie a b c, & ſimiliter lineæ a p & a t, palã per diffinitionẽ, q̃m anguli a r x & a p u & a c m, ſunt recti, & ita illi trigoni qui ſunt a b r, & a b p, & a b c, ſunt orthogonij, ſi linea p n eſt æqualis lineæ r x, ex hypotheſi, & per 34. primi, q́a uero angulus a b r eſt rectus, erit angulus a r b acutus per 32. ergo per 13. primi angulus a r p eſt obtuſus, linea ergo a p maior eſt quàm linea a r per 19. primi, angulus ergo r a x, per 34. primi huius, maior eſt angulo p a n, maior ergo uidebitur linea r x q̃ linea p n, per præmiſſam, ſimiliterq́; maior uidebitur linea l r quàm linea k p, quoniam eadem eſt demõſtratio, eſt enim linea l r æqualis lineæ k p, per principiũ: Si ab æqualibus etc. tota ergo linea l x uidebit̃ maior quàm tota linea k n, eodẽq́; modo tota linea k n uidebitur maior quàm tota linea t m ſuperficiei, ergo l x g e, partes remotiores uiſui uidebuntur ſtrictiores, lineæ ergo l g & x e, uidebuntur quaſi concurrere, non tamẽ uidebuntur unquã concurrentes, quia ſemper ſub angulo aliquo uidebuntur, & eodẽ penitus modo demonſtrãdum ſi lineæ paralellæ uiſæ ſint uiſu ſuperiores, ut ſi uiſu inferius exiſtente lineæ ipſæ paralellæ ſint in aliqua ſuꝑficie ſuper uiſum, ut accidit in tectis domuum, & ſimilibus uiſu exiſtente inferius, patet ergo propoſitum.



XXII.

Lineis pluribus æqualiter ab inuicẽ æquediſtãtibus obiectis uiſui diſtãtia remotiorũ minor uiſui apparet.

Eſto ut in præmiſſa uiſus, cuius centrum ſit a, erectus in aẽre ſecundũ erectionem uidentis, in ſuperficie quoq; horizontis ſubiaceant uiſui lineæ æquales & æquediſtantes, & ſecundũ æqualẽ diſtantiam ab inuicem diſtantes, quæ ſint l x, k n, t m, g e, hoc ordine poſitæ ut linea b e ſit uiſui ꝓpinquior, aliæ uero ſuæ nominationis ordine ſint remotiores à uiſu, dico quod linearũ k n & t m, diſtantia minor uidebitur quàm linearũ l x & k n, cum eñ iſtæ lineæ ſint æquales & æquediſtãtes, quæ ſunt l x, k n, & t m, copulatis ipſarum terminis per lineas l g & x e, erit per 30. & per 33. primi, linea l g æqualis lineæ x e, & ducatur ut in ꝓxima præcedente linea a b, perpendicularis ſuper ſuperficiẽ l x, g e, & facta demõſtratione ut in illa, ſequatur angulum r a p eſſe maiorẽ angulo p a c, facilius tñ patet hoc per 35. primi huius, q̃m in trigono orthogonio a b f, partes æquales ſunt abſciſæ ab uno laterũ rectum angulũ continentiũ, quæ r p & p c, & e f, eſt ergo angulus r a p maior angulo p a c, ꝑ 10. quinti, linea ergo r p ꝑ 20. huius, uidebit̃ maior q̃ linea p c, et linea p t maior q̃ linea e f. Remotior ergo iſtaꝝ diſtantiarũ quæ ſunt r p, & p c, et e f, minor ap

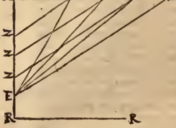


paret uiſui per 20. huius, & hoc eſt ꝓpoſitũ. Et uniuerſaliter in omni uiſus diſpoſitione ad datas paralellas poteſt hoc idem ut in præcedenti demonſtrari.

XXIII.

Aequaliũ partiũ eiuſdẽ uiſibilis lineæ cõnectenti centra foraminũ girationis neruorum cõcauorum æquediſtantis remotior à uiſu minor uidetur.

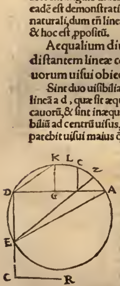
Sit linea r t connectens centra foraminũ girationis neruorum concauorũ, ſintq́ꝫ æquales partes eiuſdẽ uiſibilis ſuꝑ lineã æquediſtantẽ lineæ r t collocatæ, quæ ſint a b, b g, g d, d f, trahaturq́ꝫ perpendicularis a e, in qua ſit centrũ oculi e, dico quod maior apparebit pars, a b ꝙ b g, & b g quàm g d, & g d quàm d f, cũ enim perpendicularis e a, ſit breuior oĩbus lineis ductibilibus à puncto e ad lineam a d, ut oĩbus lineis e b, e g, e d, q̃d per penultimã primi palã eſt, manifeſtũ eſt ergo, qm̃ pars a b, eſt ꝓpinquior uiſui oĩbus illis partibus quæ ſunt b g & g d, d f, ducantur em̃ lineæ ꝑ quas accedunt formæ punctoꝝ ad uiſum quæ ſunt b e, g e, d e, f e, & ducatur ꝑ 31. primi, linea b z æquediſtãs lineæ g e, quia igiť in trigono a e g, linea b z æquediſtat lateri e g, palã per ſecundã ſexti, qm̃ eſt ꝓportio lineæ a z ad lineã z e, ſicut lineæ a b ad lineã b g, ſed linea a b æqualis eſt lineæ b g, ex hypotheſi, ergo linea a z eſt æqualis lineæ z e, ſed ꝑ penultimã primi linea z b eſt maior quàm linea z a, ergo linea b z eſt maior ꝙ linea z e, angulus ergo z e b ꝑ 18. primi, maior eſt angulo z b e, ſed angulus z b e, per 29. primi, æqualis eſt angulo b e g, quia ſunt coalterni inter lineas æquediſtãtes, quæ ſunt z b & e g, ergo angulus a e b maior eſt angulo b e g, ergo ꝑ 20. huius, maius uidebitur a b quàm b g, ſub maiori em̃ angulo uidebitur. Similiter quoq́ꝫ ducta à puncto g linea æquediſtãte lineæ e d, eadẽ eſt demonſtratio. Idem quoq́ꝫ accidit ſi lineæ e a, e b, e g, e d, e f, nõ ſunt in una linea naturali, dum tñ linea mathematica inter ipſas imaginata æquediſtet lineæ g e uel g t, & hoc eſt ꝓpoſitũ.



XXIIII.

Aequalium diuerſorũ uiſibiliũ ſecundum eandem rectam lineam æque diſtantem lineæ connectenti centra foraminum giratiõis neruorum concauorum uiſui obiectorũ, quod propinquius eſt uiſui apparet maius.

Sint duo uiſibilia diſcontinuata diuerſa, ſed æqualia a b & g d, oppoſita uiſui ſecũdũ lineã a d, quæ ſit æquædiſtans lineæ r t, cõnectenti cẽtra foraminũ giratiõis neruoꝝ cõcauorũ, & ſint inæqualiter diſtãtes à cẽtro uiſus qd' ſit e, ducãturq́ꝫ lineæ à terminis uiſibiliũ ad centrũ uiſus, quæ ſint e d & e a, & ſit linea e a maior ꝙ linea d e, dico qd' g d apparebit uiſui maius ꝙ a b, ꝓducantur em̃ lineæ e g & e b, et circa trigonũ a e d, deſcribatur circulus ꝑ 5. quarti, & ꝓducatur linea e g ad circũferentiã in punctũ l, & linea a b in punctũ z, & à puncto g ducatur perpendicularis ſuꝑ a d, ꝑ 11. primi, q̃ ꝓtracta ad circũferentiã ſit g k, et à pũcto b ducatur linea b c, æquediſtãs lineæ g k, erit ergo ꝑ 29. primi linea b c, ꝑpendicularis ſuper lineã a d, ſecetq́ꝫ periferiã circuli in pũcto t, quia itaq́ꝫ à terminis lineæ a d intra circulũ collocatæ æquales ptes ſunt reſectæ quæ ſunt a b & g d, qm̃ illæ ſunt æquales ex hypotheſi, & à pũctis ſectionũ ſunt duæ lineæ ꝑpendiculares ſuꝑ lineã d a, ꝓductæ ad periferiã illius circuli, q̃ ſunt g k & b c, erit ergo ꝑ 45. primi huius, linea b c æqualis lineæ g k, ſed & linea a b eſt æq̃lis lineæ g d, ex hypotheſi, & angulus a b c æqualis eſt angulo k g d, qa uterq́ꝫ rectus, ergo corda k d æqualis eſt cordæ c a, ꝑ 4. primi, ergo ꝑ 27. tertij, arcus d k æqualis eſt arcui c a, ſed arcus c a eſt maior arcu z a, ergo & arcus k d maior eſt arcu z a, arcus uero l d maior arcu k d, ergo multo maior eſt arcus l d arcu z a, ſed in arcũ z a cadit angulus



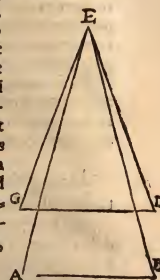
a e z,

a e z, & in arcũ l d cadit angulus l e d, ergo ꝑ ultimã ſexti angulus l e d maior eſt angulo z e a, ſed ſub angulo a e z, uidebitur linea a b, & ſub angulo e l d uidebitur linea g d, maior ergo apparet uiſui linea g d, quàm linea a b, per 20. huius, quod eſt propoſitum.

XXV.

Aequaliũ & æquediſtantiũ magnitudinũ inæqualiter à uiſu diſtantiũ, ꝓpinquior ſemꝑ maior uidetur, nõ tñ ꝓportionaliter ſuis diſtãtijs uidetur.

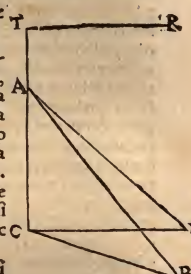
Sint duæ magnitudines uiſæ a b & g d inæqualiter diſtantes ab oculo, cuius centrũ ſit e, ſitq́ꝫ uiſui propinquior g d ꝙ̃ a b, dico ꝙ maior apparebit g d ꝙ̃ a b, producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g, uidebiturq́ꝫ g d ſub angulo g e d, qui eſt minor angulo a e b, ut parte ſua per 34. primi huius, patet ergo per 20. quia linea g d uidebitur maior ꝙ̃ linea a b, & hoc eodem modo demonſtrandum, ſiue centrũ uiſus & res uiſæ ſint in eadem altitudine, ſiue in diuerſis: ut ſi uiſus ſit altior rebus uiſis, uel etiam econtra, non tamen uidentur hæc proportionaliter ſuis diſtantijs, uidelicet ut ꝓportio g d maioris ſecundũ apparentiam ad a b minorem, ſecundũ apparẽtiã ſit ſicut b e diſtantiæ maioris ad d e diſtantiam minorẽ, q̃m ut patet per 11. huius maior eſt proportio b e diſtantiæ maioris ad d e diſtantiæ minorẽ, ꝙ̃ anguli g e d maioris ad angulũ a e b minorem. Sed quantũ angulus g e d eſt maior angulo a e b, tanto linea g d uidetur maior ꝙ̃ linea a b, ut diximus in 20. huius, quoniam illa uiſibilia conformiter ordinantur ad uiſum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b proportionaliter ſuis diſtantijs, quoniam diſtantiarum maior eſt proportio, & hoc eſt propoſitum.



XXVI.

Om̃e uiſibile obliquatũ à uiſu minus uidetur ſe ipſo ſecundum proximum ſui terminũ directe uiſui oppoſito.

Sit enim linea connectens centra oculorũ r t, ſitq́ꝫ centrum uiſus a, & ſit uiſibile obliquatũ à uiſu b c, ducanturq́ꝫ lineæ a b & a c, & à puncto c, qui ſit terminus rei uiſæ proximus uiſui, ducat̃ linea c d, æqualis lineæ c d, & æquediſtans lineæ r t connectenti centra oculorũ, qđ fieri poteſt per 39. tertij huius, illa ergo directe uiſui opponetur per ſuppoſitionẽ, ducat̃ quoq́ꝫ linea a d, & quoniam per a huius linea c d ſub maiori angulo uidetur ꝙ̃ linea c b, patet per 20. huius, quoniã minor uidet̃ linea c b obliquata ꝙ̃ ſua æqualis, quæ eſt linea c d directe uiſui oppoſita ſecundum proximũ terminũ ipſius lineæ c b, quo uiſui plus appropinquat, qui eſt punctus c, & hoc eſt propoſitum.



XXVII.

Vera rerum quantitas non comprehenditur à uiſu niſi auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Quoniam enim, ut patet ex præmiſſis, anguli qui formantur in centro uiſus, & partes ſuperficierũ uiſus, ſecundũ quas fit cõprehenſio magnitudinis rei uiſæ, ſemper diuerſantur ſecundũ approximationẽ & remotionem eiuſdẽ rei, & ſecundũ eandem directionem uel obliquationẽ ſe habentis ad uiſum & ad axes radiales. Virtus ergo diſtinctiua diſtinguens quantitatẽ ueram rei uiſæ, non conſiderabit ſolum angulũ uel ſolum remotionem, q̃m neutrũ illorũ per ſe ſufficit, ſed conſiderabit angulũ & remotionẽ ſimul: quantitates ergo ueræ ipſorꝫ uiſibilium nõ cõprehendentur niſi per diſtinctionẽ & cõparationem: hæc aũt cõparatio erit ſimul, & erit ipſius baſis pyramidis radialis, quæ per 18. tertij huius, eſt ſuperficies rei uiſæ ad angulũ pyramidis, & ad quantitatẽ lõgitudinis axis pyramidis, quæ eſt linea remotionis rei uiſæ à uiſu. Cõſideratio uero uirtutis diſtinctiuæ ipſius ſuperficiei eſt ſemper in parte colorata ſuperficiei uiſus, angulo dicto correſpondenti cum cõſideratione remotiõis ipſius rei uiſæ à ſuperficie uiſus, q̃m quantitas illius partis coloratæ ſuperficiei uiſus ſemper eſt ſecundũ quantitatẽ illius anguli per ultimã

tertij huius. Nõ eſt autem in illa cõſideratione uirtutis diſtinctiuæ inter remotiõem rei uiſæ à ſuperficie uiſus & remotionem eius à centro uiſus diuerſitas ſenſibilis: cum itaqꝫ uiſus cõprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter ſibi incidentes, tunc uirtus diſtinctiua imaginabitur quantitatem extenſiõis, ſecundũ quantitatẽ extenſiõis iſtarum linearꝫ à centro uiſus uſqꝫ ad terminos rei uiſæ, & quomodo cũ hoc cõprehenderit quantitatẽ remotiõis rei uiſæ per 10. huius, tunc imaginabitᷣ quantitatẽ lõgitudinũ iſtarum linearꝫ & quantitatẽ ſpaciorꝫ, quæ ſunt inter ipſarũ extremitates, quæ ſpacia ſunt diametri rei ipſius uiſæ, qm̃ ergo uirtus diſtinctiua imaginabitᷣ quantitatẽ anguli, & quantitatem partis ſuperficiei uiſus correſpondentis illi angulo, & quantitatẽ lõgitudinis linearum radialiũ, & quantitatẽ ſitus ipſorũ adinuicem, & quantitatẽ ſpaciorꝫ quæ ſunt inter extremitates eorũ, tunc ipſa cõprehendet quantitatẽ rei uiſæ ſecundũ ſuum eſſe, qm̃ tunc nihil eorũ, quibus cõprehenditur magnitudo rei uiſæ, remanet incõprehẽſum. Hæc eſt itaqꝫ qualitas cõprehenſionis magnitudinis rerum uiſarũ, & fit plurimũ ꝑpter aſſuetudinem uiſus indiſtinctæ remotionis uiſibiliũ, qui quando ſenſerit formã & remotionem rei uiſæ, ſtatim imaginabitur quantitatẽ loci & quantitatẽ remotionis, & ex ijs cõprehendet magnitudinẽ rei uiſæ, patet ergo illud quod proponebatur.

XXVIII.

In magnitudinis uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intemperata enim lucis diſpoſitione, ut de nocte uel in crepuſculis cum lux eſt dubia, inſpecto homine & uiſo nemore aut pariete, remotis ab illo homine, cum latuerit hominẽ uidentem diſtantia inter hominẽ & nemus aut parietẽ uiſum, quãuis illa diſtantia ſecundũ ueritatem ſit plurima, tunc uidebitᷣ propinquitas hominis ad nemus uel ad parietem: & ſi accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad concauum nemoris, & tunc per 19. huius uidebũtur homo & nemus aut paries eiuſdẽ altitudinis, qm̃ ſub eodem angulo uidẽtur, & forſitan homo uidebitur maioris altitudinis ipſo nemore: ut ſi radius tranſiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinẽ nõ pertingat, & huius ſimile accidit iuxta ciuitatẽ Vratislauiæ apud nemus uillæ Boret, uiſi ſunt enim homines ibi in crepuſculis altiores nemore illo alto, & uiſus eſt lupus iuxta lignum & caſtrum Poloniæ, æqualis altitudinis ipſi nemori, ſed hoc accidit in horis crepuſcularibus: ſed cum lux eſt dubia, & æſtimata ſunt illa uiſa fuiſſe fantaſmata à uidentibus: non accideret autẽ aliquid talium luce exiſtente in temperamento, qm̃ tunc diſtantia hominis à nemore diſcerneretur, & altitudo uniuſcuiuſqꝫ ſecundũ terminũ ipſius apparentem mẽſuraretur. Similiter etiã ex coloris debilitate accidit error in uiſione magnitudinis, qm̃ ſi in aliquo loco ſtatuatur aliqđ corpus fortis coloris, nõ latebit uiſum: ꝙ ſi in eodem loco ponatur corpus æquale priori, ſed coloris debilis, non uidebitᷣ illud corpus. Sic etiam accidit error iſte ex colorꝫ identitate in corpore medio & in re uiſa, unde corpus album in loco aliquo poſitũ effuſa aliqua albedine in ſuperficie terræ interiacentis uiſum & rem uiſam, nõ uidebitᷣ: remota uerò albedine ſpacij interiacentis, ſtatim forma illius albi corpis cõprehendetᷣ, fit ergo tunc occultatio ex cõuenientia colorꝫ, qm̃ ſi loco illius albi corporis ponatur corpus æquale ſibi alterius coloris, unde uidebitᷣ ipſum trans mediũ dealbatum. Ex intemperata etiam lõgitudinis diſtantia fit error in magnitudinis uiſione, qm̃ tunc uidebitᷣ res multo minor ꝙ ſit in ueritate per 32. huius, tunc enim etiam partes eiuſdem rei improportionales ſuo toti abſconduntur uiſui, quia nõ poteſt in tanta diſtantia uideri per 23. huius, & fit minor totalis rei apparentia, quoniã plura inſenſibiliter abſcõdita faciunt rei ſenſibilem ablationẽ, quæ nõ fieret diſtantia temperata. Intemperata etiam approximatio errorem inducit in uiſione magnitudinis, qm̃ corpus approximatũ oculo, uidetur maioris quantitatis ꝙ ſit re uera, quoniam ꝑpter magnitudinẽ anguli corpus uidetᷣ maius, ut prius propter paruitatem anguli corpus uiſum eſt minus, & patet hoc per 29. huius, ſecundũ quantitatẽ enim ampliorem anguli pyramidalis amplior ſuperficies uiſus informatᷣ, ut patet per 87. primi huius: unde ſecundũ quantitatẽ illius anguli & elongationem corporis fit æſtimatio quantita-

titatis rei uiſæ, ut præmiſſum eſt in præcedente ꝓpoſitione, nec enim longitudo diſtantiæ rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior nõ ſit capax totius quantitatis radialiũ lineaꝝ, nec poteſt certitudinaliter menſurari, & ꝓpter hoc rei quantitas refertur ad capacitatem & totam longitudinẽ. Vera aũt remotio corporis attendit̃ ſecundum lineam à centro uiſus ad ſuperficiẽ rei præcedentẽ, reſpectu cuius lineæ ſemidiameter oculi incipit eſſe inſenſibilis, unde nõ facit aliquã ſenſibilẽ errorem in longitudinis illius æſtimatione. Sed corpore approximato uiſui ultra illam diſtantiã, tunc fit ſemidiameter oculi ꝓportionalis diſtantiæ corporis ꝓportione ſenſibili, erit enim aliqñ maior, aliquando æqualis, aliqñ minor ꝓportiõe modica, nec forte ſub dupla uel ſub tripla, uel huiuſmodi: unde in tali ꝓprietate rei uiſæ magnitudo anguli pyramidalis & ſenſibilis minoritatis lõgitudinis æſtimatæ reſpectu, uere inducunt ſenſibilẽ apparentiam maioris in corpore. Ex inordinata etiã ſitus oppoſitione fit error in magnitudinis uiſione, cum enim aliquis in alto exiſtens uidet ſub illa altitudine aliqua exiſtentia inter ſe æqualia, quorũ eſt unum poſt aliud in ordine diſpoſitũ, tunc enim per 25. huius iudicabitur poſtremum, qđ eſt uidenti propinquius alterius, omnibus alijs uel maius, ut uigilſtans in turris alicuius eminẽtia, uidẽs homines uel arbores æquales, inæqualiter à ſe diſtantes, ꝓpinquiores ſibi æſtimat altiorẽ. Ex intemperata etiam quantitatis rei uiſæ accidit error in magnitudinis uiſione, propoſitis enim uiſui duobus corporibus, quorũ unum ſit modicũ maius alio, aut in ſola longitudine, aut in latitudine, aut in utroq; ipſorum, forſitan illa iudicabuntur æqualia in omni dimenſione, qm̃ paruitas illius exceſſus nõ ſentitur ꝓpter ſui paruitatem, nõ enim excedit fines temperantiæ reſpectu ipſius uiſus. Ex intemperata etiam ſoliditate fit error in uiſione magnitudinis, in criſtallo eñi angulata corpora angulorũ, quia parum ſolida ſunt, qñq; nõ uidentur, cum corporis ſolidi anguli uideri poſſent. Ex intemperata etiam raritatis in uiſione magnitudinis error accidit, quoniã in aëre nubiloſo obſcuro, ut in horis crepuſcularibus plurimum accidit, ꝙ corpus uiſum maius apparet ꝙ̃ in aëre temperato, ut nos infra declarabimus, cũ tractatũ de ijs quæ uidentur per medium ſecundi diafoni faciemus. Ex intemperantia etiam temporis fit error in uiſione quantitatis, cum enim ardens ticio ſæpius per aliquod ſpacium uelociter mouetur, apparet totum ſpacium ignitũ, quia nõ perpenditur quantitas temporis propter uelocitatẽ motus ticionis, & ſic ignis paruus æſtimat̃ maior propter ſui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uiſus debilitate in magnitudinis uiſione error accidit, quia etiam res forte parua nullo modo uidetur, ut patet in ſenibus, qui non poſſunt diſcernere literam minutã, patet ergo propoſitum.

XXIX.

Viſio comprehendit omnem ſitum per comprehenſionem debitæ remotionis in ipſis rebus ſituatis.

Siue enim nomen ſitus dicat totius rei uiſæ, ſiue partiũ eius oppoſitionem ad uiſum ſecundũ directionem uel obliquationẽ, ſiue dicat ordinationẽ ſuperficierum rei uiſæ, uel partium eius apud ſuperficiẽ ipſius uiſus, ut cum res uiſa eſt multarum ſuperficierũ apparentium uiſui, ſiue nomen ſitus dicat ſituationem linearum, quæ ſunt ipſarum ſuperficierum uiſibilium, ſiue dicat ſitum ſpaciorũ, quæ ſunt inter quælibet duo uiſibilia ſimul cõprehẽſa à uiſu, ſemper accepto ſitu ſecundũ quãcunq; iſtorũ modoꝝ: hæc omnia & ſingula cõprehẽdit uiſus, ut hæc ſunt diſpoſita in corporibus lucidis uel coloratis, ut per ſe uiſibilibus & in illis fundata, & ſemꝑ cõprehendit quẽlibet motũ ſitus, cõprehenſa remotione à uiſu uel inter ſe, quæ debentur ipſis totis uel partibus ſituatis, patet ergo ꝓpoſitũ, qm̃ hos modos particulariter in ſequentibus proſequemur.

XXX.

Situs oppoſitionis rei uiſæ & partium eius ad uiſum comprehenditur à ſenſu uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Cum enim ſitus cuiuſlibet habentis ſitum apud aliud, componatur ex remotione illorum duorum ab inuicem, palam ꝙ oppoſitio rei uiſæ ad uiſum, quæ quidem ſitus eſt,

cõpo

componitur ex remotione rei uiſæ à uiſu, & ex parte uniuerſi, in qua eſt res uiſa reſpectu uiſus: comprehenſio autem remotionis rei uiſæ eſt ab ipſa uirtute diſtinctiua per intentionem quieſcētem in anima, ut oſtenſum eſt per nonam & per 10. huius. Cum ergo uirtus diſtinctiua cōprehendet locum rei uiſæ & ſuam remotionē, tunc uiſibilis cum illis cōprehendet rei oppoſitionē: uerus autem locus rei uiſæ comprehenditur ex ſitu ipſius uiſus, & ex ſitu ipſius rei uiſæ apud uiſionem, quoniā uiſus nō cōprehendit rem uiſam niſi ex oppoſitione. Diſtinguet ergo uirtus diſtinctiua inter locum obliquū uiſui & locum propinquū ei; uirtus enim diſtinctiua cōprehendit omnia loca rerum locatarū per comprehenſionem remotionis & partis uniuerſi, ad quā eſt illa remotio, ut patuit per 14. huius; unde etiam comprehendet locum oppoſitum uiſui apud cōprehenſionem rei uiſæ, & quoniā uiſui ablato ab illa re uiſa, deſtruitur uiſio illius rei, tunc uirtus diſtinctiua cōprehendit ꝙ res uiſa non eſt niſi in parte oppoſita uiſui apud uiſionem illius rei uiſæ, & ſecundum hunc modum diſtinguuntur loca uiſibilium, quoniam uiſibilia diſtincta non diſtinguuntur à uiſu niſi ex diſtinctione locorum diſtinctorū in ſuperficie membri ſentientis, ad qđ perueniunt formæ uiſibilium diſtinctorum. Sicut itaq; loca uocum & ſonorum comprehenduntur à ſenſu auditus, & deinde mediante auditu à uirtute diſtinctiua, ita loca uiſibiliū comprehendūtur mediante uiſu à uirtute diſtinctiua. Cum enim forma rei uiſæ peruenerit in ſuperficiem uiſus, ſentiet uirtus uidens locum membri ſentientis ad quam peruenit illa forma, & ex rectitudine lineæ perpendiculariter incidentis illi loco, comprehendet uirtus diſtinctiua locum rei uiſæ, & quia intentio remotionis eſt quieſcens apud ipſam animam, ipſa ergo comprehendet locum rei uiſæ, & remotionem eius in ſimul apud comprehenſionem formæ à uiſu ſentiente. In peruentu ergo formæ uiſæ ad uiſum comprehendit uiſus lucem & colorem rei uiſæ, & partem ſuperficiei uiſus, quæ illuminatur & coloratur ab iſta forma, & uirtus diſtinctiua comprehendit locum & remotionem rei uiſæ, & per conſequens oppoſitionem ipſius totius rei uiſæ & omnium partium eius adinuicem in ſuo toto, & omnium iſtorum comprehenſio fit ſimul: ſitus ergo oppoſitionis rei uiſæ & partium eius ad uiſum comprehenditur à ſenſu uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ, quod eſt propoſitum.

XXXI.

Viſus comprehendit directionem & obliquationem linearum, ſuperficierum & ſpaciorum ex comprehenſione diuerſitate remotionum ſuarū extremitatum auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Cum enim axes radiales ſecant lineas uel ſuperficies, uel ſpacia, ut ſuper illa perpendiculariter erecti, tunc uiſus comprehendit ſuperficiem rei uiſæ, & remotiones extremitatum eius æquales ex utraq; parte axis erecti, tunc comprehendit illam ſuperficiem eſſe directe uiſui oppoſitam, & iudicabit uirtus diſtinctiua ſuperficiē illam directe oppoſitam uiſui. Cum autem uiſus comprehenderit remotionem extremitatis ſuperficiei uiſæ diuerſam, & à puncto coniunctionis axium extra lineam, in quam incidunt axes perpendiculariter, non inuenit in tota ſuperficie ſibi oppoſita duo puncta æqualis remotionis à ſuperficie uiſus, tūc comprehendet illam ſuperficiem obliquatam in eius oppoſitione, & uirtus diſtinctiua iudicabit ipſam obliquatā: & ſimiliter eſt de ſitibus linearum & ſpaciorū cadentium inter res plures uiſas ſimul, ipſorum enim directionē & obliquationem iudicabit uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ, & iſta æqualitas directionis & diuerſitas obliquationis multotiens comprehendātur à ſentiente per ſolam æſtimationem & per ſigna: in maxima enim diſtantia uel remotione comprehendetur ſuperficies uel linea uel ſpacium, quod eſt obliquatum, quaſi ſit directū, quando ſcilicet non perfecte cōprehenditur diuerſitas, quæ eſt inter remotiones extremitatum eius: unde ad hoc quod uiſus bene hoc comprehendat, oportet ut talium uiſibilium ſit diſtantia mediocris, quia etiā in magna diſtantia, parum obliquata uidentur ut penitus directa, & licet ſecundū modum prædictum ſuperficies aliqua, uel linea uel ſpacium uiſui ſint directe oppoſita, nulla tamē pars illius ſuperficiei, lineæ uel ſpacij per ſe directe opponitur uiſui, quoniā

axes radiales ubicunq; extra unum punctũ perpendiculares incidãt,ſemp incidũt obli-
que,& ſecundũ angulos inæquales per 10.primi huius.Si aũt ſupficies, lineæ uel ſpacia
æquediſtẽt axibus uiſualibus,nec ſecent ab illis,opponant aũt uiſui,tũc etiã ſitus ipſoꝝ
in directione & obliquatione cõprehenditur à uiſu per remotionẽ ſuarum extremitatũ,
& poteſt fieri proportio iſtorũ ad ſuperficies, lineas uel ſpacia quæ ſecant axes radiales,
quibus axibus ipſa æquediſtant,patet itaq; illud quod proponebatur.

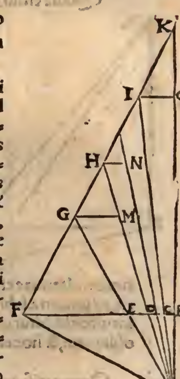
XXXII.

Situs partiũ & ſitus terminorũ ſuperficiei rei uiſæ, aut ſitus ſuperficierũ
eius adinuicem,& ſitus plurium uiſibiliũ ſimul uiſorum ex comprehenſiõe
diuerſitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientiũ ad uiſum,
comprehenditur à uiſu auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Quoniã enim forma cuiuslibet partis ſuperficiei rei uiſæ ꝑuenit ad aliquã partẽ ſu-
perficiei uiſus,ad quã peruenit forma totius rei uiſæ:unde cũ ſuperficies rei uiſæ fuerit di
uerſoꝝ colorũ diſtinctorũ,tunc erit forma perueniẽs in uiſum diuerſoꝝ colorũ, & erũt
partes eius diſtinctæ ſecundũ directionẽ partiũ ſuperficiei rei uiſæ,tunc itaq; uiſus ſenti
et quãlibet partẽ formæ uiſæ ex ſenſu coloꝝ illarũ partiũ & lucis quæ eſt in eis, & ſentit
loca formaꝝ partiũ in ſuperficie uiſus ex ſenſu coloꝝ partiũ illarũ & lucis eaꝝ, & uirtus
diſtinctiua cõprehendit ordinationẽ illoꝝ colorũ ex cõprehenſione diuerſitatis partium
formæ,& ex cõprehenſione differentiaꝝ ipſarũ partiũ & ſic cõprehendit aliqd cõtiguũ
& aliquid ſeparatũ,ſimiliter etiã eſt de ipſis uiſibilibus contiguis uel diſiunctis. Situs
uero partium rei uiſæ adinuicẽ ſecundũ acceſſionẽ & remotionem,uel ſecundũ præemi
nentiã unius ipſaꝝ ſuper alterã,& profundationẽ unius ipſaꝝ ſub altera cõprehenditur
à uiſu ex cõprehenſione quantitatis remotionis partiũ ſecundũ magis & minus:termini
aũt ſuperficiei rei uiſæ ac ſuperficieꝝ eius,quæ ſunt lineæ ipſas ſuperficies terminantes,
& ordinatio ipſoꝝ cõprehenditur à uiſu per cõprehenſionẽ partis ſuperficiei eius,in quã
ꝑuenit color ipſius ſuperficiei rei uiſæ per illos terminos uel lineas terminatæ, & lux eiꝰ
& ꝑ cõprehẽſionẽ terminoꝝ illius partis ordinatiõis auxilio uirtutis diſtinctiuæ, & qm̃
oĩa ꝓpoſita ſecundũ hunc modum cõprehenduntur,patet ergo illud q̃d ꝓponebatur.

XXXIII.

Oĩs linea uel ſupficies rei uiſæ directe uiſibus uel uiſui op
poſita ꝑfectius uidetur q̃ obliquata,& ſecũdum quãtitatem
obliquationis fit imperfectio uiſionis.

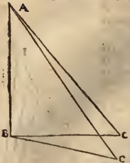


Eſto centrum uiſus a,& ſit exempli gratia ſuperficies plana rei
uiſæ directe uiſibus oppoſitæ,in qua ſit linea b c d e f,& ſint b c,c d, d
e,e f partes illius lineæ æquales uel inæquales, ſitq; ſuperficies obli-
quata uiſibus,in qua ſit linea f g h i k,& ſit taliter, ut obliquatio illius
ſuperficiei incipiat à puncto f; ſitq; linea a d perpendicularis ſuper li-
neã b f,ducanturq; à centro uiſus lineæ a f,a e,a d,a c,a b,quæ omnes
ꝓducantur ad ſuperficiẽ obliquatam.Incidat linea a e in punctũ g, &
linea a d in punctũ h.& linea a c in punctũ i,& linea a b in punctũ k,
& quia per 13.primi angulus h d f eſt rectus,quia angulus a d f eſt re
ctus ex hypotheſi,palam ergo per penultimam primi,quoniam linea
f h eſt maior q̃ linea f d:& ſi à puncto g ducatur linea æquediſtans li
neæ f d per 31.primi,quæ ſit g m,erit per 29.primi & 4.ſexti, & pe-
nultimam primi linea g h maior q̃ linea e d:& ſimiliter fiet de omni-
bus punctis inter puncta f & h datis. Item à puncto h ducatur li-
nea æquediſtans lineæ d c,quæ ſit h n,& quoniam per 32.primi an-
gulus a e d eſt acutus,erit per 13.primi angulus i c d obtuſus, ergo
per 29.primi angulus i n h eſt obtuſus,ergo per 19.primi & per ſecun
dam ſexti linea h i eſt maior q̃ d c,eodem quoq; modo fit de omnibus

punctis lineæ h k, patet ergo ꝙ eidem angulo, qui fit in centro uiſus, ſemper ſubtenduntur maiores partes lineæ obliquatæ, ꝙ lineæ directe oppoſitæ uiſui: partes itaqꝫ ſuperficiei rei uiſæ directe uiſui uel uiſibus oppoſitæ æqualiter diſtantes à puncto axis, uel à puncto coniūctionis, ſimiliter uiſiuæ uirtuti offeruntur per 45. tertij huius, propter qđ perfectius tota illa ſuperficies uidetur, & omnes ſubtiles intentiones quæ ſunt in ipſa: ſuperficies nota obliquata uiſibus, acquirit formam dubitabilem, ſiue per unum uiſum uideatur ſiue per ambos, & ſiue illa forma per axes perueniat ad uiſum ſiue extra axes: & etiam ſi diſtantia ſit mediocris ipſius ſuperficiei obliquatæ à uiſu, partes enim ſuperficiei illius æquales partibus ſuperficiei directe uiſui oppoſitæ, ut patet ex prædemonſtratis, ſub minori angulo uidentur, quoniā ſi eſſent directe uiſibus oppoſitæ, quia lineæ ſuarum extremitatum à centro uiſus productæ, minoribus angulis ſubtenduntur, ſic ergo totales illæ ſuperficies inſtituuntur in ſuperficiebus uiſus, quaſi congregatæ propter ſuam obliquationem, angulus enim quem ſubtendit ſuperficies ipſius uiſus, quæ eſt informata ſuperficiei obliquatæ, eſt paruus & ſenſibiliter minor, eo ꝙ faceret eadem ſuperficies uiſibus oppoſita directe, uel ſuperficies aliqua alia æqualis ſuperficiei obliquatæ, quia ergo ipſa ſupeficies uiſus informata ex illa obliquata ſuperficie eſt minor, & partes paruæ illius ſuperficiei obliquatæ incidunt angulis quaſi inſenſibilibus ꝓpter maximam obliquationem, ideo de neceſſitate illa ſuperficies obliquata uidetur minus perfecte: cum enim parua ſuperficies fuerit multum obliquata, tunc enim duæ lineæ exeuntes à centro uiſus ad extremam illius partis, fient quaſi linea una, qua propter ſentiēs non comprehendet angulū contentum inter illas, neqꝫ partem quam diſtinguūt ex ſuperficie uiſus: tota ergo ſuꝑficies obliquata uiſui multū amittit ſenſibilitatis, ſi quæ ſi in ipſa fuerūt ſubtiles aliq̄ intentiones, non cōprehendenť à uiſu, ꝓpter latitantiā ſuarum partiū paruaꝶ, & q̄m ſuperficiebus plus obliquatis plus accidit ꝓpoſitæ paſſionis, ideo ſecundū quantitatē obliquatiōis ſit imperfectio uiſionis, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

XXXIIII.

Exceſſu remotionis nimio exiſtente, res à uiſibus obliquata quandoqꝫ uidebitur directe oppoſita.



Quoniā enim, ut patet per 10. huius, quantitas remotionis attendiť ſecundū quantitatem diametrorū rei uiſæ, ideo & nimietas exceſſus remotionis attenditur ſecundū quantitatem diametroꝶ rei uiſæ: quæ enim magno uiſibili non eſt nimia diſtantia à uiſu, hoc minori uiſibili eſt nimia, q̄m non eodē modo in eadem diſtantia maius & minus percipiūtur à uiſu, ut patet per 7. & per 20. huius. Sit itaqꝫ centrum uiſus a, & res uiſa obliqua quæ b c, cuius alter terminorum qui ſit b propinquior ſit uiſu, ſitqꝫ illa res uiſa ſub angulo b a c, erit ergo argumento 26. & 20. huius angulus b a c minor ꝙ ipſa res uiſa, quæ b c à proximo ſui termino ad uiſum qui eſt b directe uideretur, ſed per 11. huius, in omnibus uiſis maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad diſtantiam minoris, ꝙ ſit anguli maioris ad angulum minorem: in nimia autē remotione diſtantiarum proportio diſtantiæ maioris unius extremorum rei uiſæ, ut in propoſito ipſius c ad diſtantiā minorem alterius extremorum, ut ipſius b, eſt differentiæ inſenſibilis, ut lineæ a c longioris ad lineam a b breuiorem, ergo multo magis inſenſibilis eſt differentia ipſorum angulorum: uidebitur ergo b c in maxima remotione quaſi directe uiſibus oppoſita cum ſit obliquata, & hoc eſt propoſitum.

XXXV.

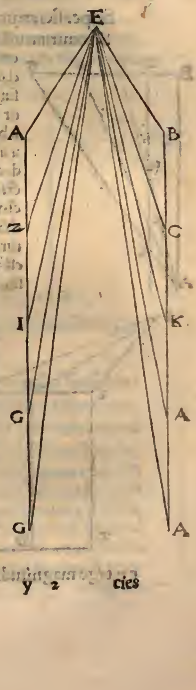
Omne uiſum exiſtens extra cōmunē axem in uno tantū axe uiſuali, uel ꝑ radios propinquos axi, uel in ꝓpinquos ambobus axibus uiſualibus comprehenſum, uidetur axi communi approximare plus eius ſitu uero.

Axis enim radialis,ut patet per 37.tertij huius,ſemper defert punctum, cui incidit ad punctũ medium nerui cõmunis,cui ſemper inhæret terminus axis cõmunis.Cum ergo uiſus comprehendit rem uiſam ſecundũ qđ eſt,& inſtituitur forma in concauitate cõmunis nerui in uno loco,& cõtinua ſibi adinuicem ſecundũ continuationem rei uiſæ,& punctus rei uiſæ qui eſt ſuper radialem axem,licet non fuerit ſuper axem cõmunem,uidetur tamen in loco propinquiori cõmuni axi, ꝗ ſit in ſuo uero loco,tunc puncta reſidua etiam uidentur in loco propinquiori cõmuni axi,ꝗ ſint in ſuo uero loco, quia ſunt continuata cum parte quæ eſt apud extremum axis:& ſi axes amborũ uiſuum concurrerint in aliqua re uiſa extra axem cõmunem,uidebitur tunc illa res in loco propinquiori communi axi,ꝗ ſit in ſuo loco uero,hoc tamen raro accidit,quia cum axes uiſuales concurrerint in aliquo uiſo,tunc ut plurimum axis communis tranſibit per illud uiſum, quia raro axes amborum uiſuum concurrunt in aliquo uiſo extra axem communem, niſi per laborem aut impedimentum cogens uiſum ad hoc:unde hæc diſpoſitio non eſt uiſibus aſſueta,quia ſi eſſet talis diſpoſitio uiſibus multum aſſueta, tunc ipſa accideret in omni uiſione uel pluribus,qđ tamen non eſt uerum,patet itaꝗ propoſitum.

XXXVI.

Omnium uiſibilium ſecundum ſui longitudinem ante oculos extenſorum,quæ ſunt à dextris in ſiniſtram,& quæ in ſiniſtris ad dextram educi uidentur partem.

Sint duo uiſibilia ſecundũ ſui longitudinem ante oculos extenſa, quæ exempli cauſa ſint æquediſtantia,& ſint a b & d g,ſitꝗ centrum uiſus e, ducanturꝗ lineæ ad puncta illorum uiſibilium in ſiniſteriori quidem parte quæ ſit a b,ducantur lineæ e b,e c,e k,e a,& in dexteriori quæ ſit g d ducantur lineæ e d,e z,e i,e g,dico ꝙ lineæ e z,e i,e g uidenť quaſi in partem ſiniſtram productæ,& lineæ e t,e k,e a uidentur quaſi ꝓtractæ in partem dextrã,ſit enĩ linea e d ꝑpendicularis ſuꝑ lineam d g,& linea e b ꝑpendicularis ſuper lineã b a,erit ergo per 19. primi linea e d breuior oĩbus lineis e z,e i,e g,& linea e b breuior oĩbus lineis e t,e k,e a:lineæ ergo e d & e b minimã à uiſu denotebũt diſtantiam linearũ g d & a b,ſecundũ illas ergo lineas pfectior fit uiſio partiũ rerũ uiſarũ qbus incidũt p 23.h9,linea ergo e d apparebit dexterior oĩbus lineis ſuo uiſibili incidẽtibus,& linea e b ſiniſterior,illis ꝗ ꝗ lineis ꝓpinquis incidẽtes mutabũt ſitus diſpoſitionẽ ſcđm receſſum ab illis lineis,eritꝗ linea e z dexterior ꝗ illa linea e i,& linea e i dexterior ꝗ linea e g:palã ergo,qm̃ linea e g uideť in ſiniſtra à linea e i,& linea e i ſimiliter uideť in ſiniſtra à linea e z,eodẽ quoꝗ modo uidebitur linea e a in dextrã educi à linea e k,& linea e k uidetur in dextrã educi à linea e t:punctũ ergo z plus approximat ad ſiniſtrã ꝗ punctũ d,& punctũ i plus ꝗ punctũ z,& punctũ g pl9 ꝗ punctũ i:tota ergo linea d g uideť ſiniſtrari,& tota linea b a uideť dextrari, qm̃ pũcto b exiſtente ſiniſtro,punctũ t uideť plus dextrũ illo: & itẽ punctũ k plus dextrũ pũcto t,& punctũ a plus dextrũ puncto k,patet ergo ꝓpoſitũ,qm̃ ſimiliter eſt in quibuslibet alijs punctis demonſtrandũ,q̃ enim ſub dexterioribus radijs uidenť,dexteriora apparẽt, & quæ ſub ſiniſterioribus ſiniſteriora,ut patet per ſuppoſitionẽ huius,hæc aũt omnia accidũt,qa lineæ paralellæ ſcđm remotiores ſui à uiſu partes cõcurrere uidenť p 21.huius,& hoc eſt propoſitum.



XXXVII.

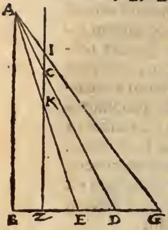
Superficierum ſub oculo iacentium,remotiores à uiſu, altiores uidentur.

Sit centrum uiſus a in altiori ſitu collocatũ, quoniam ſuperfi-

y z

cies

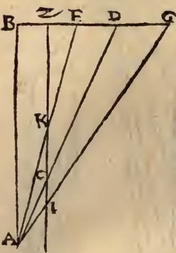
cies rei uiſæ in qua ſint lineæ b e, e d, d g, ducanturq́ lineæ a b, a e, a d, a g, ſitq́ cauſa exempli ſitus talis, ut linea a b ſit perpendicularis ſuper lineam b g, in qua collocantur lineæ b e, e g, d g, q̄m in alijs ſitibus maior eſt diuerſitas, dico ꝙ linea g d altior uidetur q̃ linea d e, & linea d e altior q̃ linea b e, ſumatur enim in linea b e punctus, & à quo ducatur per 11. primi linea z i perpendicularis ſuper lineam b e, quæ fiat altior q̃ linea a b, quoniam ergo punctorū formæ e g d procedentes ad uiſum, primo pertranſeunt lineam z i, q̃ perueniant ad punctum a centrū uiſus, ſit ut linea g a ſecet lineam z i in puncto i, & linea d a in puncto t, & linea e a in puncto k, quia ergo punctus i eleuatior eſt puncto t, & pūctus t puncto k, ideo ꝙ linea a t maior eſt q̃ linea a i, & linea a k maior q̃ linea a t per 18. primi: & in linea in qua eſt punctum i eſt etiam punctum g, & in linea in qua eſt punctum t, eſt etiam punctū d, & in linea in qua eſt punctū k, eſt etiam punctū e: per cōprehenſionē uero punctorū d & g uidetur linea d g, & per puncta e & d uidetur linea e d, palam, q̄m cū linea g d eleuatior apparebit q̃ linea d e, & ſimiliter d e apparebit eleuatior q̃ linea b e, cuius enim puncti forma multiplicando ſe ad uiſum magis eleuatur, hoc altius apparet uiſui per ſuppoſitionē huius, quia in altiori ſitu offertur uiſui, & ſecundū illum modum figuratur in ſuperficie uiſus, patet ergo propoſitum, & patet ex hoc, ꝙ multum exaltato uiſu ſuperficies planæ iacentes longe à uiſu concaue uidebuntur, tendunt enim formæ talium punctorꝶ ad uiſum per modū circūferentiæ circa centrū uiſus propter æqualitatem uirtutis uiſiuæ, patet ergo propoſitum.

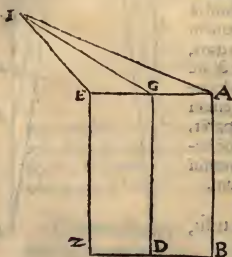


XXXVIII.

Superficierum uiſui ſuperiacentiū remotiores à uiſu decliuiores uident̄.

Sit centrum uiſus punctus a in inferiori ſitu collocatum q̃ ſuperficies rei uiſæ, in qua ſint lineæ b e, e d, d g, & ducantur ſicut in præcedenti lineæ a b, a e, a d, a g, quarum a b ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſuppoſitam uiſui, dico ꝙ linea d g apparebit decliuior q̃ linea d e, & linea d e decliuior q̃ linea b e, ducatur enim in præcedente linea z i æquediſtans lineæ a b, ſecans lineam g d in puncto i, & lineam e a in puncto c, & lineam d a in puncto k, ergo per ea quæ in præcedenti diximus, forma puncti g decliuior uidebitur q̃ forma puncti d, & forma d decliuior q̃ forma puncti e, & forma puncti e decliuior q̃ forma pūcti b. Sed per formas punctorum g & d forma lineæ g d occurrit uiſui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineæ d e, & per formas punctorū e & b uidebitur forma lineæ e b. quoniā itaq́, ut oſtendimus in præmiſſa, linea a t eſt maior q̃ linea a i, & linea a k minor q̃ linea a c: & ſecundum harum lineaꝶ diſpoſitionē ſit forma illoꝶ punctorū uiſio, palā ergo, q̄m cētro uiſus & ipſo uiſibili ſic diſpoſitis. Remotiora igit̄ à uiſu, decliuiora uiſui occurrunt, q̃ propinquiora, & hoc eſt ꝓpoſitum.





XXXIX.

Aequalium magnitudinū ſub eodem uiſu erectarum remotiores altiores apparent.

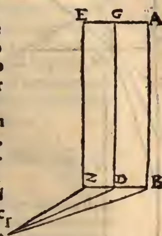
Sit centrum uiſus punctum i, & ſint uiſæ æquales magnitudines, quæ ſub ipſo uiſu ſint erectæ, q̄ ſint a b, g d, e z, ſitq́ a b remotior à uiſu, & deinde g d, & deinde e z, & ſit centrū oculi punctū i, eleuatius exiſtēs illis magnitudinibus, ducanturq́ lineæ i a, i g, i e, dico ꝙ magnitudinū illaꝶ a b apparet altior q̃ g d, & g d altior q̃ e z, q̄m enī linea i a eſt eleuatior q̃ linea i g, & linea i g eleuatior q̃ linea i e, & in linea cui īcidūt lineæ i a, i g, i e ſunt pūcta a g e, & p 37. h9 uident̄ pūcta remotiora uiſui altiora, pūcta uero a g e ſunt in magnitudinib9 a b, g d e z, ergo magnitudo a b apparet eleuatior q̃ ipſa magnitudo g d, & magnitudo g d ap-

paret

paret altior quàm ipſa e z,quod eſt ꝓpoſitũ,& qa de qualibet magnitudine lõgiori poteſt abſcindi æqualis breuiori.Ideo in oĩbus magnitudinibus ſubiacentibus uiſui præſens tenet demonſtratio,quoniam ſemper remotiores uidẽtur altiores, quàm ſint ſecundum ueritatem.

XL.

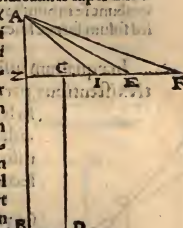
Aequalium magnitudinum uiſui ſuper erectarum remotiores decliuiores apparent.



Eſto ſicut in præcedenti centrum uiſus punctum i, & ſint æquales magnitudines quæ a b,g d,e z,erectæ ſuperſtantes uiſui, ſitq́ꝫ a b remotior uiſui quàm aliæ,& e z propinquior uiſui,dico quod magnitudo a b apparet decliuior quàm g d,& magnitudo g d decliuior ꝙ̃ e z,ducantur enim ut in præmiſſa lineæ i b, i d,i z,quoniã ergo ſicut,patet per 38,huius,forma ueniens per lineã i b,eſt decliuior modo uiſui incidens,quàm forma ueniens per lineam i d,& forma uiſui adueniens per lineam i d, decliuiori modo incidet,quàm forma ueniens per lineam i z, ſed in linea cui incidunt lineæ i z,i d, i b,ſunt puncta z d b, quæ puncta ſunt in magnitudinibus a b,g d,e z,palam ergo quoniam iſtarum magnitudinum illa quæ eſt a b decliuior apparet quàm g d,& g d quàm e z,& hoc eſt propoſitũ,eſt aũt uniuerſale illo modo quo diximus in præcedenti.

XLI.

Altioris magnitudinis uiſibilis per uerticem inferioris aſpectæ accedente & recedente uiſui ſecundum lineam uertici inferioris ꝑpendiculariter incidentem,ſemper idem erit exceſſus,non uidebitur autẽ idem.



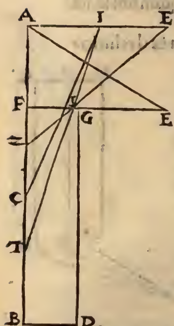
Sint duæ uiſæ magnitudines inæquales a b maior, & g d minor,quarum uertices ſint a & g,& ſit centrũ uiſus punctum e,ducaturq́ꝫ linea g e perpendicularis ſuper lineã g d, ſecans lineam a b in puncto z, dico quod oculo accedente & recedente ſecundum lineam g e, ſemper idem uidebitur exceſſus lineæ a b ſuper lineam g d, qui exceſſus eſt linea z a,accedat enim uiſus ad punctum i,propinquius puncto g quàm punctum e, uel remoueatur ad aliud punctum f,remotius quàm punctum e, ſemper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineæ g d,ipſi uiſui,niſi ſola forma pũcti,eſt in quam cadit perpendiculariter e z,quoniam per 20.primi huius,duas lineas eidem ſuperficiei ab eodem pũcto ductas perpendiculariter inſiſtere eſt impoſſibile,palam ergo propoſitum,uidebitur tñ linea a z,minui uel augumentari ſecundum diuerſitatem angulorum, ſub quibus fiet uiſio per 20.huius,& eſt ut patet ex præmiſſis,& per 21. primi, angulus a i z maior angulo a e z,& angulus a e z maior angulo a f z,ſecundũ hoc aũt diuerſificatur in uiſu quantitas lineæ a z,ſemper tamẽ illius lineæ a z, eadem eſt quantitas in ſe ipſa, & hoc eſt propoſitum.

XLII.

Altioris uiſibilis per uerticem inferioris aſpecti accedente uiſui ſecũdum lineam exceſſui altioris perpendiculariter incidentẽ,maior pars altioris uidetur,recedente uero uiſũ ſecundum eandem lineam minor pars altioris uidetur,ſecundũ aliã uero lineã accedente uel recedente uiſu, accidit ecõuerſo.

Sint ut in præmiſſa duæ inæquales magnitudines,quæ a b & g d, quarum maior ſit a b,& ſit centrum uiſus in puncto e,poſitum in linea e a,perpendiculariter incidente pũcto a qui ſit altior terminis lineæ a b,ambæ ergo magnitudines tam a b quàm g d ſubiacebunt uiſui,cum uertex altioris qui eſt a,ſit in perpendiculari ducta à centro uiſus ad magnitudinem altiorem,ſint enim magnitudines a b & g d,taliter erectæ, ut pũctum a ſit altius quàm punctum g,perueniatq́ꝫ forma alicuius pũctorũ lineæ a b,quod ſit z,per

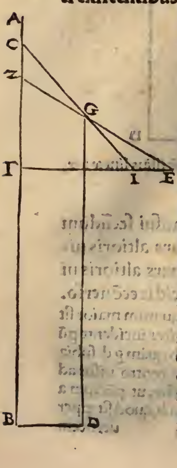
uerticem lineæ d g, qui ſit g ad uiſum e, & ſit linea ſecundum quam aduenit illa forma linea z e, ſub linea itaq; z e uidetur linea z a, pars magnitudinis a b & tota magnitudo



d g, remanetq́; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g, & hoc eſt linea z b, accedat autem uiſus propinquius ad punctũ a, ut fiat in eadem linea puncto i, palam quoq; quia in hoc ſitu aliquis punctus lineæ a b inferior puncto z peruenit ad uiſum, qui ſit punctus t, & ducatur linea t per uerticem g ad uiſum, ſub linea ergo i t uidebitur pars magnitudinis a b quæ eſt t a, & tota magnitudo g d, remanetq́; pars lineæ a b quæ eſt a t uiſa, & quoniam linea a t eſt maior quàm linea z a, quæ uidebatur uiſu exiſtente remotiore, neceſſarium autem eſt lineam t a fieri maiorem quàm ſit linea z a, ideo quod angulus a i t eſt maior angulo a e z, illud ergo q̃d uidetur ſub angulo a i t, eſt maius illo quod uidetur ſub angulo a e z, per 20. huius, linea ergo a t maior uidebitur, & per 19. primi, maior eſt quàm linea a z, & quando linea e g perpendiculariter incidente cuicunq; puncto f, exceſſus lineæ a b ſuper lineam g d, eadem eſt demonſtratio, palam ergo quod accedente uiſu ſuper apparens pars lineæ a b ſemper ſit maior, recedente uero uiſu ſit minor, & hoc eſt propoſitum primum: ſecũdum aliam uero lineam quæ ſit perpendicularis ſuper lineam a b, non tamen incidat in punctum a, uel in aliquod punctum exceſſus, ſed in aliquod aliud punctum lineæ a b, baſſius toto exceſſu lineæ a b ſuper lineam g d, ut in punctum f, uiſu accedente uel recedente accidit econuerſo, nam accedente uiſu totius magnitudinis a b, minus uidetur per uerticem g, & recedente uiſu magis, exiſtente enim uiſu in pũcto e, multiplicabitur ad uiſum forma lineæ z a, accedente uero p, uiſu in punctum i, & ductis lineis e g & e t, i g c, patet quod illæ lineæ ſecabunt ſe in puncto g, & non perueniet ad uiſum forma alicuius pũctorum lineæ z t, ſed ſolum formæ lineæ t a, quæ eſt neceſſario minor q̃ linea z a, patet ergo propoſitum.

XLIII.

Inæqualium uiſibilium uerticibus in eadem linea æquediſtãte horizonti exiſtentibus, pars inferior longioris uiſa per baſem breuioris accedente uiſu ſecundum lineam exceſſui longioris perpendiculariter incidentem maior pars longioris uidebitur: recedente uero uiſu ſecũdum eandem lineam minor pars altioris uidebitur, ſecundum aliam uero lineam accidit econuerſo.



Hæc non differt in hypotheſi à præmiſſa, niſi quod in illa uiſibilia ſunt ſubiacentia uiſui, In hoc uero ſunt ſuperſtãtia. Sint ergo inæquales quantitates a b & g d, quarum maior ſit a b, ſintq́; uertices illarum quantitatum b & d, & ſit linea b d æquediſtans horizonti, ſitq́; centrũ uiſus in puncto e, multiplicetur q́; forma alicuius puncti lineæ a b, ut z per baſem g, ad uiſum e, fiatq́; linea z g e, ſub linea ergo z e continẽtur z a & g d, & b z, non apparet uiſui propter interpoſitionem ipſius g d, inferior uero ipſius pars decliuior apparet per 40. huius, remanetq́; a z pars lineæ a b apparens uiſui ultra lineam g d, accedat ergo uiſus & ſit in puncto i propinquiori ad punctum a, in eadem linea perpendiculari, ſuper lineam a b quæ ſit e f, hæc enim æquediſtat uerticibus ipſorum uiſorum quæ ſunt b & d, multiplicabiturq́; forma alicuius pũcti lineæ a b per punctum g, ad uiſum exiſtente in puncto i, ſit ille punctus t, & ducatur linea t g i, ſub linea ergo t g i continentur magnitudines g d & t a, ſub linea uero e z, continentur magnitudines a z & g d, & quoniam linea t z a minor eſt quàm linea t a, cum enim angulus t i f, p 16. primi, ſit maior angulo z e f, ergo per 20. huius, linea e f uiſa ſub angu

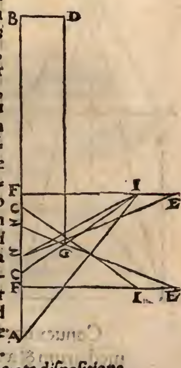
lo, t i f

lo t i f maior eſt quàm linea z f, uiſa ſub angulo z e f, & non ſolum apparebit uiſui maior in uno & erit minor, quia itaq; ambabus lineis t f & z f, communis eſt linea f a, patet quod tota linea t a erit maior quàm linea z a, & hoc eſt primum propoſitorum. Si uero uiſus accedat non ſecundum lineam e f, ſed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, & in alia linea e f perpendiculariter incidente lineæ a b, non in aliquod punctorum exceſſus a b ſuper d g, dico quod accidet econuerſo, erit enim linea t a minor quàm linea z a, ducãtur enim lineæ t g i, & a i, & i z, palam quoq; per 32. primi, quoniam angulus a i t eſt minor angulo a i z, ideo quia angulus a i z minor eſt angulo a t i, per 21. primi, & angulus t a i cõmunis, uiſum ergo à pũcto i, ſub angulo a i t eſt minus uiſo ſub angulo a i z. linea ergo z a eſt maior ꝙ linea t a, & uidebitur maior, & hoc accidit cum centrum uiſus collocatur ſuper lineam primam e f, & altius quàm illa. Si uero ipſum collocetur inferius quàm linea prima e f, tunc accidit econuerſo, patet ergo propoſitum.

XLIIII.

In ſitus uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intemperantia enim lucis uirtuti diſtinctiuæ error accidit in uiſione ſitus, ut ſi in nocte non obſcura aliquid modice declinet à uiſu, tunc æſtimabitur in eo ſitus rectitudo propter debilitatem lucis egreſſam à temperamento. Nimia etiam remotio in uiſione ſitus errorem inducit, unde res uiſibilis ualde remota à uiſu & obliquata uiſui uidebitur directe oppoſita per 34. huius. Item intemperantia etiam ſitus errorem facit in ſitus uiſione, cadente enim axe uiſuali in corpus ſecundum temperatam diſtantiam uiſui oppoſitum, & ſumpto alio corpore multum elongato ab axe, & declinato modicum ſuper lineam imaginatam, ſuper quam cadit axis radialis perpendiculariter, tunc uiſus non comprehendit corporis illius declinationem propter ſitum à temperamento egreſſum, quoniam non fit plena comprehenſio corporum longe ab axe poſitorum per 45. tertij huius, & ita propter hunc errorem res oblique uiſibus oppoſita, iudicabitur oppoſita directe. Intemperantia etiam magnitudinis in uiſione ſitus efficit errorem, quoniam granum ſinapis ſi fuerit ab oculis declinans, uidetur tũc ac ſi eſſet directe oppoſitum, quia eius declinatio propter paruitatem corporis nõ poteſt comprehendi, nec enĩ eſt ſenſibilis declinatio huius grani ab axe communi orthogonaliter ſuper uiſibilia cadente, ſecundum quam diſcernitur obliquatio rerum uiſarum reſpectu uiſus, quoniam non plene diſcernitur diſtantia inter hunc axem & extremitates grani quæ eſt quaſi minima linea omnium linearum ſenſibilium. Ex intemperata etiam ſoliditate error accidit uiſui in ſitu, quoniam ſi corporis rari ſitus reſpectu uiſus fuerit declinatus, occultabitur eius declinatio, & ſi forte uidebitur directe opponi, una enim extremitatum illius corporis eiuſdem diſtantiæ reputabitur cum alia, cum tamẽ ſint diuerſæ, & accidit hoc propter minimam raritatem non terminantem certitudinaliter uiſibilem oppoſitionem, & inducentem incertitudinem in quantitate anguli, ſub quo ſit uiſio. Intemperata etiam diafonitas efficit errorem uiſui in ſitu, ſi enim corpus uiſum ſub parua obliquatiõe obijciatur uiſui in aëre denſo obſcuro, ſicut accidit in oris crepuſculaoribus, occultabitur declinatio quæ pateret in aëre lucido claro, fit ergo error in ſitu oppoſitionis corporis ad uiſum. Ex intemperata etiam quantitate temporis fit error uiſui in ſitu, cũ aliquid occurrit uiſui ſubito, quod ſtatim recedit, hoc enim forte directe uiſui oppoſitum reputabitur obliquatum, uel econuerſo. Si fuerit obliquatum uiſui forte reputabitur rectum. Ex indiſpoſitione etiam uiſus in ſanitate fit error uiſui in ſitu, ut ſi ab obliquata diſtãtia licet temperata corpus aliquod in oppoſitione uiſus modicum obliquatur, tunc enim uiſu exiſtente debili, non ſentietur obliquatio, cũ tamen ſit obliquatio ſecundũ uerum.



Sic ergo in ſitus uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione octo

octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ, ut proponebatur.

XLV.

Figura circularis ſuperficiei rei uiſæ comprehenditur à uiſu ex circularitate formæ in ſuperficie oculi deſcriptæ.

Quoniam enim formæ rerum deſcribuntur in oculi ſuperficie ſicut ſunt in rebus extra, per 17. huius, & formæ ſecundum figuram quæ deſcribuntur in oculi ſuperficie ſic ꝑueniũt ad neruum communem, & circa eius punctum medium figurãtur, pro ut patet per 37. tertij huius, & ibi comprehenduntur ab anima ſecundum ſui diſpoſitionem, tũc patet quod forma circularis ſuperficiei rei uiſæ cõprehenditur à uiſu ex circularitate formæ in ſuperficie oculi deſcriptæ, & ſimiliter cõprehenditur circularitas cuiuslibet partium ſuperficiei rei uiſæ, certificatur aũt hæc uiſio cũ uidens mouerit axes radiales ambos uel ſaltem unũ per totam circunferentiam rei uiſæ aut partis eius, ſic eñ ex certificatione ſituum termiorũ formæ comprehendet figuram ſuperficiei circularem ex conſimilitudine uel diſſimilitudine partium, & ex cõprehenſione æqualitatis uel inæqualitatis remotionis partiũ rei uiſæ ab inuicem, uel æqualitatis uel inæqualitatis eleuationum partiũ rei uiſæ ſuper inuicem, patet ergo propoſitum.

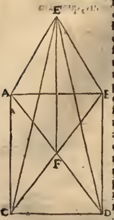
XLVI.

Figura rectilinea cõprehendit̃ à uiſu ex ſuorũ terminorũ cõprehẽſione.

Qm̃ enim figura eſt quæ termino uel terminis continetur, termini autem figurarum ſunt lineæ quæ comprehendũtur uiſu non decepto ſecundum ipſarum ſituationẽ in ſuperficie oculi, ſicut eſt ipſarum ſituatio in ſuperficie rei uiſæ, palam ergo quoniam ipſarum comprehenſio à uiſu eſt comprehenſio figuræ in ipſis contentæ, cuius ſunt termini illi, & hoc eſt propoſitum, ſed in his omnibus uiſus requirit diſtãtiam mediocrem & alias circunſtantias uiſui debitas, ne forte fiat deceptio in ipſo uiſu.

XLVII.

Planicies ſuperficiei ſecundum mediocrem diſtantiam directe uiſui oppoſitæ comprehenditur, & ex comprehenſione æqualitatis remotionis partium, & conſimilitudinis ordinationis ipſarum.



Sit ſuperficies plana a b c d, & ſit centrum uiſus e, à quo ducatur ſuper datam ſuperficiem perpendicularis e f, & quoniam ſuperficies illa eſt directe uiſui oppoſita, ſic quod perpendicularis incidat in medium punctum illius ſuperficiei, producantur quoq; ad puncta æqualiter à puncto f, diſtantia quæ ſunt a b c d, lineæ e a, e b, e c, e d, & cõtinuentur lineæ f a, f b, f c, f d, quæ omnes erunt æquales propter æqualem ipſarum diſtãtiam à puncto f, cum ergo omnes illæ lineæ f a, f b, f c, f d, per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiẽ erectæ ſint ꝑpendiculares ſuper lineã e f, patet per 4. primi, quoniam lineæ e a, e b, e c, e d ſunt æquales, ſuperficies itaq; a b, c d, ſecundum illos eius terminos æqualiter diſtat à uiſu, ſed & alijs lineis ad puncta alia æqualiter diſtantia à puncto f, centro uiſus productis illarum omnium ad inuicem ex præmiſſis cõcluditur æqualitas, tota ergo ſuperficies ſecundum omnes ſui partes æqualiter diſtantes ex omni parte à puncto f, conſimiliter peruenit ad uiſum, tota itaq; ſuperficies uidebitur plana ex comprehenſione æqualitatis remotionis partium & conſimilitudinis ordinationis ipſarum, & hoc eſt propoſitum. Sed & ſi axes radiales nõ incidant ad medium, nihilominus per eandem demonſtrandum, ſemper enim termini cuiuslibet partium ſuperficiei erunt lineæ rectæ, ſuperficies ergo eſt plana.

XLVIII.

Conuexitas ſuperficiei comprehenditur à uiſu ex propinquitate partiũ mediarum & æquali remotione partium extremarum.

Cum

Cum enim ſuperficies conuexa directe uiſui opponitur ſecundum mediocrẽ diſtantiam, tunc cum omnis regularis ſuperficies conuexa ſit pars alicuius ſphæræ uel columnæ rotundæ uel pyramis rotundæ per 118. primi huius, ſi ſuperficies illa oppoſita uiſui ſit pars ſphæricæ ſuperficiei, ſi à centro uiſus ad centrum ſphæræ linea recta ducatur, aliæq; præter centrum lineæ plurimum producãtur, patet per 73. primi huius, quod ſola illa quæ centrũ tranſit, eſt ꝑpendicularis ſuper ſphæræ ſuperficiẽ: aliæ uero oẽs lineæ à centro uiſus ad illã ſphæricã ſuperficiẽ productæ, ſunt ſuꝑ illã ſuperficiẽ incidẽtes obliquæ, erit ergo ꝑ 8. tertij, pars perpendicularis interiacens centrũ uiſus & ſuperficiẽ ſphæricam omniũ aliarum linearũ breuiſſima, ergo ſecundũ illã fit ꝓxima approximatio ad uiſum, & oẽs circuli ſecundũ punctum cui incidit illa perpendicularis in ſuperficie ſphæræ deſcripti, erũt uiſui proximiores ſecundũ illa puncta, & ſecundũ alias lineas oblique incidentes erunt uiſui remotiores, quia omnes lineæ perpendiculari lineæ ꝓpinquiores modo dicto ſunt minores remotioribus, quoniam per prænominatam ergo tertij, omes lineæ à centro uiſus ad periferias maiorũ circulorum productæ ſunt longiores lineis ꝓpinquioribus ipſi perpendiculari, ex cõprehenſione ergo propinquitatis partium mediorum in illa ſuperficie, et remotione aliarũ partiũ quæ ſunt in terminis, apparet maior eleuatio partiũ mediarũ quàm extremarum, & ex inæqualitate eleuationis partiũ ſuperficiei uidetur gibboſitas, quæ eſt cauſa conuexitatis, & qm̃ in omni pũcto ſuꝑficiei ſphæricæ ſecant ſe circuli magni trãſeuntes per centrũ illius ſphæræ, & oẽs lineæ quæ lineæ breuiſſimæ utrunq; æque ꝓpinquant ſunt æquales, ideo ſecundũ æqualem diſtantiam à perpendiculari fit æqualitas omniũ linearũ ad ſphæræ ſuperficiẽ à centro uiſus ꝓductarũ, & apparet deflexio gibboſitatis æqualis ſecundũ omnẽ differentiã poſitiõis in ſphæricis ſuperficiebus maxime cum directe uiſibus opponuntur. Si uero ſuperficies conuexa oppoſita uiſui fuerit pars ſuperficiei columnaris aut pyramidalis rotundarũ, tunc fit eadẽ demonſtratio ꝓductis lineis perpendicularibus à centro uiſus ad centrum circuli baſis, & omnium circulorũ æquediſtantiũ baſi, alijs quoq; lineis pluribus ab eodẽ centro uiſus non perpendiculariter per eoſdẽ circulos ꝓductis, cõplebitur demonſtratio ut prius, & ſi illæ ſuꝑficies quæcũq; obliquatæ ſint ad uiſum, nihilominus ꝑ eadẽ eſt demõſtrandum. Siue enim gibboſitas ſit inferius, ſiue ſuperius, ſiue à dextris, ſiue à ſiniſtris, ſemper partiũ inæqualis diſtantia propoſitũ cõcluderet de irregularibus cõuexitatibus per eadẽ fit cõprehenſio in uiſu, patet ergo ꝓpoſitum, uniuerſaliter enim cõuexitas comprehenditur à uiſu ex ꝓpinquitate partiũ mediarũ, & æquali remotiõe partiũ extremarũ, patet ergo qđ ꝓponebat.

XLIX.

Concauitas ſuperficiei comprehenditur à uiſu ex remotione partiũ mediarum & æquali appropinquatione partium extremarum.

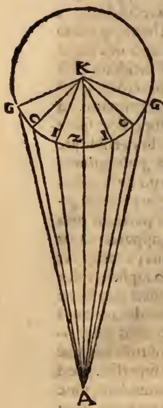
Per eadem q̃ in præcedenti demonſtrandũ, & ſimiliter per omnẽ ſuperficiẽ tranſcurrendũ, ſemꝑ eñ per 8. tertij, linea à cẽtro uiſus ad centrũ ſphæræ uel circuli ꝓducta, quia continet diametrum, eſt omniũ longiſſima, & ſibi ꝓpinquiores ſunt cæteris remotioribus maiores, & oẽs æqualiter ab illa diſtãtes ſunt æquales, ergo termini illius ſuperficiei uidebuntur arcuales, & tota ſuperficies uidebitur concaua, & ſi illæ ſuperficies ſint obliquatæ uiſibus, ſecundũ arcualitas terminorũ fit ſuperius ſecundũ inferius, ſiue à dextris, ſiue à ſiniſtris, ſemper per eandem demonſtrandum, patet ergo propoſitum.

L.

Centro foraminis uneæ & circunferentia circuli in eadẽ ſuꝑficie exiſtentibus, circunferentia ad aliquam rectitudinem accedere uidetur.

Eſto foraminis uneæ centrũ a, in eadem exiſtens ſuperficie, cũ circunferentia circuli uiſi, ita q̃d plana ſuperficies circuli imaginata ꝓduci, ſecet ſphærã oculi trans centrum, illius quoq; circunferentia circuli ſit g b, & eius centrũ k, & à punctis illius circũferentiæ ducantur lineæ plurimæ ad uiſum a, quæ ſint b a, d a, e a, z a, i a, c a, g a, ſecundũ quas lineas formæ illorũ punctorũ accedũt ad uiſum, dico qm̃ arcus b g, apparet uiſui linea recta, ducãtur eñ à centro illius circuli lineæ k b, k d, k e, k z, k i, k c, k g, qm̃ ergo linea k b uidetur ſub angulo k a b, & linea k d ſub angulo k a d, qui minor eſt angulo k a b, quoniã

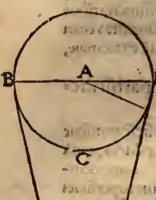
pars eius eſt, ergo p 20. huius, palã eſt, quia maior uidebitur linea k b quàm k d, q̃m ſub maiori angulo uidetur, & ſimiliter uidebitur linea k d maior quàm k e, & k e maior q̃ k z, & eodem modo uidebitur k g maior quàm k c, & k c maior q̃ k i, & k i maior quàm k z, & punctus quoq; z inter omnes datos punctos, q̃m cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quàm punctum e, & punctus e ꝓpinquior quàm punctum d, & punctus d propinquior quàm punctũ b, in apparentia ergo uiſui, alioqui tollitur de curuitate arcus z b, & ſimiliter eſt de arcu z g, accedere ergo uidetur ad rectitudinem arcus g b, cum enim per 8. tertij, linea a z, ſit omniũ breuiſſima, & linea a e breuior ſit quàm linea a d, & a d breuior quàm a b, patet qđ in uiſu aliquid remanet curuitatis apprehenſæ, & ſic non uidebitur tota periferia linea recta, ſed ad rectitudinẽ aliqualiter accedens, patet ergo ꝓpoſitum, & hoc idẽ accidet cõuexis & concauis partibus periferiæ circuli uiſui oppoſitis, quia ſi à pũcto z ducat̃ aliqua ꝑpendicularis ſup lineam a z, tũc nõ eſt differentia magna uiſui inter arcũ & lineã cõtingentem, cũ per maius ſpaciũ uiſio fiat, ꝓpe uero exiſtẽte uiſu, maior percipitur conuexitas uel cõcauitas & magis apparet. Et ſi centrũ oculi & circulus nõ ſint in eadẽ ſuperficie, tũc circũferentia circuli uidebitur curua, q̃m tunc ſitus partium lineæ circularis ſecundũ ſuum ſitũ & eſſe propriũ, peruenit ad uiſum & depingitur ſecundũ ſuã curuitatẽ in ſuꝑficie illius, licet quandoq; forma ſphærica illius curuitatis ſecundũ aliqđ ſui uariet.



LI

Circulo centroq; foraminis uneæ in eadem ſuꝑficie exiſtentibus minus ſemicirculo uidetur.

Sit centrum foraminis uneæ qđ ſit punctum a, & circulus b c d, cuius diameter b e, in eadem ſuperficie plana exiſtens, uideaturq; arcus b c d, dico quod minus ſemicirculo uidebitur, ſi enim arcus b c d qui uidetur ſit ſemicirculus, neceſſe eſt lineas a b & a e, ſuper terminos diametri b e incidere, aliter enim ſemicirculus non uidebitur, quia ſola diameter eſt quæ diuidit circulum per æqualia, ergo lineæ a b & a e, ſemper contingent circulum, quoniam à terminis diametri producuntur, palam ergo per 17. tertij, quoniam utraq; cum diametro b e, angulum rectum continebit, triangulus itaq; a b c habebit duos angulos rectos, & tertium angulum, quod eſt contra 32. primi, & impoſſibile, patet ergo propoſitum.



LII.

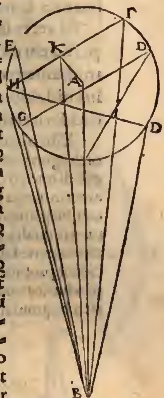
Centro foraminis uneæ exiſtente in circũferentia uel in centro circuli, totalis circulus uidetur.

Eſto centrum foraminis uneæ punctum a, in circunferentia circuli d b, dico quod totus circulus d b uidebitur, nec enim eſt punctus in toto circulo à quo ad quelibet punctum datum in circunferentia dũci linea recta non poſſit, & quia ut oſtenſum eſt per ſecundam tertij huius, poſſibile eſt ſolum illum uideri, inter cuius quodlibet punctum in aliquod punctum ſuperficiei uiſus produci lineas rectas eſt poſſibile, formæ ergo omnium punctorum circuli pertingere poſſunt ad uiſum nullo extrinſeco corpore impediente, talis ergo circulus ſecundum omnia ſua puncta uideri poterit centro foraminis uneæ in illius circuli circunferentia collocata, & quoniam centro foraminis uneæ in centro circuli exiſtente, ad huc omnes lineæ ducibiles à punctis circũferentiæ ad centrũ ad ipſum uiſum perueniunt, patet quia fiet uiſio ſecundum lineas quæ à punctis circunferentiæ ducuntur ad centrum uiſus per decimam ſeptimam tertij huius, & hoc eſt propoſitum.

LIII.

Exiſtente centro oculi in linea à centro circuli ſuper ſuperficiem circuli erecta, aut in termino lineæ obliquæ ſuperficiei circuli inſiſtentis æqualis ſemidiametro, oẽs diametri in eodẽ circulo ꝓducti æquales uiſui apparebũt.

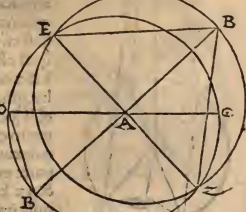
Eſto circulus d e g z, cuius centrum ſit punctus a, erigaturq́ʒ linea a b, perpendiculariter ſuper circuli ſuperficiem, & ducantur diametri e z & d g, ponaturq́ʒ centrũ oculi in linea a b in pũcto b, dico quod omnes diametri ductæ trans ſuperficiem circuli, ut e z & d g, æquales adinuicem uidebuntur, ducantur eñ à centro uiſus lineæ b e, b z, b d, b g, quoniam ergo linea z a æqualis eſt lineæ a g, & linea b a communis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoqʒ ad centrum a ſunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea b g eſt æqualis lineæ b z, & angulus a b z æqualis angulo a b g, & eodem modo erit angulus a b d æqualis angulo a b e, & omnes anguli ad centrum uiſus inter ſe ſunt æquales, ergo per 19. uel 20. huius, omnes ſemidiametri æquales apparẽt, imò & ipſi diametri, ſub æqualibus enim angulis omnia uidentur, & totales diametri & partes, ſed & omnes lineæ æquediſtantes alteri diametrorum uidentur maiores diametris, & remotiores minores propinquioribus, quod patet ducta linea f h æquediſtante diametrorum d g, cuius medio puncto qui ſit k, incidat linea b k, & copulentur lineæ b f, & b h, & a k, eritq́ʒ linea a k per 3. tertij. ꝑpendicularis ſuper lineam f h, quoniam ueniens à centro diuidit ipſam per æqualia in puncto k, quia itaqʒ in trigonis b a g & b k h, anguli b a g & b k h ſint recti, ut b a g, ex hypotheſi & b k h per 22. primi huius, linea uero b k eſt maior quàm linea b a, & linea a g eſt maior quàm linea k h, ꝑ 37. primi huius, angulus b h k eſt maior angulo b g a, ſimiliter quoqʒ angulus b f h erit maior angulo b d a, in trigonis ergo d b g & f b k erit ꝑ 32. primi, angulus d b g minor angulo f b k, diameter ergo d g uidebit̃ maior quàm linea f h, per 20. huius, ſimiliter quoqʒ eſt de omnibus alijs lineis æquediſtantibus diametro reſpectu ipſius diametri, & ad inuicẽ demonſtrandum, quælibet ergo minor uidebitur minor, & ita totus circulus uidebitur propriæ ſuæ figuræ, & hoc eſt propoſitum primum. Si uero linea a b, non ſit erecta ſuper circuli ſuperficiem, ſed oblique inſiſtens, ſit tñ æqualis ſemidiametro circuli, ad huc diameter d g & z e uidebuntur æquales cẽtro uiſus in puncto b, exiſtente eñ ex hypotheſi, z a ſemidiameter ſit æqualis lineæ a b, & ſemidiameter a e æqualis ſit eidem, palã quoniam lineæ a b, a e, a z ſunt æquales. Si ergo ſuper punctum a, ad quantitatem ſemidiametri e a, circulus deſcribatur in ſuperficie in qua ſunt lineæ a e, a z, a b, palam quia tranſibit per punctum b, ergo per 30. tertij, angulus e b z eſt rectus, ſimiliter quoqʒ oſtẽdetur angulum g b d eſſe rectũ,



& quia omnes anguli recti ſunt æquales, & ſub æqualibus angulis uiſa æqualia apparent ꝑ 19. uel 20. huius, palam quia oẽs diametri illius circuli quocunqʒ ducant̃ æq̃les apparebũt, ſicut diametri e z ipſi diametro g d, qđ eſt propoſitum ſecũdum, patet ergo totũ q̃d ꝓponebat̃.

LIIII.

Centro oculi exiſtente in termino lineæ maioris uel minoris ſemidiametro circuli, cuius ſupſiciei in cẽtro oblique eſt inſiſtens, æquales angulos cũ diuerſis ſemidiametris cõtinentes, illæ diametri eiuſdem circuli æquales apparebunt.



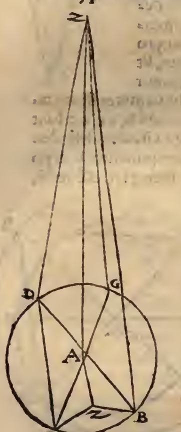
Sit circulus b g d e, cuius centrũ a, & ſit centrũ uiſus z, ſitq́ʒ linea a z non erecta ſed oblique incidens ſuperficiei circuli maior uel minor ſemidiametro d a, ſit tñ angulus d a z æqualis angulo g a z, & angulus e a z æqualis an-

gulo b a z,dico quod ad hoc diameter d g & e b uidebuntur æquales, quoniam enim linea d a eſt æqualis a g,& linea z a communis duobus trigonis z a g,& z a d, eſt quoq; ex hypotheſi angulus d a z æqualis angulo e a z, erit per 4.primi, linea z d æqualis lineæ z g,& angulus d z a æqualis angulo g z a.ergo per 19.uel 20.huius, baſis d a uidebitur æqualis g a baſi.Similiter quoq; per eadem demõſtrabitur angulus e z a æqualis angulo b a z, & p præmiſſa uidebit̃ linea e a æqualis lineæ b a,& angulus a z g,æqualis eſt angulo a z d,& angulus e a z æqualis angulo a z g,ideo accidit ut totalis angulus d z b totali angulo e z g ſit æqualis,uidebitur ergo ut ſupra patuit diameter d b æqualis diametro e g,quod eſt ꝓpoſitum,poſſibile eſt aũt hoc in quibuſdam diametris accidere, non aũt in omibus diametris circuli taliter uiſui oppoſiti,nõ ergo oportet qđ oẽs diametri illius circuli uideãtur æquales:nõ eñ illæ diametri uidebunt̃ æquales,cũ quibuslibet linea z a,facit angulos inæquales.

LV.

Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens nõ erigatur ſuper ſuperficiem circuli,necq; æquales angulos cõtineat cũ diametris, ſitq; maior ſemidiametro,diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur ſectio columnaris, cuius maxima eſt diameter illa cui perpendiculariter incidit linea radialis.

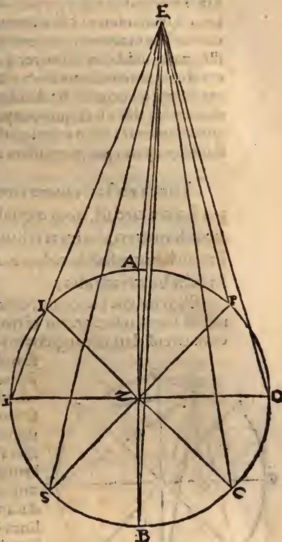
Eſto circulus a g b d cuius centrum z,& ducantur diametri a b & g d, ſe ad inuicem orthogonaliter ſecantes, ſic quod centrum oculi e,à quo ducatur linea e z ad centrũ circuli diametro quidem d g ſecũdum angulum rectum perpendiculariter incidentes,diametro uero a b oblique ut acciderit,non erit ergo linea e z erecta ſuper ſuperficiem circuli,ſitq; linea e z maior ſemidiametro circuli,dico quod diametri a b & g d uidebuntur inæquales,& g d maxima quidem a b uero minima,& quod totus circulus uidebitur altera parte longior,ueluti ſectio columnaris,quoniam omnis diameter circuli quæ ceciderit propior minimæ, uidebitur minor remotiore ab illa,& duæ tantum diametri apparebunt æquales,ut illæ quæ æqualiter diſtãt ab utraq; parte à minima diametro quæ eſt a b,quoniam enim diameter g d,eſt perpẽdicularis ſuper diametrũ a b, & ſuper lineã

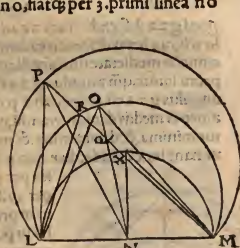


z e,palam per 4.undecimi, quoniam linea g z eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem in qua ſunt lineæ e z & a z, uel a b,ergo per 18.undecimi, erit circulus propoſitus orthogonaliter ſuper ſuperficiem e a z,ergo & e a z,ſuperficies erecta erit ſuper circulum,ducatur ergo à puncto e,ſuper ſuperficiem circuli a b g d, perpendicularis per 11.undecimi, hoc itaq; per præmiſſa neceſſario cadet in communem ſectionẽ illarum ſuperficierum,quæ eſt a b, cadat ergo & ſit e k,& ducãtur lineæ e a,e b,e d,e g, producaturq; diameter circuli alia quæ ſit s z p,conſtituendo cũ diametro g z d angulum p z d æqualem angulo g z s per 15.primi, ducatur quoq; alia diameter quæ ſit i z d,ita ut anguli g z g & i z g ſint æquales, quia itaq; à puncto e,in aere dato ſuper ſubſtratam planam ſuperficiẽ circuli qui eſt a b g d,ducant̃ duæ lineæ,una ꝓpendiculariter q̃ eſt e k,& alia oblique q̃ eſt e z,& inter pũcta incidẽtiæ quæ ſunt k & z copulatur linea z h,in ipſa ſuperficie,patet per 39.primi huius,qm̃ angulus e z k,minimus eſt omniũ angulorum ſub linea e z, oblique incidente,et ſemidiametro z i uel z p,uel quacũq; alia diametro contentorum,& omnis angulus iſtorũ angulorum propinquior angulo e z k eſt minor remotiore:duo quoq; anguli ex utraq; parte æqualiter angulo e z k approximãtes,ut ſunt anguli i z k, & p z k inter ſe ſunt æquales, copulentur quoq; lineæ e i,e s,e p, e t, quia itaq; ab angulis duorum trigonorũ d e g & t e i, ad medietates ſuarum baſium æqualiũ in trigono d e g linea e z perpendiculariter incidit,& in trigono t e i obliq̃ eſt,q̃ linea e z maior medietate utriuſq; illarum baſiũ, g d & i t,ut patet ex hypotheſi,ergo per 49.primi huius,erit angulus d e g maior angulo t e i;

ergo

ergo ꝑ 20. huius, diameter d g uidebitur maior diametro i t,& quoniam ut oſtenſum eſt ꝑ 39. primi huius angulus e z i eſt maior angulo e z a, ambabus uero baſibus trigonorum t e i & a e b, quæ ſunt i t & a b, ad medium punctũ qđ eſt z linea e z incidit oblique: erit per 51. primi huius angulus t e i maior angulo a e b, ergo per 20. huius diameter i t uidebitur maior diametro a b,& ſic per præmiſſa de qualibet aliarũ diametrorũ reſpectu diametri a b eſt demõſtrandũ. Oĩm itaq; diametrorũ circuli propoſiti g d uidetur maxima,& a b minima,& propinquiores diametro g d uidentur maiores,& propinquiores diametro a b uidentur minores: duæ quoq; diametri æqualiter hinc inde diſtantes uidentur æquales, ut ſunt i t & s p per præmiſſam, q̃m propter æqualitatẽ angulorũ aliquorum qui ſunt e z i & e z p per 39. primi huius anguli t e i & s e p fiunt æquales per 51. primi huius, totus ergo circulus uidetur altera parte longior, ueluti ſectio colũnaris. Sed & ſuppoſitis ĩjs quæ per 39. primi huius declarata ſunt, poteſt reliquũ aliter demõſtrari. Extra hanc enim figuram ꝑtrahatur linea l m æqualis diametro d g per 3. primi,& diuidatur linea l m per æqualia in puncto n per 10. primi,& à puncto n ducatur linea n x perpendiculariter ſuper lineam l m per 11. primi,& reſecetur linea n x ad æqualitatẽ lineæ z e, quæ eſt ex hypotheſi maior ꝙ linea n m, æqualis ſemidiametro z g, ut patet ex præmiſſis, ductiſq; lineis l x & m x, compleatur trigonũ l m x,& per 5. quarti circũſcribatẽ ei portio circuli quæ ſit l m x, eſt itaq; illa portio circuli l m x maior ſemicirculo, ideo quia linea n x eſt maior utraq; linearũ n m & n l,& q̃m trigonorum g z e & l n x latus g z eſt æquale lateri n l,& latus z e æquale lateri n x,& angulus g z e æqualis angulo l n x, q̃m ut patet ex præmiſſis uterq; ipſoꝝ eſt rectus, erit per 4. primi baſis g e æqualis baſi l x:& ſimiliter iterata demonſtratio in trigonis d z e & n x m, erit linea d e æqualis lineæ m x, & erit totus angulus l x m æqualis totali angulo g e d, fiat quoq; ſuper punctũ n terminũ lineæ l n ꝑ 23. primi angulus æqualis angulo i z e,& ſit angulus l n o, fiatq; per 3. primi linea n o æqualis lineæ e z,& ducantur lineæ l o & m o, deſcribaturq; ſupra circa trigonum l o m portio circuli quæ ſit l o m, erit quoq; ſecundũ præmiſſum probandi modum angulus l o m æqualis angulo i e t, ita ut prius per 23. primi conſtituatur ſuper punctũ n terminũ lineæ l n, angulus l n p æqualis angulo a z e,& fiat linea n p æqualis lineæ e z,& ducãtur lineæ l p & p m,& circa trigonũ l p m deſcribatur portio circuli ut prius, quæ ſit l p m, erit quoq; modo præmiſſo angulus l p m æqualis angulo a e b, ducaturq; linea à puncto l ad punctũ ſectionis, ubi linea m o ſecat circũferentiã portionis circuli quæ l x m, quæ linea ſit l q,& quia per 26. tertij angulus l q m æqualis eſt angulo l x m, cadunt enim in eundem arcũ quẽ concordat linea l m, angulus uero l q m maior eſt angulo l o m per 16. primi, patet, qa angulus l x m maior eſt angulo l o m, angulus uero l x m æqualis eſt angulo g e d,& angulus l o m æqualis eſt angulo i e t, pa-





Iam ergo,quoniã angulus g e d maior eſt angulo l e t. Similiter quoq; ducta linea k ad punctũ ſectionis,in quo linea m p ſecat arcum l o m,palam ut prius, qm̃ angulus l o m maior eſt angulo l p m,& quoniã angulus l p m eſt æqualis angulo a e b,erit angulus i e t maior angulo a e b,ergo per 20.huius maior apparebit uiſui in puncto e poſito diameter g d,ꝙ diameter i t,& diameter i t maior diametro a b, & qm̃ de omnibus diametris cadentibus in arcum i a eadem eſt demonſtratio reſpectu diametri a b,patet ꝙ omnib9 illis maior uidebitur diameter g d,& minor uidebitur diameter a b:omniũ itaq; diametrorũ concurrentiũ cum linea e z in puncto z diameter a b uidetur minima,& g d maxima:diameter uero media diuidens angulũ a z g per æqualia,modo medio uidebitur in diametris g d & a b,& quia per præmiſſam angulus i e t æqualis eſt angulo s e p,palam quia diametri i t & s p æquales uidebuntur,quoniã ſunt diametris g d & a b æqualiter diſtantes,ut patet per præmiſſam & per 15.primi,hoc ergo eſt propoſitum.

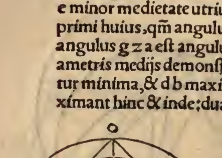
LVI.

Si linea recta à centro circuli centro uiſus incidens,non erigatur ſuper ſuperficiem circuli, neq; æquales angulos contineat cum diametris, ſitq; minor diametro,diametri illius circuli inæquales apparebunt, totuſq; circulus uidebitur ſectio columnaris, cuius maxima diameter eſt illa,cui oblique incidit linea radialis.

Eſto circulus a b g,cuius centrũ e,& ducantur duæ diametri a g & b d ſe inuicem ad rectos angulos ſecantes in cẽtro e,& ducatur linea e z,quæ neq; ſit erecta ſuper ſuperficiem circuli dati,nec angulos æquales continens cum diametris a g & b d, & ſit minor



ſemidiametro continens angulos rectos cum diametro g a, & inæquales cum diametro d b,dico ꝙ diametri propoſiti circuli apparebunt inæquales,& ꝙ totus circulus uidebitur ſectio columnaris,cuius diameter g a apparebit omniũ minima,& diameter d b maxima:diametri uero æqualiter ab iſtis ambobus diametris diſtantes,æquales apparebunt oculo in puncto,& exiſtẽte ut ſunt diametri h p & s r,quia enim angulus z e g eſt rectus,ducantur lineæ z g,z d,z a,z b, & ducantur ad diametrũ h p lineæ z h,z p,& ad diametrũ g r lineæ z g & z r,& omnibus alijs ut in præmiſſa diſpoſitis,ſcilicet ducta linea z k ſuper diametrũ g a,cui ꝑpendiculariter incidit linea z e per 39.itaq; primi huius,patet ꝙ angulus z e k eſt minimus omniũ angulorꝫ illorũ:& omnis angulus illi propinquior eſt minor remotiore,quia uero ab angulo trigoni g z a deſcendit linea z e ad mediũ baſis,quæ eſt a g perpendiculariter,& ab angulo trigoni h z p deſcendit eadem linea z e oblique ad medium baſis h p,eſt itaq; linea z e minor medietate utriuſq; illorũ baſium æqualiũ,ut patet ex hypotheſi,palam per 50. primi huius,qm̃ angulus g z a eſt minor angulo h z p,ita per 51.primi huius,quoniam angulus g z a eſt angulus h z p minor angulo d z b. Similiter quoq; de quibuſcunq; diametris medijs demonſtrandũ,patet ergo per 30.huius,qm̃ omniũ diametrorꝫ a g uidetur minima,& d b maxima,& mediæ medio modo ſe habentes,ſecundũ ꝙ plana approximant hinc & inde:duæ quoq; diametri æqualiter diſtãtes ab extremis uidentur æquales per 54.huius,patet ergo ꝓpoſitũ. Sed & ſuppoſitis ijs,quæ



per 39.huius primi,poteſt reliquũ aliter demonſtrari: Aſſumatũ ut in præmiſſa k l æqualis diametro g d,& diuidatũ in duo æqualia in puncto m,& producatur à puncto m perpendiculariter linea m o æqualis lineæ e z,erit ergo linea m o ex hypotheſi minor ſemidiametro g e,& minor linea k m,& ducantur lineæ k o & l o:trigono quoq; k n l circũſcribatũ circuli portio per 5.quarti,quæ ſit k o l;eſt autẽ illa portio minor ſemicirculo,quia linea

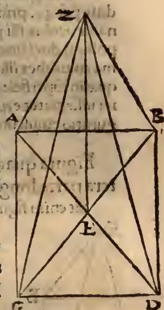
m o

m o eſt minor ſemidiametro, eritq́ per 4. & 8. primi angulus k o l æqualis angulo g z a. Sit iterum angulus p e z æqualis angulo k m x, & ſit linea x m æqualis lineæ e z, ductisq́ lineis k x & l x, circūſcribatur trigono k x l portio circuli k x l, & erit modo præmiſſo angulus k x l æqualis angulo h z p. Item ſit angulus k m q æqualis angulo a e z, & ſit linea m q æqualis e z, ductisq́ lineis k q & l q, ut prius deſcribatur portio circuli k q l, & erit angulus æqualis angulo d z b, & quia inter præmiſſum patuit, erit angulus k o l minor angulo k x l, & angulus k x l minor angulo k q l, erit angulus g z a minor angulo h z p, & angulus h z p minor angulo d z b, apparebit ergo diameter d b maior ꝙ diameter h p, & h p maior ꝙ g d, diameter uero h p & e i æqualiter diſtans, quæ s k, à diametro g a, æquales apparebunt per 54. huius, & hoc eſt propoſitum.

LVII.

Centro uiſus exiſtente in linea erecta ſuper ſuperficiem quadrati in puncto interſectionis duorum diagonorum, latera quadrati æqualia apparent, & diametri æquales.

Sit tetragonus a b g d, & protrahatur in ipſo diagoni a g, b d, & earū interſectio ſit e, erigatur e z ſuper ſuperficiem tetragoni per 12. undecimi, ponaturq́ oculus in aliquo puncto lineæ e z ut m z, & ducantur lineæ z a, z b, z d, z g, quia itaq́ per 40. primi huius medietates diagonorum inter ſe ſunt æquales, ut d e & g e, & linea e z eſt cōmunis duobus trigonis d z e & g z e, & anguli circa e ſunt recti per diffinitiōem lineæ ſuper ſuperficiē erectæ, erit per 4. primi baſis z g æqualis baſi z d, & angulus e z g æqualis angulo e z d, uidebitur itaq́ linea d e æqualis lineæ e g per 20 huius: & ſimiliter per eandem, quia angulus a z e eſt æqualis angulo b z e, uidebitur ergo linea a e æqualis lineæ b e, tota quoq́ linea d b apparebit æqualis toti lineæ a g, & qm̄ linea g z eſt æqualis lineæ b z, & linea a z æqualis lineæ d z & linea a b eſt æqualis ipſi g d, quoniā ſunt latera eiuſdem quadrati, & ſic tria latera unius trigoni ſunt æqualia tribus lateribus alterius, ergo per 8. primi anguli æqualibus lateribus contenti ſunt æquales: omnia itaq́ latera ipſius quadrati hoc modo æqualia apparebunt, & hoc eſt propoſitū, qm̄ in omni puncto lineæ a z eadem eſt demonſtratio, concludendo ſemper per 20. huius.



LVIII.

Si recta linea maior uel minor medietate diagoni quadrati à medio puncto centro uiſus incidens obliquata ſuper eius ſuperficiem æquales angulos cōtineat cum diuerſis medietati qus diagonorū, diagoni illius quadrati apparebūt æquales.

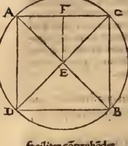
Sit quadratū a b c d, cuius medius punctus inueniatur per 40. primi huius, quod ſit e, & ducantur diagoni a c b & c e d, ſitq́ centrū uiſus f, & linea f e ſit maior ꝙ linea e a medietate diagoni, uel minor illa, ſit quoq́ linea f e obliquata ſuper ſuperficiem quadrati, ſit tamē angulus f e a æqualis angulo f e c, dico ꝙ adhuc diagoni ipſius quadrati æquales apparebunt: circa punctū enim e deſcribatur circulus ad quantitatē ſemidiametri e a, palam ergo, cum omnes medietates diagonorū ſint æquales per 40. primi huius, qm̄ per 9. tertij circulus iſte circūſcribet totali quadrato, oēs terminos diagonorum attingēs, erūt ergo diagoni quadrati diametri deſcripti circuli, Sed manifeſtū eſt per 54. huius, qm̄ diametri circulorum in hac diſpoſitione omnes uidētur æquales, ergo & diagoni quadrati cum ſint idem cū illis, & hoc eſt propoſitum. Idem quoq́ accidit in omnibus figuris poligonijs quibuſcunq́ formæ, & per eadem uel ſimilia demonſtrandum.

LIX.

Linea recta ad punctum medium ſuperficiei quadratæ oblique à centro uiſus incidēte, & inæquales angulos cū diagonis cōtinente, ſiue maior ſiue minor ſemidiagono fuerit, ſemp̄ diagoni quadrati inæquales apparebūt.

Remaneat

Remaneat diſpoſitio proximæ præcedentis, contineatq́; linea f e inæquales angulos cum diagonis, ita ꝙ angulus f e a ſit inæqualis angulo f e c, & circumducatur circulus quadrato circa centrum e ut prius, & ſi linea f e fuerit maior ſemidiagono a e, concludetur per 55. huius diametros circuli, qui ſunt diagoni propoſiti quadrati, inæquales uideri, ꝙ ſi linea f e fuerit minor ſemidiagono a e, tunc ſimiliter per 56. huius conuincetur diagonos quadrati inæquales uideri. Diuerſitas tamen iſtarum inæqualitatū, fit ſecundū modum illic in circulis propoſitū, ſecundū diuerſitatē angulorum incidentiæ hinc inde, patet ergo ꝓpoſitū, & eodem modo poteſt de alijs figuris, ut de quadrangulo altera parte lõgiore, & de hexagonis, octogonis, & uniuerſaliter de omnibus poligonijs parium angulorum faciliter demonſtrari, ꝙ ipſorum diagoni quandoq; æquales uidentur, & quandoq; inæquales, nec in talibus duximus immorandū, quia quilibet huius ſcientiæ ꝑſcrutator hoc faciliter cõprehēdet.



LX.

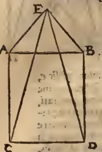
Centro foraminis uneæ in puncto medio ſuperficiei cuiuſcunq; figuræ rectilineæ exiſtente, ſemper figura ſecundū ſui formā propriā uiſui occurret.

Verbi gratia: Sit figura data exempli cauſa quadrata, & inueniatur punctus medius per 40. primi huius, in quo ponatur centrum foraminis uneæ, & hoc eſt, ut ſupponatur oculus illi puncto, & quoniā ab illo puncto ad omnem punctū laterum angulorum poſſunt duci lineæ æquales uel proportionales ijs quæ in ipſa ſuperficie, patetq́; ꝙ forma cuiuslibet illorū punctorum uidebitur, & propter æqualitatē linearū radialium ad eas quæ in ſuperficie lineas figurabitur figura in oculi ſuperficie, ſicut eſt extra in ſuperficie rei uiſæ, patet ergo ꝙ totalis forma & figura illius ſuꝑficiei uidebitur, ſicut eſt ꝓpria illi figuratio cuiuſcunq; ſit figuræ, & hoc eſt propoſitum.

LXI.

Figura quadrata uno ſolo latere directe uiſui oppoſito, diſtantia uiſa altera parte longior uidetur.

Sit enim figura quadrata a b c d, & centrum uiſus e, & latus quadrati quod ſit a b, opponatur uiſui directe, palam ergo, quoniā alia uiſui opponētur oblique, ſed per 26. huius quantitas oblique uiſui oppoſita uidetur minor, quoniam ſub minori angulo uidetur: directe uero uiſui oppoſita, uidetur ſua propriæ quantitatis ꝙ̄ oblique uiſa: ſub maiori enim angulo uidentur omnia directe uiſibus oppoſita, ꝙ̄ ſibi æqualia quæ opponuntur uiſibus oblique, tota ergo figura quadrata uidebitur altera parte longior. Superficies uero quadrata e, diſtantia uiſa altera parte longior, uidetur ut proponitur, ſed eſt poſſibile, uel altera parte longior appareat uiſui eſſe quadrata, ut ſi latus eius uero breuius directe opponatur uiſui & longius oblique, tunc enim poteſt fieri propter diſpoſitionem obliquitatis, ut longius latus appareat æquale breuiori. Multa quoq; ſimilia accidunt ex hac radice, utpote irregularitas in quibuslibet poligonijs figuris æquilateris & æquiangulis. In alijs quoq; accidit ſuæ formæ diuerſitas in uiſione, quæ omnia relinquimus diligentiæ particulariter perquirentis, ſufficit enim nobis hoc uniuerſaliter propoſitum in radice.



LXII.

Si quadratum, cuius latus non ſit excedēs, diſtantia oculorū uiſibus proprijs apponatur, uidebitur altera parte longius, & latera uiſibus obuiantia, ex parte uiſuum concurrere uidebuntur.

Sit qua-

Sit quadratum a b c d, cuius latus a b non ſit excedens quantitatē lineæ cōnectenti centra oculoꝶ, hoc eſt diſtantiā oculoꝶ, & applicetur uiſibus ut ꝓpius poteſt, ſecundū latus ſuū a b, dico ꝙ uidebit̄ altera parte longius, latera enim eius duo. ſ. a c & b d directe ſubijciuntur uiſui, qm̄ qđlibet illorū laterum imaginatū extendi ſecundū ſuum continuum & directum per 1. ſecundi huius penetrat centrum uiſus, cui directe ſubijcitur, & ſic forma eius directe depingitur in ſupficie ipſius uiſus, & latus c d directe opponitur uiſui, uidebūtur ergo illa ſua ꝓpriæ quantitatis per 26. huius, latus uero a b uidet̄ oblique, qm̄ cadit intra axes uiſuales, nec ſuper ipſum erigitur aliquis axium uiſualiū, uidetur ergo minus per eandem 26. huius: totum ergo quadratū a b c d uidetur altera parte longius, & lineæ c a & d b, quæ ſunt latera illius quadrati uiſibus obuiantia, uidebuntur plus diſtare ſecundū lineam c d, ꝙ̄ ſecundū lineam a b, uidentur ergo concurrere uerſus partem uiſus, qđ eſt propoſitū: & eadem paſſio accidit figuræ quadrangulæ altera parte lōgiori, nec eſt differentia ꝗ ad illū, qđ etiā per eandē poteſt demōſtrari, patet ergo ꝓpoſitum. Et qm̄ figura corporalis ꝗdā figura eſt, licet uiſio corporeitatis ſit alia à uiſione figuræ, quō uirtuti diſtinctiuæ error in uiſiōe figuræ accidat, duximus in poſterius differendum.

LXIII.

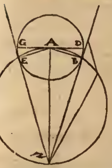
Corporeitas comprehenditur à uiſu, in quibuſdam corporibus per ſe, & in quibuſdam auxilio uirtutis iudicatiuæ.

Cum enim corporeitas ſit extenſio corporis ſecundū trinā dimenſionē, dico ꝙ ipſa quandoqꝫ cōprehenditur in quibuſdā corpibus à uiſu per ſe, quædā enim corpora continentur à ſupficiebus planis ſecātibus ſe recte uel oblique adinuicē, & quædā à ſuperficiebus cōcauis & cōuexis, & ꝗdam à ſupficiebus cōuexis & planis, & quædā à ſuperficiebus concauis & planis, & quædā à diuerſis ſuperficiebus cōuexis, concauis & planis ſe interſecantibus, & quædam continentur ab una ſola ſuperficie rotunda: corpus itaqꝫ cōtentum à ſuperficiebus ſecantibus ſe, cuius una ſuperficies eſt plana: quando ſuperficies eius fuerit oppoſita uiſui ſecundū directam oppoſitionē ſiue obliquatam, ita tamen, ꝙ communis ſectio duarum ſuperficierū uideatur, & ꝙ ambæ ſuperficies ſe ſecantes occurrant ſimul uiſui, tunc extenſio corporis ſecundum longitudinem & latitudinem, & ſecundum profunditatem à uiſu comprehendetur, ſic ergo corporeitas cōprehendetur. Corpora quoqꝫ, quorū ſuperficies eſt conuexa ſiue ſit una ſiue multæ, cum opponuntur uiſui ſecundū directionem uel obliquationē, erunt remotiores partiū eius à uiſu inæquales, & erit medium conuexi eius propinquius extremitatibus uiſus per 8. tertij. Reliquæ uero partes eius erunt à uiſu remotiores, quo comprehēſio ſentiet uiſus corporeitatem, quoniam comprehendet profunditatem partium plus remotarum à ſe reſpectu partiū propinquiorū ſibi, & cum hoc comprehendet longitudinem & latitudinem dimenſionū illorum corporū. Corporis quoqꝫ concaui concauitas percipi poteſt à uiſu ſecundū mediocrem diſtantiam, tunc enim, quia medium eius maxime elongatur à uiſu per 8. tertij, ut prius: profunditas illius corporis cōprehenditur à uiſu propter maiorem diſtantiam unius partis reſpectu aliarum, ſed ex conſequenti longitudo & latitudo patent: ꝙ ſi plures ſunt in ipſo ſuperficies ſe ſecantes, quorū communes ſectiones ſe à uiſu offerant, corporeitas ipſorum comprehenditur à uiſu cum ſentitur obliquitas illarū ſuperficierum. In ijs autem omnibus attendenda eſt mediocritas diſtantiæ, quoniam in maximis remotionibus eſt ſecus, tunc enim per uiſum nudum non comprehenditur corpus propter uiſionem ſuperficiei, ſed auxilio uirtutis animæ ſuperioris, eſt enim principium quieſcens in anima ex conſuetudine uiſionum, & eſt tale, ꝙ nihil uidetur niſi corpus. Vnde qando uiſus uidet aliquam uiſibilem ſuperficiem, ſtatim uirtus iudicatiua animæ dicet, ꝙ uidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uiſus extenſionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per ſe comprehendet uiſus per comprehenſionem ſuperficiei cuiuſcunqꝫ per 17. tertij huius, non autem comprehendet ſemper corporum profunditatem, quæ eſt tertia dimēſio ipſorū, niſi auxilio uirtutis ſuperioris ipſius animæ, patet ergo propoſitum.

LXIIII.

Longior linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ſphæricæ ad uiſum accedens, eſt linea contingens circulum magnum illius ſphæræ.

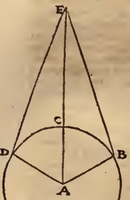
Eſto data ſphæra d g, cuius centrũ ſit a, circulus eius magnus d g e b, quæ ſphæra ſit uiſa ab oculo, cuius centrũ ſit punctũ z, & ſuper lineam diſtãtiæ centri ſphæræ qđ eſt a, & centri oculi qđ eſt z, poſitam ꝓ diametro quæ ſit a z, figuretur circulus a b e z, & ducantur ad ſectiones circulorũ iſtorũ lineæ z b & z e, dico ꝙ hæ lineæ contingunt circulũ d g e b, qui eſt circulus magnus ꝓpoſitæ ſphæræ, & ꝙ ipſæ ſunt longiores omnibus alijs lineis ductibilibus à quibuſcunq; punctis ſuperficiei ſphæræ ad centrũ uiſus, ducantur enim à centro ſphæræ qđ eſt a, duæ lineæ ad terminos linearũ z e & z b, quæ facient cum eis angulos rectos, fient enim anguli a e z & a b z recti per 30. tertij, quia uterq; illorũ cadit in ſemicirculo, ergo per 15. tertij illæ duæ lineæ z e & z b ſunt contingentes circulũ d g e b, protractæ ergo circulũ nõ ſecabũt. Si uero dicať, ꝙ illæ contingentes non ſunt longiſſimæ, quæ perueniũt à punctis ſuperficiei ſphæræ uiſæ ad centrũ uiſus z, ſint aliæ longiores, quæ ut patet ex præmiſſis, ſi linea z b protrahatur, ipſa non ſecabit circulum quem contingit per 15. tertij, ergo ſi à puncto z centro uiſus in ſuperficie, in qua ſunt lineæ z e & z b, protrahatur linea longior ꝙ ſit linea z b uſq; ad circulum: palam ergo, quia iſta recta cum linea z b ſuperficiem includet, qđ eſt impoſſibile. Illæ ergo duæ lineæ contingentes circulũ ſunt omnibus alijs lineis longiores, quod eſt propoſitum.



LXV.

Sphæræ à remotiſſimo uiſæ ſupficies conuexa uel concaua uideť plana.

Sit ſphæra, cuius centrũ ſit a, & in ea circulus magnus b c d, & ſit centrũ uiſus e, ducanturq; lineæ e a, e b, e c, e d, palamq; per 50. huius, quoniã forma arcus b c d ipſi uiſui e à remotiori incidentiæ arcus b c d accedit ad rectitudinem, & idem eſt de alijs arcubus quibuſcunq; uiſus incidit in tota data ſphæra, totalis ergo portio conuexæ ſuperficiei, cui uiſus incidit, uidetur plana, ut ſicut arcus circulorũ in ſuperficie ipſius deſcriptibiliũ accedũt ad rectitudinem linearũ, ſic totalis ſphæræ ſuperficies ad planiciem accedat, & per eadem poteſt fieri demõſtratio de cõuexa ſuperficie ipſius ſphæræ, cũ enim in illa partiũ rei uiſæ plus altera diſtare uideatur, neceſſe eſt unius diſpoſitionis apparere totam ſuperficiẽ rei uiſæ. Cum itaq; totum conuexũ corpus uel concauũ in remotione maxima fuerit à uiſu, tũc uiſus nõ comprehendet concauitatẽ uel conuexitatẽ, ſed cõprehẽdet ipſum quaſi planũ, quia ſitus partiũ ſuperficiei ſuæ adinuicem nõ comprehendiť à uiſu in aliqua diuerſitate, ſed ſecundũ concauitatẽ æqualem peruenerint ad uiſum, & in ipſius uiſus ſupficie ſecundũ diuerſitatem ſitus figurať, unde plana iudicanť, & plana uidebiť totalis ſuperficies rei uiſæ, & ob hoc figuræ ſuperficierũ ſolis & lunæ uideнť planæ, ſemidiametri enim ipſorũ ad lineam ſuæ diſtantiæ, quæ à centro uiſus ad ipſorum ſolis & lunæ centra ducitur, non habet aliquã ſenſibilẽ ꝓportionẽ, unde nihil aufert à quantitate lineæ à centro uiſus productæ contingente ſphæras illas per præmiſſam. Longior enim linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ipſius ſphæræ ad uiſum accedens, eſt linea circulũ magnũ illius ſphæræ cõ

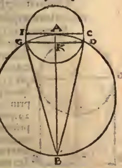


ræ cõ

ræ contingens, & illæ lineæ omnes ſunt æquales inter ſe per 58. primi huius, & qm̄ ſenſibiliter nō excedunt lineam à centro uiſus ſuper ſupficies illarū ſphærarū ꝓductas, ideo omnes illæ lineæ uidentur quaſi æquales ipſis ꝑpendicularibus, quæ tranſeunt centra illorum corporū à centro uiſus productæ, & arcus interiacentes rectitudini accedunt: unde totales ſuperficies uidentur planæ, & hoc idem propter eandem cauſam accidit in omnibus alijs ſtellis; quæ propter remotiōem maximam quaſi quædam ſuperficies paruorum circulorū uidentur, patet ergo propoſitum.

LXVI.

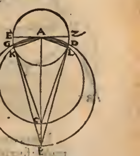
Sphæricæ ſuperficiei cōuexæ illuminatæ uno oculo uiſæ, ſemper minus hemiſphærio apparet, & pars eius uiſa circulo continetur.



Sit ſphæræ uiſæ centrū a, & ſit centrum uiſus b, producaturq; linea a b, ſitq; ut ſuperficies plana tranſiens punctū b, ſecet ſphæram, erit ergo per 69. primi huius communis ſectio illius ſuperficiei & ſphæræ circulus, ſit ille circulus g d, & ſuper diametrū a b, quæ interiacet centrum uiſus & centrū ſphæræ uiſæ, deſcribatur circulus qui ſit a g d b, & producantur lineæ g b, d b, a g, a d, quia ergo arcus a g b eſt ſemicirculus, palā per 30. tertij, quia angulus a g b eſt rectus. Similiter autē & angulus a d b eſt rectus, ergo lineæ b g & b d ſunt contingentes circulū per 15. tertij, copuletur itaq; linea g d ducta per puncta contactuū, quā ſecabit linea b a per æqualia ꝑ 58. primi huius, ſit ergo punctus ſectionis k, eruntq; per 4. primi trigona g k b & d k b æquiangula, patet & hoc ꝑ 3. tertij, ducatur quoq; ꝑ centrū a linea i t æquediſtāter lineæ g d per 31. primi: erit ergo per 29. primi linea a b ꝑpendicularis ſuper lineā i t, cum ipſa ſit ꝑpendicularis ſuper lineam g d æquediſtantē lineæ i t, ergo ꝑ 15. tertij erit linea i a contingēs circulū a g b d, & ipſa eſt diameter circuli d g, arcus ergo d g qui uidetur, minor eſt ſemicirculo, put etiam patet per 51. huius, trigonus itaq; b g k manēte fixo latere b k, intelligatur circūduci quouſq; redeat ad locum unde cœpit, & palam, quoniā linea b g contingens circulū d g, unūquodq; punctū ſuperficiei ſphæræ, cui ipſa circūducitur, continget, & linea k g motu ſuo faciet circuli ſectionem, fietq; pyramis, cuius uertex erit punctū b, qđ eſt centrum uiſus, baſiſq; eius erit circulus per motum lineæ k g factus: pars ergo uiſa ſub circulo continetur, palam quoq;, quoniam uidetur minus hemiſphærio: eſt enim, ut præmiſſum eſt, ſphæræ uiſæ diameter i t, & linea g d illi æquediſtās minor diametro, eſt aūt linea g d diameter baſis pyramidis uiſionis, minus ergo hemiſphærio uidetur, quod eſt propoſitum.

LXVII.

Viſu ſphæræ illuminatæ conuexæ approximāte, minus ſuperficiei ſphæræ uidetur, apparet autem quaſi magis uideatur.

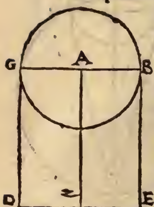


Eſto ut in præmiſſa ſphæra, cuius centrum a, ſit quoq; centrū uiſus b, & ducatur linea a b, & circa diametrū a b deſcribatur circulus g b d, & ducatur à puncto a linea e a z perpendiculariter ſuper lineam a b per 11. primi, & quia lineæ a b & e z ſunt in una ſuperficie per 2. undecimi. Intelligatur hæc ſuperficies plana ſecare ſphæram, ipſa aūt per 69. primi huius ſecabit ſphærā ſecundū circulū qui ſit g e z d, eruntq; puncta ſectionis duorū ꝓpoſitorū circulorū quæ g & d, ducantur lineæ g a, d a, b g, b d, & patet per modū ꝓximæ præcedentis, qm̄ lineæ b g & b d contingūt ſphæram, & uidetur ab oculo exiſtente in puncto b pars ſphæræ g d: ſit ergo ut appropinquet oculus ſphæræ, & fiat in pūcto c, ducaturq; c a circa quā ut diametrū deſcribatur circulus a k d l, ducanturq; lineæ c k, c l, a k, a l, ergo propter præmiſſam uidebitur ſub circulo exi-

ſtente in puncto c pars ſphæræ,quæ eſt k l,quæ minor eſt parte ſphæræ g d uiſæ ab oculo exiſtente in puncto b,q̄m arcus cadens inter puncta cõtingentiæ linearũ c k & c l, quæ per 64.huius attingũt ſphærã,minor eſt arcu g d,quæ cadit inter puncta cõtingentiæ linearũ b g & b d,qđ patet per 60.huius,palam ergo,q̄m appropinquante oculo ipſi ſphæræ,minus ſuperficiei ſphæricæ uidetur,quia uero,ut patet per eandẽ 60. primi huius,lineæ g b & c k concurrũt ſi producãtur uerſus punctũ g,palam per 16.primi,quoniam angulus k c a minor eſt angulo g b a, ſimiliter angulus a c l maior eſt angulo a b d, totus ergo angulus k c l eſt maior toto angulo g b d:pars ergo ſphæræ,in qua eſt arcus k l,ſub maiori angulo uidebitur,ꝙ pars ſphæræ in qua eſt arcus g d,apparet ergo p 20. huius maior uiſui pars ſphæræ quæ eſt k l,ꝙ pars eius quæ eſt g d,& hoc eſt ꝓpoſitum.

LXVIII.

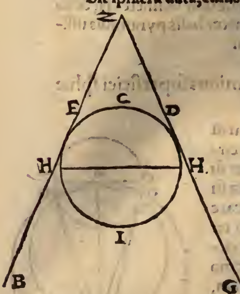
Diametro ſphæræ illuminatæ conuexæ lineæ connectenti centra amborũ oculorũ æquali exiſtente,hemiſphæriũ eſt qđ ambobus uiſibus uidet.



Sphæræ datæ ſit centrũ a,ſitq́ circulus eius maior,cuius diameter ſit b g,quæ ex hypotheſi erit æqualis diſtantiæ oculorum,hoc eſt lineæ connectenti centra uiſuum amborũ quæ ſunt e & d,ducantur quoq́ à punctis b & g perpendiculares b d & g e,quæ fiant æquales per 3.primi,& copuletur linea d e,quæ per 33.primi & ex hypotheſi erit æqualis & æquediſtans lineæ g b, ducatur quoq́ perpendicularis à puncto a centro ſphæræ ſuper lineam g b per 11. primi,quæ producta ad lineam d e ſecet ipſam in puncto z: palam ergo p 29.primi,quoniã linea a z eſt perpendicularis ſuper lineam e d, & per 27. primi erit linea a z æquediſtans lineæ g e,ergo per 33.primi patet ꝙ linea e d diuiditur per æqualia in puncto z,& quia,ut patet ex hypotheſi, erunt oculi in punctis d & e,dico ꝙ hemiſphæriũ eſt qđ uidetur, manente enim fixa linea a z,circũuoluatur paralellũ a b z d,donec redeat ad locum unde incepit;linea ergo a b mota deſcribet circulũ æqualẽ circulo g b,cuius ipſa eſt ſemidiameter,erit aũt circulus magnus ſphæræ datæ circulus g d,ergo per motũ lineæ a b deſcribit circulus magnus,hic aũt ſphærã diuidit in duo æqualia,patet ergo propoſitum.

LXIX.

Linea connectẽs centra amborũ oculorũ,ſi maior diametro ſphæræ illuminatæ cõuexæ fuerit,plus hemiſphærio eſt qđ ambobus uiſibus uidet.

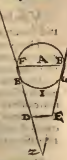


Sit ſphæra data,cuius centrum a,& eius circulus magnus ſit e c d i, ſintq́ centra amborum oculorum b & g,ſitq́ linea b g producta maior diametro datæ ſphæræ & eius circuli magni,dico ꝙ a b ambobus uiſibus maius hemiſphærio uidebitur, ducantur enim à centris oculorum lineæ b e & g d contingentes circulum e d c i per 16.tertij,contingantq́ in punctis e & d,& ducatur à puncto a diameter ſphæræ æquediſtans lineæ b g per 31. primi,& quia diameter ſphæræ ex hypotheſi eſt maior ꝙ linea b g,palam,q̄m lineæ b e & g d ultra diametrum f h concurrunt per 15.primi huius,concurrant ergo in puncto z, quia ergo ab uno puncto z ducuntur duæ lineæ contingentes circulũ ſcilicet e z & z d,palã,q̄a portio circuli quæ eſt e c d eſt minor ſemicirculo per 59.primi huius,ergo portio eiuſdẽ circuli reliqua,q̄ eſt e i d eſt maior ſemicirculo ;hæc aũt portio eſt illa q̃ uidet,& q̄a idẽ eſt de oĩbus circulis magnis in tota ſphæra ſignatis,palã,q̄a maius hemiſphærio eſt,qđ ſuperficiei ſphæricæ hypotheſi tali exiſtẽte uidet,& hoc eſt ꝓpoſitũ.

LXX.

Linea connectens centra amborũ uiſuum,ſi diametro ſphæræ conuexæ minor fuerit,minus hemiſphærio eſt quod uidetur.

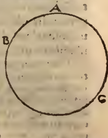
Sit ſphæra data cuius centrum a,& circuli eius magni diameter ſit f h,ſintq; centra oculorum d & e,& producatur linea d e,cõnectens centra oculorum minor exiſtens diametro f h,ducanturq; lineæ illum circulum contingentes,quæ ſint d b & e g,dico quod min9 hemiſphærio eſt illud quod uidet. protrahantur enim lineæ b d & g e,& quoniam linea d e, eſt minor diametro f h,palam per 15.primi huius,quoniam lineæ b d & g e, concurrunt ultra ambos uiſus, ſit ergo concurſus punctus z,palam per 58. primi huius,quoniam cum à puncto z ducantur duæ lineæ unum circulum contingentes,quæ ſunt z b & z g,quod arcus b i g eſt minor ſemicirculo,minus ergo ſemicirculo b g uidetur ſub oculis d & e, ergo ut prius min9 hemiſphærio uidebitur ſub oculis d & e,& hoc eſt q͛d ꝓponebatur.



LXXI.

Centro foraminis uneæ in ſuperficie ſphæræ concauæ illuminatæ exiſtente tota ſphæræ intrinſeca ſuperficies uidetur.

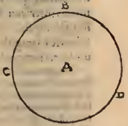
Eſto centrum foraminis uneæ punctus a,& ſit ſphæra data,cuius maior circulus ſit b a g tráſiens per centrum a,patet ergo per 52.huius,quoniam ſic uiſu diſpoſito totus circulus b a g,poterit uideri, & qa plurimi circuli magni ſpæræ ſe ſecant ſuper polos ſphæræ,quilibet autem punctus ſphæræ eſt polus ſphæræ,palã quia omẽs circuli magni ſphæræ datæ,qui per omnia puncta ſuperficiei ſphæræ imaginari poſſunt,tranſeuntes ſe interſecabunt ſuper punctũ a,erit ergo punctũ a,quod eſt centrum foraminis ipſius uneæ in quolibet illorum magnorum circulorum,omẽs autem illi circuli magni ſphæræ totam ſphæræ ſuperficiem euacuant,quia non eſt dare punctum in ſphæræ ſuperficie,quem aliquis circulus magnus nõ tranſeat, uiſu ergo taliter diſpoſito tota cõcaua ſphæræ ſuperficies uidebitur,&hoc eſt propoſitum.



LXXII.

Centro foraminis uneæ intra ſphæræ cõcauæ illuminatæ ſuperficiem uel extra illam exiſtente portio circularis ſphæræ uidebitur, cui incidunt æquales lineæ à centro uiſus ductæ, eritq; uiſum quandoq; hemiſphæriũ,quãdoque maior portio quandoq; minor.

Eſto centrum foraminis uneæ punctum a, & ſit ſphæra concaua,cuius circulus magnus ſit b c d,& centrum ſphæræ ſit punctum e. Si ergo centrum uiſus fuerit in puncto e, centrum ſphæræ quod eſt etiam centrum circuli magni, qui eſt b c d, per diffinitionẽ circuli magni,tũc manifeſtum eſt per 52.huius,quod totus circulus b c d uidebitur, ſed & per eandẽ 52.huius,omnes alij circuli ſubiecti hemiſphærij æquediſtãtes circulo b c d uidebuntur, quoniam omnium illorum polus erit cẽtrum uiſus, omnes quoq; lineæ directe ductæ à polo ad periferiam ſui circuli ſunt æquales per 65.primi huius, & quoniam hi omnes circuli totũ hemiſphæriũ exhauriunt,patet quod in hoc ſitu exiſtente uiſu totũ hemiſphærium uidebitur, quod ſi punctum a,centrum foraminis uneæ ſit ſub centro ſphæræ,quod eſt pũctum e, tũc per eadem minus hemiſphærio uidebitur. Si ſit ſupra centrũ e,ſiue ſit intra ſphæram ſiue extra, tunc ſimiliter per ſecundam tertij huius,omnes circuli ad quorum circunferentias poſſunt ꝓduci lineæ rectæ uidebuntur,maius ergo hemiſphærio uidebit, & ſi linea à centro uiſus ad ſuperficiẽ ſphæræ ducta,oblique incidat ſuperficiei ipſius ſphæræ,tunc palam,quod etiam ſuperficiebus multorum circulorũ oblique incidet, & poteſt accidere quod tota figura ſphæræ uidebitur inæqualis,ſuorum circulotum periferijs quibuſdam tendentibus ad figurã ſe-



ctionis columnaris per 55. & 56. huius, patet ergo propoſitum.

LXXIII.

Viſu hemiſphærio cõcauo appropinquante minus ſuperficiei ſphæræ uidebitur, apparet autem plus uideri.

Hæc poteſt demonſtrari ſicut & 67. huius, de ſphæra conuexa eſt demonſtrata, eſt enim per omnia idem hinc inde demonſtrandi modus, unde hæc ſphæra concaua figuretur ut illic conuexa, & ſub eiſdem literis conſignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur, & hoc quidem de uiſione ſuperficierum dicta ſunt ſuperficiebus ipſarum oppoſitis uiſui totaliter exiſtentibus luminoſis per ſe, uel illuminatis aliunde, quoniã hoc non exiſtente licet in ſphærarũ ſuperficiebus permaneat dictorũ modorum uiſibilitas, non tamen actu uidebūtur, niſi lineis interuentu, ut patet per primam tertij huius, & ſecundũ diuerſitatem luminoſitatis in partibus ſuperficiei ſphærarũ quæ uidentur, nonne paſſiones uiſibus generantur, æquales ſunt hæ, quas nũc intendimus exemplificare.

LXXIIII.

Diametro ſphæræ uiſæ illuminatæ maiore diſtantia oculorum exiſtente, & diametro ſphæræ illuminãtis eidem æquali uel maiore, circuloq́ꝫ baſis pyramidis uiſionis æquediſtante, circulo baſis pyramidis illuminationis uel ipſum intrinſecus contingente, tota ſuperficies baſis pyramidis uiſiõis illuminata uiſibus occurrit, uidetur autem in maiori diſtantia quaſi plana.

Patet enim per 26. uel 27. ſecundi huius, quoniam tanta exiſtente quantitate diametrorum iſtorum corporum ut proponitur, tunc baſis pyramidis illuminationis aut eſt circulus magnus ſphæræ illuminatæ, aut æquediſtans ei. Circulus autem qui eſt baſis pyramidis uiſiõis, ut patet per 70. huius, ſemper eſt minor circulo magno ſphæræ uiſæ, quoniam ut ex hypotheſi diameter ſphæræ uiſæ eſt maior quàm diſtantia oculorum. Si ergo circunferentia circuli minoris ſit æquediſtans circunferentiæ circuli maioris, tunc per 68. primi huius, centra duorum illorum circulorũ in eodem ſphæræ diametro conſiſtunt, & tota baſis pyramidis uiſionis occurrit uiſibus, quia tota eſt illuminata, uidetᷣ aũt ſuperficies plana per 65. huius, & hoc proponitur. Sed etiam ſi centra iſtorũ circulorum uſq́ꝫ ad punctum contactus circunferentiarum immutentur, quandiu unus circulus aliũ non ſecat, ſemper tota baſis pyramidis uiſionis uidetur illuminata, & lumen in ſphæræ uiſæ ſuperficie uidetur ſemper circulare, & tota baſis pyramidis illuminata, plus tamen tenebreſcit baſis pyramidis uiſionis ad illam partem, niſi ſit contactus illorum circulorum per 21. tertij huius, patet ergo propoſitum, & quod hoc de duobus oculis oſtenſum eſt, euidentius patet, ſi uiſio tantum uno fiat oculo per 66. huius.

LXXV.

Si diametro ſphæræ uiſæ illuminatæ maiore diſtãtia oculorũ exiſtente, diametroq́ꝫ ſphæræ illuminantis eidem æquali uel maiore baſis pyramidis uiſiõis interſecet baſem pyramidis illuminationis ita ut ambo centra baſiũ ſint ſub ſupficie cõmunis ſectionis, erit illa cõmunis ſectio pars ſuperficiei ſphæricæ irregularis, uidebiturq́ꝫ ſupficies plana gibboroſa, ut duabus curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta.

Imaginetur enim centra baſium, quæ per præcedentẽ in eadem diametro ſphæræ uiſæ fore diſponuntur, tantum ab inuicem elongari, ut circuli baſium ſe ſecent quantumcunq́ꝫ, dum tamen centra ambarum baſium ſub ſphæræ quæ eſt communis ambabus illis baſibus remaneant, tunc illa communis ſectio erit pars ſuperficiei ſphæricæ figuræ irregularis, quoniã ut patet per 26. uel per 27. ſecundi huius, & 70. huius, et ut oſtẽſum eſt in præmiſſa proxima, arcus circuli baſis pyramidis illuminationis eſt maior arcu circuli baſis pyramidis uiſionis, & ſi illius ſuperficiei acciperetur punctus medius lineæ ab illo puncto ad periſerias arcuum ductæ eſſent inæquales, uidetur autem ſuperficies illa eſſe plana per 65. huius, & erit gibboroſa, ut duabus præmiſſis curuis lineis inæq̃lis quãtitatis

titatis & curuitatis contenta, quoniã arcus circuli pyramidis uiſionis eſt curuior & maior portio ſuæ circunferentiæ, quàm arcus circuli baſis pyramidis illuminationis ſit portio ſuæ circunferentiæ, quod accidit per inæqualitatem circulorũ, patet ergo propoſitũ.

LXXVI.

Baſe pyramidis uiſionis ſphæræ interſecante baſem pyramidis illuminationis, ita quod ipſorum axes angulum rectum contineant, communis earum ſectio eſt quarta ſuperficiei ſphæricæ, uidetur autem in maiori diſtantia plana ſuperficies una recta linea & ſemicirculo contenta.

Quod illuminatio cuiuslibet ſphæræ fiat ſecundum pyramidem, cuius baſis in ſuperficie ſphæræ illuminatæ eſt circulus, hoc patet per 26. & 27. & 28. ſecundi huius, qđ etiam baſis pyramidis uiſionis omnis ſphæræ ſit circulus, patet ꝑ 66. & 68. & 69. & 70. huius. quoniam axes iſtarum pyramidum ex hypotheſi productæ ad inuicem angulum rectum continent, tunc patet per ultimam ſexti, qđ ab illorũ axium concurſus puncto ſecundum quantitatem ſemidiametri ſphæræ uiſæ circũducto circulo interiacebit quarta circuli inter axes, & quoniam uterq; axiũ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſphæræ illuminatæ uiſæ, palam per 111. primi huius, quod uterq; axiũ tranſibit per centrum illius ſphæræ: punctus itaq; interſectionis axiũ eſt in centro illius ſphæræ, & ſolũ ille punctus qui eſt centrũ ſphæræ ambobus axibus erit cõmunis, axibus itaq; interiacet quarta magni circuli ſphæræ æqualiter diſtantis à duobus punctis duarum interſectionũ circulorum baſis pyramidis illuminationis & baſis pyramidis uiſionis: cõmunis itaq; ſectio iſtarũ duarum baſiũ eſt quarta ſuperficiei ſphæricæ, & quoniã tota ſuperficies ſphærica in maiori diſtantia uidetur plana ſuperficies per 65. huius, palam & hanc ſuperficiem ſphæricam planam à maiori diſtantia uideri, axis enim pyramidis uiſionis cadit in ſuperficie circuli baſis pyramidis illuminationis propter erectionem ſui ſuper axem illius pyramidis, qđ patet ꝑ 4. undecimi, palam ergo cũ centrum uiſus ſit in uertice axis pyramidis uiſionis, quoniam circulus baſis pyramidis illuminationis eſt in eadem ſupꝑficie cum centro uiſus, palam ergo per 50. huius, quoniam ipſe uidetur linea recta. Semicirculus uero baſis illuminationis quia non eſt in eadem ſuperficie cum centro uiſus uidetur circularis. Sic ergo illa ſuperficies communis ſectionis, uidetur ſuperficies plana, una linea recta, & alia curua contenta, quod eſt propoſitum.

LXXVII.

Baſe pyramidis uiſionis ſphæræ interſecante baſem pyramidis illuminationis, earum communis ſectio cui neutrius axis incidit, eſt portio minor quarta parte ſuperficiei ſphæricæ, uidetur autem plana ſuperficies duobus quaſi æqualibus circunferentiarum baſium arcubus contenta.

Quia enim ut in proxima præmiſſum eſt, omnis illuminatio ſphæræ fit ſecundũ pyramidum cuius baſis eſt circulus, ut patet per plures propoſitiones ſecundi huius, & ſimiliter baſis pyramidis uiſionis eſt circulus per 66. huius, palã ſi iſti circuli qui ſunt baſes pyramidis ſe non ſecent, ut quia ipſi ſiti ſunt in oppoſitis quaſi partibus ſupꝑficiei ſphæræ, cuius una pars eſt illuminata uel aliàs uiſa, nec incidentia luminis quæ ſic ſuperficiei ſphæræ aliqualiter à uiſu perpendetur, utpote ſi globum ligneum uel cereum, cuius diameter ſit maior diſtantia oculorum, oculis & lumen directe interponas, reuoluto autẽ globo ita ut lumen ſuperficiei ſphæricæ ipſius globi incidens aliqualiter appareat, tũc uidebitur ipſius ſuperficiei globi illuminata pars, quam recepit circunferentia baſis pyramidis uiſionis, & quoniam illa pars uiſa ut illuminata eſt, terminat̃ ꝑ circunferentiã baſis pyramidis illuminationis, patet quod illa uiſa portio ſphæræ eſt minor quarta parte ſuperficiei ſphæræ: cũ enim neutrius pyramidis axis incidet ſuperficiei cõmunis ſectionis, ut patet ex hypotheſi, palam per ultimam ſexti, quia arcus diuidens illã ſuperficiem æqualiter diſtans à duobus punctis interſectionum circulorum dictarum baſiũ diuidens totam ſphæram & illam communem ſectionis ſuperficiem per æqualia, eſt minor quarta circuli, quoniam enim angulus ei ſubtenſus eſt minor recto, patet quod ar

cus

cus ille eſt minor quarta circuli,& ipſa uiſa ſuperficies uidetur plana per 65.huius,& quia nullus illorum circulorum uel arcuum directe uiſibus opponitur,quilibet illorum in ſua uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum ſecundum ſitum ſuum peruenit ad uiſum.Illa ergo portio cõmunis ſectionis baſium ductarum pyramidum uidetur quaſi duobus æqualibus arcubus contenta propter inſenſibilitatem inæqualitatis,maxime cum à remotiori ſpacio fit uiſio per 50.huius, certum tamẽ eſt per 27.ſecundi huius,& per ſeptuageſimam huius, quia arcus baſis pyramidis illuminationis eſt pars maioris circuli quàm arcus baſis pyramidis uiſionis,quoniam diameter ſphæræ corporis illuminantis eſt maior diametro ſphæræ illuminatæ, & diſtantia oculorum minor illa,patet ergo propoſitum. Ex his itaq; quatuor theorematibus patet,quare forma lunæ ſit in receſſu à coniunctione nouacularis:in tempore enim cõiunctionis luna non uidetur, niſi fiat eclypſis ſolis,ita quod radij ſolis penetrantes diafonitatem corporis lunæ propter differentiam denſitatis corporis lunaris ad diafonitatem partium ſuæ ſphæræ uicinarum,& peruenientes ad uiſum,faciant corpus ſphæricum lunæ uiſibile:tunc enim uidetur luna ſecundum ſui figuram diſtincte,ſed proprio lumine priuata.In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpori lunæ,aut ualde oblique aut nullo modo peruenient ad uiſum. Corpus tunc lunæ non uidetur,eo quod baſis pyramidis uiſionis incidit in partem oppoſitam baſi pyramidis illuminationis,nec ſecat una illarum baſium aliam.Cum autem luna recedet à ſole, iſtæ baſes ſe incipiunt interſecare,tunc ipſorum communis ſectio quæ eſt portio ſuperficiei ſphærici corporis lunæ uidetur,& propter magnitudinem diſtantiæ uidetur illa portio ſphæræ quaſi plana ſuperficies duabus curuis lineis ſecundum eius conuexum & concauum contenta,quæ uidentur æquales propter remotionem,nõ ſunt autem æquales, ſed ſemper illa quæ eſt in conuexo,quia itaq; arcus circuli baſis pyramidis illuminationis eſt pars maioris circuli quàm illa quæ eſt in concauo,quæ eſt arcus circuli baſis pyramidis uiſionis,& quoniam axis pyramidis illuminationis ſemper eſt perpendicularis ſup corpus ſolis,ut patet per 3.primi huius,ideo ſemper conuexum lunæ eſt auerſum ſoli & cornua uidentur ſemper reſpicere ad ſolem.Vnde illorum ſitus ſemper uariatur ſecundum ſitum ſolis,& ſecundum latitudinem motus lunæ, Et durat ſemper in luna hæc figura,quouſq; axes pyramidum ſecant ſe ad angulos rectos per 76.huius,tunc enim luna uidebitur in quadratura,quoniã quarta pars ſuæ ſphæræ interiacẽs periferias ductarum baſiũ uidebitur,& in prima quadratura & ſecũda ſemper arcus illuminationis,quia directe uiſibus opponitur,uidebitur linea recta,& arcus pyramidis illuminationis ſemper curuus.Mutato autem hoc ſitu,tunc centra baſium ambarum pyramidum ſunt in ſuperficie communis ſectionis,uidebitur ergo luna gibberoſa & planæ ſuperficiei p 75. huius,& hoc durabit quouſq; circuli baſium intrinſecus ſe contingant, tunc enim luna uidetur plena.Et quando centra circulorum ductarum baſium ſibi ad inuicem ſupponentur,ita ut ambo fiant in linea una,ut quando illi circuli fiunt æquediſtantes in eadẽ ſuperficie ſphæræ lunæ,ut patet per 68.primi huius,tũc erit uera lunæ impletio, & lumẽ ex omni parte circunfertur æquale. Et deinde luna mota uſq; ad cõcauum circulorum ipſarum baſium,uidetur ſemper plena,tñ aliquantum obfuſcatur lumen approximans tenebroſitati,& ſic procedit luna in figuris eidem diſtantiæ competentibus ab oppoſitione ad coniunctionem,ſicut à cõiunctione ad oppoſitionem,& hoc quidem in luna ꝓpter eius propinquitatem ad uiſus noſtros euidentius apparet. In alijs tamen omnibus ſtellis ſuum lumen & acualitatem ſui luminis à ſole uel ab alijs ſtellis accipientibus, neceſſe eſt eaſdem figuras ex præmiſſis tribus theorematibus prouenire. Et ſecundũ hoc cœleſtium influentium aſpectus & modi diuerſificantur : non apparet autem hoc uiſibiliter in ſtellis alijs à luna,propter ipſarum magnam remotionem à uiſu, ratione cuius accidit error uiſui,ut patet p 16.huius. Videntur itaq; omnes aliæ ſtellæ præter lunam ſemper rotundæ ꝓpter ſui remotionem à uiſibus, propter quod etiam ignis remotus à uiſibus uidetur rotundus. Videntur autem ſtellæ eædem maxime plenæ quandoq; maiores quandoq; minores, quod nos eidem cauſæ paucitati ſcilicet ſuæ illuminationis uel

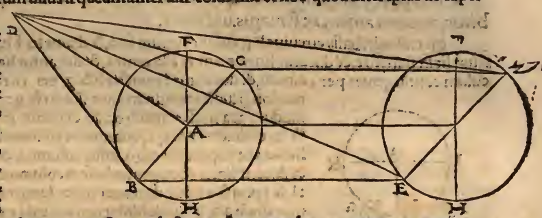
multitu-

multitudini credimus ex præmiſſis aſcribendum. De his tamen ſuo loco ſermo erit, ad præſens uero nobis ſufficiat ex præmiſſis ꝓpoſitionibus demonſtrationē præſentibus attuliſſe, ſecundum enim ſtellarum diametri ſunt omnes ad inuicem æquales, cum tamē una ipſarum ſit maior altera, ſemper tñ patet, qđ omnis diameter cuiuſcūq; ſtellæ eſt maior ꝙ ſit diſtantia oculorum cuiuſcūq; uidentis, & ſic hanc paſſionem uiſibus in ipſarū illuminatione accidere eſt neceſſe, quamuis illā diſtincte non cōprehendat uiſus, & hoc quidem & ante nos dixit Arabs Meſſala. Sed ſuper hoc nullā attulit demonſtrationē.

LXXVIII.

Columnæ rotundæ uel chilindri conuexi ſub uno oculo uiſi minus medietate curuæ ſuperficiei uidentur.

Eſto columna rotūda, cuius una baſis ſit circulus g b, & eius diameter f h, & centrū a, ſitq; in ſuperficie illius circuli centrum oculi punctum d, & producatur linea d a, copulans centrum uiſus cum centro circuli baſis columnæ, & ducātur lineæ d b & d g, quæ contingant circulum g b per 16. tertij, & producantur à punctis g & d, duæ lineæ longitudinis columnæ per 101. primi huius, quæ ſunt b e & g z, & erunt illæ lineæ orthogonaliter ſuper baſem g b erectæ, per 92. primi huius, ſitq; ut per lineas b e & b d, una tranſeat ſuperficies plana, & per lineas g d & g z, alia ſuperficies plana, neutra ergo iſtarum ſuperficierum ſecat columnam, quoniam lineæ d b & d g, ſunt contingentes circulum baſis, & lineæ b e & g z ſunt lineæ longitudinis in ſuperficie columnæ nō ſecantes illam: ſunt ergo illæ ſuperficies ipſam columnam contingentes, iſtarum quoq; ſuperficierum contingentium columnam, quia ambæ tranſeunt centra uiſus, ut patet ex præmiſſis, & ipſarum communis ſectio eſt linea recta per 3. undecimi, interſectio fit in quadam linea tranſeunte centrum uiſus æquediſtanter axi columnæ & hoc quod inter ipſas de ſuperficie columnæ intercipitur, hoc ſolum uidetur, quia uero lineæ longitudinis b e & g z, ſunt æquediſtātes p 6. undecimi, pariter per 33. primi, quoniā cordæ arcuum baſium inter ipſas cadentes, quæ ſunt g b & z e, ſunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus illis cordis correſpondentes erunt æquales, portiones itaq; circulorum ipſarum baſium interceptæ inter has lineas longitudinis columnæ b e & g z, & omnium circulorum æquediſtantium baſibus ſunt æquales portioni circuli g b; eſt autem hoc minor ſemicirculo per 51. huius, ergo & omnes portiones aliorum circulorum ſunt minores ſuis ſemicirculis, uidebit̃ ergo minus medietate columnæ, quod eſt propoſitū. Idem quoq; accideret in columnis lateratis, niſi quod anguli quandoq; impediunt quandoque iuuant uiſionis quantitatem, quorum uiſionis modum propter infinitatem numerorum obmittimus, quia radice præſenti ſuppoſita diligens inueſtigator multa particularia concludet.

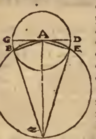


LXXIX.

Linea connectens centra amborum uiſuum ſi æqualis diametro baſis chilindri fuerit, ſemichilindri conuexum uidebitur, ſi maior magis, ſi minor minus.

Eſto circulus baſis chilindri, cuius centrum ſit punctum a, punctus uero extra ſignatus ſit z, & ducatur linea a z, & producatur à puncto a, diameter g d orthogonaliter ſuper lineam z a, per 11. primi, & deſcribatur ſuper lineam a z, ut ſuper diametrū

circulus a b z e, & producantur lineæ a b, b z, a e, e z; duæ itaq; lineæ quæ z e & z b, contingunt circulum b e, d g per 30. & per 15. tertij, producantur ergo à punctis b & e, per 101. huius duæ lineæ longitudinis, quæ erunt perpendiculares ſuper lineas a e, a b, p 92. primi huius, ideo quod ſint erectæ ſuper baſem, ſuperficies quoq; ductæ ſuper lineas z e & z b, & per lineas longitudinū ſibi conterminales ſecabūt ſe in linea per centrum commune amborum uiſuum, quod eſt in medio puncto interſectionis nerui concaui, ducta æquediſtanter axi columnæ, quando linea connectens centra amborum uiſuum fuerit minor diametro baſis columnæ, quæ ſi maior fuerit, illæ diametri concurrent ad partem

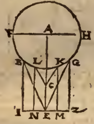


oppoſitam in aliqua linea ſuperficiei ductæ per lineam ductam per centrum commune æquediſtanter axi, & per ipſam axem. Si uero fuerint diametri baſis columnæ uiſæ & linea cōnectens centra oculorum æquales, tunc lineæ longitudinis ductæ cadunt ſuper terminos diametri æquediſtātis centris oculorum, & ſuperficies productæ nunquam concurrent. Superficies autē columnæ inter has ſuperficies columnam contingentes intercepta eſt portio ſupficiei columnæ quæ uidetur, ſunt autem omnes portiōes circulorum interceptæ inter eas æquales portioni baſis interceptæ. Si ergo illa fuerit ſemicirculus, medietas chilindri uidebitur. Si minor ſemicirculo, ut eſt in propoſito arcus b e, tunc minus ſemichilindro uidebitur, ſi maior maius, horum autem omnium deductio eſt euidens ex præmiſſis pluries repetitis, patet ergo propoſitum.

LXXX.

Viſu appropinquante chilindro conuexo minus curuæ ſuperficiei uidebitur, apparet autem ac ſi magis uideatur.

Sit chilindri baſis circulus b g cuius centrum ſit a, & diameter f h, oculi uero centrum ſit in puncto e, & ducatur linea e a inter illa centra, & ducantur lineæ e b & e g, circulum contingentes per 16. tertij, & ducantur à punctis b & g, per 101. primi huius, lineæ longitudinis chilindri, quæ ſint b i & g z, uidetur itaq; p̄ modum præmiſſarum ſub oculo exiſtente in puncto e, ſuperficies chilindri i b & g z, quæ minor eſt ſemichilindro per 78. huius, appropinquet ergo uiſus columnæ & fit in puncto t. & ducant lineæ cōtingentes baſem columnæ, quæ ſint t k & t l, & à punctis k & l ducantur lineæ longitudinis chilindri, quæ ſint b a & k n, uidebitur ergo ſub uiſu exiſtente in pūcto t, ſuperficies chilindri, quæ eſt b a & k m, quæ minor eſt ſuperficie i b & g z uiſa in puncto e, cuius declaratio eſt ſimilis declarationi factæ in 67. huius, appropinquante ergo uiſu ad chilindrum minus ipſius ſuperficiei uidetur, apparet autē ac



ſi magis uideatur, quoniā per 60. primi huius, & per 21. primi, angulus l t k maior eſt angulo b e g, concurrant enim lineæ t k & e g, uerſus punctum g, patet ergo propoſitum per 20. huius.

LXXXI.

Axe unius tantum uiſus centro baſis columnæ rotundæ uel lateratæ cuiuſcunq; incidente, uel ſi diſtantia oculorum æqualis uel minor fuerit diametro baſis chilindri obiectæ directe uiſui, ſola baſis uidetur, quæ ſi maior baſe fuerit, totum uidebitur chilindrum, baſe remotiore duntaxat excepta.

Cum enim uno oculo fit uiſio, & axis incidat centro circuli baſis columnæ rotundæ uel lateratæ, tunc quia omnes lineæ longitudinis ſunt perpendiculares ſuper baſem, ut patet per 92. primi huius, non uidebitur forma puncti altius illarum linearum niſi ſolus punctus communis lineæ longitudinis & periferiæ ſuperficiei baſis, uidebitur ergo ſola baſis, & idem eſt ſi uiſio fiat ambobus uiſibus, diſtantia tamen oculorum quæ

eſt lis,

eſt linea connectens centra oculorum fuerit æqualis uel minor diametro baſis, tunc em̃ ut patet per 4. huius, nulla linearum longitudinis columnæ peruenient ad ambos uiſus niſi ſolum ut prius oſtenſum eſt, punctus qui eſt communis ſectio alicuius illarum linearum & periferiæ ipſius baſis. Si uero maior fuerit diſtantia oculorum ipſa diametro baſis, tunc omnes lineæ longitudinis columnæ peruenient ad ambos uiſus, & uidebitur tota conuexitas uiſæ columnæ, & baſis ſuperior uicinior uiſibus, inferior uero baſis non uidetur, quia nullus eius punctus peruenit ad uiſum, niſi periferiæ ſuæ cum lineis longitudinis columnæ, quæ ad illam periferiam terminantur, quod ſi uno tantum oculo uiſione facta axis ceciderit extra centrum baſis uidebitur aliqua pars linearum longitudinis totius columnæ, quoniam tunc periferia baſis ſecat pyramidem uiſionis, patet ergo illud quod proponebatur. Eſt aũt poſſibile ut uiſu oblique baſi columnæ incidente, tota columna, & ſi regularis ſit, uideatur eius baſis altera parte longior, & tota columna figuræ irregularis per 55. huius, & hoc eſt nota dignum.

LXXXII.

Vnius tantum uiſus axe centro columnaris ſectionis, quæ eſt baſis abſidis columnaris rotundæ incidente, tota illa baſis & pars linearum longitudinis abſidis uidentur.

Sit enim aliqua columna rotunda taliter abſciſa, ut abſis non ſit ꝑpendiculariter erectus ſuper baſem, palam ergo per 103. primi huius quod baſis hæc eſt ſectio q̃ dicitur columnaris uel ſectio oxigonia, & ipſa pars columnæ abſciſa dicitur abſis, dico quod ſi axis uiſualis incidat centro illius baſis, quod pars linearum longitudinis abſidis, illa ſcilicet q̃ in decliuiori parte approximat, uidebitur uno tm̃ uiſu. Huius autem cauſa eſt obliquatio baſis quæ ſub minori angulo uidetur, per 26. huius, propter quod etiam uidentur formæ punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti adiacentium, cũ reſidui anguli perueniũt ad uiſum, quod nõ accideret ſi illa baſis poſſet directe uiſui opponi: hoc autem impoſſibile ſine linearum longitudinis abſidis uiſione, patet ergo propoſitum.

LXXXIII.

Centro foraminis uneæ in ſuperficie illuminata concaua columnæ cuiuſcunq; exiſtente, ſemper columnæ tota concauitas uidetur: in alijs autem partium columnarũ concauarũ uiſionibus, idẽ accidit qđ ſphærarũ cõcauitati.

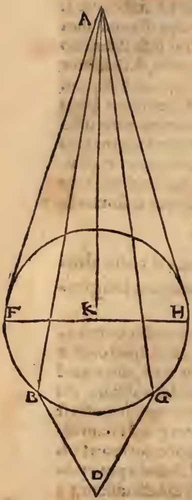
Diſpoſito enim uiſu ſecundum propoſitũ modum reſpectu cuiuslibet columnæ cõcauæ formæ omniũ punctorum linearum longitudinis quas ſecat ſuperficies foraminis uneæ, tunc omnes perueniunt ad uiſum, ideo quod ad centrum foraminis illius ſecundũ lineas rectas pertingunt, & ſuperficiem oculi contingit tantũ una in illo centro, aliæ uero ipſam contingunt in pũctis diuerſis circuli foraminis: uidebuntur ergo omnes ꝑ ſecundam tertij, huius, & quoniam formæ omniũ aliaꝶ linearum longitudinũ, & omnes puncti baſiũ directe uel oblique perueniunt ad uiſum, palam quia tota columnæ cõcauitas uidet̃ ſecundũ omnia puncta ſuæ ſuperficiei. Sed forte accidet figuræ uiſæ irregularitas ꝑpter aliquarum ſuarũ partium obliquationẽ ad uiſum ꝑ 55. uel 56. huius. In alijs quoq; uiſionibus partium columnarũ concauarum idem accidit quod in ſphæris cõcauis, quoniam uiſu poſitæ in puncto medio quadranguli terminantis ſemichilindrũ illũ totaliter uidebitur per 60. huius. Sed & quodlibet punctorũ ſuperficiei concauæ & baſium uiſibus occurrit. Et recedente uiſu ab illo pũcto, ſemper uidebitur portio columnæ minor uel maior ſemichilindro, patet ergo propoſitum.

LXXXIIII.

Pyramidis rotundæ baſi in eadem ſuperficie cũ centro unius oculorum exiſtente, minus medietate ſuperficiei conuexæ pyramidis uidetur.

Sit pyramis rotunda cuius baſis ſit circulus qui b g, cuius diametrum f h, cẽtrum k, uertex uero illius pyramidis ſit punctum a, & ſit centrum uiſus d, & ducantur lineæ d b & d h, contingentes circulum b g, per 16. tertij, eſt ergo per 58. primi huius, arcus

cus b g minor ſemicirculo, ducantur quoque à uertice a pyramis per 101. primi huius, lineæ longitudinis, quæ ſint a b & a g, palam itaque ad modum eorum quæ demonſtrauimus in columnis, quoniã ſuperficies intercepta lineis a b & a g ſola uidetur. Et quoniam hæ lineæ ex omnibus circulis æquediſtantibus baſi pyramidis partes ſimiles reſecant & intra ſe illas continent, cum per 58. huius, arcus b g ſit minor ſemicirculo. Erunt neceſſario arcus omnium aliorum circulorum minores ſemicirculis ſuis, ergo portio uiſa minor erit hemiconio. Quoniam ſicut tota conuexa ſuperficies pyramidis toti baſi reſpondet, Sic pars proportionalis ad totũ conuexam ſuperficiem parti proportionali baſis ad totam baſem: quoniam lineæ longitudinis productæ à uertice ad periferiam baſis, ſicut diuidũt conicam ſuperficiem, ſic lineæ à terminis illarum linearum ad centrum baſis pyramidis productæ diuidunt ipſam, & poteſt hoc conuinci argumento quintæ duodecimi Euclydis, patet ergo ꝓpoſitum.



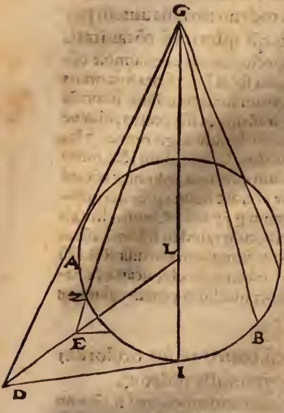
LXXXV.

Centris amborũ uiſuũ in eadem ſuperficie cũ baſe coni exiſtentibus, ſi linea connectens centra uiſuũ æqualis fuerit diametro baſis, hemiconiũ uidebitur, ſi maior maius, ſi minor minus.

Diſpoſitiõe ordinata ad conum, quæ in 79. huius, ad columnã, hoc ſolo adiecto quod centra uiſuum ſint ſolũ in eadẽ ſuperficie cũ baſe pyramidis, & non eleuentur ſecundum lineam axi coni æque diſtantem, ſicut poteſt fieri in columna. Si enim uiſus in linea æquediſtante axi columnæ eleuetur, idem accidit quod eo in baſi exiſtente, quia in columna ſufficit, etiam ſi ſint in ſuperficie baſi æquediſtãti, patet ergo quod hic ꝓponitur, & eſt idẽ demonſtrandi modus, unde fruſtra eſt membranas denuo occupare.

LXXXVI.

Appropinquante centro uiſus in ſuperficie baſis coni, minus conicæ ſuperficiei uidebitur, apparet autem plus uideri.



Sit circulus a b, baſis coni, cuius centrũ l, & ſit uertex coni punctũ g, centrum quoq; oculi ſit d, ducatur linea d l, ad centrum uiſus à centro baſis pyramidis, & ducantur lineæ d b & d a, contingentes circulũ, qui eſt baſis coni, in pũctis b & a, & ducanẽ à uertice pyramidis lineæ longitudinis coni, quæ ſint g a & g b, ergo g ea q̃ prius in præcedentibus dicta ſunt, ſuꝑficies g a b uideẽ ſub oculo d, & eſt minor hemiconio, appropinquet aũt oculus, & fiat in pũcto e, ducãturq; lineæ e z, e i, contingentes circulũ qui eſt baſis coni, & à uertice coni cõtinuenẽ lineæ g z & g i, uidebitur itaq; ab uno oculo exiſtente in puncto e, portio ſuꝑficiei conicæ, q̃ eſt g z i minor portione g a b, uidetur autem apparere maior portione g a b, ꝓpter maioritatẽ anguli z e i, ſuper angulum a d b, & hoc eſt ꝓpoſitum.

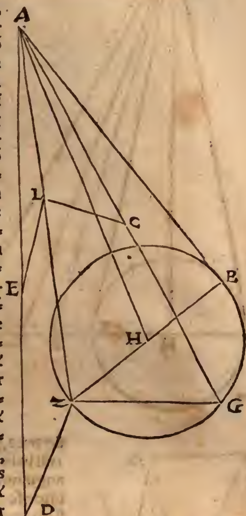
LXXXVII.

Lineis à cẽtro uiſus ad baſem coni cõtingenter ductis, & à pũctis cõtactuũ ductis lineis lõgitudinis coni, ſi in cõmuni ſectiõe ſuꝑficierũ p eaſdẽ lineas & per centrum

oculi

oculi productarum uiſus cono appropinquet, eadem portio ſuperficiei conicæ uidebitur quæ prius, & eiuſdem quantitatis apparebit.

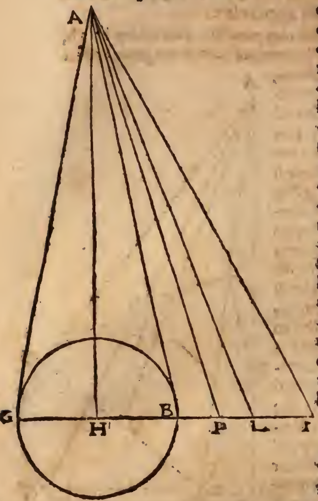
Eſto conus, cuius baſis ſit circulus b z g, & uertex eius punctũ a, axis quoq; ſit a h, centrumq́; oculi ſit d, & ducantur per 16. tertij lineæ à centro uiſus d contingentes circulum b z g, quæ ſint d z & d g, & q̃m hoc fit ex hypotheſi, tunc patet per 15. tertij & 2. undecimi, quoniã centrum uiſus eſt in ſuperficie baſis coni uiſi, & ducantur à punctis cõtactuũ z & g duæ lineæ longitudinis per coni uerticẽ punctum a, quæ ſint z a & g a, qđ fiet 101. primi huius, & à centro uiſus puncto d, & ad uerticem punctũ coni a ducatur linea d a, & ducantur duæ ſuperficies, una per lineas d g & g a, alia uero per lineas d z & z a, & q̃m eæ ſuperficies concurrunt in centro uiſus d, & in uertice coni a, erit ipſarũ cõmunis ſectio linea a d per 1. undecimi & per 19. primi huius, dico q; ſi oculus appropinquat cono ſecundũ lineam d a, non uidebitur maior conicæ ſuperficiei portio nũc q̃ prius oculo in puncto d exiſtente. Sit enim ut approximando ipſi cono perueniat in punctũ e lineæ d a, & ducantur à puncto e lineæ æquediſtantes lineis d b & d z ad ſuperficiem coni uiſam, hæ erunt ergo neceſſarij contingentes aliquã circuli coni æquediſtantẽ baſi b z g; ergo neceſſario cadent in aliqua puncta linearũ a z & a g, ideo q; illæ ſecant ꝓportionaliter baſem coni, & omnes circulos ei æquediſtantes, q̃m ſecundũ lineas illas terminatur uiſus, & ſecundũ illas ſuperficies contingentes terminatur uiſio circulorũ. Si ergo dicatur q; illæ lineæ contingentes aliq; dictorũ circulorũ ductæ à puncto e, cadant extra lineas a z & a g, cum lineæ à puncto e in lineas a z & a g ductæ terminent uiſum: & ſimiliter illæ contingentes terminẽt uiſum, ſequitur uel lineas radiales eſſe refractas in medio unius diafoni, qđ eſt contra ea quæ demonſtrata ſunt per 44. & ſequẽtes ſecundi huius, uel ſequitur lineas radiales eſſe curuas, qđ eſt contra 1. ſecundi huius, uel ſequitur duas rectas lineas ſuperficiem includere, quod eſt impoſſibile: cadent ergo dictæ lineæ pertingentes ad ſuperficiem conicam ductæ à puncto e in lineas a z & a g: cadant itaq; in ipſarũ duo puncta quæ ſint l & c, & ſint lineæ e i & e c, quia ergo angulus d e i eſt æqualis angulo g d z per 10. undecimi, ſicut & anguli contenti ſub lineis c i & g z, quoniam omnes illi anguli continentur ſub lineis æquediſtantibus angulariter coniunctis, patet per 20. huius uerum eſſe quod proponitur. Et quia ubicunq; uiſus in linea d a ponitur, ſemper anguli ad uiſum ſunt æquales per 10. undecimi, palam ergo eſt propoſitum, & hoc idem ſuo modo in ambobus poteſt uiſibus demonſtrari.



LXXXVIII.

Eleuato uiſu reſpectu ſuperficiei conicæ, maius erit quod uidetur, uidebitur autem minus uideri, depreſſo uero uiſu minus erit qđ uidebitur, ſed apparebit maius prius uiſo.

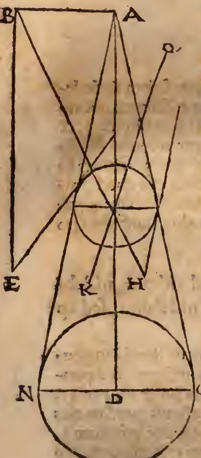
Eſto conus, cuius baſis circulus b g, & uertex punctus a, & ducantur lineæ longitudinis quæ ſint a b & a g, & ducatur linea b g, & producatur uſq; ad punctum l, & à puncto t, qđ ſit inferius puncto a uertice coni, ducatur linea æquediſtans lineæ a b per 31. primi, quæ producta uerſus lineam b l, ſecet illam in puncto p, & ſit aliquis punctus eius inferior puncto t punctus k, & ſit illa linea t k p, dico q; oculo poſito ſuper punctum t, qui eſt eleuatior puncto k, pars ſuperficiei conicæ uiſa, maior quidem erit, minor autem

uidebitur, ꝙ uideatur oculo exiſtente in puncto k, ducantur enim lineæ a k & a t, & pro-


ducatur linea a t, donec concurrant cum linea b l: cō
currant autem per conuerſam ſecundæ 6. quoniam
enim linea t p eſt minor ꝙ linea a b, ut patet ex præ
miſſis, & illæ lineæ æquediſtant, patet ꝙ lineæ a t &
& b l concurrent, ſit ergo punctū concurſus i. & ſimi
liter lineæ a k & b l concurrent, ſitꝗ punctus con-
curſus l: palam itaꝗ, quia magis uidebitur de cono
ſuper punctū i, ꝙ ſuper punctum l per 86. huius, ꝓ-
pinquior enim eſt ipſi cono punctus l, quàm pun-
ctus i: qđ autem de ſuperficie conica uidetur oculo
exiſtente in puncto i, idem per præcedentē proxi-
mam uidetur centro uiſus exiſtente per totam line
am i a, utpote in puncto t, & illud quod uidetur ui
ſu exiſtente in puncto l, uidetur in quolibet puncto
lineæ l a exiſtente uiſu, ergo & in puncto k. Sed qđ
uidetur à pūcto i maius eſt eo qđ uidetur à puncto l
& minus eſſe uidetur per 86. huius, ergo illud quod
uidetur à puncto t maius eſt illo qđ uidetur à pun-
cto k, & minus uidetur eſſe, & hoc eſt quod proponi
tur, & hoc idem etiam ſuo modo de ambobus uiſi-
bus poteſt demonſtrari, patet ergo propoſitum.

LXXXIX.

**Linea à centro uiſus ad uerticem coni du
cta perpendiculariter exiſtente ſuper axem
ſuperficiei conicæ medietas uidetur.**



Verbi gratia ſit pyramis a c n, cuius axis a d, &
uertex a, palam ergo per 89. primi huius, ꝙ punctū d eſt centrū cir-
culi baſis ipſius coni, ſitꝗ centrū uiſus b, & ducatur linea b a faciēs
angulum b a d rectū, dico ꝙ conicæ ſuperficiei a c n medietas uide
bitur, ſecet enim aliqua ſuperficies conum a c n æquediſtanter ba-
ſi c n: hæc ergo per 100. primi huius ſecabit ipſam ſecundū circulū
qui ſit f g, & eius centrū, qđ ſit punctū l, erit in aliquo puncto axis
a d, ſecetꝗ ſuperficies plana pyramidis per axem a d, & per cen-
trum uiſus b: illa ergo ſuperficies ſecabit circulum f g, linea quoꝗ
cōmunis huic ſuperficiei & circulo f g erit orthogonalis ſuper
axem, quoniā axis eſt erectus ſuper ſuperficiem circuli, & tranſibit
centrū circuli. Sit quoꝗ illa linea k l, quæ erit per 28. primi æquedi
ſtans lineæ b a, & eſt cum illa in eadem ſuperficie: ducatur quoꝗ
per centrū circuli diametri f l g orthogonalis ſuper lineam k l per
11. primi, & à terminis huius diametri protrahantur duæ lineæ cō
tingentes circulū per 16. primi, quæ ſint f e & g h, & ab eiſdē pun-
ctis g & h ducantur duæ lineæ longitudinis ad uerticem coni per
101. primi huius, quæ ſint f a & g a: duæ ergo ſuperficies planæ, in
quarū una ſint lineæ f e & f a, & in quarū altera ſint lineæ g h & g
a: palam, qm̄ contingent pyramidem ſecundū lineas longitudinis,
quæ ſunt f a & g a, per 95. primi huius, & qm̄ linea k l æquediſtat li
neæ b a, & lineis contingentibus circulū, quæ ſunt f e & g h, ut pa
tet per 15. tertij, & per 28. primi, erunt per 9. undecimi lineæ f e &
g h æquediſtantes lineæ b a: quælibet ergo ipſaꝝ eſt in eadem ſuꝑ
ficie cum illa per 1. primi huius. Illæ ergo duæ ſuperficies neceſſa-

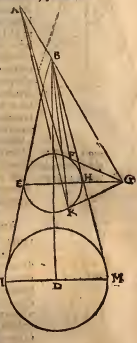
rio ſe

rio ſecabunt ſe ſuper lineam b a per 19. primi huius, utraq; ergo ſuperficierũ pyramidũ ꝑpoſitaꝝ in terminis diametri unius ſuorũ circuloꝝ contingentiũ tranſit per centrũ uiſus: ꝙ ergo ſuperficiei conicæ inter illas ſuperficies cadit, apparet uiſui, eſt aũt hæc medietas pyramidis, qm̃ illas lineas contingentes interiacet medietas circuli. In hoc ergo ſitu medietas ſuperficiei conicæ uidetur, quod eſt propoſitum.

XC.

Linea à centro uiſus ad uerticem coni ducta angulum obtuſum cum axe tenente, nec tamen cum aliqua linearum longitudinis coni unita, uidetur ſuperficiei conicæ pars maior medietate.

Sit pyramis b i m, cuius axis b d, uertex b, palam'q; per 89. primi huius, ꝙ centrũ circuli baſis eſt punctũ d, ſit'q; punctũ a centrũ uiſus, & ducta linea a b, fiat angulus a b d obtuſus, ita tamen, ut linea a b nõ fiat una linea cũ aliqua linearũ longitudinis coni, ſed ſecet eas utcunq; poſſibile eſt productas omnes, erit'q; tunc uiſus altior uertice pyramidis. Sit'q; ut in præcedente circulus e h æquediſtans baſi pyramidis quæ eſt i m, & linea cõmunis huic ſuperficiei & circulo, in quo eſt centrũ uiſus punctũ a, & axis coni qui eſt b d ſit linea e h, erit'q; linea e h ꝑpendicularis ſuper axem b d, & producatur linea e h extra pyramidem, donec concurrat cũ linea b a, producta ultra punctũ b, concurret aũt per 14. primi huius, ideo, quia angulus a b d eſt obtuſus ex hypotheſi, & angulus d b h eſt acutus per 32. primi, & linea e h eſt ꝑpẽdicularis ſuper axem b d. Sit ergo concurſus punctus g, & à puncto g producãtur duæ lineæ g f & g k, circulũ e h contingentes per 16. tertij, contingant'q; circulũ in duobus punctis f & k, & ab ijs punctis per 101. primi huius, ꝑducantur lineæ longitudinis ad uerticem coni punctũ b quæ ſint f b & a b: ſuperficies ergo illæ in quibus ſunt lineæ g f & f b, & lineæ g r & r b contingũt pyramidem, & in utraq; iſtarũ ſuperficierũ erit uertex pyramidis punctus b, & punctus g, in q̃ concurrit linea a b cum linea e h, ergo linea a b g per 1. undecimi eſt in utraq; illarũ ſuperficieꝝ, ergo utraq; ſuperficies tranſit per punctũ a centrũ uiſus, & quoniã per 58. primi huius duæ lineæ g f & g r includũt minorem partem circuli, qm̃ arcus circuli interiacens puncta contingentiæ duarũ lineaꝝ ab eodem puncto productaꝝ, eſt minor ſemicirculo, tunc patet, ꝙ illæ duæ ſuperficies includũt minorem partem ſuperficiei conicæ q̃ ſit medietas; reſiduũ ergo illius ſuperficiei eſt maius medietate, hoc autem uidetur à uiſu taliter ut ꝓponitur collocato, pars ergo ſuperficiei conicæ maior medietate taliter uidetur, & hoc eſt ꝓpoſitũ, ambobus uero uiſibus adhuc uidetur magis.

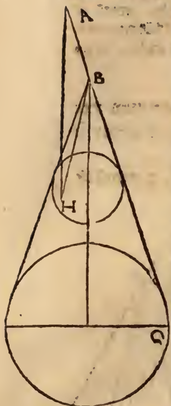


XCI.

Cum linea longitudinis coni producta ultra uerticem cum centro uiſus concurrerit, nihil uiſum totius ſuperficiei conicæ latebit, niſi linea longitudinis illa ſola.

Sit pyramis, cuius uertex ſit punctũ b, & linea longitudinis ſit c b, ſit'q; centrum uiſus punctũ a, & linea c b producta ultra punctũ b, concurrat cum centro uiſus puncto a, dico ꝙ non latebit uiſum totius huius ſuperficiei conicæ pars aliqua, præter quandã lineam intellectualẽ, quæ eſt ipſa linea longitudinis b c. Omnis enim ſuperficies in quo eſt linea à centro uiſus ad aliquod punctũ axis ducta, ſecabit pyramidẽ, excepta tãtum illa ſuperficie in qua eſt linea a b c, hæc enim contingit pyramidem ſecundũ lineã b c ꝑ 95. primi huius, & qm̃ illud qđ ſub ſuperficie contingente pyramidem, & tranſeunte centro ui-

tro uiſus continetur occurri uiſui per 17.tertij huius, formæ enim omnium punctorum ſuperficiei illius conicæ in ſuperficie uiſus depinguntur:palam ergo, quoniam tota ſuperficies conica uidetur, excepta ſola linea intellectuali quæ eſt b c,dato enim quocunq; puncto ſuperficiei pyramidalis extra lineam b c,dico quod illud uidebitur,ſit enim illud punctũ h,& ducatur ad ipſum à centro uiſus a linea a h,& ab illo eodem per 101.primi huius,ducatur linea longitudinis quæ ſit h b,fietq; triangulus h b a,qui neceſſario erit in aliqua ſuperficie pyramidẽ ſecante,pertranſeunte centrũ uiſus a ;ex lineis aũt illius ſuperficiei non cadunt,niſi duæ in ſuperficiem conicã pyramidis.ſ.linea lõgitudinis b h,& linea oppoſita lineæ b h in alia parte pyramidis,quoniam ut patet per 90.primi huius,planæ ſuperficiei ſecantis conũ trans axem,& ſuperficiei conicæ cõmunis ſectio eſt trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro baſis contentũ:linea uero a h ſecat lineam b h in puncto h,& linea c b ſecat eãdem b h in pũcto b per 91.primi huius;lineæ ergo a h nulla linea concurret à uertice pyramidis niſi in puncto a,nec enim ad aliquod punctũ mediũ lineæ a h à uertice b ductæ lineæ incident,nõ occultabitur ergo punctus h ab aliquo alio puncto quo minus perueniat ad centrũ uiſus a,occurrit ergo punctus h uiſui,cũ inter ipſum & uiſum nõ accidet ſolidi corporis interpoſitio,eadem quoq; eſt probatio de quolibet alio dato puncto ſuperficiei pyramidis:in linea uero b c quæ perpendicularis eſt ſuper ſuperficiẽ uiſus per 72.primi huius,ſolũ tantũ punctũ poſſibile eſt uideri,ut oſtenſum eſt in 4.huius:omnia uero alia puncta lineæ b c neceſſario occultantur, patet ergo propoſitũ.



Patet itaq; ex ijs,quoniam in hoc ſitu nulla ſuperficierum pyramidũ contingentium peruenit ad centrũ uiſus,præter illam quæ in linea b c longitudinis centrum uiſus transeuntis pyramidẽ contingit,& omnes ſuperficies aliæ conũ contingentes,ſecant lineam productam à centro ad ipſam pyramidem inter uerticem coni & centrum uiſus.

XCII.

Axe pyramidis cum centro uiſus uerſus uerticem concurrente,tota conica ſuperficies uno oculo uidetur.



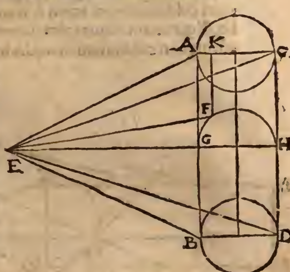
Eſto data pyramis,cuius axis b c,uertex quoq; punctus b,& ſit uiſus centrũ punctũ a,ſitq; ut axis b c producta currat in punctũ a, dico quod in hoc ſitu oculi tota conica ſuperficies pyramidis occurrit uni uiſui,nullus enim punctus ſuperficiei conicæ totius pyramidis uiſui occultatur, dato enim quocunq; puncto ſit ille l,& ducatur ad ipſum à centro uiſus a linea a b,& ab ipſo puncto l ducatur per 101.primi huius linea longitudinis pyramidis,quæ ſit l b,fietq; trigonũ l b a, quod neceſſario erit in ſuperficie pyramidis ſecante,ideo quod linea a c ducta à centro uiſus intrat in ipſam pyramidẽ ſecans ipſam,& ipſa eſt in dicta ſuperficie per 1.undecimi,quoniam linea a b eſt in linea ſuperficie:linea uero a l ſecat lineã b l in puncto l,ex lineis uero ſuperficiei,in qua ſunt duæ lineæ a l & b l, nõ ſunt niſi duæ tantũ lineæ in ſuperficie pyramidis.ſ.linea longitudinis quæ eſt b l,& linea alia longitudinis illi oppoſita quæ ſit b k,ut patet per 90.primi huius:hæc ergo linea b k producta ultra punctũ b,cum ſit in eadem ſuperficie cũ lineis a b & b l,neceſſario ſecabit angulũ a b l, ergo per 49.primi huius ipſa ſecabit & baſem a l:ſit ergo ut ſecet illam in puncto d,& quia linea a l ſecat duas lineas k b & l b,quæ ſolæ ex lineis ſuperficiei pyramidis ſecantis ſunt in pyramidis ſuperficie, ſecat enim linea a l lineam k b extra pyramidẽ in puncto d,& lineam l b in ſuperficie pyramidis in puncto l:producta ergo linea a k in infinitũ,non concurret cum aliqua illarũ linearum: nõ interponatur ergo ſolidum punctum

quod eſt k inter uiſum & punctum l, ſed nullum aliquod aliorum punctorum ipſius py-
ramidis, quoniam nullum ipſorum cadit in illa ſuperficie, non occultabitur ergo tunc
uiſui exiſtenti in puncto a datum punctum l, tunc inter ipſum & centrum uiſus non ac-
cidet aliqua ſolidi corporis interpoſitio: & eadem eſt demõſtratio de quolibet dato pun
cto in tota ſuperficie pyramidis, patet ergo propoſitum: palam itaq; ex his, quoniam in
hoc ſitu nulla ſuperficierum contingentium pyramidum tranſit per centrum uiſus, ſed
quælibet ipſarum ſecabit lineam à centro uiſus ſuper uerticem conum intrantem inter
centrum uiſus & pyramidum, quàm in uertice ipſius axis, ut patet intuenti.

XCIII.

Omnes lineæ uel ſuperficies inter lineas uel ſuperficies contingentes co-
lumnam uel pyramidem rotundam ſuperficiem uiſam terminantis à centro
uiſus productæ, columnam uel pyramidem neceſſario ſecabunt.

Verbi gratia, ſint duæ lineæ longitudinis columnæ uel pyramidis terminantes ui-
ſam ſuperficiẽ quæ ſit a b & c d, dico quod ſi à centro uiſus quod eſt e ducatur linea e f,
inter lineas illas a b & c d, quoniam linea e f, ſecabit p
poſitam columnam uel pyramidem, tranſeat enim ſu
perficies plana columnam uel pyramidẽ ſecans ipſam
in puncto f æquediſtanter baſi, eritq; per 100. primi
huius, communis ſectio circulus qui ſit g f h, qui ſecet
lineas longitudinis columnæ uel pyramidis, eam ſci-
licet quæ a b in puncto g, & eam quæ eſt c d in pũcto
h, & ducantur à puncto e, per 16. tertij, duæ lineæ con
tingentes illum circulum quæ ſint e g & e b, palam au
tem per 57. primi huius, quoniam linea e f, in eadẽ ſu-
perficie cum lineis illis exiſtens ſecat circulum g f h, er
go ſecabit columnam uel pyramidem quæ per eun-
dem circulum ſecatur. Idem quoq; accidit ſi per ſe-
ctionem lineæ longitudinis hoc placuerit demon-
ſtrari, & in idem redijt, patet ergo propoſitum.

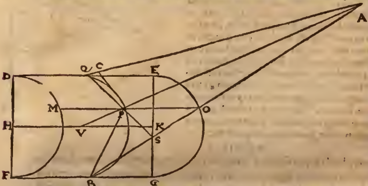


XCIIII.

Pluribus planis ſuperficiebus centrum uiſus tranſeuntibus ſecundum li-
neas longitudinis partis ſuperficiei uiſæ columnam uel pyramidem conue-
xam ſecãtibus, ſolam ſuperficiem axem columnæ tranſeuntem, ſuperficiem
columnarem uel pyramidalem uiſam per æqualia diuidere: & ecõuerſo ſup-
ficiem per æqualia illã uiſam ſuperficiẽ diuidentẽ axem tranſire eſt neceſſe.

Sit columna conuexa cuius ſuperficies uiſa ſit e d f g, & axis eius ſit h i, ſit cẽtrum ui
ſus punctum a, ſintq; lineæ longitudinis columnæ continentes uiſam ſuperficiem quæ
e d & f g, imaginentur quoq; multæ planæ ſuperficies tranſeuntes centrum uiſus a, & ſe
cantes e d f g, uiſam ſuperficiem columnæ, dico quod ſola illa quæ pertranſit axem h i, i-
pſam uiſam ſuperficiem per æqualia diuidit & nulla aliarũ, ſola enim hæc erecta eſt ſu-
per conuexam ſuperficiem columnæ, quoniam communis ſectio illius ſuperficiei ſecan
tis, & ſuperficiei columnæ eſt rectangulũ ſuper duabus lineis longitudinis columnæ &
duabus diametris baſium cõtentum, ut patet per 93. primi huius, ergo communis ſectio
illius ſuperficiei & uiſæ ſuperficiei conuexæ ipſius columnæ ſit linea lõgitudinis colu-
mnæ, quæ m o, & imaginetur ſuperficies plana contingens columnam ſecundum li-
neam longitudinis m o, per 95. primi huius, erunt ergo illa contingens ſuperficies & ſu
perficies ſecans per axem erectæ ad inuicem per 97. primi huius. Si itaq; in linea m o ſi-
gnetur punctum p, & in ſuperficie contingente ducatur linea t p s, tunc palam quod li-
nea t p s cõtinget quendam circulum ſuperficiei columnæ æquediſtantem baſibus qui
ſit b q & eius centrum ſit u, ducãturq; per 36. tertij, lineæ a b & a q, à centro uiſus circulũ

b q contingentes, erunt ergo illæ lineæ æquales per 58. primi huius, ſecent'q; lineã illam circulum contingentem quæ eſt t p s in punctis t & s, & ducatur linea a p, quæ producta, ut patet per 17. tertij, pertinget ad axem in punctum b centrum circuli, & ducãtur intra columnã lineæ b u & q u, ſemidiametri circuli b q, trigona itaq; a b u & a q u ſunt æquilatera, ergo per 8. primi, ſunt æquiangula, angulus ergo u a b eſt æqualis angulo u a q. Sed in trigono a t p angulus a p t, eſt æqualis angulo a p s trigoni ſ p s, per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, ergo per 32. primi, angulus a t p eſt æqualis angulo a s p, ergo per 6. primi, eſt linea a t æqualis lineæ a s, & quia lineæ a b & a q ſunt æquales, ut ſupra patet; ablatis ergo hinc inde lineis a t & a s, remaneat linea t q æqualis lineæ s b, ſed linea t q eſt æqualis lineæ t p, per 58. primi huius, quoniam à puncto t, ductæ ſunt duæ lineæ circulum contingentes, quæ ſunt lineæ t q & t p. Similiter quoq; ſit linea s b æqualis lineæ s p, cum ergo per 13. primi, anguli b s p & q t p ſint æquales, erit per 4. primi, corda p b æqualis cordæ p q, ergo per 27. tertij, erit arcus p b æqualis arcui p t i, & quoniam idem accidet in baſibus columnæ, & in quolibet aliorum circulorum æquediſtante baſibus, patet ergo propoſitum primum, ſcilicet quod ſuperficies plana ſecans columnam per axem & tranſiens centrum uiſus ſecat ſuperficiem uiſam per æqualia, & quoniam omnes aliæ ſuperficies declinantes ab axe oblique incidunt ſuperficiei cõtingenti columnam in media linea ſuperficiei uiſæ ipſius columnæ quæ eſt linea m o, patet quod nulla ipſarum illam ſuperficiẽ uiſam p̃ æqualia ſecat. Sed etiam ſup̃ficies quæ uiſam partem ſuperficiei colũnæ p̃ æqualia ſecat, neceſſario trãſit p̃ axem. Sit



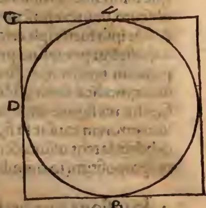
enim diſpoſitio quæ prius, & ducantur omnes lineæ priores, erit ergo etiam linea m o, cui illa ſuperficies incidit, diuidens ſuperficiem uiſam per æqualia, & ipſa eſt communis ſectio ſuperficierum ſecantis & contingentis, erit itaq; per 61. primi huius, linea p t æqualis lineæ p s, ſed linea p t æqualis lineæ t a, per 58. primi huius, & ſimiliter linea p s æqualis ipſi lineæ s b, relinquitur ergo linea a t æqualis eſſe lineæ a s, & quoniã in illis trigonis a p s & a p t, linea a p eſt cõmunis ambobus ipſis, erit ergo per 8. primi, angulus a p t æqualis angulo a p s, uterq; ergo illorum angulorum eſt rectus, linea a p eſt perpendicularis ſuper lineam t p s, linea ergo a p, cum æquales angulos contineat cum linea m o, palam per diffinitionem, quoniam ipſa eſt erecta ſuper ſuperficiem contingentem columnam in linea m o, ergo per 18. undecimi, ſuperficies in qua eſt linea a p ſecãs columnam, erecta eſt ſuper ſuperficiem ipſam contingentem columnam ſecundum lineam m o, ergo per 97. primi huius, patet quod ipſa tranſit per illius columnæ axem, & penitus eodem modo eſt in rotundis pyramidibus demonſtrandũ, & hoc ꝓponebatur.

XCV.

Rectangulæ magnitudines à maiori diſtantia uiſæ circulares apparent.

Sit magnitudo rectangula uiſa ex magna diſtantia, quæ ſit b g, d z, quoniam ergo unumquodq; uiſorum habet longitudinem diſtantiæ qua facta non fiet uiſio, ut patet per 8. huius. Corpus uero angulare circa angulũ eſt minus quàm circa alias ſui partes,

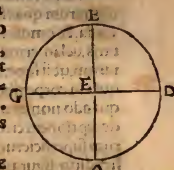
tes,eſt ergo neceſſe prius deficere uiſui corpus circa angulũ g quàm circa puncta remotiora quæ ſunt d z,& ſimiliter accidet in unoquoq; aliorum angulorum,tota ergo periferia corporis quantum ad prominentiam angulorum propter ſui diſtantiam à uiſu non apparebit,uidetur itaq; uiſui corpus rectangulũ eſſe figuræ circularis,ut turris quadrata uidebitur rotunda:quando itaq; uiſus comprehendit quadratum aut poligonium à remoto,comprehendet illud rotundum ſi fuerit æqualium diametrorum, aut comprehendet ipſum oblongum figuræ teretis. Si fuerit inæqualium diametrorum,ut eſt figura altera parte longior,ut plurimum ſunt quadrangulæ turres,quæ cum à remoto uidentur,apparent teretis figuræ,nec enim exceſſus radiorum ab angulis ſuperficiei quadratæ prodeuntium ad uiſum ſuper longitudinem radiorum prodeuntium à lateribus planis eſt proportionalis,reſpectu diſtãtiæ totius corporis à uiſu aliqua proportione ſenſibili,unde propter inſenſibilitatem exceſſus omnes radij æſtimantur eſſe æquales,magis autem hoc ſolet accidere in alijs poligonis figuris. Oxigona enim corpora plurimũ ex aliqua magna diſtantia uiſa uidentur rotunda, & eſt hoc quaſi per eadem præmiſſis demonſtrandum,& hoc eſt propoſitum.



XCVI.

Curruum rotæ uel lapidum molarium figuræ quãdoq; circulares,quandoq; oblongæ apparent.

Quod ſupra per 55.& 56.huius concluſum eſt de figuris ſuperficialibus,hic proponimus ſimiliter de corporalibus figuris:paſſiones proprias ipſarum ſuperficierum illis corporibus, quorum ſunt ipſæ ſuperficies applicantes:ſit itaq; rota a b g d,cuius diametri ſint b a & g d,ſecantes ſe orthogonaliter ſuper centrum e,ſitq; oculus in ſuperficie circuli uel circa, ſi ergo linea quæ cadit à centro oculi ſuper cẽtrum rotæ,quod eſt punctum e,oblique incidat ſuperficiei ipſius rotæ,illa ut non ſit perpendicularis ſuper rotæ ſuperficiẽ,nec æqualis ſemidiametro, dico quod diametri rotæ inæquales apparebunt, & una quidem maxima,alia uero minima,aliæ uero omnes quæ ſunt mediæ inter maximã & minimã, ꝓpinquiores minimæ ſunt minores remotioribus ab illa, quælibet aũt duæ æqualiter diſtantes ab altera diametroꝝ æquales apparebunt,Rotæ ergo oblongæ ut ſectio columnaris uel conica oxigonia uidentur. Et idẽ accidit in figuris lapidũ molariũ & oĩbus alijs quibuſcũq; figuris & hoc eſt ꝓpoſitũ.



XCVII.

In figuræ uiſiõe uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intẽperata diſpoſitione octo circũſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intemperata eñ lucis diſpoſitione figura poligonia æquilatera uidebit de nocte circularis uel ſphærica,quoniam lux nimis debilis occultat angulos, & etiã ſphæra ſub luce ualde debili uiſa æſtimaẽ ſuꝑficiei planæ,quia propter lucis debilitatem occultãtur uiſui partium prominentia in ſuꝑficie ipſius ſphæræ. Ex intemperata etiã lõgitudine diſtantiæ figura quadrata quandoq; uidetur rotunda ſphærica, & etiã figura quadrata quandoq; apparet uiſui altera parte longior,ut patet ꝑ 59.huius,qñ etiã propter remotionẽ nimiam obliquatio alterius lateris quadrati nõ ſentitur, Tunc ꝓpter ipſam remotionem quadratũ altera parte longius uidetur,ut patet ꝑ 62.huius. Accidit etiã error uiſioni figuræ ex longitudinis immoderatione, figura enim multorũ laterũ æqualiũ oppoſita uiſui directe, in magna diſtantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius ſunt uiſui imperceptibiles,quod patet ꝑ 95.huius,& linea curua æſtimatur recta per 90.huius,& figura ſphærica uidetur plana ꝑ 65.huius. Ex inordinatione etiã ſitus error accidit in figuræ uiſione. Si enim corpus circulare ut ſcutella ab axe elongetur, & modicũ ſuper lineam cui axis perpendiculariter incidit obliquatur,uidebuntur eius diametri inæquales per 96.huius,& figura circularis per 55.& 56.huius,uidebitur ſectionis oxigo

 niæ uel

niæ uel columnaris figuræ, & ſimiliter propter æqualitatem oppoſitionis unius laterum ad uiſum figura quadrata æſtimabitur altera parte longior per 61. huius. Ex intemperantia etiam quantitatis uel magnitudinis accidit error uiſioni figurarum, cum enim ſuperficies uiſa fuerit multum parua, ſi fuerint in ea anguli occultabũtur uiſui, unde forte forma eius angularis æſtimabitur rotunda, ſphærica, aut columnaris. Et ſi fuerint in eius ſuperficie aliquæ prominentiæ latebunt uiſum, & æſtimabitur eorũ ſuperficies plana, ut hæc patere poſſunt in athomis ſolis, quorum certa figura nõ cõprehenditur, quoniam anguli ipſorum uiſui à minori diſtantia occultantur, ut patet per 8. huius. Ex intemperata etiam ſoliditate accidit error uiſioni figurarum. Si enim corpus fuerit minus ſolidum in quo fuerint anguli, illi forte occultabunt uidenti, & angularis forma putabitur ſphærica, forte et ſphæricitas illorum corporũ uidebitur plana. Intemperata quoque diafonitas in uiſione figurarum errorem inducit, quoniam exiſtente aëre nubiloſo obſcuro, ut in crepuſculis, ſi in corpore illo fuerint anguli, forte apparebit ſphæricitas, & ſi in ipſo fuerit ſphæricitas apparebit forte planicies, quoniam medium nõ eſt taliter diſpoſitũ ut per ipſum poſſit fieri completa uiſio, ad quam requiritur lumẽ, ut patet per primam tertij huius. Breuitas etiam temporis errorem uiſibus in uiſione figurarum adducit, modica enim gibboſitas in re ſubito uiſa latet uiſum, & æſtimatur planicies. Et ſi fuerint res figuræ angularis ſubito uiſæ, forte ſphæricæ apparebunt. Viſus quoque debilitas errorem cauſat in figuratum uiſione, modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uiſum, & uidẽtur res ſphæricæ planæ & angulares ſphæricæ, ſic ergo patet propoſitum in omnibus circunſtantijs uiſibilium, & hoc proponebatur.

XCVIII.

In uiſione corporeitatis errores accidentes uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circũſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ, ſunt idem illis qui in ſitus & figuræ accidunt uiſione.

Corporeitas enim ut patet in 63. huius, à uiſu comprehenditur ex comprehenſione figurarum quas faciunt ſuperficies corpus continentes, eſt ergo eadem hinc inde erroris cauſa, & omnis error qui poteſt accidere uiſui in uera comprehenſione ueræ corporeitatis, uel in erronea comprehenſione, accidit ex errore prouenienite circa ſpecies figurarum, ut ſi ſuperficies ſphærica conuexa uel concaua æſtimetur plana per 65. huius, quia in corporibus maximæ remotionis à uiſu non comprehendet uiſus corporeitatẽ, quando non comprehendit obliquationem ſuperficierum, & hoc totum accidit ꝓpter deceptionem circa figuras factam, non enim comprehendit tunc uiſus ſitus partium illarum ſuperficierum ad inuicem, qui ſitus efficit figuram, unde cũ certitudinaliter comprehenditur figura, certitudinaliter cõprehenditur corporeitas, & cũ comprehenditur figura indiſtincte, cõprehenditur etiã corporeitas indiſtincte, & hoc accidit in omnibus modis quibus error accidit in uiſionibus figurarum, & quia ſitus eſt cauſa figurarũ, ideo etiã errores accidentes ſitui, accidunt & corporeitati, quia enim corporeitas includit ſub figura & ſitu, ideo errorem corporeitatis gerit error in ſe ſitus & figuræ.

XCIX.

Diſtinctio uiſibilium comprehenditur à uiſu ex diſtinctione formarum ipſarum uiſibilium in diuerſis ſuperficiei uiſus partibus impreſſarum.

Diſtinctio quæ eſt inter quælibet duo corpora, aut eſt ex luce, aut ex colore actum lucidi habente, aut ex obſcuritate, hæ enim ſunt principiũ diſtinctionis formarum in ſuperficie uiſus, quoniam hæc per ſe perueniunt in partem ſuperficiei uiſus, quandoque autẽ lux & color uel obſcuritas ſunt in ipſis formis quæ diſtinguũtur, quandoque uero lux & color uel obſcuritas diſtinguentia formas in ipſa ſuperficie uiſus ſunt in corporibus medijs ſecundũ ſitum diſtinguentibus corpora, quorum formæ diſtinguũtur in uiſu, & tũc ſi uiſus non ſenſerit quod lux, color aut obſcuritas, quæ eſt in loco diſtinctionis, nõ eſt in corpore continuato cum utroque corporum quæ ſunt in eius lateribus, tunc non ſentiet diſtinctionem duorum corporum, & etiam quandoque fit diſtinctio uiſibiliũ ex hoc,

quia

quia non eſt poſſibile plura uiſibilia æqualiter uideri per 49. tertij huius, aut enim ſuperficies cuiuslibet illorum corporum eſt obliqua ad ſuperficiem uiſus, in loco indiſtinctionis, ſed eſt inæqualis obliquitatis, aut unius ipſoꝝ forma eſt obliquata, alterius uero forma eſt uiſui directe oppoſita, manifeſtior uiſui, quàm alia, quæ non eſt uiſui oblique oppoſita, uel quæ ſibi opponitur plus oblique, & ſecundum hoc comprehēdet uiſus diſtinctionem uiſibilium formarum, ſi ipſorum diſtinctio ſecundum ſpaciū interiacens ſit ampla ſiue ſtricta, dum tñ ſit ſenſibilis reſpectu remotiōis corporū uiſorū & reſpectu quantitatū corpoꝝ diſtinctorū, quia forte quādoq; diſtinctio formaꝝ eſt quantitatis unius capilli, & illud diminutū non aufert diſtantiā ſenſibilem in uiſu, patet ergo propoſitum.

C.

Continuitas uiſibilium cōprehenditur à uiſu ex diſtantiæ priuatione.

Cum enim uiſus non ſenſerit in corpore aliquam diſtantiam, comprehendet ipſum eſſe continuū, & ſi in corpore fuerit diſtantia occulta non comprehenſa à uiſu, comprehendet uiſus illud corpus eſſe continuum, & diſcernet inter continuationem & cōtiguationem ex comprehēſione aggregationis duorū terminorum duorum corporum. Si ergo ſentiens non ſenſerit, quod utrunq; duorum corporum cōtiguorum eſt diuerſum ab altero & diſtinctum ab eo, tunc non ſentiet contiguationem, ſed iudicabit eſſe inter illa uiſa perfectam continuationem & totius ſuperficiei uiſæ perfectam unitatem quæ eſt continuitas, patet ergo propoſitum.

CI.

Numerus comprehenditur à uiſu per hoc, quod unum uiſibilium cōprehenditur ab altero diſtinctum.

Quia enim uiſus comprehendit in una hora multa uiſibilia in ſimul diſtincta, & in illorum diſtinctione comprehendet ꝙ quodlibet ipſorum eſt ab altero diuiſum, comprehendet ergo multitudinem, et tunc uirtus diſtinctiua comprehendet numerū ex multitudine illorum, & ſi eſt par uel impar, & medietatem paris numeri & quamlibet ipſorū unitatem, & per hunc modum omnium rerum uiſarū numerū cōprehendit & mathematicum & naturalem, patet ergo propoſitum.

CII.

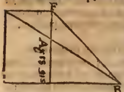
Omnis forma uiſibus oblique incidens ſemper apparet ultra locum formæ directe incidentis, ex quo patet quod formæ ambobus uiſibus ſecundū æqualitatem angulorū obliquius incidentes plurimū à ſe diſtant.

Quod hic proponitur ſatis patet, quando ēm linea radialis ſuperficiei uiſus oblique incidit, tunc ipſa per 47. ſecundi huius, refringitur à ſuperficie oculi, & ad cōcauum nerui peruenit plus oblique, quoniam tunc ſecundum angulum incidentiæ formatur quantitas anguli refractionis per 36. tertij huius, palam ergo quoniam illa linea oblique ſuperficiei ipſius uiſus incidens propter ſuæ incidētiæ obliquitatem & anguli acuitatem facit angulum ſuæ refractionis acutū, unde tunc linea refractionis interſecat lineam directe incidentem, & à ſuperficie oculi æqualiter refractam, & ſic forma obliqua uidetur ultra formam rectæ uiſam, & ſi ambæ formæ oblique incidant ſecundum eundem ſuæ obliquitatis modum, ita ut utrobiq; ſit æqualitas angulorum incidentiæ & refractiōis, tunc forma oculo dextro incidens, ſecans lineam per quam directe incidens ad mediū punctum concauitatis nerui perueniſſet, ſit ſiniſtra ab illa, & forma oculo ſiniſtro oblique incidens, reſpectu illius medij puncti concauitatis nerui, ſit dextra, & ſic quandoq; accidit illas formas à ſe plurimum diſtare, & quoniam quælibet ipſarum offertur uirtuti ſenſitiuæ, quoniam ſecundum luces & colores quæ ſunt in ipſa forma, quæ eſt extra, depingitur ipſa forma in ſuperficie organū membri ſentientis in duobus locis ſecūdum neruum oculorū quibus incidit & à quorum ſuperficie refringitur. quia uero forma directe incidens ad unum ſecundum omnes eius partes ordinatur locum conſimiliter, ut patet per 37. tertij huius, forma ergo oblique incidens ſemper apparet ultra locum formæ directe incidentis, patet ergo propoſitum, & eius correlatiuum.

CIII.

Omne uiſum quod directe opponitur medio unius uiſus, & in reſpectu ad reliquum uiſum eſt obliquum, ſemper uidetur duo.

Nam forma puncti, quæ directe incidit medio alterius uiſuum, peruenit ad punctū mediū cōcauitatis nerui, ut patet per 39. tertij huius, q̄m forma illius puncti incidit uiſui ſecundū axem pyramidis radialis: forma uero puncti oblique incidentis in medio

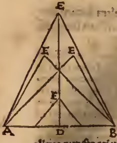


ſuperficiei alterius uiſus uenit ad punctū aliud q̄ ad mediū punctum concauitatis ipſius nerui ſecundum obliquationem puncti ſuperficiei uiſus, & ſic non concurrunt illæ formæ in eodem puncto medio concauitatis nerui. Verbi gratia, ſint centra duorū uiſuum a & b, ſit linea e f, quod uiſum directe oppoſitum centro uiſus a. ſit autem ipſa linea e f oblique oppoſita uiſui, cuius centrum eſt punctum b. quia ergo forma lineæ e f directe peruenit ad medium concauitatis nerui communis per 29. tertij huius, palam, q̄ forma eius circa illum punctum medium concauitatis nerui ſecundum omnes ſitus ſuarum partium ordinatur per 3. tertij huius, quia uero forma eiuſdem lineæ e f tota oblique incidit ſuperficiei uiſus b, palam per ea quæ declarata ſunt in eadem 3. tertij huius, q̄ forma eius non peruenit ad punctum medium concauitatis nerui, ſed ad aliquod ipſius punctum aliud: non ſupponetur ergo priori formæ, ſed remanebit diſtincta ab illa, apparebunt ergo duæ formæ, quoniam in duobus locis ipſius membri ſentientis offertur forma ipſius uiſibilis ipſi uirtuti ſentienti, & ſic iudicat illas eſſe duas, & non unam, patet ergo propoſitum.

CIIII.

Omnis forma rei uiſæ intra axes radiales conſtitutæ, oblique ambobus uiſibus occurrit, unde ſemper uidetur duo.

Verbi gratia, ſit centrum duorum uiſuum a & b, & concurrant axes uiſuales in puncto c, ſitq; axis d c, & ſit res intra axes uiſa, quæ e, dico q̄ forma rei uiſæ, quæ eſt e, ſemper oblique occurrit ambobus uiſibus, unde ſemper uidebitur eſſe duæ, q̄ autem oblique ſemper incidat ambobus uiſibus, patet, cum enim à puncto c,



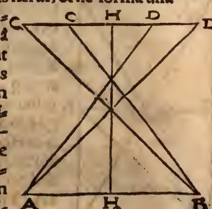
ducta ſit linea c a perpendiculariter ſuper centrum foraminis uneæ oculi, cuius centrum eſt punctum a, ut patet per 24. tertij huius, & cum linea c b ducta ſit perpendiculariter ſuper centrum foraminis uneæ oculi, cuius centrum eſt punctum b, palam per 13. undecimi, quoniā ab aliquo puncto ſuperficiei rei uiſæ, quæ eſt e, ad dicta centra foraminum perpendiculares aliæ duci non poſſunt, omnes ergo lineæ à ſuperficiei corporis e ad ſuperficiē uiſuum productæ, ſunt obliquæ per 24. tertij huius, non ergo per refractionem concurrent in puncto medio concauitatis nerui, ſed ultra, & plurimum à ſe diſtabunt per 102. huius, uidebuntur ergo ſemper duæ per præcedentem. Cum itaq; axes duarum pyramidum uiſualium concurrant in aliquo puncto rei uiſæ, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud uiſum propinquius duobus uiſibus aut remotius intra axes, tunc poſitio eius apud duos uiſus erit diuerſa in parte, nam illud uiſum erit dextrum uni axium uiſualium & ſiniſtrum alteri ipſorum. Radij quoq; exeuntes ab ipſa re taliter uiſa ad alterum uiſum, erunt dextri ab axe, & ad reliquum uiſum exeuntes erunt ſiniſtri ab illius axe, & ſic poſitio eius apud duos uiſus erit diuerſa in parte, & forma unius uiſorum incidit duobus uiſibus, in duobus locis diuerſe poſitis, & peruenit ad loca diuerſa concauitatis communis nerui à duobus lateribus ſui puncti medij, & partes illius formæ non ſuperponuntur ſibi, erunt ergo duæ formæ, & ita ſemper forma rei taliter ad uiſum diſpoſitæ uidentur duæ formæ, & res ipſa uiſa uidentur ſemper duo, quod eſt propoſitum.

CV.

Lineæ rectæ uicinæ uiſibus in ſuperficie axis communis erectæ ſuper trigonum

.gonum axium radialium puncto coniunctionis incidente, ſolum illud pun
ctum uidebitur unum, omnia uero alia dictæ lineæ puncta uidebūtur duo,
& æqualiter à puncto coniunctionis declinantia, ac ſi duæ lineæ ſe interſe-
cent in puncto coniunctionis.

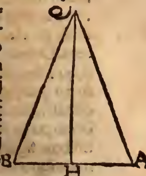
Sit centum uiſus ſiniſtri punctum a, dextri uero punctum b, & ſit linea recta h z; quæ
ſecundum medium punctum naſi ambobus uiſibus interpoſitis, extendatur taliter, ut
in aliquo puncto ſuo ſignato quod ſit q, concurrant axes uiſuales, erit ergo q punctum
coniunctionis amborum axium uiſualium, & quoniam ipſum punctum, quod eſt in li-
nea h z, quæ ſic extenditur inter ambos axes radiales, tunc palam eſt ꝙ ipſa eſt in ſuper
ficie in qua eſt axis communis erecta ſuper baſem trigonum b q a, per 33. tertij huius.
Dico ergo ꝙ ubicūq; punctus cōiunctionis qui eſt q, lineæ h z, oblique incidit uiſibus,
hoc eſt ambobus axibus b q, & a q, uel eorum altero angulos rectos non continentibus
cum linea h z, ſolus punctus q uidebitur unus, ut eſt, quoniam forma eius ſolius per am-
bos axes radiales peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, & ſic forma una
uidetur rei unius, ut hoc patere poteſt per 46. & 47. quarti hu-
ius, reliqua uero puncta omnia lineæ h z uidentur æqualiter à
puncto cōiunctionis declinantia, ac ſi duæ lineæ ſe interſecent
in puncto coniunctionis quod eſt q, quia radij diuerſi ab illis
punctis peruenientes ad ambos uiſus & ſiniſtrantur & dextran
tur, omnes enim radij exeuntes ab illis punctis lineæ h q, ad ui-
ſum dextrum ex parte axis h q, fiunt ſiniſtri ab axe a q, & perue-
nientes ad ſiniſtrum uiſum ex parte axis h q, fiunt dextri ab axe
b q, perueniunt enim ad ſuperficiem uiſus ex una parte ſemidi-
ametri foraminis, quæ à centro uueæ reſpicit axem communem
& radij peruenientes à punctis lineæ q z, ad uiſum dextrum, fi-



unt item ſiniſtri ab axe a q, & peruenientes ad uiſum ſiniſtrum fiunt dextri, perueniunt
enim utriq; radij ad ſuperficiem uiſus ex parte ſemidiametri cum priori ſemidiametro,
diametrum totam illius foraminis uueæ complente, & quoniam ambo oculi ſunt in
omnibus diſpoſitionibus æquales per 4. tertij huius, palam ꝙ utriuſq; anguli axium &
iſtorum ſemidiametrorum ſunt æquales circa centrum utriuſq; oculi foraminis, angu
li quoq; c q z, & d q c, propter eandem ſint æquales, ducta itaq; linea à puncto, & æqui-
diſtante lineæ a b per 31. primi, quæ ſit e z d, producatur linea a q in pūctum d, & linea
b q in punctum c, patet quòd ſecundum illas lineas ſit uiſio illarum formarum, quo-
niam enim anguli ſecundum quòd ſit obliquatio uiſionis, qui ſunt t q z, & d q z, ſunt
æquales, ergo per 13. decimi quinti, & 14. primi lineæ uiſuales, quæ exempli cauſa
ſint lineæ b q, & q c, coniunctæ ſunt linea una, & ſimiliter de lineis a q, & q d, uidetur
autem linea una radialis duæ lineæ propter diuerſitatem incidentiæ formæ illius pun-
cti ambobus uiſibus, quæ obliquatio ſit quaſi per modum duarum linearum ſe ſecan-
tium circa punctum q, forma enim ſecundum axes radiales uiſibus incidens ad mediū
punctū concauitatis nerui pertingit, & formæ oblique incidentes, circa ipſum ſe ſecan-
tes figurantur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radialium ab aliquo
puncto lineæ h z, ad ambas axes peruenientium, ſemper erunt in duabus partibus di-
uerſis, quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concaui-
tatis nerui communis à duobus lateribus puncti medij, ut oſtendimus in præmiſſis, pa-
tet ergo propoſitum, patet etiam quod mutato puncto coniunctionis linearum interſe
ctarum quantitas mutatur. Semper tamen ex utraq; parte ſectionis partes linearū ſunt
æquales, & ſecundum approximationem ad uiſus anguli medij, ut ſunt a q b, & c q d,
fiunt maiores, & ſecūdum elongationem à uiſu fiunt minores, quouſq; circa axes radia
les pyramides deſcribuntur, quarum baſis eſt tota ſuperficies rei uiſæ, & horum proba-
tio experimentalis accidit, ſi uiſibus modo dicto diſpoſitis unus ipſorum claudatur,
alterq; apertus reſeruetur, ſic uices mutando quantum placet.

ti centris amborum uiſuum, quodlibet duorum laterum trigoni duas for‑mas uiſui repræſentat.

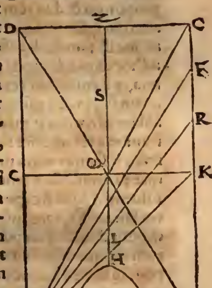
Sint centra amborum uiſuum a & b, ſitq́ꝫ trigonum a b q applicatum uiſibus taliter ut ꝓponitur, uel ſi ita ut trigoni a b q, baſis a b, ſit baſſior centris oculorũ, incidantq́ꝫ axes uiſuales in punctum q, qui ſit punctus coniunctionis, & axis communis ſit h q, dico ꝙ laterum trigoni, quæ ſunt a q & b q, unumquodqꝫ duas formas uidenti præſentabit, quoniam enim utraqꝫ formarum linearum a q & b q, uterqꝫ uiſui ſe offert directe & oblique, ut linea dextra quæ eſt a q, dextro uiſui quæ eſt a, ſe offert directe, quoniam omnes radij à quolibet ſuorum punctorum exeuntes incidunt in centrum foraminis uneæ per 24. tertij huius, & linea ſiniſtra quæ eſt b q, incidit oblique uiſui dextro, quæ eſt a, et econuerſo linea b q ſiniſtro uiſui qui eſt b directe incidit, & linea a q eidẽ uiſui ſiniſtro qui eſt b incidit oblique, ut hæc omnia patent per 24. tertij huius, forma itaqꝫ oblique incidens dextro uiſui declinat ultra latus ſiniſtrum, cuius ipſa eſt forma, & ſic ſiniſtra ab axe & forma oblique incidens ſiniſtro uiſui, declinat ad latus dextrum, cuius ipſa eſt forma, & fit dextra ab axe, eruntq́ꝫ laterum trigoni omnia puncta in apparentia uiſuum duplicata, præter ſolum punctũ q, qui eſt punctus coniunctionis, & eſt ratio huius apparitionis eadem illi in præcedenti theoremate declarata, patet ergo propoſitum.



CVIII.

Vnam rem nonnunquàm uideri duas experimentaliter declaratur.

Aſſumatur tabula lignea planaꝫ ſuperficieꝫ, cuius lineæ longitudinis æquediſtantes & æquales ſint a b, & b d, & ſint unius cubiti, latitudinis uero ipſius lineæ æquales & æquediſtãtes, ſintq́ꝫ a b, & c d, & ſint quatuor digitorum orthogonaliter ſuper lineas longitudinis erectæ, ducenturq́ꝫ duæ diagoni quæ ſint a d, & b c ſecantes ſe in puncto q, & à puncto q, qđ per 40. primi huius eſt medius punctus ſuperficiei totius tabulæ a b c d, ducatur ad utrumqꝫ latus longitudinis linea æquidiſtans lineis latitudinis per 31. primi, quæ ſit k q c, & ab eodem puncto q ducatur linea h q z, æquediſtans lineis longitudinis a c, & b d, & intingantur omnes iſtæ lineæ b c, a d, t k, h z, tincturis lucidis diuerſorũ colorum, ut bene appareant. Sed tñ duo diagoni qui ſunt a d, & b c, ſint unius coloris, & ſuper punctum h interiorem terminum lineæ z h in medio latitudinis ipſius tabulæ, cauetur tabula quaſi pyramidaliter, ut ita poſſit intrare cornu naſi, ita ut cum tabula ſupponitur ſuperiori parti ipſius naſi, tangant duo anguli tabulæ fere duo media ſuperficierum duorum uiſuũ, & ſit huius concauitas m h n, fiant itaqꝫ de cæra tria corpuſcula columnaria, et ſint diuerſorum colorum, quæ ſint e g p, & erigantur iſtæ columnæ ſuper ſuperficiem tabulæ in linea k q c, ita ꝙ corpus g ſit ſup punctũ q, & corpus p ſup punctũ k, & corpus e ſup punctũ c, & applicentꝰ illa corpora firmiter ipſi tabulæ, ita ꝙ nõ cadant, & tũc applicetꝰ tabula uiſibus ut ſupra ꝑmiſſum eſt, deinde expimentator



inſpiciat forti intuitu corpus g, qđ eſt in puncto q, medio puncto tabulæ, tũc ergo duo axes amborum uiſuum concurrent in aliquo puncto ſuperficiei corporis g, & ſupponenturduobus diagonis tabulæ, qui ſunt b q, & a q, aut erunt æquediſtantes illis, & axis communis ſupponetur lineæ h q, & ſi in hac diſpoſitione intueantur ambo uiſus, omia quæ ſunt in ſuperficie tabulæ & corpora & lineas, inuenietur forma uniuſcuiuſqꝫ corporum, quæ ſunt e g p, forma una, & tota forma lineæ k q c, erit una, linea uero h z, extenſa in longitudine tabulæ apparebit lineæ duæ ſecantes ſe ſuper punctum q, uel ſuper qđcũqꝫ aliud punctum, cõcurrãt radij uiſuales, & etiã quilibet duoꝝ diagonoꝝ qui ſunt

b c & a d, apparebit duplicatus ita ut uideantur 4. diagoni, angulus uero a q b apparet amplior ꝗ̃ ſit ſecundum ueritatem, & ſi alter uiſuum claudatur, uidebuntur duo tantum diagoni, & diagonus remotus à medio ſequitur uiſum coopertum, ex quo patet, ꝙ duo diagoni qui uidentur remoti, ſunt illi quorum uterq; uidetur uiſui obliquo, & propter hoc comprehenditur per radios remotos ab axe dextros & ſiniſtros, unde inſtituuntur in cõcauitate nerui cõmunis ab inuicẽ remotæ, in figuntur eñi in duabus partibꝰ contrarijs reſpectu puncti medij nerui cõmunis, & in partibus remotis ab illo puncto, unde illi duo diagoni habent duas formas propinquas ſibi, & duas remotas à ſe inuicem. Deinde experimentator figat axes uiſuales ſuper aliquod corporum, quæ ſunt e et p, quæ ſint ſuper puncta t & k extrema lineæ t q k, tunc enim apparebunt omnia numero quo prius, ꝙ ſi corpora e & p auferantur à locis ſuis, & ponantur in linea h z, æquediſtanter à puncto q, & ſit corpus e uicinius uiſibus in puncto l circa punctum q: & corpus p ſit remotius à uiſu in puncto s, ultra punctum q, & applicata tabula ipſis uiſibus figantur axes uiſuales ſuper corpus g, quod eſt in puncto q medio, tunc unumquodquẽ corporum e & p apparebit duo, & apparebunt ambo illa corpora, quatuor corpora oblique à medio corpore g, duo .ſ. in dextro, & duo in ſiniſtro, & uidebuntur ſuper duas lineas, ꝗ̃uis ſecundum ueritatem ſint ſuper lineam unam, & apparebunt quælibet duorum illorum 4. corporum ſuper alteram illarum duarum linearum. Idẽ quoq; accidit ſi corpora e & p, ponantur ſuper alterum duorum diagonorum ſecundum omnem modum quo poſita fuerint ſuper lineam h z, taliter ut æquediſtant corpori g. & unum ſit propinquius uiſui ꝗ̃ alterum, quia enim tunc uterq; diagonorum apparebit duo, unde ſuper utramq; linearum quæ ſunt unius diagoni duo apparebunt corpora, unum in parte ipſius uiſus, & aliud ultra corpus g poſitum in medio illorum duorum corporum. Et ſimiliter ſi corpora e & p, ponantur ſuper ambos diagonos, unum ſuper unum, & aliud ſuper alium, & ambo in parte uiſus, tunc enim apparebunt 4. corpora, duo propinqua & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p à tabula, & ponantur alterum ipſorum ſuper marginem tabulæ in linea a c, ultra punctum k, & tamen ualde uicine illi puncto k, & ſit ſupra punctum r, & tunc applicata tabula uiſibus dirigantur ad hoc axes ad corpus g poſitum in medio, & tunc apparebit forma puncti e, tantum una, ꝙ ſi corpus e in eadem linea a t, ponatur ſuper punctum f, remotius à puncto k, quàm ſit punctũ r, ſitq; puncti f, à puncto k diſtantia ſenſibilis, & ſit directis axibus uiſualibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idem quoq; accidit ſi ambo axes uiſuales ſecundum iſtam diſpoſitionẽ dirigantur ad quodcũq; punctum lineæ c k, ſemper enim tunc corpus e poſitum in puncto f uidebitur eſſe duo, hæc uero quæ præmiſſa ſunt omnia per 105. huius & propoſitiones ſequentes declarata, ut patet intuenti. Quod ſi experimentator direxerit axes uiſuales ad punctũ aliquem tabulæ extra lineam k t, tunc ipſum corpus g, poſitum in medio ſuperficiei tabulæ in puncto q uidebitur duo, & ſi corpus e ponatur in puncto t, & corpus p in puncto k, tunc utraq; ipſorum uidetur duo. Sed redeuntibus axibus uiſualibus ſuper punctum q, aut ſuper aliqđ punctũ lineæ t k, tunc reuertetꝰ prior diſpoſitio. Deinde accipiat experimentator tres cedulas pergameni paruas & æquales, & inſcribat oẽs ipſas una ſcriptura manifeſta æqualis quãtitatis, & ponat unam ipſarum in medio præmiſſæ tabulæ in puncto q, & alteram ipſarum ſuper punctum k, figendo cum cæra ut ſtent erecte, & applicata tabula ipſis uiſibus ut prius, intueatur cedulam poſitam ſuper punctum q, & cõprehendet eius ſcripturam certa comprehenſione, & ſimiliter ſcripturam cedulæ poſitæ in puncto k, cõprehendet, ſed non ita perfecte ut ſcripturam cedulæ poſitæ in puncto q, licet ſint illæ ſcripturæ conſimiles in figura, forma & quantitate. Deinde aſſumatur tertia cedula, & ponatur quaſi in medio puncto lineæ e z, & manu protracta ſecundum rectitudinem lineæ k c, teneatur ultra tabulam in ſitu & poſitione duarum aliarum cedularum, tunc enim fixis ambobus axibus uiſuum in cedula poſita in puncto q, & tunc uiſa tertia cedula uidebitur forma ſcripturæ ſuæ dubitabilis & indiſtincta, & ſi cedula puncti k repoſita

ſita tertia cedula ponatur penes primam, quæ eſt in puncto q, tunc ambæ cedulæ comprehendentur in ſuis ſcripturis æqualiter diſpoſitæ, nec erit differentia ſenſibilis inter illas: & ſi tertia cedula moueatur plane ſuper lineam q k, axibus illorum uiſuum cadẽte in punctum q, uidebitur tunc diminui diſtinctio ſcripturæ cedulæ motæ ſecundum diſtantiam quæ fit per motum donec perueniat ad punctum k, & tunc paulatim à puncto k, extra tabulam moueatur ſecundum lineam latitudinis a k protenſam, tunc ſemper minuetur ſcripturæ diſtinctio, ita quòd tandem nulla erit diſcretio ipſius. Peractiſq́ circa lineam c d, eiſdem quæ cum his cedulis facta ſunt circa lineam k c, eadem tunc uiſibus apparent quæ prius ſeruata diſtantiæ proportione, & etiam ſi elongetur ultra longitudinem tabulæ, quæ itaq; ex his paſſionibus ambobus uiſibus accidunt, plus accident uni uiſuum ſi alter fuerit coopertus. Deinde aſſumatur ſchedula 4. digitorum quadrata, in qua punctus medius ſignetur per 40. primi huius, & alia ſchedula ſcribatur ſcriptura aliqua diſtincte, & erigatur hæc ſchedula ſuper lineam k t, & dirigatur uiſus ad medium illius ſchedulæ, tunc enim uidebitur ſcriptura bene diſtincta, ſed ſcriptura quæ eſt circa medium ſchedulæ uidebitur diſtinctior, quàm quæ in extremis. Deinde parum obliquetur ſchedula ſuper lineam t k, in puncto q, & tunc axibus uiſuũ cadentibus ſuper medium punctum ſchedulæ, inuenietur ſchedula minus diſtincta quàm prius, cum ſchedula fuerit ſuper lineam k t, & ſi ſchedula plus obliquatur, indiſtinctior uidebitur ſcriptura, & quanto magis obliquabitur ſchedula, tanto magis latebit utrumq; uiſum uel alterum ipſa ſcriptura. Et ſi ſchedula ſecundum alterum ſuorum extremorum ponatur in puncto q, & erigatur ſuper ſuperficiem tabulæ ſecundum lineam k q, tunc patet quòd medietas ſchedulæ cadet extra tabulam: uiſui itaq; cadente in punctum q, tunc uidebitur ſcriptura circa punctum q diſtinctior, minus autem ſecundum partes remotiores ab illo, & ſi obliquetur ſchedula ſuper lineam q k, apparebit latentior ſcriptura ſecundum quantitatem obliquationis & diſtantiæ à puncto q, & ſi ſchedula ponatur ſuper lineam c d, tunc uiſibus directis ad medium punctum ſchedulæ erit litera legibiliter diſtincta, & ſi obliquetur ſchedula ſuper punctum z, & tunc erit ſcriptura latentior quàm prius, & taliter peracto circa lineam c d, quod prius actum eſt circa lineam t k, idem accidet in diſtinctione ſcripturæ proportionaliter illi ſpacio diſtantiæ, etiam ſi elongetur ſchedula ultra longitudinem tabulæ: quòd autem accidit ambobus uiſibus in hac experimentatione, etiam accidit uni uiſuum altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorũ quæ per plura theoremata proponuntur, & patet manifeſte, quòd pluribus modis accidit unam rem uideri duas, patet ergo propoſitum.

CIX.

In uiſione diuiſionis, cõtinuationis & numeri error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmiſſorum uiſione, quia ſi de nocte uideatur tabula, in qua ſint linearum obſcurarum protractiones, uidens illas putabit forte diuiſiones eſſe uel ſciſſuras, & ita continuum etiam putabitur diuiſum, & partes eiuſdem continui plura putabuntur ut diuiſa, cum tamen tabula ſit continua & tantum una. Similiter exiſtente uiſu in forti luce reflexa, ſi ipſi uiſui adhibeantur corpora modicum diſtantia apparebunt continua unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus, quæ non permittit eorum diſtantiam diſcerni. Ex intemperata etiam di-

ſtantia fit error in præmiſſorum uiſione. Pariete enim aliquo à longe uiſo, ſi in parte eius fuerit color tenebroſus, forte putabitur facta eſſe diuiſio illius parietis ſecundum ſpacium illius coloris. Similiter etiam ſi prope parietem illum creſcat altitudo herbarum, ut conſueuit in talibus creſcere hædera, uidebitur forte paries ſecundũ hæderæ ſpacium diuiſus. Et ſimiliter luce ſolis ſuper uiſum album parietem ſplendente, ſi fortis umbra aliqua lucem parietis diuiſerit, æſtimabitur paries diuiſus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc poteſt accidere, ut continuum æſtimetur diuiſum, & ex conſequenti unum plura. Sed & quandoq; ipſa ſecundum ueritatem diuiſa æſtimantur continua, & plura æſtimantur unum, corpora enim à longe uiſa in colore ſimilia, & adinuicem propinqua creduntur cõtinua, & ꝓpter hoc tabulæ parietis uel ſcamni apparẽt qñq; cõtinuæ, cũ modica diuiſione ad inuicẽ ſint diuiſæ, & ſic diuiſa æſtimanẽ ꝓpter remotionem à uiſu eſſe continua, & plura æſtimantur unum. Ex inordinato etiam ſitu oppoſitionis oritur error in præmiſſorum uiſione, ſi enim alicuius corporis magna fuerit à uiſu obliquatio, in quo fuerint puncta ſenſibilia, nigra uel ualde tenebroſa, illa q̃dẽ diuiſiones putabuntur, inter partes illis punctis confines, iudicabitur diuiſio & pluralitas, licet in eis ſit continuitatis unio, & ſi in hoc corpore fuerint lineæ tenebroſæ ſenſibiles, iudicabuntur partes eius cõtinuales diuiſæ, cum ſint continuæ, & plures, cum ſint unum. Similiter etiam ex obliquatione ſitus plurium parietum ad uiſum, quorum unus eſt ordinate poſt alium modicum diſtans ab illo, ita quòd uno aſpectu uideri ualeant, forte occultabitur uidenti ſpacium quod eſt inter illos parietes, & putabuntur continui & unus cum ſint diuerſi & plures: qualiter autem propter ſitum eius erret in numero, ſatis patet per propoſitionem præmiſſam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uiſione præmiſſorum: adhærentẽ enim capillo uaſi uitreo, apparebit uitrum fiſſum, quòd ideo accidit, quia capilli paruitas non ſentitur eſſe corpus. Si enim iaceret ſuper uas uitreum calamus aut corpus aliud ſenſibile, non propter hoc ſentiretur uitreum eſſe fiſſum. Similiter etiam accidit error in continuitate, ſi enim folia pergameni tenuis æqualis altitudinis, ita quòd in eadem plana ſuperficie conſtituta, & bene cõpreſſa, & uidens ignoret eſſe folia, iudicabit ipſa eſſe continua, & unam ſuperficiẽ ipſorum: huius autem error cauſa eſt paruitas quantitatis ſpacij & aeris, ſecundum quòd ſe illa folia contingunt, & ſic etiam numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoq; ſoliditatis fit error in præmiſſorum uiſione, in corpore enim magnæ raritatis ut in criſtallo pura, ſi in aliqua parte ſuperficiei ſuæ fuerit linea magna, apparebit totum corpus fiſſum ſecundum locum in quem cadit illa linea, & ita æſtimatur uitrum diſcontinuum & plura, & hoc accidit propter perſpicuitatem quæ accidit ex defectu ſoliditatis. Et ſi duo corpora talia fuerint modicum à ſe diſtantia reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in præmiſſorum uiſione idem, qui ex defectu ſoliditatis, augmentatus tamen propter exceſſum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in præmiſſorum uiſione. Si enim corpus in quo ſit linea nigra ſubito à uiſu diuertatur, putabitur illa linea eſſe partium diuiſio: & ſi corpora contigua aut ualde propinqua ſubito uidentur, æſtimabuntur continua, ſicut accidit in tabulis ſcamnorum ſubito inſpectis, & fit error in continuitate & numero. Ex intemperantia & debilitatis uiſus error accidit in uiſione præmiſſorum, & ſecundum modos temporis breuitate accidentes, quod enim ſano uiſui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tempore, & forte ſemper durante uiſus debilitate, & etiam ſtrabo uel debilis in uno oculo unum quandoq; iudicat duo; tunc enim res uiſa habet diuerſitatem ſitus reſpectu talium duorum oculorum, quæ diuerſitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos ſanos & æqualis ordinationis, ut ſatis demonſtratum eſt ex præmiſſis, patet ergo propoſitum.

CX.

Motus comprehenditur à uiſu ex comprehenſione rei motæ ſecũdum diuerſos ſui ſitus in inſtantibus diuerſis, inter quæ ſenſibile cadit tempus.

Quoniam enim moueri eſt aliter ſe habere nunc quàm prius, palam quod facilitas huius comprehenſionis motus fit ex comparatione rei motæ uiſæ ad aliud uiſibile quieſcens non motum, quando enim comprehenditur ſitus unius rei mobilis reſpectu alterius rei uiſibilis, tũc etiam comprehenditur diuerſitas ſitus eius reſpectu illius uiſibilis, & tunc comprehenditur motus, ſemper itaq; motus comprehenditur à uiſu aut ex comprehenſione diuerſitatis & mutationis ſitus rei uiſæ motæ reſpectu alterius uiſibilis qđ eſt remotius aut propinquius uiſui, ipſo tamen uiſu in parte altera exiſtente in ſuo loco, aut comprehenditur motus experimentatione ſitus alicuius partis, uel partium rei uiſæ motæ reſpectu illius uiſibilis non ſecundum ſe totũ moti, & hoc modo comprehendit uiſus motum circularem. Similiter etiam accidit motũ à uiſu comprehendi, ſi res uiſa mota ad multa immota uiſibilia cõparetur. Cum enim uiſus fuerit quietus, & res uiſa mota ad ipſum uiſum uel à uiſu, tunc uiſus ſentiens diuerſam locationem corporis moti, ſentiet motum, aut enim mobile, tũc elongabitur aut appropinquabit uiſui per motũ, quia ut patet p 9. huius, elongatio aut appropinquatio à uiſu ſentitur, palam quia motus tũc ſentitur, quod ſi mobile moueť tantũ circa uiſum circulariter, tũc enim ſuperficies uiſiua oculi non ſit tota ſphærica, ut patet per 4. tertij huius, quoniam ſola ſuperficies foraminis uneæ eſt uiſiua, & non aliæ partes ſuperficiei oculi; aliqua itaq; re mota circa uiſum, neceſſario mutabitur ſitus partis oppoſitæ uiſui, & cum illa pars rei uiſæ motæ fuerit mutata, ſentiet uiſus mutationẽ eius, & ſic uiſu exiſtente in ſuo loco ſentiet uiſus motum rei uiſæ. Et ſi ipſe uiſus moueatur, cõprehendet tamen motum ſecundum quẽlibet iſtorum modorum, ut cum uiſus ſentit diuerſitatem ſitus rei uiſæ motæ, ſentiẽdo quod illa diuerſitas non eſt propter motum ipſius uiſus; ſed tamen quãdo ipſe uiſus & etiam res uiſa ambo mouentur, adhuc diſcernit uiſus motum, quoniam diſtinguit inter diuerſitatem illi uiſis quæ accidit rei uiſæ motæ propter motum ipſius rei, uel propter motũ ipſius uiſus, quoniam moto uiſu ſentiuntur etiam formæ corporum exiſtentium nõ motæ, nec ſemper iudicat uiſus rem uiſam moueri propter ſui ipſius motum, niſi forte perueniat in uiſum forma rei uiſæ motæ, & quoniam motus omnis eſt in tempore, non comprehendit uiſus motum niſi in tempore, diuerſitas enim ſitus partium rei uiſæ non poteſt comprehendi niſi ad minus in duobus inſtantibus, & quia inter quælibet duo inſtãtia cadit tempus medium, palam quod inter illa duo inſtantia cadit tempus medium, & quoniam uirtus uiſiua eſt uirtus ſenſitiua, oportet tempus ab ipſa cõprehenſum eſſe ſenſibile, & hoc proponebatur.

CXI.

Qualitas motus comprehenditur à uiſu ex comprehenſione ſpacij ſuper quod mouetur res ipſa uiſa.

Siue enim motus ſit ſurſum uel deorſum, uel etiam ſuper ipſam ſuperficiem horizontis uel æquediſtantem illi, ſiue etiam nõ ſit motus rectus, ſed ſit tortuoſus uel circularis, ſemper qualitas motus comprehenditur à uiſu ex comprehẽſione ſpacij ſuper quod mouetur res ipſa; qualitas enim motus recti comprehenditur ex comprehenſione ſpacij ſuper quod mouetur res uiſa ſecundum ſe totum motu recto, & tunc uiſus certificat qualitatem motus per certificationem figuræ ſpacij directi, ſuper quod fit motus in ſuperficie horizontis, aut in ſuperficie æquediſtante ei, aut in linea perpendiculari uel obliqua ſuper ſuperficiem horizontis. Similiter quoq; qualitas aliorum motuum ut tortuoſi & circularis comprehenditur à uiſu ex comprehẽſione ſpacij tortuoſi uel etiam circularis, in ſuperficie horizontis, aut æquediſtante ipſi aut erecta ſuper ipſam, motũ enim compoſitum ex circulari & recto uiſus comprehendet ex comprehenſione ſpacij tortuoſi ſuper quod fit motus. Comprehendit etiã uiſus diuerſitatẽ & æqualitatẽ motuum ſecundum uelocitatem & tarditatem ex comprehenſione ſpaciorum ſuper quæ mouentur uiſibilia mota, & cognitione temporis in quo fiunt illi motus, cum enim uiſus ſentit quod

unum ſpacium pertranſitum ab uno mobili in aliquo tẽpore, eſt maius alio ſpacio pertranſito ab alio mobili in eodem tempore, uel cum uiſus ſenſerit æqualitatem duorũ ſpaciorum cũ inæqualitate temporum duorum motuum, tunc enim ſtante auxilio uirtutis animæ diſtinctiuæ & cognoſcitiuæ ſentiet uelocitatem unius mobilis ſuper alterũ duorum motuum inæqualitatem, patet ergo propoſitum.

CXII.

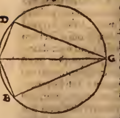
Quies comprehenditur à uiſu ex comprehenſione rei uiſæ in eodem loco & ſitu tempore ſenſibili permanente.

Cum enim uiſus comprehendit rem uiſam in eodem loco, & ſecundum eandem ſitũ in duobus inſtantibus diuerſis, inter quæ cadit medium tempus ſenſibile, tunc comprehendet rem in illo tempore non fuiſſe motam, per 110. huius, quoniã ſi illa res in illo tempore fuit mota, mutatus eſt ſitus eius, comprehendet ergo illam rem quieſcentem: comprehenditur aũt ſitus rei uiſæ quieſcentis non mutatus reſpectu alterius rei uel aliarum rerum uiſarum, & etiam reſpectu ipſius uiſus, ſecundum hunc ergo modum fit comprehenſio quietis uiſorum corporum à uiſu, & hoc proponebatur.

CXIII.

Eſt locus in quo oculo manente & tranſpoſita re uiſa, res ſemper æqualis apparet.

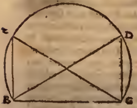
Sit res uiſa b g, & ſit centrum uiſus in puncto a, & accedant ad uiſum formæ pũctorum b & g ad uiſum a, ſecundum lineas b a & g a, fiatq; trigonum a b g, dico quod eſt locus in quo non mutato centro uiſus à puncto a, & tranſpoſita magnitudine b g, ſemper eiuſdem quantitatis uidebitur magnitudo b g: trigono ẽm a b g, circunſcribatur circulus per 5. quarti, & ſuper punctum g, terminum lineæ a g, conſtituatur angulus æqualis angulo a b, per 23. primi, qui ſit a g d, & producta linea g d, ad periferiam circuli copulentur lineæ a b & a d, eritq; per 25. tertij, arcus a d æqualis arcui b a, ergo per 28. tertij, eſt corda a b æqualis cordæ a d, & arcus g d, qui eſt reſiduus ſemicirculi, eſt æqualis arcui b g, corda quoq; g d erit æqualis cordæ b g, per 28. tertij, ergo per 8. primi, uel per 26. tertij, erit angulus b a g æqualis angulo d a g, quoniam illi anguli cadunt in æquales arcus qui ſunt d g & b g, quia itaq; lineæ b g & d g, æquales ſub æqualibus angulis qui ſunt d a g & b a g, hinc & inde uidentur, palam quoniam illæ lineæ æquales uiſui apparent per 20. huius, patet ergo propoſitum. Idem quoq; contingeret ſi centro oculi in centro circuli manente fixo res uiſa ſup circuli periferiam moueatur, tunc enim uiſibili tranſmutato res uiſa ſemper uidebitur æqualis uiſui non tranſmutato, quoniam ſub eodem ſemper angulo uidebitur, ut poteſt patere ſecundum præmiſſum modum, patet ergo propoſitum.



CXIIII.

Eſt locus in quo oculo tranſmutato re uiſa non mota ſemper res uiſa æqualis apparet.

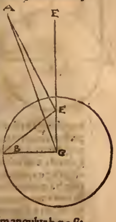
Sit res uiſa b g, & ſit oculus in puncto z, dato in aere, ut contingit, & ducantur à terminis rei uiſæ lineæ b z & g z, & circunſcribatur trigono b z g, circulus per 5. quarti, ut in præmiſſa, ſitq; ille circulus z d g b, & mutetur centrum oculi à puncto z in pũcto d, & ducantur lineæ b d & g d, eritq; per 26. tertij, angulus b z g æqualis angulo b d g, ergo per 20. huius, in utroq; ſitu magnitudo b g, ſemper uidebitur æqualis. Idem quoq; accidit uiſui per omnia puncta arcus b z g, tranſmutato, & hoc eſt propoſitum.



CXV.

Quantitas erecta ſuper aliquam planã ſuperficiem in qua

in qua ſit cẽtrum uiſus mota ſui circuli periferiam pro centro habentis centrum oculi, ſemper æqualis uidetur. Idemq́; accidit ſecundum lineam à centro circuli erectam centro oculi ſuper circuli ſuperficiem eleuato.



Eſto a b aliqua magnitudo uiſa erecta ſuper quamcunq; ſuperficiem planam datã, in qua ſit cẽtrum uiſus quod ſit g, & ducatur ab altero terminorum rei uiſæ ad centrum uiſus linea g b, & ſecundum quantitatem lineæ g b, centro exiſtente puncto g, deſcribatur circulus, dico quod ſi ſup illius circuli periferiam moueatur magnitudo erecta, quæ eſt a b, q̃d ſemper uidebitur æqualis oculo ipſo in puncto g exiſtente, quia eñ linea a b, eſt erecta ſuper ſuperficiem planam pꝫ diffinitionem, quia ſemper facit angulum a b g rectum, & ſemper angulum æqualẽ cũ linea g b, utcunq; contingit ducta linea a b, ſed & linea g b ſemper eſt æqualis ſibijpſi, cũ ſit diameter circuli, & linea a b ſempꝫ eſt æqualis ſibijpſi: ducatur itaq; linea a g, palamq́; ꝙ pꝫ totam circuli periferiam angulo a b g eſt æqualis ſibijpſi, ergo per 20. huius, magnitudo a b, ſemper uidebitur æqualis quod eſt primum propoſitorũ, ducatur itemq́; linea g e à centro oculi erecta ſuper ſuperficiem circuli, erit ergo linea g e æquediſtans lineæ a b, per 6. undecimi, & centrum uiſus eleuetur ſuper ſuperficiem circuli ſecũdum aliquod punctum lineæ g e quod ſit e, in quo figatur uiſus, dico quod ad huc magnitudo a b, mota ſuper circuli periferiam æquediſtanter lineæ g e, ſemper uidebitur æqualis. Productis enim lineis a e & b e, patet pꝫ 4. primi, quoniam angulus a e b ſemper eſt æqualis ſibijpſi, cum enim angulus b g e, ſit ſempꝫ æqualis ſibijpſi, erit baſis b e ſibijpſi ſemper æqualis, & angulꝰ e b g æqualis ſibijpſi ergo etiã angulus a e b eſt ſemper æqualis ſibijpſi, ergo & baſis a e, & angulus a e b, erit ſemper æqualis ſibijpſi, ergo pꝫ 20. huius, linea a b, ſemper uidebitur æqualis ſibijpſi, patet ergo ſecundũ propoſitorum, & hoc eſt totum quod proponebatur.

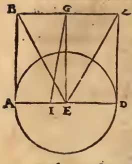
CXVI.

Quantitas oblique incidens ſuperficiei planæ, in qua eſt centrum uiſus, uniformiter mota ſecundum circuli periferiam, cuius centrum eſt centrũ uiſus, ſemper æqualis uidebitur: ipſa uero exiſtente æquali ſemidiametro illius circuli mota quoq; ſecundum ſui ſitus æquediſtantiam per illius circuli periferiã quandoq; æqualis qñq; minor quãdoq; maior uiſu apparebit.

Sit circulus a d, cuius centrum ſit punctum e, & in eius periferia ſumatur punctum d, ſit quoq; linea d z, oblique incidens ſuperficiei circuli, & ſic centrum oculi in puncto e, centro circuli. Dico quod ſi linea d z, in circuli periferia trãſponatur uniformiter, ita ut cum ſemidiametris illius circuli ſemper æqualem contineat angulum, quod ipſa ſemper æqualis apparet, hoc autem poteſt euinci per 4. primi, ut in præcedenti. Eſt enim angulus d e z, ſemper æqualis ſibijpſi, ergo & res ſemper uidetur æqualis per 20. huius, & hoc eſt propoſitum primum. Rurſum ſit centrum uiſus in puncto e, cẽtro circuli a d, cuius ſupficiei oblique incidat linea d z, quæ ſit æqualis ſemidiametro d e, moueaturq́; per circuli illius periferiam ſecundum ſui primi ſitus æquediſtantiam, ſitq́; exempli cauſa angulus z d e acutus. Dico quod aliquando apparebit linea mota quæ d z æqualis ſuæ propriæ quantitati, utpote ſemidiametro circuli aliquando maior aliquãdo minor, ducatur enim à centro circuli e, linea e g æquediſtans lineæ d z, pꝫ 31. primi, quæ fiat æqualis eidem per 3. primi, ducatur quoq; à puncto g, perpendicularis ſuper circuli ſuperficiem per 11. undecimi, quæ ſit g i, & ducatur à centro circuli linea e i, quæ producatur ad periferiam circuli in punctum a, & à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ e g, per 31. primi, quæ ſit a b, quæ reſecetur per 3. primi, æqualis lineæ d z, eritq́; linea a b æquediſtans lineæ d z per 30. primi, uel per 9. undecimi. & quoniam linea g e, ut patet ex hypotheſi eſt obliqua ſuper ſuperficiem circuli a d & à puncto g, in aëre dato ad ſub-

ſtrata

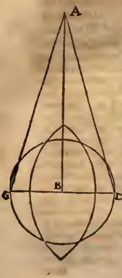
ſtrata planam ſuperficiem incidit linea g i, perpendiculariter, & linea g e oblique, tūc



patet per 39. primi huius, quoniā angulus g e a minimus eſt o-
mnium angulorum ſub illa linea obliqua g e, & quæcunqꝫ linea
in ſubſtrata ſuperficie circuli a d, protracta contento, & omnis
angulus illi propinquior eſt minor remotiore, & duo anguli ex
utraqꝫ parte illi æqualiter approximantes ſunt inter ſe æquales,
dico itaque quoniam linea a b omnium linearum æqualium
lineæ d z tranſpoſitarum ſecundum periferiam circuli minima
apparebit, ducantur enim lineæ g z, g b, e b, z e, e d, quia itaqꝫ li
nea g e eſt æquediſtans lineæ a b & æqualis, patet per 34. primi,
q̄m linea g b eſt æqualis lineæ e a & æquediſtans eidē, ſunt er-
go duæ ſuꝑficies ꝑalellogrāmæ q̄ e g b a & e d z g, q̄a uero an-
gulus g e a eſt acutus, ut patet ex præmiſſis, ꝑpter obliquationē
lineæ g e, ſuper ſuperficiem circuli a d, erit ergo angulus g e d ob
tuſus per 13. primi, quoniam enim ut patet per 39. primi huius,
angulus g e a eſt minimus omnium angulorum contentorum ſub quacunqꝫ linea in ſu
perficie circuli ducta ad punctum e, & ſub linea g e, eſt ergo angulus g e a minor quàm
angulus g e d, ſed tamen linea e z ſit diagonus paralellogrāmæ e d z g, palam quod an
gulus d e z eſt medietas g e d anguli per 4. primi, & ſimiliter angulus b e a eſt medietas
anguli g e a, angulus itaqꝫ d e z eſt maior angulo b e a, ergo per 20. huius, quantitas li-
neæ b a minor uidebitur quàm quantitas lineæ z d, & per præmiſſa cum angulus g e a,
ſit minimus omnium angulorum qui continentur ſub linea g e, & aliqua linea in ſuperfi
cie circuli a d e producta. palā quia medietas anguli g e a eſt minor medietate cuiuſli-
bet aliorum angulorum, quantitas ergo lineæ a b, uidebitur omnium aliarum ſibi æqua
lium quantitate minima, & quoniam angulus z e d eſt maximus omnium illorum alio
rum angulorum, uidebitur ergo quantitas z d maxima, mediæ uero modo medio uide-
buntur, & quantitates in circuli periferia æqualiter æquediſtantes ab utraqꝫ quantita-
tum, quæ a b & d z, ad inuicem uidebuntur æquales, & hoc eſt propoſitum.

CXVII.

Re uiſa ſuper ſuperficiem planam erecta fixa manente, & centro oculi ſe-
cundum circuli periferiam moto circa pūctum in quo res
uiſa ſuperficiei cōiungitur, res ſemper æqualis uiſui appa-
rebit, quod non accidit centro uiſus moto ſuper periferiā
oxigoniæ ſectionis.



Sit a b, magnitudo erecta ſuper ſuperficiem planam, tangens
ipſam in puncto b, ſitqꝫ centrum oculi in puncto g, in eadem ſuper-
ficie, & centro quidem exiſtente puncto b ſecundum ſpacium b g
lineæ, deſcribatur circulus qui ſit g d, dico quod ſi tranſponaꝰ cen
trum oculi à puncto g, ſuper totum circuli g d periferiam, appare-
bit uiſui linea a b ſemper æqualis, quoniam enim angulus a b g eſt
ſemper rectus per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, pa
lam quia omnes anguli a b g, per 4. primi, ſunt ubiqꝫ æquales, ergo
per 20. huius, res uiſa, quæ a b, ſemper uidebitur æqualis, & hoc eſt
propoſitum primum, non accidit autem hoc centro uiſus moto ſu
per periferiam oxigoniæ ſectionis, quoniam tunc quantitas rei ap
paret inæqualis, quæ ſuper ipſius ſectionis pūctum medium eſt e-
recta, quoniam ſectio oxigonia habet ſemidiametros inæquales, &
omnes lineæ à centro uſqꝫ ad circunferentiam ductæ ſunt inæqua
les, appropinquantes enim ſemidiametro maiori ſunt maiores, &
approximantes ſemidiametro minori ſunt minores, contrarium er
go neceſſario accidit eis, quod oculo moto ſecundum circuli peri-

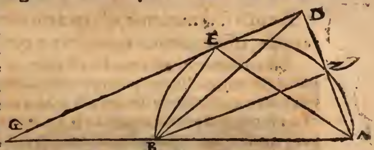
feriam

ſeriam accidebat,qđ patet per 7.& per 20.huius,patet ergo totũ quod proponebatur.

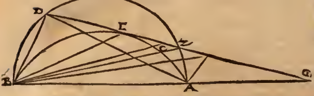
CXVIII.

Re uiſa fixa manente oculo uero moto ſecundum lineam rectam oblique incidentem quantitati rei uiſæ,illa quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uiſui apparet.

Sit res uiſa quæ a b,& ſit centrum uiſus punctum e, incidatq́; linea e g, oblique lineæ a b , producatur enim linea a b in punctum g,donec concurrat cum linea e g, & item producatur linea e g,in continuum & directum ultra punctum e ad punctum d, ſit illa linea indefinita d e g,dico quod oculo tranſmutato ſecundum lineam d g,quoniã linea a b uidetur minor,quandoq; maior,quandoq; æqualis.Sumatur enim per 9. ſexti, inter duas lineas b g & a g,linea medio loco ꝓportionalis,quæ ſit exempli cauſa linea e g,hoc autem eſt poſſibile per reſectionem lineæ d g per 3.primi , ponaturq́; centrum oculi in puncto e,producaturq́; linea e b,& producatur in ſuperficie trigoni b e g,à puncto b,linea perpendicularis ſuper lineam b a, quæ ſit b d,quæ per 14.primi huius, cõcurret cum linea e g,ideo quod angulus e g b eſt acutus,& angulus g b d rectus, concurrãt itaq; in puncto d,dico quod moto uiſu per totam lineam e d, ſemper uiſum b a inæquale apparet,ducantur enim lineæ a e,a d,& deſcribatur per 5.quarti,circa a e b trigonum portio circuli quæ ſimiliter ſit a e b,& quoniam illud quod fit ex ductu lineæ b g in lineã a g,ut patet per 16.ſexti,& ex præmiſſis,eſt æquale quadrato lineæ e g , patet per ultimam tertij,quoniã linea g e eſt contingens circulũ b e a in puncto e,& à termino quoq; a,lineæ g a ducatur linea a z per 23.primi,ita ut fiat angulus g a z æq̃lis angulo g d b, cadatq́; punctum z in lineam d g,inter puncta e & g,per 29.primi huius,eritq́; b a z d, quadrilaterum inſcriptibile circulo per 21.tertij, quilibet enim duo anguli ex aduerſo collocati ualent duos rectos,angulus enim d z a,per 32.primi, ualet angulum z g a, & angulum z a g,ſed angulus z a g,ut patet ex præmiſſis eſt æqualis angulo g d b,ſed angulus d b g,rectus cũ angulis b d g & d g b,ualet duos rectos ꝑ 32.primi, angulus itaq; d z a cum angulo d b g,ualet duos rectos,ſed omnes anguli quadranguli cuiuſcunq; ualent quatuor rectos, quia quodlibet illorum eſt diuiſibile in duos triangulos,quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos,ergo anguli z d b & z a b,ualent duos rectos, eſt ergo quadrilaterũ z d b a circulo inſcriptibile,circunſcribatur ergo ei circulus ꝑ 31. tertij, & per 9.quarti, & ſit circunſcripta portio circuli quæ ſit b d z a,ducaturq́; linea b z,ſecans arcum e a in puncto t, ſecabit enim ipſam ideo,quia ut patet ex præmiſſis punctũ z, cadit inter puncta e & g, & ducatur linea t a , erit per 16.primi,angulus a t b extrinſecus maior angulo a z b intrinſeco,ſed angulus a t b eſt æqualis angulo a e b per 36.tertij,quoniam cadunt in eundem arcum qui eſt b a, portionis circuli minoris qui b e a,angulus itaq; a e b maior eſt angulo a z b,angulus uero a z b æqualis eſt angulo a d b,per eandem 36.tertij,quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum qui eſt a b circuli maioris qui eſt b d z a,angulus itaq; a e b maior eſt angulo a d b, centro uero uiſus exiſtente in pũcto d,uidetur linea a b ſub angulo a d b. Ipſo autem exiſtente in puncto e uidetur ſub angulo a e b,maior itaq; uidebitur in pũcto e quàm in pũcto d per 20.huius,mutato ergo oculo ſecũdum puncta lineæ e d,ſemper inæqualis uidebitur magnitudo b a, quoniam ſemper minor ſe ipſa,& quanto plus accidit ad punctum d,tanto uidebitur minor, & quanto plus appropinquat puncto e,tanto apparet maior,eodemq́; modo uiſu mutato ſuper pũcta lineæ e g,inæqualis uidebitur linea a b, & minor ꝙ ſuper punctũ e, qm̃ lineæ ductæ ſuper pũctum aliquod lineæ e z,à terminis lineæ a b, ſemper angulus erit minor angulo b e a,qm̃ angulus à lineis ad circũferentiã arcus e a ductis ꝑ 21.primi,maior erit illo cõſtituto ſuꝑ aliquod punctorũ lineæ e g, per lineã trãs idem punctũ arcus ab altero terminorũ lineæ a b ꝓductam,et ꝑ lineã à reliquo



eius termino copulatã, quilibet aũt angulorũ conſtitutorũ ſuper aliquod punctorũ arcus e a, per lineas à terminis lineæ a b productis eſt æqualis angulo b e a, ꝑ 26. tertij, ergo ꝑ 20. huius, linea a b maior uidebitur centro uiſus exiſtente in pũcto e quàm ipſo exiſtente in aliquo punctorũ e g, ſemꝑ quoq; minor apparebit ſecũdũ quod plus appropinquat pũcto g, ita quod centro uiſus exiſtẽte in pũcto g, nõ uidebitur niſi unicus eius punctus qui eſt a, ut patet per 4. huius, maior aũt ſemꝑ apparebit ſecũdum quod appropinquat ad punctũ e, & ad punctũ uero z apparebit ſicut ad punctũ d æqualis ſibi, ideo quod anguli b d a & b z a, per 26. tertij, ut ſupra patuit ſunt æquales, & qm̃ ut iam oſtendimus uiſu exiſtente in pũcto g, nõ uidebit̃ linea a b, imò tota linea g b, niſi pũctus, palã quod inter pũcta g & z modica ſit addicio, ſemper ergo uidebitur linea a b inæqualis, in æquediſtantia uero à punctis d & z, uidebitur etiam æqualitas ꝓpter æqualitatẽ angulorum prouenientiũ hinc inde, quod ſi linea e g nõ ex parte puncti a, ſed ex parte pũcti b, cõcurrat cũ linea a b, eadẽ eſt demonſtratio. Sit enĩ ut fiat cõcurſus ſicut prius in puncto g, & ſit linea g e medio loco ꝓportionalis inter lineas a g & g b, & copulatis lineis e a & e b trigono a e b, circumſcribat̃ portio circuli quæ ſit ut prius b e a, & ducant̃ lineæ d b & d a, ſitq; centrũ oculi ſuper punctũ d, & ad punctũ in quo linea a d interſecat circũferentiam circuli b e a qui ſit z, ducatur linea b z, & quia angulus b z a eſt maior angulo b d a, ꝑ 16. primi, & angulus b e a æqualis eſt angulo b z a, per 26. tertij, qm̃ cadunt in eũdem arcum a b, palã quia angulus b e a maior eſt angulo b d a, uiſus itaq; centro exiſtente ſuꝑ punctũ e maior apparebit linea b a, per 20. huius, quoniã ipſo exiſtente in puncto d, in punctis uero d & z apparebit linea a b, æq̃lis, & omnia alia accidunt, ut prius declaratum eſt, patet ergo propoſitum.

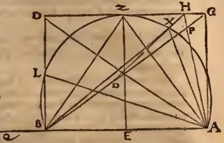


CXIX.

Re uiſa fixa manente, uiſu autem moto ſecundum lineam æquediſtantẽ rei uiſæ, eius quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uidetur.

Eſto uiſa magnitudo quæ fixa & immota ꝑmanens ſit a b, diuidaturq; ꝑ æqualia in pũcto e, & erigatur ſuper ipſam ꝑpendiculariter linea e z, per 11. primi, ſitq; centrũ oculi in pũcto z, ducãturq; lineæ z a & z b, ita ut cõpleatur trigonũ a z b, & deſcribatur circa a z b, trigonũ portio circuli a z b, ꝑ 5. quarti, ducaturq; linea z d, paralella lineæ b a, per 31. primi, moueaturq; centrũ oculi in punctũ d, & ducant̃ lineæ d a & d b, & ad punctum in quo linea d b, ſecat circulũ quod ſit l, ducatur linea a l: palã ergo ꝑ 16. primi, qm̃ angulus a l b maior eſt angulo a d b, ſed ꝑ 26. tertij, angulus a z b eſt æqualis a l b, eſt ergo angulus a z b maior angulo a d b, maior ergo uidebit̃ magnitudo a b, in centro oculi exiſtente in pũcto z quàm in pũcto d, ut patet per 20. huius, & ſi linea z g ſit æqualis lineæ z o, æqualis uidebitur linea a b in pũctis d & g, hoc enĩ cõcluditur ꝑ 34. & ꝑ 4. primi, ductis lineis g b & g a, angulus enĩ b g a æqualis eſt angulo b d a, & ſimilit̃ patet hoc in alijs punctis æqualiter diſtantibus à punctis d & g, ergo ꝑ 20. huius, in talibus pũctis uidebitur linea b a, ſemꝑ ſibijpſi æqualis. Si uero linea z h ſit minor quàm linea z d, tũc ducãtur lineæ b h & a h, & ꝓducatur linea a b ultra pũctum b ad punctũ q, qm̃ itaq; angulus z e b eſt rectus, patet per 32. primi, quoniam angulus z b e eſt acutus, erit ergo ꝑ 13. primi, angulus q b z obtuſus, ergo ꝑ 29. primi, angulus h z b eſt obtuſus, ergo ꝑ 16. primi, angulus g h b eſt obtuſus, linea ergo b g eſt maior quàm linea b h, per 19. primi, quia uero per 4. primi, & ex hypotheſi patet, qͩ angulus z b a eſt æqualis angulo z h a, angulus ergo b a h eſt maior angulo h b a, ergo ꝑ 19. primi, linea b h eſt maior q̃ linea a h, ergo & linea b g eſt maior quàm linea a h, & quoniam lineæ b g & a h ſe interſecant, ſit pun

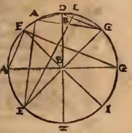
ſit punctus ſectionis p, & quoniam per 37. primi trigonũ b g a eſt æquale trigono b h a ablato ab ambobus cõmuni trigono b p a, remanebit trigonum b h p æquale trigono a p g, ſed per 15. primi, angulus a p g eſt æqualis angulo b p h, ergo per 14. ſexti, erit ꝓportio lineæ a p ad lineam b p, ſicut lineæ h p ad lineam g p, ergo per 13. quinti, erit proportio totius lineæ a h, ad totam lineam b g, ſicut lineæ a p ad lineam b p, ſed linea a h eſt minor quàm linea b g, ut patet ex præmiſſis, ergo linea a p eſt minor q̃ linea b p, linea ergo b p eſt maior quàm linea a p, quæ eſt ergo proportio lineæ b p ad lineam a p, eadem ſit lineæ a p ad lineam p o, per 3. primi huius, erit ergo ex præmiſſis linea p o minor quàm linea p b, abſcindatur ergo linea p o à linea p b, per 3. primi, & ducatᷣ linea h o, quia itaq; p̱ 3. undecimi quinti, & ex præmiſſis eſt ꝓportio lineæ a p ad lineam p o, ſicut lineæ h p ad lineam p g, & angulus h p o eſt æqualis angulo a p g, per 15. primi, palam per 6. ſexti, quoniam trigono h p o & g p a ſunt ad inuicem æquiangula, eſt ergo angulus o h p æqualis angulo a g p, & quoniã linea h o diuidit baſem b p trigoni b h p, patet per 29. primi huius, quoniam ipſa linea h o diuidit etiam angulũ b h p, eſt ergo angulus b h a maior angulo o h p, ergo & eius æquali, ſcilicet angulo b g a, quãtitas ergo lineæ b a per 20. huius, maior uidebitur centro uiſus exiſtente in puncto h quàm in puncto g, minor aũt quàm in puncto z. Sit enim punctus in quo linea b h ſecet circulum b z a, punctus x, & ducatur linea a x, patet quoq; per 16. primi, & per 26. tertij, q̃m angulus b z a eſt maior angulo b h a, & quoniam quibuſcũq; pũctis lineæ d z uel lineæ z g datis, ſiue linea d z ſit maior quàm linea z g, ſiue minor, ſemper eodem modo poteſt demonſtrari, patet ergo propoſitũ, angulus eñ b z a, ſit maximus omnium illorũ angulorꝫ, & ei ꝓpinquiores ſiunt remotioribus maiores, & æqualiter ab illo diſtãtes ſiũt æquales, & ſecundũ illorꝫ angulorꝫ quãtitates p̱ 20. huius, mutatᷣ quantitas rei uiſæ.



CXX.

Sunt loca in quibus oculo tranſpoſito æquales magnitudines cõmuniter loca quædã directe occupantes, q̃nq; æquales, quãdoq; inæquales apparẽt.

Communiter dicuntur magnitudines occupare loca ſua, quando una applicatur alteri taliter, quod nihil cadit medium inter ipſas, neq; ſecũdum rectam lineam æqualiter utriq; magnitudinum coniunctum, neq; ſecundum lineam alteri illarum magnitudinũ angulariter incidentem. Sit itaq; centrum oculi in puncto d, & ſint uiſæ magnitudines æquales quæ a b & b g, communiter occupantes locum b, & à puncto b ſuper ambas illas magnitudines ducatur linea perpendicularis, quæ ſit b z, ſitq; oculus diſpoſitus in tali ſitu, ut linea z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto in quo eſt centrũ uiſus, & quoniam in quocũq; puncto lineæ d z, poſito cẽtro uiſus erunt ſemp̱ per 4. primi, anguli b d g & b d a in centro uiſus æquales, manifeſtum ergo p̱ 20. huius, quoniam ſecundum quemcũq; punctũ lineæ d z poſito centro uiſus d, ſemper magnitudines b g & a b æquales apparebunt, tranſponatur autem oculus, & ſit extra lineam d z in puncto e, dico quoniam magnitudines a b & b g inæquales apparent, producantur enim lineæ e a, e b, e g, & deſcribatur circa a e g, trigonum circulus qui ſit a e d g, per 5. quarti, & adijciantᷣ lineæ e b, linea recta b i, attingens in parte oppoſita puncti e circunferentiam, quia itaq; arcus a z eſt æqualis arcui z g, p̱ ultimam ſexti, propter rectitudinem angulorum ad punctum b, ſiue punctum ſit centrum deſcripti circuli ſiue non, ſemper enim ex hypotheſi, & per 3. tertij, & per 4. primi, & per 27. tertij, erit arcus d q maior arcu i g,



palam ergo, item per ultimam ſexti, quoniam angulus a e i maior eſt angulo i e g, ſed
ſub angulo a e i uidetur magnitudo a b, ab oculo exiſtente centraliter in pũcto e, & ſub
angulo i e g uidetur magnitudo b g, apparet ergo a b maior quàm b g, oculo taliter di-
ſpoſito, ut patet per 20. huius, palam etiam per 118. huius, quod ſi oculus transmutetur
ſecundum lineam e i illis magnitudinibus oblique incidentem, ſemper uiſæ magnitudi-
nes a b & b g apparent inæquales, & quanto propinquius ad punctum b, tanto appa-
rent maiores per 16. primi, & per 20. huius, quoniam ſemper angulus extrinſecus ma-
ior fit angulo intrinſeco ſibi oppoſito. Si ergo ſuper circuli circumferentiam centrum
uiſus moueri intelligatur, ſemper inæquales apparent magnitudines a b & b d, & ſi ocu-
lus extra circulum ponatur non exiſtens in directo lineæ d ..., adhuc inæquales apparẽt
magnitudines a b & b g, quod eſt propoſitum.

CXXI.

Sunt loca in quibus poſito uiſu æquales magnitudines communiter lo-
ca quædam oblique occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales
apparent.

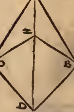
Eſto centrum uiſus in puncto z, & ſint duæ magnitudines æquales uiſæ, quæ g d &
b g, quæ communiter locum unum occupent nullo medio corpore interpoſito, oblique
tamen coniungantur ſecundum angulum qui ſit d g b, hunc ergo angulum per æqua-
lia diuidat linea g z, per 9. primi, dico quod in quocunq; puncto lineæ z g cadat oculus.
ſemper æquales uidebuntur magnitudines b g & g d, poteſt autem hoc conuinci per
4. primi, & per 20. huius, ſemper enim angulus g z b eſt æqualis angulo g z d. Idem



quoq; accidit ſi ſuper utranq; illarũ linearum b g & g d ſemicirculus deſcri-
batur, & à puncto ſectionis illorum ſemicirculorum qui ſit z, ducantur li-
neæ z b & z d, z g, tũc enim quia uterq; angulorum b z g & d z g, erit rectus
per 30. tertij, patet ergo per 20. huius, propoſitum. Idem quoq; accidit ſi ul-
tra punctum ſectionis ſemicirculorum linea g z producatur, & in eius pun-
cto z centrum oculi ponatur. Sed eſt etiam locus in quo illæ magnitudines
datæ æquales quæ ſunt b g & g d, uiſui inæquales apparent, ad quẽ inuenien
dum, circa lineam g b ſemicirculus deſcribatur, qui ſit b z g, & circa lineã g d
portio maior ſemicirculo quæ ſit g d z, poſſibile quoq; eſt hoc ſuper g d, de
ſcribere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo æqualem
per 32. tertij. Sed illa portio maior eſt ſemicirculo per 30. tertij, ſic ergo de-
ſcripta, & ſit g z d, & ducantur lineæ b z & g z & d z, angulus itaq; b z g, eſt
rectus per 30. tertij, & angulus g z d, acutus per eandem 30. ſed ſub maiori
angulo uiſa maiora apparent per 20. huius. Eſt itaq; locus in quo magnitudines æqua
les inæquales apparent, ut pũctus ſectionis portionis maioris ſemicirculo cõſtitutæ ſup
unam magnitudinum, & ſemicirculi ſup alteram cõſtituti, & hoc eſt quod proponitur.

CXXII.

Eſt locus in quo inæquales magnitudines cõmuniter loca quædam obli-
que occupantes, quandoq; inæquales, qñq; æquales apparent.



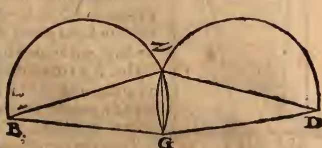
Sit ut in præcedente centrum uiſus in puncto z, & ſint duæ magnitudi
nes quarum maior b g, minor uero g d, cõiunctæ ſecũdum angulum d g b,
qui diuidatur p 9. primi, per æqualia, ducta linea g z, dico q oculo exiſtẽte
ſuper quodcũq; punctũ lineæ z g, ſemp magnitudines b g & g d uidebũtur
inæquales, & b g maior: ductis eñ lineis b z & d z, anguli ad punctũ z fiunt
inæquales, & maior cui maior baſis ſubtenditur, p 26. primi, qm̃ ſi detur q
illi anguli ſint æquales, erũt trigoni b z g & g z d æquiãguli & æquilateri,
quod eſt cõtra hypotheſim, palã ergo q illi anguli erũt inæquales, uidebun
tur itaq; per 20. huius, illæ magnitudines inæquales, & maior uidebitur i-
pſa g b, qm̃ ſub maiori angulo uidebitur. Sed & quãdoq; illæ magnitudines
uidentur æquales, deſcribatur eñ ſicut in præmiſſa circa lineã b g maiorẽ ipſaq; portio
maior

maior ſemicirculo quæ ſit b z g,& ducant̃ lineæ b z & z g,& circumſcribantur lineæ g d, minori portio ſimilis portioni b z g, hoc eſt angulum æqualem angulo b z g, capientem, ſit quoq; communis punctus iſtarum ſectionum punctus z,& ducantur lineæ z b, & z g, z d, quia itaq; angulus d z g, eſt æqualis angulo b z g, quoniam in ſimiles cadũt portiones, oculi itaq; centro poſito in puncto z, qui eſt punctus communis ſectionis illarum portionum, magnitudines b g & g d æquales apparent, qđ eſt propoſitum.

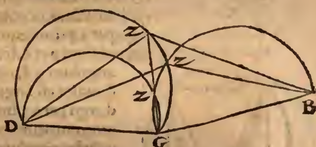
CXXIII.

Sunt loca in quibus centro uiſus poſito æquales magnitudines erectæ ſuper ſubiacentem planam ſuperficiem, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

Sint duæ magnitudines a b,& g d, æquales & erectæ ſuper ſubiacentem ipſis planam ſuperficiem, dico ꝙ eſt locus ubi poſito centro uiſus magnitudines a b & g d, apparent æquales. Ducatur enim inter ipſas in ſubiecta plana ſuperficie linea recta, quæ ſit b d, quæ diuidatur in duo æqualia in puncto e, per 10. primi,& à puncto e protrahatur perpendiculariter linea e z, ſuper lineam b d, in eadem ſuperficie per 11. primi, dico quòd ſuper lineam e z, perpendicularem ſuper lineam d b exiſtente centro uiſus ſuper magnitudines a b,& g d, æquales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z,& ducantur lineæ z a, z b, z g, z d, quoniam ergo illorum trigonorum b e z,& d e z, latus b e, eſt æquale lateri d e,& latus e z eſt cõmune, anguli uero z e b,& z e d, ſunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea z b eſt æqualis lineæ z d. Sed & linea a b, eſt æqualis lineæ d b ꝑ hypotheſim,& anguli g d z,& a b z,



ſunt recti per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, erit ergo per 4. primi linea z a, æqualis lineæ z g,& reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo a z b, æqualis eſt angulo g z d, ergo per 20. huius æquales apparent magnitudines a b,& g d, dico etiam ꝙ quandoq; inæquales apparent ipſæ magnitudines a b,& g d, remanente enim præmiſſa diſpoſitione in eadem ſubſtrata ſuperficie tranſmutatur centrum oculi extra lineam e z,& fiat in puncto i,& ducatur linea i e, ad medium punctum lineæ b d,& ducantur lineæ i a, i b, i g, i d, eritq; per 24. primi linea i b, maior ꝙ linea i d, ideo quod angulus b e i, eſt maior angulo d e i, æquis inter ſe lateribus cõtento, abſcindatur ergo à linea i b, æqualis lineæ i d, per 3. primi,



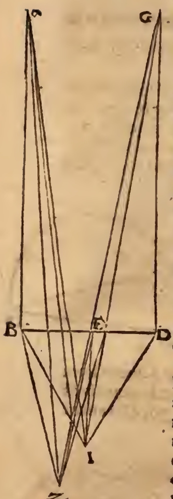
ſitq; linea b t, æqualis lineæ lineæ i d,& ducatur linea a t, quia itaq; per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ anguli i b a,& i d g ſunt æquales, quia recti, erit per 4. primi angulus b t a, æqualis angulo g i d, Sed angulus b t a, per 16. primi, eſt maior angulo b i a, quia eſt extrinſecus, trigono a t i: angulus ergo g i d, maior eſt angulo b i a, ergo per 20. huius, uiſu exiſtente in puncto i maior apparet linea d g, ꝙ linea a b,& eodem modo de quolibet puncto extra lineam z e dato, demonſtrandũ: uariantur autẽ magnitudines in uiſu ſecundum approximationem uel elongationem ab altero uiſibilium, patet ergo propoſitum.

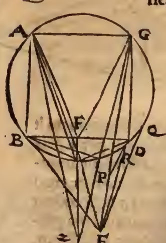
CXXIIII.

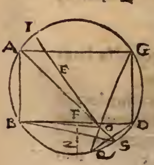
Sunt loca in quibus centro uiſus poſito in eadem ſuperficie æqualia latera rectanguli quandoq; æqualia, quandoq; inæqualia uidentur.

Sit rectangulum a b d g, cuius duo latera a b & g d, ſint æqualia, dico ꝙ ſint loca in quibus centro uiſus poſito, illa duo latera uidebuntur æqualia, circumſcribatur enim illi rectangulo per 49. primi huius,& per 9. tertij circulus uicinus alterius arcuum qui

ſunt b d,& a g,in quocunq; puncto ponatur centrū uiſus.Sit autem exempli cauſa poſitus in puncto medio arcus b d,qui ſit o,& copulentᷓ lineæ quæ o a,o g,o,b,o d,quia itaq; latera a b,& d g,ſunt æqualia,erunt per 27.tertij arcus a b,& d g æquales, ergo per 26. tertij, erunt anguli a o b,& g o d æquales, ergo per 20. huius latera a b, & d g uidentur æqualia uiſu exiſtente in puncto o. Similiter quoq; demonſtrandum de quolibet puncto amborum arcuum b d,& a g,ſemper enim centro uiſus in quorumcunq; illorū punctorum exiſtente uidentur a b,& g d,magnitudines æquales. Similiter quoq; ſi linea b d diuidatur per æqualia in puncto f,per 10. primi,& in puncto f ponatur centrum uiſus, tunc item per 4.primi,& 20. huius lineæ a b & g d uidebuntur æquales, & ſi à puncto f, ducatur per 11.primi linea perpendicularis ſuper lineam b d,quæ ſit f,& ſecans periferiam circuli in puncto o,tūc ad huc ſecundum præmiſſa in quocūq; puncto lineæ f z,ponatur centrum uiſus,ſemper per 4.primi, & 20.huius dictæ lineæ a b,& g d, apparebunt æquales, quod ſi centrum oculi ſit extra circulum a b g d,ut in puncto e,ꝙ ſit exempli cauſa propinquius lineæ d g,ꝙ̄ ipſa b a, dico ꝙ uidebitur linea a b,maior ꝙ̄ linea g d,ꝓtrahantur enim lineæ e a,e g,e b,e d,ſecetq; linea e a,periferiam circuli in puncto t,& linea e g,in puncto r,& copulētur lineæ b t, & d r,& quoniam,ut ſupra patuit lineæ a b,& g d,ſunt æquales ex hypotheſi, ergo ꝑ 27.tertij,erit arcus a b,æqualis arcui g d,erunt ergo per 26.tertij anguli a b t, & g r d,æquales propter duorum arcuū æqualitatem,ergo per 13.primi anguli b t e & d r e ſunt æquales,qa uero arcus b t, eſt maior arcu d r,propter maiorē propinquitatem puncti e ad lineam d g,erit ergo ꝑ 28.tertij latus b t,maius latere r d,linea uero e t eſt minor ꝙ̄ linea r e,ꝙ patet ex penultima tertij,& 15.ſexti,protracta prius à puncto e, ꝑ 16.tertij,linea e q,circulum contingentem in puncto q, tunc ergo cum linea a e,ſit maior ꝙ̄ linea e g, ex hypotheſi,patet etiā per 8. tertij, lineā a r,eſſe maiorem linea e t,quia uero linea b t,eſt maior ꝙ̄ linea r d,& linea e t,eſt minor ꝙ̄ linea e r,fiat per 3.primi huius, ut quæ eſt proportio lineæ b t,ad lineam t e,eadem ſit lineæ r d,ad aliquā lineam quartā, quæ neceſſario,ut patet ex præmiſſis, erit minor ꝙ̄ linea r e, abſcindatᷣ ergo per 3.primi æqualis illi à linea r e,quæ ſit r p: copuletur quoq; linea p d,ergo per 6.ſexti trigona b t e,& r d p, æquiangula erunt,eritq; angulus r p d,æqualis angulo b e t. Sed per 16.primi angulus r p d,maior eſt angulo p e d:angulus ergo a e b,eſt maior angulo g e d,ergo per 20.huius,uidebitur linea a b,maior ꝙ̄ linea g d. Si autē centrum oculi conſiſtat intra circulū,tunc immutetur figura, ſitq; ut prius circulus a b d g,circūſcriptus rectangulo a b g d, cuius latus b d,diuidatur per æqualia in pūcto f, & ducatur à puncto f,ad periferiam circuli perpendicularis ſuper lineam b d,quæ ſit z f, cōſiſtatq; centrum uiſus intra portionem z f d,ut in puncto o,dico ꝙ linea g d,apparebit maior ꝙ̄ linea a b. Sit enim centrum illius circuli punctum e,ducāturq; lineæ o a,o b,o g,o d,producatur linea a o,uſq; in punctū circumferentiæ,ꝙ ſit g,& linea g o, uſq; in punctum q,& linea e o,uſq; in punctum i,& copulentur lineæ q d, & g b,cum itaq; linea a s,ſit maior ꝙ̄ linea g q,per 7.tertij,propter hoc ꝙ punctus o,in q̄ eſt centrū uiſus,datus eſt in portione z f d, ꝓpinquior lineæ d g ꝙ̄ lineæ q b,& ꝓpinqor puncto g,ꝙ̄ puncto a,linea qq; a s, eſt propinquior centro e,ꝙ̄ linea g q,eſt ergo portio circuli & arcus a s maior portiōe circuli & arcu q g. Sed ut patet ex præmiſſis arcus a b,æqualis eſt arcu g d,per 27.tertij,& ex hypotheſi. Ablatis ergo hinc & inde arcubus æqualibus,remanebit arcus b s,maior arcu q d,ergo per 28.tertij







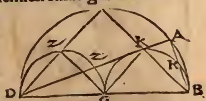
erit

erit corda b s, maior ꝙ corda q d. Sed per 7. tertij linea o s, eſt minor ꝙ linea o q, cum linea o s, ſit propinquior diametro e i, ꝙ linea o q, ut patet ex præmiſſis, quoniam ergo anguli b s a, & g q d, per 26. tertij ſunt æquales, quoniam cadunt in arcus æquales, in trigonis quoq; b o s, & d o q, latus b s, eſt maius latere q d, & latus q o, maius latere s o, ut patet ex præmiſſis, & hæc latera hinc & inde continent angulos æquales, tunc per modum quo in præmiſſis ſuperius uſi ſumus, patet ꝙ angulus b o s, maior eſt angulo q o d, ergo per 13. primi angulus b o a eſt minor angulo g o d, ergo per 20. huius, uidebitur linea g d, maior ꝙ linea a b, centro oculi exiſtente in puncto o, qđ eſt propoſitū. Similiter quoq; ſi centrum uiſus fuerit in portione z o b, uidebitur linea a b, maior ꝙ linea d g, hæc ergo latera trianguli quandoq; uidentur æqualia, quandoq; inæqualia in diuerſis locis cētro uiſus poſito, quod eſt propoſitū.

CXXV.

Sunt loca in quibus oculo poſito inæquales magnitudines in idem cõpoſitæ æquales, utriq; inæqualium apparent.

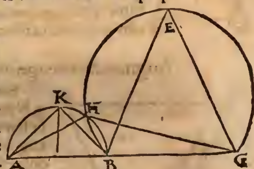
Sit duarū magnitudinum datarū b g maior, & d g minor, & circa utrãq; ſemicirculus deſcribatur, ut circa lineã d g ſemicirculus d z g, & circa lineã b g, ſemicirculus g k & tertius ſemicirculus deſcribatur circa totã lineã d b, q ſit d a b, ductis itaq; lineis d a & b a, pal, ãquia ꝓductæ lineæ ſecant minores ſemicirculos, ſecet ergo linea a b, ſemicirculum g k b, in puncto k & linea d a, ſemicirculum d z g in puncto z, & ducantur lineæ z g & k g: palam itaq; per 30. tertij, quoniam anguli d z p, & g k b & d a b, omnes ſunt æquales quia recti, oculi itaq; centro ſecundum puncta k a z tranſmutato, uidebitur linea b g, æqualis lineæ g d, & linea d b æqualis alteri datarum, & linea d g æqualis ambabus lineis d g & b g, & idem accidit centro oculi ſecundum puncta formarum ſemicirculorum tranſmutato, patet ergo propoſitū.



CXXVI.

Poſſibile eſt inueniri loca à quibus æqualis magnitudo apparet medietas, uel quarta pars, & uniuerſaliter in ea proportione ſecundum quam propoſitus angulus diuidetur.

Sint duæ magnitudines a b & g b æquales, & circa a b deſcribatur ſemicirculus qui ſit a k b, qui per 29. tertij diuidatur per æqualia in puncto k, ductis lineis a k & b k, palam quoq; per 30. tertij, quoniam angulus a k b eſt rectus, diuidaturq; angulus a k b, per æqualia per 9. primi, ducta linea k f, quæ per ultimam ſexti neceſſario erit perpendicularis ſuper diametrum a b, & incidet centro ſemicirculi, ideo quia arcus ſemicirculi diuiſus eſt per æqualia in pũcto k, & per 32. tertij, ſupra lineam b g deſcribatur portio circuli capiens angulum æqualem angulo a k f, & quoniã angulus a k f, eſt acutus, angulus enim a k b, qui eſt rectus eſt duplus angulo a k f, erit ergo illa deſcripta portio maior ſemicirculo per 30. tertij, quæ ſit b e g, eritq; angulus a k b, duplus angulo b e g, cadatq; pũctus e in medio arcus b e g, quia itaq; linea a b & b g, uidentur directæ uiſui oppoſitæ, cum uiſus centrum eſt in punctis k & e, uidebitur ergo per 20. huius linea b a in puncto k, dupla lineæ b g, uiſæ in puncto e, & quoniam omnes anguli in una portione circuli ſuper arcum conſiſtentes ſunt æquales, per 26. tertij, palam ꝙ accidit ſimiliter ſuper omnia puncta illorum arcuum ſemicirculi. ſ. præmiſſi, qui a b k, & portionis b e g à quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cũ diametro, ita ut obliquitas uiſionis hincinde ſit ſuper eadem, uiſu itaq; exiſtente in pũcto communis ſectionis ipſarũ, ꝙ ſit punctus h, tunc eodem intuitu uidebitur linea a b, quaſi dupla lineæ b g, & eodem ergo modo diuerſificatur rerum æqualiũ apparētia diuiſo angulo per aliũ numerũ quẽcũq;. Generale enim eſt hoc, datà magnitudine & angulo diuidere angulum ſecũdum aliquã proportionem per 27. primi huius, & circa magnitudinem deſcribere portionẽ circuli

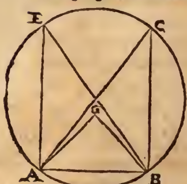


capientem

capientem angulum alicui diuidentium æqualem,& ſuperpoſito centro uiſus ad illum angulum ui, debitur apparentia magnitudinis uariari ſecundum illud, hoc eſt ergo propoſitum. In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo diſtantiæ ſecundum rectam lineã protenſæ à puncto cõcurſus linearũ illũ angulũ cõtinentiũ, qm̃ in omnibus uiſis ex inæquali diſtantia, maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad minorem, ꝙ anguli ad angulum, ut patet per 11. huius: idem quoq; accidit, ſi angulus a k b, ſecundũ aliã proportionem fuerit diuiſus, & ei æqualis in portione circuli, ſuper lineam b g, conſtituatur angulus, & eadem eſt demonſtratio, patet itaq; propoſitum.

CXXVII.

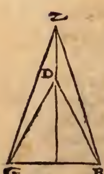
Sunt loca in quibus poſito uiſu eadẽ magnitudo qñq; totius ſuæ quãtitatis, qñq; medietatis, qñq; quartæ, uel ſecũdũ datam proportionem uidetur.



Eſto a b magnitudo uiſa, dico ꝙ ipſa tranſmutato cẽtro uiſus ad diuerſa puncta, quandoq; ipſa apparet ſuæ ꝓpriæ quãtitati, quandoq; in alia quacũq; portione: deſcribatur em̃ circa lineam a b, circulus a e b, ita ꝙ linea a b non ſit diameter illius circuli, qđ poteſt fieri ſumpta diametro circuli aliqua linea maiore, ꝙ ſit linea a b. Sit itaq; centrum illius circuli punctum g, & ducantur lineæ a g, b g, a e, b e, palã ergo per 19. tertij, quoniam angulus a g b, duplus eſt angulo a e b, oculi itaq; centro exiſtente in centro circuli g, linea a b apparebit duplo maior ꝙ appareat centro oculi exiſtente in arcu a e d, per 20. huius, qm̃ omnes anguli cõtenti ſub lineis ab iſtis punctis ad puncta a b ductis ſunt æquales per 26. tertij, & cuilibet illorũ duplus eſt angulus qui ad centrum g, per 19. tertij, patet ergo propoſitum.

CXXVIII.

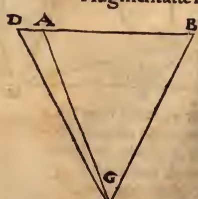
Oculo ei quod uidetur propius accedente uidebitur rei uiſæ, quantitas augmentari.



Sit linea uiſa b g, & ſit oculus in puncto 3, ducanturq; lineæ 3 b & 3 g, & accedat oculus propius lineæ, & ſit ſuper d punctum. Intelligimus enim hic acceſſionem ſecundũ lineam rectam perpendicularem ſuper magnitudinem uiam, ducantur ergo lineæ b d & g d, & quia per 21. primi, angulus b d g, eſt maior angulo b 3 g, res autem ſub maiori angulo uiſa maior uidetur per 20. huius, uidebitur ergo augmentata quantitas lineæ q g, circulo ſuper d exiſtente, reſpectu eius quod fuit exiſtente centro uiſus in puncto 3, & hoc eſt propoſitum.

CXXIX.

Augmentatæ magnitudines uidebuntur oculo appropinquare.



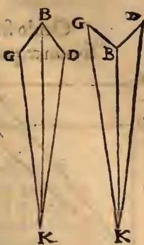
Sit magnitudo a b, quæ uidetur, & centro oculi ſit in puncto g, & ducantur lineæ g a & g b, & augmentetur b a, magnitudo ita ut fiat magnitudo b d, maior ꝙ b a, & ducatur linea d g, quia ergo angulus b g d, maior eſt angulo b g a, ut patet per 29. primi huius quia eſt maior ſicut totum ſua parte, palam per 20. huius, quoniã maior apparet magnitudo b d, ꝙ b a, maiora uero ſe ipſis prius uiſis uidentur omnia poſtmodũ aucta, & in eo uero ꝙ maiora ſunt ſub maiori angulo uidentur, & quoniam tale uiſum uidetur idem ei qđ prius uiſum eſt, & æſtimatur æquale ſibi ipſi, omnium autem æqualiũ ꝙd appropinquiori uidetur, ſub maiori angulo uidetur, ut patet per 7. huius, uirtus ergo diſtinctiua animæ ſentiens angulum ſub quo ſit uiſio augmentari & æſtimans rem eandem, iudicat ſe illam appropinquiori uidere, omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare, & hoc eſt propoſitum.

CXXX.

Omnes magnitudines in eadem ſuperficie iacentes extremis ſuis non

in directo

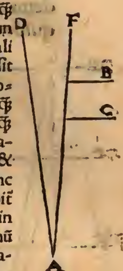
in directo ſuo medio exiſtentibus,totalem ſuam figuram quã docꝫ concauam, quandocꝫ uero faciunt conuexam.



Verbi gratia,uideaſ magnitudo g b d,iacens in aliqua ſuperficie,& eius punctum mediũ qđ eſt b,nõ ſit in directo ſuorũ extremorũ,ſed extra illa.Sitqꝫ oculus in pũcto k,& ducantur lineæ k g & k b,& k d,uidebitur itaqꝫ tota figura g b d cõcaua,ſi eius medius punctus ſit remotior à uiſu,accedat uero medius punctus rei uiſæ,qđ eſt b,ad uiſum,& fiat ꝓpinquior oculo,dico ꝙ uidebitur tota magnitudo conuexa,uidet enim uiſus ſimul puncta media & extrema, quoꝝ formæ ſecundũ ipſoꝝ ſitũ & diſtantiã deſcribunſ in ſuperficie uiſus,& accidit uiſui paſſio quæ accidit ex ſupficiebus concauis & cõuexis,apparent ergo illa concaua & conuexa ſecundũ diuerſitatem ſitus ſui puncti medij,& hoc eſt ꝓpoſitũ.

CXXXI.

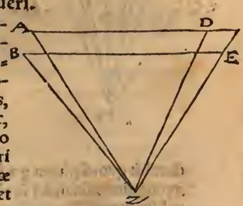
Omnium mobilium æque uelocium ſecundum eandem lineam motorum ultra punctum coniunctionis axiũ uiſualium,proximum uiſui exiſten tium remotiora uidentur tardius moueri.



Sint duo mobilia b & c,quæ moueantur æqualiter, & ſit centrum uiſus a,& ſit ut mobilia b & c,ſint ſuper lineã a g,& ſit b remotius à uiſu ꝗ̃ c, qa ergo linea a b, eſt maior ꝗ̃ linea a c,palam per 7.huius,qm̃ ſecundũ lineam a b ſub minori angulo fit uiſio ꝗ̃ ſecundũ lineã a c,uiſio ergo quæ fit in puncto b,minus erit certa,ꝗ̃ quæ fit in puncto c, & ſimiliter per eandẽ 7.huius ſub minori angulo uidetur ſpacium qđ in aliquo tempore pertranſit mobile b,ꝗ̃ illud ſpaciũ qđ in eodem tempore pertranſit mobile c,motus ergo mobilis b,non cõprehenditur tam perfecte,ut motus mobilis c, uidebiſ ergo b tardius moueri qđ ſub maiori angulo uidetur mobile b,ꝗ̃ mobile c,& ſimiliter ſpaciũ qđ pertrãſit mobile b,ſub minori angulo uidebitur ꝗ̃ ſpaciũ,per quod in eodem tempore pertranſit mobile c,minus ergo uidebiſ ſpacium per quod motũ eſt mobile b,ſpacio qđ pertranſit mobile c,per 20.huius,& ſi hæc mobilia ambo ſint in linea obliqua ad uiſum extra axem, ut linea a d,tunc ambo minus uidebuntur moueri ſuis ueris motibus.minus autem ad huc uidebiſ moueri b,qđ eſt remotius à uiſu ꝗ̃ ipſum c,quod ſi ambobus ipſis exiſtentibus in una axe uiſuali,& aliquod ipſoꝝ fuerit intra concurſum axium propinquiſſimũ uiſui,illud propinquius penitus oblique uidebitur,ut peꝛ multas præcedentiũ patuit;unde æſtimabiſ tardius moueri,licet ipſum ſit propinquius uiſui, patet ergo propoſitum.

CXXXII.

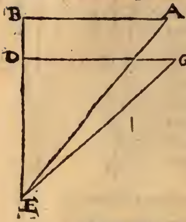
Omnium mobilium æqueuelociũ ſuper lineas æquediſtantes,non proximas uiſui motorum remotiora uidentur tardius moueri.



Sint duo mobilia a & b, æqueuelociter mota ſuper duas lineas æquediſtantes & æquales,quæ ſint a d & b e,quarũ remotior à uiſu ſit a d, ſitqꝫ centrum uiſus punctum z, à quo ducantur lineæ z a,z b,z d,z e,dico ꝙ mobile a,ꝙ eſt uiſui remotius,uidebitur fieri tardius ꝗ̃ mobile b,quod eſt propinquius, quia per 7.& 20.huius linea a d, uidebitur minor ꝗ̃ linea b c, cum tamen ſint æquales,mobile ergo a,quod inæquali tempore æquales partes lineæ a d, abſcindit, uidetur tardius moueri ꝗ̃ mobile b, ꝙ in eodẽ tẽpore proportionaliter diuiſioni lineæ a d,maiores partes lineæ b e, abſcindere uidetur,ꝗ̃uis ut patet ex hypotheſi illæ partes hinc & inde ſunt æquales, apparet ergo uelocius moueri mobile b,ꝗ̃ mobile a,remotius uiſui:quãdo em̃ mobile b peruenit ad punctũ e, tunc mobile a,peruenit ad punctum d,qui uidetur eſſe retro punctum e,& ita uidetur mobile a,præpoſteratum mobili b,quia linea b e,uidetur maior ꝗ̃ linea a d, mobile ergo a, æſtimatur tardius moueri ꝗ̃ mobile b, quod eſt propſitum.

CXXXIII.

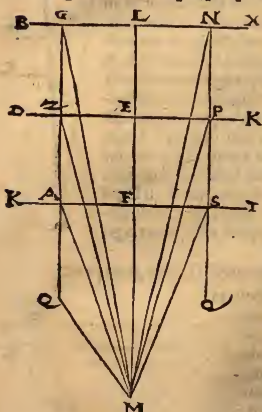
Oculo fixo exiſtente & axe uiſuali æqualiter tranſmutata, remotiora uiſorum æqualiter diſtantium à priori ſitu axis, poſteriorari uidentur.



Sint duo uiſibilia a & g, exiſtẽtia in duabus lineis æqualibus, quæ ſint a b & g d, ſitq́ꝫ centrũ uiſus e, & ſit ut axis uiſualis trãſeat ex puncto d, ad punctũ b, erit ergo punctũ b remotius à uiſu, ꝙ ſit punctũ d, palã itaqꝫ per 7. huius, qm̃ linea a b remotior à uiſu ſub minori angulo uidet̃, ꝙ ſua æqualis, quæ eſt g d, propinquior uiſui, angulus ergo d e g, eſt maior angulo b e a, ergo per 20. huius linea g d, uidet̃ maior ꝙ linea a b, manente itaqꝫ oculo fixo in puncto e, & axe uiſuali mota per ſpacium totum, in quo ſunt uiſibilia a & g, pertranſit axis propter minoritatẽ anguli b e a, reſpectu anguli d e g, citius uiſibile a, ꝙ uiſibile g uidetur, ergo uiſibile a fieri poſterius uiſibili g, qm̃ uiſo g uidebit̃ a retro illud, quod eſt propoſitum.

CXXXIIII.

Mobilium ſecundũ lineã cui perpendiculariter inſiſtunt æquediſtantẽ lineæ ab oculo ductæ, æqualiter ad ductam ab oculo lineam motorũ, illud quod remotius à centro uiſus eſt antecedere, propinquius uero ſequi uidetur, tranſitu uero facto ad aliam partem lineæ ab oculo ductæ, remotius quidem ſubſequi, propinquius uero antecedere uidetur.



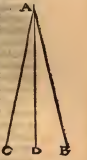
Sint æquali uelocitate mota tria mobilia. ſ. b g, d ʒ, k a, ſuper lineã quæ ſit g a, cui orthogonaliter inſiſtat ſecũdum puncta g ʒ a, ſitq́ꝫ mobile b g, remotius à centro uiſus, quod ſit punctũ m, & ſit mobile a k, uiſui ꝓpinquius, ducaturq́ꝫ à uiſu à puncto. ſ. m, per 31. primi, linea parallela lineæ g a, quæ ſit m l, & ducantur lineæ m g, m ʒ, m a producanturq́ꝫ lineæ k a, d ʒ, b g, ad lineã m l, incidatq́ꝫ linea k a lineæ m l, in punctũ f, & linea d ʒ, in punctũ e, & linea b g, in punctũ l, & qm̃ lineæ g a & m l ſunt parallelæ, palam per 21. huius, qm̃ ad partẽ l, cõcurrere uident̃, propinquior igitur uidebitur g, ad pũctũ l, ꝙ ʒ ad punctum e, uel a ad punctũ f, uidetur igitur p̄cedens b g, ſubſequens uero d ʒ, & ultimũ ipſoꝝ k a, protrahatur itaqꝫ linea g a, ultra punctũ a, ad punctũ q, & copuletur linea q m, quia ergo per 16. primi, angulus m a q, eſt maior angulo m ʒ a, & angulus m ʒ a, eſt maior angulo m g e, palam quod linea m g, magis approximare uidetur ad pũctum g, ꝙ linea m ʒ, ad punctũ ʒ, uel linea m a, ad punctum a, qm̃ anguli extrinſeci maiores ſunt intrinſecis, itaqꝫ mobile b g, quod eſt remotius, uidebit̃ præcedere mobilia d ʒ & k a, antecedentibus ſecundũ lineã rectam, quæ eſt g a, ad lineã m l, æqueuelociter ipſis mobilibus k a, d ʒ, d g, mobile uero k a, quod eſt poſtremum, uidetur ſubſequi, quia magis uidetur à linea m l, elongari, et hoc durabit quouſqꝫ linea g a, ſupponatur lineæ m l, tunc ſecundũ lineã rectã m l, mobile k a ꝓpinquius uiſui uidet̃ ꝙ alia, & maius per 7. & 20. huius, facto aũt tranſitu ultra lineam m l, ita ut mobilia quæ fuerint prius dextra uiſui, fiant ſiniſtra, uel ecõtrario, tũc mobile remotius uiſui uidebit̃ ſeq̄, & ꝓpinquius præcedere, ꝓpter eandẽ cauſam quã præmiſimus, & ut hoc exemplariter pateat, ſit ut mobile b g, q̄d eſt remotius à centro uiſus m, pertrãſita linea m l, perueniat ad locũ lineæ n x, & mobile d ʒ, ad locũ lineæ p r, et mobile k a, q̄d eſt ꝓpinquius uiſui perueniat ad locũ lineæ s t, ducatur quoqꝫ à centro uiſus ad puncta n p s, lineæ m n, m p, m s, uidebitur ergo mobile n x, ſubſequi duo alia mobilia,

ideo quod ſicut præmiſſum eſt, linea n x magis approximat ad punctū l, ꝙ linea p r ad punctū e, uel ꝙ linea s t, ad punctū f, igitur mobile b g, quod fuerit prius præcedens, cū peruenerit ad lineā l x, uidebit̃ ſequi, & linea a k, quæ fuerit prius ſubſequēs ſup lineam s t, uidebitur præcedere, & ſic iſtorum mobilium mutato ſitu motus uidebitur diuerſus, quod eſt propoſitum. CXXXV.



Pluribus mobilibus non æque uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uiſus, æquelocia uiſui quieſcere, tardiora uero contra moueri, & celeriora antecedere uidebuntur.

Sint tria mobilia b c d, & ſit centrū oculi punctū a, ſit aūt inter hæc mobilia b, tardiſſimū, & c æqueuelox uiſui, d uero ſit uelocius ꝙ c, et oĩa moueantur ad eandem partē uniuerſi, à centro quoq; uiſus a, ducantur lineæ a b, a c, a d, cū itaq; motus fuerit oculus a, tunc mobile c, quod eſt æqueuelox oculo æqualiter motū eſt cum oculo, nō ergo mutat ſitū reſpectu oculi, ergo per 112. huius, ipſum quieſcere uidebit̃ a, mobile uero b, quia eſt tardiſſimū, patet quod moto uiſu ipſum eſt pertranſitū per motū uelociorē ipſius uiſus, & quia mobile c uidetur quieſcere, & mobile b ſemp magis & magis remouetur à mobili c, propter exceſſum uelocitatis mobilis c, ſuper mobile b, uidetur ergo mobile b ad partē contrariā moueri, mobile uero d, quia uelociſſimū eſt præcedit mobile c, & ipſum uiſum, & ſemp ſit plus diſtans à uiſu, uidet̃ ergo præcedere, patet itaq; ꝓpoſitū. CXXXVI.



Si aliquibus mobilibus æqueuelociter motis uiſis apparet aliquid immotum, illud uidebitur ad partem contrariam alijs mobilibus moueri.

Sint eñ duo mobilia b & d, quæ moueantur æqueuelociter ad unam partē contrariā, & ſit c, aliquid nō motū. Sitq; centrū uiſus a, ducantur à centro uiſus lineæ a b, a c, a d, q̃a itaq; mobile b, moueť ad aliq̃ē terminū, palā q̃m ipſum ſit ꝓpinquius ad illū ꝙ corpus c, quia nō mouetur, ſed & mobile d, æqueuelociter motū eſt mobili b, uidetur ergo mobilia b & d, nō mutare ſitū adinuicē, corpus uero c mutat ſitū reſpectu illoꝝ amboꝝ mobiliū, uidetur ergo c, ad partē illius cōtrariā moueri, quod patet per 110. huius, & hoc eſt ꝓpoſitū, & ex hoc apparet quare motis uelociter nubibus luna uiſa uidetur ad partem contrariā moueri, quia eñ partes nubiū æque uelociter mouentur, ut b & d, lunæ uero motus propius à uiſu ꝓpter remotionē in paruo tpe nō percipit̃, ideo uidetur luna ut mobile c, ad partem contrariam moueri. CXXXVII.

Puncta ſignata in re circulariter mota, uidentur circuli & lineæ ſuperficies rotundæ.

Cū eñ talia mobilia ſic ſignata moueñt circulariter, q̃dlibet ſuoꝝ punctoꝝ motu ſuo deſcribit circulū, q̃m q̃dlibet pūctū nō figitur in eodē loco tpe ſenſibili, Sed in paruo tēpore circumgirat totā circūferentiā ſuper quā uoluitur, peruenit ergo tunc forma puncti ſignati in ſuperficiē uiſus per modū circūferentiæ circuli, q̃m eñ motus circularis eſt totus unus, nō diuidens tempus, nō poteſt uiſus cōprehendere formā puncti ſignati niſi ſecundū circūferentiā circuli, in minimo. n. tpe cōprehendit colorē illius pūcti circūgiratū, & ſi plura ſunt pūcta ſecundū ordinē unius ſub altero ſignata, plures uidebunt̃ circuli ſubalternatim & ordinate cōtenti, & hoc eſt ludus pueroꝝ in trochis ſup planas ſuperficies circulariter exagitatis, q̃m q̃n trochus fuerit circūgiratus motu forti, & aſpexerit q̃s ipſum, ſi unus eſt punctus in ipſo ſignatus, uidebitur circulus, & ſi plura ſunt puncta ab inuicē diſtātia, uidebunt̃ plures circuli æq̃diſtātes, & circa idē centrū, & uidebit uiſus differentiā coloꝝ cuiuslibet illoꝝ circuloꝝ, & ſi plura puncta diuerſoꝝ coloꝝ ſibi adinuicē approximātur, cōprehendet uiſus oēs illoꝝ pūctoꝝ colores quaſi unū colorē, diuerſum ab oĩbus colorib. q ſunt in illis punctis, q̃ſi ſit color cōpoſitus ex oĩb. coloribus illoꝝ pūctoꝝ, & nō cōprehēdet lineationē neq; diuerſitatē coloꝝ, & ſi motus fuerit ualde fortis, cōprehendet uiſus illud corpus motū, quaſi q̃eſcēs & circulariter figuratū, ideo ꝙ nullū illius corporis pūctū figit̃ in loco tpe ſenſibili, ſed in minimo tpe giratur tota circūferētia ſup quā reuoluit̃, & ſimiliter mota linea uidebit̃ ſecundū lineæ lōgitudinē latitudo cuiuſdā ſupficiei rotūdæ deſcripta in ſupficie ipſius uiſus, & ſi linea illa

fuerit

fuerit colorata, tũc ꝓpter motus uelocitatẽ, motus facit totã ſuperficiẽ rotundã appare
re coloratã. & hoc eſt propoſitũ. CXXXVIII.

In motus & quietis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intempe
rata diſpoſitione octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intẽperata eñ luce accidit error in uiſione motus & q̄etis, ſi eñ de nocte cõpre
hẽdit uiſus hoĩem añ aliqđ nemus, forte occultabiť ei diſtãtia hoĩs ad nemus. Si itaꝗ ui
dens moueať uerſus hoĩem uiſum, quãto magis ad illũ acceſſerit, tãto diſtantiã illã certi
us uidebit, unde cũ priꝰ ſimul una cũ nemore appareret ei homo uiſus, & ꝙto ad eũ pluꝰ
accedit, pluꝰ uideť à nemore remotus, & certũ eſt ei nemus immotũ remanere, æſtimabit
ergo hoĩem ad partẽ cõtrariã nemoris incedere, licet ueritas ſit ipſum hoĩem uiſum im-
motũ & q̄etũ eſſe, & etiã ſi homo de nocte uiſus nõ plene cõprehẽdiť, q̄ modicũ moueať
nõ diſcerneť motus eius, & uidebiť quieſcẽs, hi aũt errores nõ accid erẽt in tẽperata luce.
Et intẽperata etiã remotione error accidit in uiſione motus & quietis. Si q̄s. n. ad partẽ
in qua lunã añ ſolẽ aut ſtellã aliquã uiderit moueri, cũ poſt plurimũ motũ lunã añ ſe ui
derit elõgatã nõ minus ꝙ in principio ſui motus, æſtimat ipſam lunã ad eãdẽ partẽ ſecũ
moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elõgatiões durare, & euenit hoc etiã ĩ luna ad partẽ
cõtrariã ꝓperãte, acciditꝗ hic error ideo, q̄a notũ eſt hoĩ, qđ in his naturis inferioribꝰ
exiſtẽtibꝰ duobus corꝑibus, q̃ꝝ unũ moueať in partẽ aliquã, ſi tũc permãſerit identitas
ſitus reſpectu alterius corꝑis, tũc neceſſe eſt etiã aliud corpus ĩ eandẽ partẽ æq̄li motu fu-
iſſe motũ, hoc tñ nõ oportet ſic æſtimari ĩ luna uł ſtellis, qm̃ magnitudo uiæ ꝙ ꝑagit q̄s
motu ſuo, nõ eſt ꝓportionalis magnitudini corꝑis lunæ uel alterius ſtellæ, ergo neꝗ ex-
ceſſus poſtremæ ꝓpinq̄tatis ad ſtellã ſuꝑ primã ꝓpinq̄tatẽ eſt ſenſibilis reſpectu totalis
remotiõis. Idẽ etiã error accidit ĩ motu nubiũ, crediť. n. uelociſſimus eẽ motus lunæ, q̄a
ꝑtes nubiũ, ꝑ quas uideť luna, ſubito mutanť, et luna nec cũ his partibus nubiũ, nec cũ il
lis uideť eſſe ſita, & q̄a luna eſt corpꝰ luminoſum uiſibilius ꝙ nubes, æſtimať luna moue
ri motu, qđ ſecundũ ueritatẽ nõ moueť. Similiter etiã accidit error in q̄ete, aliq̄s. n. à lõ
ge uiſus nõ ueloci motu motus, q̄eſcere uideť, & ꝓpter hoc planetas credimus immotos
licet uelociter moueanť, uiæ eñ q̃s incedũt ĩ tꝑe paruo, nõ ſunt ꝑceptibiles uiſui à tanta
remotiõe, unde durante ſitu ipſaꝝ, reſpectu uidẽtis identitate q̄eſcere putanť. Similiter
etiã accidit hic error, ſi ĩ eadẽ linea uiſuali uel axe corpus aliqđ uiſum uel à uiſu moueať
Tũc eñ ubi motus eiꝰ fuerit ualde fortis, putabiť ĩmotũ, q̄a nõ ꝑcipiť an ꝑtes uel ipſum
totũ ſe aliter habeat nũc ꝙ prius, uia eñ q̃ ĩcedit, eſt ĩꝑceptibilis à tãta remotiõe. Ex in
temꝑata etiã ſitus oppoſitiõis obliq̄tate accidit error uirtuti diſtinctiuæ in p̄miſſoꝝ ui-
ſione, unde aliq̃ uelociter nauigãte ĩ flumine, & obliq̃ ĩſpiciẽte arbores in ripa fluminis,
tũc arbores ab axe uiſuali multũ elongatas æſtimabit moueri, illæ uero arbores quibus
axis uiſualis ĩcidet q̄eſcere uidebũť. Similiter rota aliq̃ mota, ut molendini obliq̃ uiſa ui
deť quieſcere. Eſt aũt hic error ꝓpter ſolã obliq̃tionẽ ſitus rei ad uiſum, qm̃ talis rota di
recte intuita moueri uideť. Ex intẽperata etiã magnitudine accidit error in uiſione præ
miſſaꝝ. Si eñ moueanť duo, q̃ꝝ unũ ſit paululũ uelocius alio, putabit uidẽs eſſe æqualẽ
ipſoꝝ motũ, cũ inſenſibile ſit uiſui unius motus ſuꝑ aliũ excrementũ, & ſimiliter quãtitas
exceſſus uiæ quã trãſit alius, ĩꝑceptibilis eſt uiſui, unde iudicať æq̃litas motuũ & uiaꝝ
& ſimiliter res ꝑua mota forte æſtimabiť nõ moueri, etiã ſi diſtãtia à uiſu fuerit tꝑata. Ex
intẽperata etiã raritate accidit error in p̄miſſis. Si eñ in aere nubiloſo obſcuro duo cor-
pora moueanť, q̃ꝝ unũ alio paululũ uelocius moueať, iudicabunť forſitã æquales ipſoꝝ
motus, cũ ꝓpter intẽperiẽ diafonitatis aeris diſcerni nõ poſſit motus unius ad motũ al
terius exceſſus, uideť eñ tũc perpẽdiculariter à uiſu exceſſus uiæ ꝑtrãſitæ ab uno à uia ꝑ
tranſitæ ab alio. Similiter etiã in tali aere à lõgitudine media nõ tñ parua ſi q̄s uideat a-
quã fluentẽ, aut iudicabit eã ĩmotã, aut ſi fuerit fortis eius fluxus, æſtimabiť minus mo-
ta ꝙ moueať. Ex intẽperata etiã tꝑis fit maximus error in uiſione motus & q̄etis, q̃ per
ſe tꝑe menſuranť, cũ eñ duoꝝ mobiliũ unũ paulo uelocius alio mouebiť, tunc motus in
tꝑe modico cõprehẽſi æq̄les iudicabunť, q̄a nõ eſt tã ſubito cõprehenſibilis ipſoꝝ exceſ
ſus, & ſi aliq̄d tarde moueať hoc in tꝑe modico in reſpectu nõ uidebiť moueri, qm̃ uia ꝑ
quã moueť in modico tꝑe, eſt ĩperceptibilis uiſui ꝓpter ſui paruitatẽ, ſed & uelociſſime

motũ circularĩter,& in eodẽ loco manens,ut trochus,nõ æſtimaꝛ moueri,locus eñ trochi nõ mutaꝛ,& partes uelociſſime redeũt ad priorẽ ſitũ. Ex intẽperantia etiã diſpoſitionis uiſus accidit error uiſioni ꝑmiſſoꝝ. Cũ eñ qs ſæpius in circuitu fuerit reuolutus & poſt quieſcit,tũc putat ꝙ uicini parietes moueanꝛ,ideo qa ſpiritus uiſibiles ĩterius moti diſcurrunt ex motu corpis ipſius facto,nec ſtatim qeſcente corpe exteriorĩ ſpũs intrinſecus moti quieſcũt,eo ꝙd leuiores corpe groſſo ſunt illo mobiliores,& minor uirtus animæ mouet illos,illi aũt moti formas motas uirtuti diſtinctiuæ repſentãt,uideꝛ eñ oĩa moueri, qrũ formæ motis ſpĩtibus uirtuti aĩæ offerũt etiã poſt qetẽ ipſius uidentis, & huius ſimile ẽ etiã ĩ alijs motis,trochus eñ diu poſt qetẽ manus motricis moueꝛ, & nõ qeſcit ꝗuſqꝫ uirtus influxa ſibi deſinit mouere. Eſt etiã qdã corpis & oculoꝝ infirmitas,in q̃ uideñ oĩa circũuolui. Si etiã corp9 ſimiliũ ptiũ uoluaꝛ tarde,ut accidit in qbuſdã rotis horologioꝝ,tũc uiſus debilis nõ pcipiet motũ eius,neqꝫ etiã ſanus uiſus pcipiet motũ g ui tpis. Si uero ſit corp9 diſſimiliũ ptiũ,ut ĩ rotis molẽdini,tũc forte etiã uiſus debilis cõphendet motũ,niſi ualde feſtina fuerit rotæ reuolutio,qa ꝓpter uelocitatẽ motus forte diſſimilitudo ptiũ rotæ nõ poterit comprehendi,patet itaqꝫ illud ꝙd proponebatur.

CXXXIX.

Aſperitas cõprehendiꝛ à uiſu ex cõprehenſione lucis ſuperficiei corporis aſperi incidentis , ꝑ quã cõprehendiꝛ diuerſitas ſituũ partiũ ſupficiei corpis.

Cum aſperitas ſit diuerſitas ſitus partium ſuperficiei corporis,palam per 11. ſecundi huius,quod partes præminentes umbram faciunt quando lux inciderit ſuperficiei illius corporis,partes ergo præminentes erunt manifeſtæ luci & diſcoopertæ,& in partes ꝓfundas perueniũt umbræ permiſcentes lucem illis partibus incidentem, diuerſificabitur ergo forma lucis in ſuperficie illius corporis , quod non accidit in ſuperficie plana,eius enim partes ſunt conſimilis ſitus,& fit forma lucis in omnibus ſuis partibus conſimilis, uiſus itaqꝫ cognoſcit formã lucis in ſuperficiebus aſperis & planis diuerſam propter frequentationem uiſionis ſuperficierum aſperum & planarum, & ſecundum hoc dijudicat aſperitatem ſuperficierum uel planiciem in corporibus aſperis quibuſcunqꝫ,ſed ſi ſuperficiei aſperæ partes fuerint ualde præminentes, poteſt etiam uiſus comprehendere præminentiam illarum partiũ ex cõprehenſione diſtantiæ quæ eſt inter partes, & ſic ex comprehenſione diuerſitatis ſitus partium ſuperficiei corporis aſperi cõprehendet etiã aſperitatem illius,& erit etiam lux in illa aſperitate maximæ diuerſitatis , quoniam maioribus umbris diſtincti permiſcetur, & ex diuerſitate formæ lucis uidebitur diſtantia partium,& diuerſitas ſitus earum,& ex hoc uidebitur corporis aſperitas,quod ſi præminentiæ partium ſuperficiei rei uiſæ fuerint paruæ ualde , non comprehendet uiſus illam aſperitatem corporis niſi cum multa appropinquatione intuitus, fit ergo per diuerſitatem lucis ſuperficiebus corporum aſperorum incidentis,& ex conſequenti per comprehenſionem diuerſitatis ſituum partium ſuperficiei corporis, aſperitas comprehenditur à uiſu, patet ergo propoſitum.

CXL.

Lenitas ſiue planicies cõprehendiꝛ à uiſu ex cõprehenſione lucis ſupficiei lenis corporis incidentis illis etiã per ſuarũ partiũ oĩmodã æqualitatẽ.

Quia enim lenitas eſt æqualitas ſitus partium ſuperficiei,patet quod partes corporis lenis ſunt conſimilis ſitus,lux ergo illis corporibus incidens fit conſimilis & in illis umbris permixta ,unde etiam corporis terſitudo ſiue politio , quæ eſt quædam lenitas uel planicies,comprehenditur à uiſu ex ſcintillatiõe lucis in ſuperficie illius corporis , & ex ſitu ſecundum quam reflectitur lux ad uiſum,uel ad aliud corpus obiectum,comprehendit etiam uiſus quandoqꝫ planiciem per intuitum diligentem,per quem comprehendit partium ſuperficiei uiſæ æqualitatem,quandoqꝫ etiam comprehẽdit ipſam planiciẽ ſuperpoſito uiſu in una parte illius ſuperficiei uiſæ,& cum formæ partium extremarum illius ſuperficiei quæ ſunt remotiores à uiſu ſecundum lineas rectas ꝑueniunt ad uiſum in ipſa ſuperficie productas,tũc uiſus ſic ipſius ſuperficiei planiciem cõprehendit, patet ergo ꝓpoſitum.

CXLI.

In aſperitatis & lenitatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intẽperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex debilitate enim lucis error accidit uiſioni aſperitatis et lenitatis, quia de nocte uiſa aſperitas forte iudicabitur lenitas, aut econuerſo ſecundum qualitatem rei uiſæ, et etiam cum à capillis nigris lotis fit lucis reflexio, æſtimantur illi capilli ſummæ plani, cum ſint ſecundum ueritatem aſperi, eo quod eſt in eis diuerſitas & diſtantia innumeroſa. Superflua etiam longitudo diſtantiæ errorem ingerit uiſioni aſperitatis & lenitatis, unde in pictis capillis uel ueſtibus alicuius pictæ imaginis propter lõgitudinem diſtantiæ æſtimatur aſperitas, ideo quia ſenſus conſueuit accipere aſperitatem in capillis ueris, & idem accidit in rugis ueſtium depictarum, quæ propter diſtantiam uidentur replicatæ, cum ſint in una ſuperficie conſtitutæ. Similiter etiam ſi magna diſtantia opponatᷣ uiſui corpus, in quo eſt modica aſperitas, putabitur lenitas, quia à tali diſtãtia nõ poteſt diſcerni diuerſitas partium aut proiectio umbræ partium eminentium ſuper depreſſas, unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam ſitus fit error in uiſione aſperitatis & lenitatis. Si em̃ à capillis depictis alicuius pictæ imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uiſu non exiſtente in loco reflexionis fiet comprehenſio aſperitatis capillorum, cũ non ſit niſi lenitas in illis; hoc autem non accideret uiſui directe lucem reflexam excipienti, quia tunc uera lenitas appareret, cum etiam corpus aliquod in quo eſt modica aſperitas obliquatum fuerit ab axe uiſuali, tũc apparebit lene, quod ſi directe uiſui opponeretur, ſua aſperitas uiſui ſe offert. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accidit uiſioni præmiſſorum, cum enim occurrerit uiſui res multum parua, uidebitur forte lenitas ubi eſt aſperitas, aut econuerſo, non enim comprehenditur prominentia partium aliarum ſuper alias propter minimã corporis paruitatem. Ex ſoliditatis etiam intemperantia error accidit uiſioni præmiſſorũ. Si enim in corpore multum raro fuerit aſperitas non magna, putabitur forte lenitas, & ſi totum fuerit lene, & trans ipſum uideatur corpus aſperum aut diuerſorum colorũ, æſtimabitur hoc corpus quod eſt rarũ & lene eſſe aſperum, & erit error in aſperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uiſioni præmiſſorum, quia in aëre nubiloſo obſcuro uidebitur corpus aſperum eſſe lene propter latentes aſperitatis cauſas, & uiſa re polita cũ non diſcernitur reflexio ab ea, æſtimabitur forte aſpera. Ex paruitate etiam temporis fit error in uiſione præmiſſorũ, cũ enim ſubito uidetur aliquod aſperum æſtimabitur lene, & ſi lene uiſum fuerit ſubito non poterit diſcerni lenitas aut aſperitas, unde ſub dubio fit error. Ex uiſus etiã debilitate fit error in uiſione, præmiſſorũ, quia forte uiſus debilis reputabit corpus modice aſperum fore lene, uel econuerſo, ſi in formis corporis aſperi & leni fuerit diſſimilitudo, patet ergo propoſitum.

CXLII.

Diafonitas comprehenditur à uiſu ex comprehenſione formæ corporis ultra corpus diafonum exiſtentis.

Quod diafonitas comprehendatur modo propoſito ſatis patet, dicimus enim ut in principio ſecundi huius præmiſimus, illa corpora diafona, quæ ſunt peruia uiſui ad alia corpora uidenda, corpus itaq; diafonũ per ſe non uidetur, ut patet per 14. tertij huius, niſi in ipſo ſit aliqua ſpiſſitudo reſpectu diafonitatis aëris interiacentis uiſum, ut eſt criſtallus & berillus, & ſimilia denſa diafona, ſed etiam illorum diafonitas à uiſu non comprehenditur, niſi ex comprehenſione formæ corporis exiſtentis ultra illa uel in circuitu ipſorum, quorum lux uel color per media illa diafona peruenit ad uiſum, cũ ergo uiſus comprehẽdit, quod forma lucis uel coloris comprehenſi à ſe eſt ſolum corporis ultra corpus diafonum exiſtentis, tunc ſentiet diafonitatem corporis diafoni: quod ſi corpus diafonum fuerit debilis diafonitatis, utpote maioris ſpiſſitudinis quàm alia diafona, & corpora ultra ipſum exiſtentia fuerint debilis lucis uel coloris, tũc diafonitas eius uix comprehenditur à uiſu, ubi apponatur forti luci, tunc enim poteſt eius diafonitas melius cõprehendi: propter applicationẽ aũt proximã corpoꝝ ualet ſpiſſorũ talibus corporibꝰ diafonis, ipſorũ cõprehenſio à uiſu quantũ ad partẽ applicatiõis penitus impeditur, ut patet de hyaſpide in auro, patet ergo propoſitum.

CXLIII.

Spiſſitudo ſiue denſitas cõprehenditᷣ à uiſu ex priuatione diafonitatis.

Cum enim uiſus comprehendit corpus aliquod, & nõ ſentiet in ipſo aliquã diafonitatem, ſtatim arguet ipſius ſpiſſitudinẽ, quia cũ ſtatim ad illud corpus terminatᷣ operatio

tio uiſua, nec aliquid penetrat,p illud uero uiſus exercetur ad uidendū ultra ipſum formas aliorum corporum, tunc iudicat uiſus ipſum eſſe ſpiſſum ſiue denſum & partiū con pactarum,& ſic comprehenditur ſpiſſitudo uel denſitas à uiſu ex priuatione diafonitatis,quod proponebatur. CXLIIII.

In raritatis & ſoliditatis uiſiõe error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex lucis enim debilitate ut de nocte uidebitur corporis multum rari minor eſſe raritatis,quia tamen trans ipſum non plena fit comprehenſio formæ corporis ſolidi, æſtimabitur remiſſio raritatis uiam tranſitus formarū prohibere,& corpus modice rarum etiam tunc iudicabitur ſolidum. Ex intemperantia etiam remotionis fit error in uiſione præmiſſorum,cum enim circa oculum erigitur acus,aut aliquid aliud multum ſubtile, licet illud appareat uiſui maius quàm ſit,tamen nihil occultatur ei de oppoſito pariete aut alio corpore, unde quia raritas non perpenditur, non quod retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142.huius, æſtimabitur diafonitas eſſe in acu, aut in alio corpore, cum retro ipſum totus paries uideatur,quod tamen accidit ideo,qa remotio tam modica reſpectu occultationis acus eſt immoderata. Similiter etiam ſi quis à longe intueatur corpus rarum retro,quod non ſit aliquod corpus coloratum aut tenebroſum,non reputabitur illud corpus rarum ſed ſolidum, quia retro ipſum non pcipitur aliud corpus quod eſt proprietas corporum rarorum. Ex intemperata etiam ſitus diſpoſitione accidit error in prædictorum uiſione. Si enim deſcenderit lux declinata in uitrum plenum uino,& lateat uiſum tranſitus lucis per uitrum, & ſit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoq; uidentem uinū eſſe in uaſe uitreo, tunc æſtimabitur à uidente uinum eſſe corpus ſolidum,ſcilicet uinum cum uaſe uitreo, & non accidet hic error in tranſitu lucis per uas uitreum directe oppoſitum. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uiſione præmiſſorum. Si quis enim intueatur corpus ualde purum politum,ut ab eo lux poſſit reflecti,& ſit ſimile margaritæ, iudicabit ipſum uiſus eſſe rarum cum ſit denſum, ſimul uiſo corpore raro multum paruo,quia poſt ipſum non ſit corporis ſolidi cōprehenſio,ſimulabitur ſolido. Ex intemperata etiam ſoliditate fit error in uiſione præmiſſorum, Si enim retro corpus ualde rarum ſit aliquod corpus non multum rarum & colore forti coloratum, tunc apparebit primum non multum rarum, ſed aſſimilabitur eius raritas poſterioris corporis raritati, ut uitrum alij uitro ſuppoſitum non apparet ita rarum ſicut apparet adhibito uiſu ſibi ſoli,unde fit error in raritate. Si autem poſt corpus rarum ponatur ualde propinque corpus ſolidum,tunc primum iudicabitur ſolidum, & fit error in ſoliditate. Si etiam uas uitreum ualde rarum contineat uinum, cum poſt illud non percipiatur lux aut corpus aliud,iudicabitur forte uinum ipſum cum uitreo eſſe unum corpus ſolidum. Item etiam accidit error in uiſione præmiſſorum ex paucitate raritatis. In aëre enim nubiloſo obſcuro corpus rarum apparebit minus rarum, & forte putabitur ſolidum, & ita fit error in ſoliditate & raritate. Ex paruitate etiam temporis fit error in uiſione præmiſſorum,luce enim declinata ſuper corpus remiſſe rarum,ipſo quoq; deſcendente ſubito per uiſum,cum non percipiatur declinatio lucis,putabitur forſitan quod illud ſit rarum infimæ raritatis, cui ſi in tempore maiori fiat intuitus,percipientur ab ipſo uiſu declinationem lucis eſſe cauſam apparentiæ maioris raritatis in corpore remiſſe raro. Si quis etiam inſtanter intueatur corpus rarum,& poſt ipſum non diſcernat lucis tranſitū, putabit ipſum eſſe ſolidum. Debilitas etiam uiſus errorem inuehit uiſioni præmiſſorum,cum enim fuerit in corpore raro ſoliditas pauca,æſtimabitur à uiſu debili illa ſoliditas maior quàm uera,& cū fuerint in corpore raro color fortis aut poſt ipſum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uiſui debili eſſe ſolidū, patet ergo uniuerſaliter in oībus illud qđ proponebatur. CXLV.

Vmbra cōprehendit̃ à uiſu ex priuatione alicuius lucis luce altera pſente.

Eſt enim umbra priuatio cuiuſdam lucis exiſtente actu præſentia lucis alterius in loco umbroſo:cum itaq; ſenſerit uiſus corpus uicinum umbræ maioris illuminationis, & fortioris quàm corpus exiſtẽs in loco umbroſo, tunc ſentiet obumbrationẽ illius loci & priua-

priuationem lucis incidentis corporibus uicinis ipſi, cum itaque uiſus ſenſerit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce ſolis prima, quæ proijcitur ſecundum directionẽ radiorum, percipiet tamen ſecũdam quæ fit ex diffuſione lucis primæ, ut cum in domum unicam habentem feneſtram radius ſolis incidit, totam domũ ſui diffuſione illuminãtis, tunc uiſus extra locum radij exiſtens ſentiet umbrationem loci, & priuationem à prima luce ſolis quæ eſt in radio uel in alia luce forti, & forte uiſus quandoque ſtatim ſentiet corpus umbroſum, quandoque non niſi per diligentem intuitionem, & quandoque uidebit umbram multiplicatam ſecundum diuerſarũ lucium priuationem, ſemper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate uiſus poſſit ſuam actionem ad alia exercere; uniuerſaliter itaque ſecundum omnes modos umbrarum quos præmiſimus poſſunt uideri umbræ, & hoc eſt propoſitum.

CXLVI.

Obſcuritas comprehenditur à uiſu ex omnimoda priuatione lucis.

Cum uiſus comprehendit aliquem locũ & nullam lucem in illa, tũc ſentiet eius obſcuritatem, licet forte illa obſcuritas ab umbris cauſetur, ut in carcere cæco de die propter umbras denſorum parietum uidetur obſcuritas, & nox obſcura eſt ex umbra terræ, eſt ergo obſcuritas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non ſentitur, ſicut etiam umbra eſt obſcuritas parua habens aliquam actum lucis, & ad aliquod lucidum terminata, patet ergo propoſitũ.

CXLVII.

In umbræ & obſcuritatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circũſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intemperata luce diſpoſitione error accidit in uiſione umbræ & obſcuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obſcuræ, & cadat ſuper parietem albũ lux candelæ, poteſt accidere quod uidens illam obſcuritatem iudicabit ipſam eſſe umbram, & forſan uidebitur quod procedat apparens umbra à pariete uicino, & ſi fuerit in parte parietis nigredo multum intenſa, æſtimabitur forte uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris, & ſi tota ſuperficies parietis ſit denigrata intenſa nigredine, forſan totus paries æſtimabitur quædam obſcuritas tenebrarum, ſicut accidit in pariete coopertо fuligine fumorum uiſo ſub debili luce. Ex ſuperfluitate etiam remotionis error accidit in uiſione umbræ & obſcuritatis. Si enim à maxima diſtantia opponatur uiſui corpus album, in quo ſit aliqua pars tenebroſa luce ſolis ſuper corpus illud deſcendente, apparebit umbra in parte corporis tenebroſa, & ſi tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum, æſtimabitur quod umbra apparens proijciatur ab illo alio corpore ſuper primum. Sic ergo propter exceſſum diſtantiæ fit error in uiſione umbræ, ſi etiam à lõge uideatur corpus album in quo ſint partes multæ nigræ, æſtimabũtur fortaſſis in parte illa tenebræ, credetur enim aliq̃d corpus album ſecundum ſui partes nigras perforatum, per quos fiat egreſſio tenebrarum exiſtentium retro corpus album; hoc autem non accideret in temperata remotione. Ex inordinatione etiã ſitus oppoſitiõis accidit error in uiſione præmiſſorum, ſicut & ex intemperata remotione; corpore enim aliquo elongato ſi fuerit in eo pars tenebroſa, putabitur fortaſſis umbra, & ſi corpus aliquod fuerit circa illud primũ poſitum, æſtimabitur umbra proijci ab illo ſecundo corpore ſuper primum, & ſi in corpore illo fuerit pars multum nigra, æſtimabitur forte in loco illo cuiuſdam foraminis perforatio per quam egrediatur tenebra exiſtens retro corpus albũ, hoc autem non accideret in corpore approximanti directioni oppoſita. Ex paruitate etiam quantitatis rei uiſæ accidit error in uiſione præmiſſorum. Si enim in pariete albo uiſui oppoſito fuerit punctorum non ualde nigrorum diſtinctio, adhibita luce ſolis directe in pariete cadente uel prope, æſtimabuntur à uidente ſingula pũcta illa ſingula eſſe foramina in quibus ſit umbra, cum lux non penetret ea, ſicut ſolet accidere luce ſuper ſuperficiem foraminum multorum cadente, & fit error umbræ ex ſola pũctorum paruitate: quod ſi illa pũcta ſunt maximæ nigritudinis, tũc æſtimabũtur eſſe foramina parua per quæ tranſeant tenebræ, & ſic etiam ſola illorum punctorũ paruitas eſt cauſa apparitionis tenebrarum

brarum. Ex intemperāta etiam ſoliditate, utpote propter defectum ſoliditatis fit error in umbræ & obſcuritatis uiſione, luce enim ſolis in domū ꝑ foramē aliquod deſcendente, & ſuper feneſtram uitream cadente, ſi domus illa fuerit umbroſa, apparebit ſuper feneſtram illam umbra, licet in ueritate lux ſuper ipſam inciderit, quæ quidem lux comprehenderetur ſi ſolidum eſſet feneſtræ corpus, quam tunc lux non penetrat, & ita ſuper ſolidum corpus lux apparet, fit ergo error in umbra propter defectionem ſoliditatis. Similiter etiam fit error in uiſione tenebrarum ſecundum obſcuritates ex indiſpoſitione ſoliditatis, quia luce ſolis in aqua fluminis directe non deſcendente aut in mare, ſicut accidit in hora matutina & ueſpertina, ſi fuerit magna claritas in qua apparebit tenebroſa, & quāto fuerit clarior tanto apparebit tenebroſior, & accidit hoc, quoniam pars aquæ ſuperior umbram proijcit ſuper proximā partem aquæ inferiorē, & illa proxima ſuper aliam proximam inferiorem, & ita per ſingulas partes ſemꝑ ſuperior proijcit umbram ſuper inferiorem uſq; ad fundū aquæ, & licet ſingularum partium umbra in ſe ſit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciūt maximam umbram, ſicut palam eſt in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color eſt debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum ſit homogeneum in ſubſtantia & colore, fit fortior idem color. Cum aūt quærit̄ in mari umbra ſuis partibus ſuperioribus ſuper inferiores iacentibus, uideantur eſſe tenebræ in maris claritate, hoc eſt quoniam intenſa ipſius claritas eſt ſignum intenſæ raritatis, quæ formis uiſibilibus maiorem concedit penetrationem, unde fit maior diffuſio formarum pluriū maris partium umbram facientium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit ſimilitudinem tenebrarum. Si uero mare fuerit turbulentum propter diminutam raritatem, penetrabunt formæ partiū paucæ perueniētes ad uiſum, & comprehēdetur modica aquæ pars, quæ liceat facit umbram, tamen cum ipſa ſit modica erit umbra remiſſa, & uincet color illius partis umbram. In turbida enim aqua aliquis color partium aquæ apparet, & in clara nullus, unde & propter apparitionem turbidum colorem, & propter umbræ partis apparentis remiſſionem non comprehendūtur in aqua tenebræ, & inde eſt cum fuerit turbida apparebit colorata, & cum eſt clara apparebit tenebroſa. Solis autem radio cadente directe ſuper maris ſuperficiem, cum ei propter raritatem eius pateat tranſitus, abijcitur om̄is tenebra & umbræ apparētia. Ex defectu itaq; ſoliditatis cauſatur & umbra & tenebræ, quia per corpus perfectæ ſolidum non fit tranſitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fit tranſitus luminis ſine umbra. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uiſione præmiſſorum. Si ultra aërem nubiloſum uel tenebroſum ut in crepuſculis uideatur corpus album, in quo ſint particulæ rotūdæ nigræ, tūc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur tota diſpoſitio aëris illius, apparebit in locis illis umbra, aut forte reputabuntur foramina præſtātia uiam tenebris, quæ ſunt retro illud corpus ad uiſum pertingentes, ſic ergo propter corporis intemperatā raritatem accidet error in uiſione umbræ & obſcuritatis. Ex paruitate etiam temporis accidit error in uiſione præmiſſorū. Si enim in albo pariete ſint partes ſubnigræ deſcendētes ſuper ipſum parietem luce ignis, illæ partes nigræ ſubito uiſæ putabuntur eſſe umbræ. Si uero nigredo illarum partium fuerit intenſa, tunc æſtimabuntur foramina tenebris plena. Ex uiſus etiā debilitate error accidit uiſioni præmiſſorum. In pariete enim albo maculæ ſubnigræ deſcendente luce ſuper ipſas apparent debili uiſui eſſe umbræ, & ſi fuerint multū nigræ apparebunt eſſe foramina, per quæ tenebræ ex locis quæ ſunt retro illum album parietem perueniant ad uiſum. In omnibus ergo præmiſſis octo uiſibilium circūſtantijs patet quod proponebatur.

CXLVIII.

Pulchritudo comprehendit̄ à uiſu ex comprehenſione ſimplici formarū uiſibilium placentium animæ, uel cōiunctione plurium uiſibilium intentionum habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uiſæ.

Fit enim placentia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quādoq; ex cōprehenſione ſimplici uiſibiliū formarum, ut patet per omnes ſpecies uiſibiliū diſcurrendo, ut eñ exem-

plariter dicamus,& alia per hoc accipiantur. Lux quæ eſt primum uiſibile facit pulchri
tudinem, unde uidentur pulchra ſol & luna & ſtellæ propter lucem ſolā. Color etiā facit
pulchritudinē, ſicut color uiridis & roſeus,& alij colores ſcintillantes formā ſibi appro-
piati luminis uiſui diffundentes. Remotio quoq; & approximatio faciūt pulchritudi-
nem in uiſu, in quibuſdā eñ formis pulchris ſunt maculæ turpes paruæ & rugioſæ, diſ-
plicentes animæ uidenti, quæ ꝓpter remotionem latent uiſum,& forma placita animæ
ex illa remotione peruenit ad uiſum. In multis quoq; formis pulchris ſunt intentiones
paruæ ſubtiles cooperantes pulchritudini formarum, ſicut eſt lineatio decens & ordi-
natio partium uenuſta, quæ tantum in ꝓpinquitate ad uiſum apparent,& faciūt formā
uiſui pulchram apparere. Magnitudo etiam facit pulchritudinem in uiſu, & ꝓpter hoc
luna apparet pulchrior alijs ſtellis, quia uidetur maior,& ſtellæ maiores pulchriores mi
noribus, ut maxime patet in illis ſtellis quæ ſunt magnitudinis primæ uel ſecūdæ. Situs
quoq; facit pulchritudinē in uiſu, quoniā plures intentiões pulchræ nō uidenť pulchræ
niſi per ordinationē partiū, unde ſcriptura & pictura, oñes quoq; intentiones uiſibiles
ordinatæ & permutatæ nō apparenr pulchræ niſi ꝑ cōpetentem ſibi ſitū, quamuis enim
figuræ linearū ſint oēs ꝑ ſe bene diſpoſitæ & pulchræ, Si tamen una ipſaꝝ eſt magna &
alia parua, nō iudicabit uiſus pulchras ſcripturas, quæ ſunt ex illis. Figura etiā facit pul-
chritudinem, unde artificiata bene figurata uidentur pulchra, magis aūt opera naturæ,
unde oculi hominis cū ſint figuræ amigdalaris & oblongæ uidētur pulchri, rotūdi uero
oculi uidentur penitus deformes. Corporeitas etiam facit pulchritudinē in uiſu, unde ui
detur pulchrū corpus ſphæra & columna rotūda & bene quadratum corpus. Continua
tio quoq; facit pulchritudinem in uiſu, unde ſpatia uiridia cōtinua placent uiſui, & plan
tæ ſpiſſæ uirides, quia quæ accedunt continuati ſunt pulchriores eiſdem diſperſis. Di-
uiſio etiā facir pulchritudinem in uiſu, unde ſtellæ ſeparatæ & diſtinctæ ſunt pulchriores
ſtellis approximatis nimis ad inuicem, ut ſtellæ galaxiæ & candelæ diſtinctæ ſunt pul
chriores magno adunato igne. Numerus etiam facit pulchritudinem in uiſu,& pro-
pter hoc loca cœli multarum ſtellarū diſtinctarum ſunt pulchriora locis paucarū ſtella-
rum,& plures candelæ ſunr pulchriores paucis. Motus quoq; & quies faciūt in uiſu pul
chritudinem, motus eñ hois in ſermone & ſeparatione eius facit pulchritudinē,& ꝓpter
hoc apparet pulchra grauitas in loquendo & taciturnitas diſtinguens ordinate uer-
ba. Aſperitas etiā facit pulchritudinem, uilloſitas enim pannoꝝ cathenatorū & aliorū
placet uiſui. Planicies quoq; uiſui pulchritudinem facit, quia planicies pannorum ſe-
ricorum & ſi ad politionem ſiue terſionē accedunt placet animæ, & eſt pulchrum uiſui.
Diafonitas etiam facit pulchritudinem apparere, quia per ipſam uidentur de nocte res
micantes, ut patet de aëre ſereno per quem nocte uidentur ſtellæ, q̇d non accidit in aëre
condenſato ꝓpter uapores. Spiſſitudo etiā facit pulchritudinem, quoniam lux & co
lor & figuræ & lineatio & omne pulchrum uiſibile comprehenduntur à uiſu propter ter
minationem corporum quibus inſunt, quæ terminatio à ſpiſſitudine cauſatur. Et umbra
facit apparere pulchritudinem, quoniā in multis formis uiſibilium ſunt maculæ ſubtiles
reddentes ipſas turpes cū fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uiſum ſunt laten-
tes. Tortuoſitas quoq; quæ eſt in plumis auiū, ut pauonum & aliarū, quia facit umbras,
facit apparere pulchritudinē uiſui propter umbrā, quæ uiſui admixtione cū lumine cau
ſat uarios colores, qui tñ non apparent in umbra uel in luce debili. Obſcuritas etiā facit
pulchritudinem apparere uiſui, quoniam ſtellæ nō uidentur niſi in obſcuro. Similitudo
etiam pulchritudinē facit, quoniam membra eiuſdē aīalis ut Socratis non apparent pul
chra, niſi quādo fuerint conſimilia, unde oculi quoꝝ unus eſt rotundus et alter oblongus
non ſunt pulchri, uel ſi unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel ſi una
gena fuerit profunda & altera prominens, erit eñ tota facies nō pulchra, qm̄ enim par
tes congeneæ nō fuerint cōſimiles. Diuerſitas etiam facit pulchritudinem, quoniā di-
uerſæ ꝑtes uniuerſi ornāt & pulcrū faciūt uniuerſum,& diuerſæ partes aīaliū aīalia: ean
dem quoq; manum ornat diuerſitas digitorum, omnis enim pulchritudo membrorum
eſt ex diuerſitate figurarum partium ipſarum, ſic ergo pulchritudo comprehenditur à

uiſu

uiſu ex comprehenſione ſimplici formarum uiſibilium placentium animæ, quodlibet tamen iſtarum uiſibilium intentionum nõ facit pulchritudinem in qualibet forma in qua uenit illa intentio ad uiſum: quælibet enim figura nõ facit pulchritudinẽ in qualibet forma, & ſimiliter de alijs omnibus intentionibus particularibus uiſibilium quorumcunqꝫ. Ex coniunctione quoqꝫ plurium intentionum formarũ uiſibilium ad inuicem, & nõ ſolum ex ipſis intentionibus uiſibilium fit pulchritudo in uiſu, ut quoniam colores ſcintillantes & pictura ſimiliter proportionata ſunt pulchriora coloribus & picturis carentibus ordinatione conſimili, & ſimiliter eſt in uultu humano. Rotunditas enim faciei cũ tenuitate & ſubtilitate coloris eſt pulchrior quàm unum ſine altero, & mediocris paruitas oris cum gracilitate labiorum proportionali eſt pulchrior paruitate oris cum groſſitudine labiorum. In multis itaqꝫ formis uiſibilium cõiunctio, quæ eſt in formis diuerſis, facit modum pulchritudinis, quem nõ facit una illarum intentionum per ſe: facit autẽ proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in cõiunctione intentionum ſenſibilium pulchritudinem magis, quàm aliqua intentionum particulariũ: omnes enim pulchritudines quas faciũt intentiones ſenſibiles ex ipſarum coniunctione ad inuicem conſiſtũt in proportionalitate debita formis quas perficiunt ſub modo illius coniunctionis: cũ itaqꝫ comprehendit aliquam rem uiſam in qua eſt aliqua intentio particularis faciens per ſe pulchritudinẽ, tunc peruenit forma illius intentionis poſt intuitum ad uirtutẽ ſentientẽ, & cõprehendet uirtus diſtinctiua pulchritudinẽ rei uiſæ in qua eſt illa intentio, & ſic cõiunctio diuerſarum intentionũ fit cauſans pulchritudinẽ, cũ peruenerit illa coniunctio ad ſentientẽ, tũc uirtus diſtinctiua cõparabit illas intentiões ad inuicem, & tunc comprehendet pulchritudinẽ rei uiſæ cõpoſitæ ex illarũ intentionũ cõiunctione quæ ſunt in ea, & hi ſunt modi penes quos accipitur à uiſu omniũ formarum ſenſibilium pulchritudo: in pluribus tamen iſtorũ conſuetudo facit pulchritudinẽ, unde unaquæqꝫ gens hominum approbat ſuæ cõſuetudinis formã, ſicut illud quod per ſe æſtimar pulchrum in fine pulchritudinis: alios enim colores & ꝓportiones partiũ corporis humani & picturarũ approbat Maurus & alios Danus, & inter hæc extrema & ipſis ꝓxima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores: & ſicut unicuiqꝫ ſuus ꝓprius mos eſt, ſic & ꝓpria æſtimatio pulchritudinis accidit unicuiqꝫ: de his ergo topice & figuraliter ſit dictum, & patet quod proponebatur.

CXLIX.

Turpitudo comprehenditur à uiſu, cum intentiões ſenſibiles neqꝫ per ſe neqꝫ ex cõiunctione ipſarum ad inuicẽ aliquã pulchritudinẽ ſunt cauſantes.

Turpitudo formarum eſt priuatio pulchritudinis in eis: iam autem præmiſſum eſt, quod intentiones nõ faciunt pulchritudinem in omnibus formis, ſed in quibuſdam tantum, formæ itaqꝫ in quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinem neqꝫ per ſe neqꝫ per ſuam coniunctionem, ut illa in quibus non eſt aliqua conſueta proportionalitas inter ipſorum partes, carent omni pulchritudine, & ſic ſunt turpes, & ſi quandoqꝫ accidat in eadem forma congregari intentiones pulchras & turpes, tunc uiſus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi auxilio uirtutis diſtinctiuæ, quando fuerit intuens intentiones quæ ſunt in illa forma, patet ergo quomodo à uiſu comprehenditur turpitudo, ſed etiam in hoc plurimum coadiuuat conſuetudo, ꝓpter quã nonnunquã accidit uni uideri turpe, quod uidetur alteri ꝑ pulchrũ.

CL.

In pulchritudinis & deformitatis uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex paruitate enim lucis error accidit uiſioni pulchritudinis & deformitatis, de nocte enim uidetur facies formoſa, licet in ea ſint maculæ, ſicut lentigines uel ſicut cicatrices puſtularum. Et ſi fuerint in re uiſa picturæ ſubtiles rem perfectius informantes, cum illæ in nocte uiſum lateant, uidetur res deformis. Remotio etiam excedens modum, eſt cauſa erroris uiſionis præmiſſorum. Cum enim à longe reſpicitur res aliqua, ſi fuerint

in ea maculæ paruæ ipſam deformantes, illas ex diſtantia accidit occultari, & iudicabitur res formoſa, & ſi à magna diſtantia uideatur res in qua ſunt picturæ minutæ, in quibus conſiſtit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis, quoniam uirtus diſtinctiua iudicat res ſecundum quod apparent. Ex inordinatione etiam ſitus oppoſitionis accidit error uiſioni præmiſſorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uiſuali, in qua ſunt maculæ minutæ deformantes rem, tunc nonnunquam maculæ illæ occultabuntur propter obliquationem reſpectu axis uiſualis, & ob hoc facies lentigi noſa oblique uiſa uidetur pulchra, unde etiam accidit, quod cum luna oblique aſpicitur latent umbroſæ maculæ ipſius, & tunc pulchrior uidetur: ſi autem in corpore aliquo uiſo fuerint picturæ ſubtiles rem decorantes, illæ picturæ obliquatæ ad uiſum latebunt ipſum, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uiſioni præmiſſorum in exemplis præmiſſis, cum propter ſolam ſui paruitatē aliqua minuta ipſas res uiſibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam ſoliditatis fit error in uiſione præmiſſorum. Si enim in uaſe uitreo multum raro ſint aliquæ paruæ particulæ uel menſurationes ipſi decorem inferētes, & imponatur uaſi illi uinum turbidum & turpe uel feculentum, tunc occultabuntur illæ decoris cauſæ, & iudicabitur uas deforme, & ſic uas tale deformant aliquæ particulæ, & ſi imponatur ei uinum clarum lucidum coloris formoſi placidi, occultabuntur illæ cauſæ turpitudinis & apparet uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uiſioni præmiſſorum, cum propter aērem obſcurum nubiloſum cauſæ pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quocunque breuitate error accidit uiſioni præmiſſorum, quoniam in paruo tempore non ſunt comprehenſibiles minutæ cauſæ pulchritudinis & deformitatis, ſicut accidit cū aliquis inſpiciens per foramen uiderit aliquam faciem, tūc enim aliquando deformem iudicat eſſe pulchram, & aliquando econuerſo, & idem accidit mota re uiſa ſubito remanente oculo non moto. Ex uiſus etiam debilitate error accidit uiſioni præmiſſorum, minuta enim quæ ſunt circa pulchritudinis uel deformitatis uiſus debilis non uidet, unde modo contrario iudicat unumquodque iſtorum, patet ergo ꝓpoſitum.

CLI.

Conſimilitudo comprehenditur à uiſu ex conuenientia formarum comprehenſarum ad inuicem.

Eſt enim conſimilitudo æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re in qua ſunt conſimiles. Cum itaque uiſus comprehenderit duas formas aut duas intentiones conſimiles in ſimul, comprehendet conſimilitudinem illarum ex comprehenſiōe cuiuslibet illarum duarum formarum & ſuarum intentionum ex comparatiōe alterius illarum ad alteram, uiſus itaque comprehendet conſimilitudinem in formis & intentionibus conſimilibus ex cōprehenſione cuiuslibet formarū intentionū ſecundum ſuum eſſe & ex cōprehenſione illarum ad inuicē.

CLII.

Diuerſitas comprehenditur à uiſu ex priuatione conſimilitudinis in formis ſenſibilibus comprehenſis.

Cum enim diuerſitas ut hic accipitur non ſit aliud quam differentia formarū ſenſibiliū cōprehenſarum à uiſu, hæc diuerſitas cōprehenditur à uiſu in formis diuerſis ex comprehenſione cuiuslibet illarum formarū diuerſarū, & ex cōparatione alterius illarum ad alterā, & ex cōprehenſione priuatiōis cōſimilitudinis in eis: diuerſitas ergo cōprehendit̄ ꝑ ſenſum uiſus ex cōprehēſione cuiuslibet formarū & intentionū ꝑ ſe, & ex comparatione ipſarum adinuicem, & ex ſenſu priuationis conſimilitudinis ab ipſo ſentiente.

CLIII.

In ſimilitudinis & diuerſitatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circūſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex paucitate enim lucis error accidit in uiſione conſimilitudinis & diuerſitatis corporum eiuſdem coloris ſecūdum ſpeciem, uel eiuſdem figuræ ſecundū ſpeciem in quibus partialis diuerſitas ꝑ latentia ſigna diſtincta eſt, tūc em̄ illa in luce debili nō uident̄,

& ob

& ob hoc iter illa corp̃a oĩmoda iudicabiť ſimilitudo: & ſi aliq̃ corp̃a ſolũ ꝓpter aliq̃ minuta ſigna ipſis cõmunia ꝑcipent ſimilitudinẽ, tũc ꝓpter lucis debilitatẽ illis cauſis cõſimilitudinis nõ ꝑceptis iudicabiť diuerſitas totalis, q̃d nõ accideret in luce tempata. Ex ſupflua etiã elongatione accidit error in p̃miſſoꝝ uiſione, ut patet in p̃miſſis exẽplis. Minutæ eñ cauſæ ſimilitudinis uel diſſimilitudinis à magna remotione non uidentur per octauã huius. Et ſimiliter etiam eiuſdem error accidit ex ſitus nimia obliquatione, quæ res paruas non ſinit comprehendi à uiſu per 26. huius. Accidit etiam error in præmiſſorum uiſione propter cauſarum conſimilitudinis uel diſſimilitudinis paruitatẽ, propter quam cæteris exiſtentibus conuenienter uiſui diſpoſitis non uidentur. Ex defectu etiã ſoliditatis error accidit uiſioni præmiſſorum. Si enim duo uaſa multum rara conueniant in ſpecie, figura & raritate, ſed diſcrepent in aliqua ſuarum partium diſpoſitiõe, tũc uino eiuſdem coloris & claritatis ambo repleta latebũt cauſæ diuerſitatis, & reputabuntur omnino ſimilia, qui error accidit propter defectum ipſorum ſoliditatis, quia cũ ſint peruia, ideo res per ipſa uiſa ſimilitudinis uel diſſimilitudinis aufert cauſas. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uiſione præmiſſorum. in aere enim nubiloſo & obſcuro minutæ cauſæ ſimilitudinis uel diſſimilitudinis non uidentur. Ex temporis etiam breuitate præmiſſorum uiſioni error accidit, quoniam particulares ſimilitudinis uel diſſimilitudinis cauſæ paruiſſimo tempore inſpectæ latent uiſum. Debilitas etiam uiſus errorem illorum uiſioni adducit, quia minutas ipſorum .ſ. ſimilitudinis uel diſſimilitudinis cauſas uiſus debilis perſpicere non poteſt, patet ergo propoſitum.

CLIIII.

Virtuti diſtinctiuæ error quandoq; accidit ex cauſarum plurium aggregatione, quarum nulla per ſe ad errorem ſufficit cauſandum.

Quandoq; enim duæ intemperantiæ circunſtantiarum octo omnium uiſibilium cõcurrunt in uno uiſibili, & faciunt errorem in uiſu, licet neutra ipſarũ per ſe ſufficeret ad cauſandum errorem, ſi enim moueatur aliquid à magna diſtantia motu tardo, illud ſubito uiſum uidebitur non motum, & motus ille poſſet percipi in diſtantia temperata etiã ſubito uiſu, uel etiam poſſet percipi in illa remota diſtantia per intuitum diligentẽ tempore conuenienti. Sed illis duabus cauſis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus diſtinctiua, & uidebitur res immota. Sed etiã quãdoq; concurrunt intẽperantiæ plures ad unum errorem cauſandum, quam nulla illarum per ſe cauſaret, Si enim à magna diſtantia ſub debili luce in tempore modico opponatur uiſui debili corpus diuerſorum coloꝝ motum tardo motu, tunc forte uidebitur quieſcere. Sed motus eius qualibet illarum cauſarum aliquo deficiente percipi forte poſſet, & forte quandoq; intemperantiæ omnium circumſtãtiarum corporum uiſibilium concurrunt ad unum errorem cauſandum, uel quandoq; plurium illarum, & ſecundum diuerſas combinationes quæ plus experientiã q̃ rationem reſpiciunt ſecundum omnem ſui diuerſitatem, unde de his ſic eſſe ſufficit exempláriter.

CLV.

Error accidit uiſui uia ſcientiæ per inconuenientem applicationem formæ, quæ eſt in anima alicui rei uiſæ in intẽperantia cuiuslibet octo circumſtantiarum rei uiſæ.

Cum enim res alia aut alterius ſpeciei uiſui apparet q̃ ſit in rei ueritate, tunc fit error uia ſcientiæ in uiſu, quoniam forma quieſcens in anima inconuenienter alteri rei applicatur cui non conuenit, & hoc accidit propter intemperantiã cuiuslibet octo circunſtantiarum rerum uiſibiliũ. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in rerum cognitione, ut hoc euidenter per ſe patet. Debilitas enim lucis nimia, errorem infert formæ uiſæ, unde accidit error in crepuſculis in omnibus uiſis, unde etiam noctiluca uidentur lucere in tenebris, quorum forma non eſt lumen, nec etiam ſcintillans color, quæ omnia non acciderent in luce temperata. Et propter diſtantiam etiam nimiam uiſibilis à uiſu accidit hominem notum quandoq; pro extraneo reputari, & econtrario, uel etiam notum unum pro alio noto, ut Socratem pro Platone, aut econtrario, & quã-

doq; aliquis uidens equum, putat ſe uidere aſinum. Et uniuerſaliter fit error ſcientiæ, uel à ſpecie ad ſpeciem,uel ab indiuiduo ad indiuiduum eiuſdem ſpeciei : uel ab indiuiduo ſpeciei unius ad indiuiduum ſpeciei alterius,ut equus Petri æſtimatur mulus Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longe in aere,putat ſtellam uidere, hæc enim omnia ſi prope eſſent uiderentur ſine errore. Situs etiam oppoſitionis errorem inducit,quandoq; enim Petrus remotus ab axe uiſuali, putabitur Martinus,& quandoq; equus uiſus,putabitur eſſe aſinus,quæ ſi directe uiſui opponantur error penitus ceſſabit.Quantitas etiam extra temperantiam exiſtens errorem facit uiſui & ſcientiæ,ut cum granum ſinapis creditur eſſe granum naſturtij.Soliditas etiam eſt cauſa huius erroris,unde criſtallus,quia parum eſt ſolida, creditur color eius eſſe color rubri, ſuppoſito ſibi tali colore & uiſu in oppoſito exiſtente. Diafonitas etiam nimis diminuta huius error is eſt cauſa,uitro eñ colorato uiſui & rei uiſæ coloratæ ĩterpoſitæ æſtimabiť color corporis oppoſiti mixtus ex colore ꝓprio & colore uitri: & ſi oculis & rebus uiſis interponatur pannus multum rarus,apparebit color corporis mixtus, non φ ſecundũ ueritatem partes coloris rei per foramina panni tranſeuntes concoloribus filorum miſceantur,ſed quia puncta coloris rei uiſæ & filorum ſine diſtantia ſenſibili prope adinuicem in uiſus ſuperficie ſituantur,unde illi colores diuerſi uidentur punctualiter adinuicem coniuncti,propter quod apparet uiſui unus color ex illis ambobus coloribus mixtus,ut ſi magna ſint panni foramina diſcernentur colores & panni & rei uiſæ ſine aliqua mixtura. Et ex hoc accidit quod uiſo colore alicuius corporis per pannũ laneum,uidebitur mixtura colorum plurimum conſonans colori filorum, quia foramina panni lanei ſunt ſtricta,quæ pilis multis coloratis conteguntur, & etiam cum ioculatores faciunt ſub pannis ſe circumſtantibus imagines ligneas pictas moueri, tunc ſimilitudines illarum imaginum inſpicienti per pannum lineum ſubtilem,ſicut ſolet fieri,apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia, & hoc propter defectũ diafonitatis medij,quia in aere præter pannnum aliud uidetur. Tempis etiã intemperantia huius erroris eſt cauſa. Si quis enim per foramen reſpiciat aliquod corpus tranſiens ueloci motu,& non plene acquirat formam corporis, etiam ſi quis ſubito aliquid uideat quod ſtatim à uiſu recedat,errabit in indiuiduo illius formæ, unde forſan eſt error in ſpecie uel in indiuiduo uel utroq;,forſan enim æſtimabit equum fuiſſe mulũ, uel Petrum Martinum,uel equum Petri fuiſſe mulum Martini. Debilitas quoq; uiſus huius erroris eſt cauſa, læſus enim uiſus à colore forti cui incidit lumen forte,iudicat omnẽ colorem uiſum illius coloris,uel alterius coloris ex illis duobus mixti, & etiam propter oculorum ægritudinem aliquando equus apparet aſinus,& Socrates uidetur Plato. Et ſimiliter in alijs uiſibilibus errabit uiſus propter ſolam intemperantiam ſuæ æqualis diſpoſitionis nullo alio impedimento accedente. Si ergo errores ſcientiæ accidunt uiſui ſecundum ſingulas intemperantias 8. circumſtantiarum rei uiſæ,ut patet.his autem & eorum ſimilibus non duximus multum inſiſtendũ, quia hæc quæ diximus, ſufficiunt pro talium omnium radice,et hoc eſt propoſitum.

CLVI.

In ſolo ui ſu error quandoq; accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumſtantiarum rerum per ipſum proprie uiſarum.

Quia enim,ut patet per principium tertij huius,lux & color ſunt per ſe obiectum uiſus,palam quod ei ſoli non poteſt error accidere niſi in luce & colore, accidit autem uiſui in illis error propter ipſorum intemperantiam in fortitudine,ut lux fortis non permittit alia uiſibilia uideri,& color fortis facit res alias quaſcunq; in colore ſibi ſimiles uideri, cũ tamen illorum color ſit diuerſus. Et ſimiliter eſt in lucis & coloris debilitate, Si enim corpus in quo ſit multa coloꝝ diuerſitas,occurrat uiſui ſub luce multum debili, ut ueſtis diuerſi coloris apparebit unius coloris. Et ſi color ſit ualde debilis, etiam in luce temperata non uidebitur, & ſic lux extra temperantiam facit uiſui deceptionem ſecundum utrũq; extremorũ. Diſtantia etiã uiſibiliũ errorẽ inducit uiſui, qa ꝓpter impro

portionatam

portionatam diſtantiam res colorum diuerſoꝝ minutatim ipſis aſperà uidebitur unius coloris. Situs etiam oppoſitionis ſenſum errare facit, quia cum corpus uiſum fuerit multum obliquatum, occultabuntur propter ſui obliquationem ipſi uiſui minutæ eius particulæ. & ſi fuerit in partibus minutis colorum diuerſitas, apparebit in totali corpore, & ſi corpus redierit ad directam oppoſitionem, illorum colorum diuerſitas apparebit, niſi forte elongatio partium colorati corporis ab axe uiſuali fuerit nimis magna. Magnitudo etiam uiſui errorem inducit, quia etiam luce & diſtantia, & ſitu uiſioni conuenientibus, colores paruarum partium corporis diuerſi coloris euadũt uiſum, & uidetur res unius coloris, quod non fieret ſi paruitas partium temperamentum non exiret. Soliditas etiam eſt cauſa deceptionis uiſus, ſi nimis remiſſa fuerit, unde criſtallus uidetur colorata colore rei ſibi ſuppoſitæ propter ſuæ ſoliditatis paruitatem, quod non accideret ſi criſtallus plus ſolida eſſet. Ex diafonitate etiam error accidit uiſui, quia propter interpoſitionem flammæ inter uiſum & rem uiſam, etiam ſi illa res uiſa fortis ſit coloris, uidebitur illud corpus tenebroſum propter ſolã carentiam diafonitatis in medio. Tempus etiam eſt cauſa erroris, quia ſi ſubito ſuper corpus diuerſorum colorum fiat uiſus directio, apparebit illud corpus coloris unius, donec per diligentem intuitum diſcernatur. Debilitas etiam uiſus errorem prætendit in uiſione præmiſſorum, luce enim forti in uiſum agente leditur uiſus ſtatim, & ad colorem alicuius corporis conuerſus ipſum colorem tenebroſum recipit, donec poſt aliquod tempus leſio receſſerit. Similiter etiam cum adeſt oculis infirmitas, occultabitur uiſui colorum uarietas, & ſic fit error in talibus ex ſola uiſus qualitate à tempamento recedente, patet ergo quod ſecundũ omnes circũſtantias rerum uiſibilium in ſolo uiſu fieri deceptionem eſt poſſibile, & hoc proponebatur.

CLVII.

Fulgidum mixtum nigro, ſiue per nigrum medium uiſui colorem præſentat puniceum.

Huius declaratio eſt ex ſenſibilibus naturalibus experientijs, uidemus enim quod in ſpeculis bene terſis fulgidis res fulgida uiſui præſentatur in ſui fulgore, quod ſi ſpeculum fulgidum non fuerit, tunc forma fulgidi permixta nigro colore ſpeculi præſentatur uiſui, non intentione ſui fulgoris, ſed quaſi aliquantulum denigrata, & ita rubea ſiue punicea apparet. Vniuerſale enim eſt, ut in principio ſecundi huius ſuppoſitũ eſt, quod rerum ualde coloratarum colores, quo ipſius medij coloris ſpeculi commixti firmantur ad uiſum, ut ſi per uitrum coloratum aliqua res uideatur, quòd color rei uiſæ ex colore proprio & colore uitri permixtus uiſui præſentetur, & hoꝝ multas experientias plane poterit quis uidere. Euenit etiam humidos oculos habẽtibus quod forma albi fulgidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi perueniens, in medium colorem uiſus iudicio permutatur, & apparet oculo coloris punicei fantaſia. Et etiam uidemus uiridium lignorũ flammam rubeam appropinquare puniceo colori, quia ignis fulgidus & albus exiſtens per fumum nigrum propter groſſiciem materiæ, & humiditatem aquæ, quæ illi fumo miſcetur, puniceus uidetur. Per caliginẽ quoq; & fumum nigrum uidetur ſol non fulgidus ſed puniceus, quando talem fumum uel caliginem ſoli & uiſibus accidit interponi, & hoc idẽ in alijs ſtellis poterit perpendi. Item circuli qui circa cãdelas uidenẽ, ꝓpter groſſitiẽ aeris & nigredinem purpurei uidentur, quoniam aer ingroſſatus à natura lucidi aliqualiter impeditur, & propter admixtionem umbræ nigredine permiſceri uidetur, uel alio medio colore ſecundum diſpoſitionem luminis & admixtæ umbræ, & hoc etiã plenius declarandum diligens inquiſitor plures experientias poterit applicare, patet ergo propoſitum.

CLVIII.

Viſum protenſum longe debiliorem fieri patens eſt.

Non enim uiſus uidet ſimiliter de longe poſita quemadmodum prope exiſtentia. Si enim uideatur de longe corpus foraminoſum, cuius ſint parua foramina, totum uidetur continuum, unde ſi aliquis uaporem roridum de longe uideat, totũ ipſum fore unũ

corpus

corpus continuum uiſus iudicabit, quia etiā uiſus recta curua, rotunda quadrata ex remotione iudicat, ſicut eſt in præmiſſis huius libri theorematibus declaratum. Et ſi uiſus pannū coloratū, in quo eſt minuta coloꝝ diuerſoꝝ cōſperſio, ad quos ꝓportionata partium elongatio ſit intemperata ipſi uiſui, diutius etiam aſpexerit, apparebit pannus ille unius coloris tantum, qm̄ extra temperantiā eſt longitudo reſpectu partialium colorum, licet omnia alia cōueniant in debita temperantia reſpectu uiſus, quia ergo uiſibilē rei circūſtantiā uiſus ꝓtenſus nō perſpicit, palā quia debilitatur ex ꝓtenſione ſui ad uiſibile ſiue ex remotione uiſibilis ab ipſo, & hoc eſt quod proponebatur.

CLIX.

Nigredinis in re non nigra apparitio ex uiſus prouenit defectione.

Experientia ſimiliter comprobaт̄ quod hic ꝓponitur auxilio præcedentis, quia enim uiſum ꝓtenſum longe debiliorem fieri patens eſt, ut præmiſſum eſt, ideo accidit ꝙ ea quæ longe uidentur ꝓpter uiſus debilitationē omnia nigriora apparent, ſicut etiā corpora remotiora & minora & planiora ꝗ̃ ſint, uiſibus apparent, qm̄ eminentiæ ſuaꝝ partium aſperitates & tumores in ipſis faciētes non uidentur. Similiter etiā quæ in ſpeculis uidentur, quia propter reflexionem ipſoꝝ diſtantia augetur, ideo propter remotionem quæ accidit uiſui talia nigriora uidentur experimentanti: quanto eñ magis ex remotione etiā rei albæ immoto ſpeculo diſtantia à ſuperficie ſpeculi augmentatur, tanto magis color ille albus uiſui ad nigredinē accedit, unde etiā nubes apparentes in aqua nigriores uident̄ ꝗ̃ in loco ſuo uiſui in eodē loco exiſtēte, qm̄ reflexio facta in aqua auget diſtantiā: nihil aūt differt aliquid multum diſtans uiſui apparere, in uiſu per multam diſtantiam uiſionē rei cōplere: ſemper eñ fit iudicium uirtutis uiſiuæ ſecundum quod forma eſt in uiſus organo recepta: neqꝫ latebit hic experimentantē, quia quando clara nubes fuerit uicina ſoli, tunc alicui aſpicienti ad nubem, nubes nō uidebit̄ niſi alba. Sed ſi reflectatur ab aqua, & eam uiſus in aqua uideat, tunc illa nubes alba aliquē colorem ex medijs coloribus uiſui præſentabit, ut puniceum, purpureum, uiridem, & lazuriū: unde ſicut uiſus colorē nigrum per reflexionem uidet eſſe nigriorem, ſic & colorem albū uidet minus album, ꝓpter reflexionem. Nubem itaqꝫ albā exiſtentem uidet uiſus propter diſtantiam ampliorē, quæ fit per reflexionem in ſuo colore nigram, & ſimilem priuationi & negationi propter uiſus protenſi debilitatem, & qm̄ coloratio nubis fit ex impreſſione luminis ab aliquo corpore luminoſo, poteſt concludi ex præmiſſis, quód in omni corpore cui lumen uel color ex corpore luminoſo imprimitur, eandem cauſam & effectum participem habebit, & hoc eſt quod proponebatur.

LIBER QVINTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Expeditis aliqualiter his quæ ſimplici & directæ uiſioni neceſſaria exiſtere, & eius deceptionibus accidere uiſa ſunt, reſtat nunc ut conuenienter eum modum uiſionis, qui fit per reflexionem à politis corporibus, quæ ſpecula dicimus, proſequentes, de omni reflexionis modo à quibuſcūqꝫ ſpeculis exquiſitius pertractemus. Primo itaqꝫ in præſenti quinto huius ſcientiæ libro præmittemus, quælibet illoꝝ quæ æſtimamus communia omnibus ſpeculis, & deinde adiungemus paſſiones quæ accidunt rebus & uiſui à ſolis ſpeculis planis, quorum ſpeculorum forma ſimplicior eſt formis omnium aliorum ſpeculorum, propter quod & ſpeculoꝝ planorum paſſiones quibuſdam alijs ſpeculis ſunt communes, ut patebit in libris ſequentibus, quibus alioꝝ ſpeculorum paſſiones proprias reſeruamus. Verumtñ ſicut in principio huius ſcientiæ diximus, non intelligimus in hoc tractatu per ſpecula corpora tantum formata & polita per artificium, ſed etiam ipſa corpora naturalia, à quorum

rum ſuperficiebus fit eadem reflexio, quæ & à corporum artificialium ſuperficiebus accidunt. Nec intelligimus quod ſolum hæc reflexio fiat ad uiſus animalium, ſed etiã ipſis uiſibus non præſentibus fit reflexio formarum, & accidit uiſibus, ſi in locis reflexarum formarum diſponantur, quod fiat reflexio ad ipſos, quod manifeſte patet per hæc, quia nõ in loco fit reflexio ad quodcũq; uiſum à ſpeculo quocũq;, eſt tñ in receptione harũ formarum reflexarum in uiſibus aliqua proprietas, & maxime in illis reflexionũ modis, in quibus fit aliqua deceptio in uiſu, quis aũt ut in proœmio huius ſcientiæ diximus, idem imittatur in cõtrarium & in ſenſum, qm̃ unius rei una & eadem forma ſemper diffunditur per mediũ, propter quod eadẽ forma reflectitur à ſuperficiebus ſpeculorũ. quæ etiam in modo ſimplicis uiſionis directe uiſibus occurrit, nõ poteſt tñ in reflexione facta à ſuperficiebus ſpeculorũ quorũcũq; cõprehendi ueritas formæ, ſicut cõprehendit̃ in uiſione ſimplici directa. In reflexionibus em̃ à quibuſcũq; ſpeculis factis apparet forma rei, ut plurimum præ oculis ipſis uiſibus quaſi oppoſita, cũ tñ ſecundum ueritatẽ illis nõ opponatur. Lux quoq; & color corporis niſi ſemper miſcentur cũ colore ſpeculi, à quo fit reflexio, quã mixturam in reflexiõibus uiſus perficit, & nõ uerã lucẽ uel uerũ rei uiſæ colorẽ. Omnis quoq; reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat luces & colores, unde in om̃i reflexione latet uiſum ueritas lucis & coloris, plus q̃ in directa ſimplici uiſione, quæ uero ad hunc uiſionis modũ, quæ fit per reflexionẽ à quibuſcũq;, & à planis maxime ſpeculis præmittimus, ſunt iſta. Politio corporũ, eſt cõtinuitas partiũ ſuperficiei politi corporis ſine ſenſibilitate pororũ uel diuiſionis. Speculũ dicit̃ omne corpus politũ opere artis uel naturæ. Linea incidentiæ dicitur illa, ſecundũ quã forma rei incidit ſuꝑficiei ſpeculi. Linea reflexionis dicit̃ illa ſecundũ quã forma reuerberata propter ſoliditatẽ ſpeculi quã penetrare nõ poteſt reflectitur ad uiſum. Punctus incidentiæ dicit̃ ille punctus in quo linea incidentiæ incidit ſuperficiei ſpeculi, & idem eſt punctus reflexionis, qm̃ formarũ reflexio ad uiſum ſemper fit à puncto incidentiæ. Perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, à quo fit reflexio, dicit̃ linea orthongoaliter erecta à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiẽ ſpeculi illius, à quo fit reflexio, ſi illa ſuperficies ſit plana: quod ſi illa ſuperficies ſit conuexa uel concaua, tunc dicit̃ perpendicularis ſuper ipſam, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam illam ſuperficiem conuexam uel concauam in puncto incidentiæ cõtingentem. Superficies reflexionis dicitur ſuperficies cõtinens lineam incidentiæ & reflexionis, & perpendicularẽ à puncto contingentiæ ꝓductam ſuper ipſam ſpeculi ſuperficiem, uel ſuper ſuperficiem ipſam contingentem. Kathetus incidentiæ dicitur linea perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiẽ planam ſpeculi, aut ſuper lineam rectã cõtingentem cõmunem ſectionem ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi conuexi uel concaui ducta à puncto, à quo incipit incidentia, ut à centro uiſus, uel ab alio puncto quocũq;, cuius forma à ſpeculo reflectitur ad uiſum. Kathetus reflexionis dicitur linea erecta ſuper illam eandem ſuperficiem uel lineam à puncto ad quã terminat̃ ipſa linea reflexionis, ut à centro uiſus uel ab alio puncto ad quam reflexio terminatur. Superficies incidentiæ dicitur ſuperficies contenta à linea rei uiſæ, & à kathetis incidentiæ terminorũ illius lineæ. Angulus incidentiæ dicitur angulus quem in ſuperficie reflexionis continet linea incidentiæ, cum linea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ipſius ſpeculi, & ſuperficiei ſpeculum in puncto reflexionis contingentis. Angulus reflexionis, dicitur angulus quem in ſuperficie reflexionis continet linea reflexionis cũ dicta cõmuni ſectione. Imago dicitur forma in ſpeculo cõprehenſa. Locus imaginis dicitur locus uiſionis illius formæ. ſ. locus in quo uidetur forma. Supponimus autem hæc. Rei elongatæ & approximatæ ſpeculo, extrema q̃nq; uideri. Item quòd uniformis ſituatio puncti rei uiſæ reſpectu ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi à qua eius forma reflectitur, fit ſolum ſecundum kathetum ſuæ incidentiæ.

THEOREMA I.

Corporum terſorũ politorũ cuiuſcũq; figuræ ſint, ſuperficies à quolbiet ſuorum punctorum luces colores & formæ rerum oppoſitarum reflectuntur ſecundum rectitudinem linearum.

Quoniam enim, ut patuit per primam ſecundi huius, forma lucis à corpore luminoſo ſemper ſecundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppoſitum, & ſimiliter forma colorata habentis actum luminis. Cum itaqꝫ hæc incidunt alicui corpori terſo polito, quia in tali corpore non patet tranſitus lumini uel colori, propter talis corporis denſitatem & priuationem diafonitatis, cum ſint planaꝝ ſuperficierũ, in quibus nulla eſt aſperitas, ſemper ab illis fit luminis & coloris & formaꝝ reflexio, & ob hoc oppoſito ſpeculo lumini forti oblique incidenti, manifeſte fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris, ſi color fuerit coniunctus lumini, & uidebitur lumen reflexum incidens parieti cum colore: & moto ſpeculo radius reflexus mouebitur mutans locum, & ablato ſpeculo lumen reflexum aufertur: et ſi à loco cui incidit radius luminoſus manus uel aliud corpus mundum uel politum ſecundum lineam rectã ducatur ad ſuperficiem corporis à qua fit reflexio, patens erit quoniã ſecundũ rectitudinem lineaꝝ reflexio eſt facta, quoniam ipſi experimentanti ſecundum lineam rectam ad corpus à quo fit reflexio redeunti ſuper reflexionem luminis accidit uideri: in omni itaqꝫ polita ſuperficie cuiuſcunqꝫ ſit figuræ, à quolibet ſuoꝝ punctoꝝ fit reflexio ſecundũ rectitudinem linearum, cadit enim in quodlibet punctũ corporis politi lux à quolibet puncto corporis luminoſi. Vnde ſicut oſtenſum eſt in 20. ſecundi huius, ſuper quodlibet punctum corporis politi fit pyramis, cuius uertex eſt in puncto corporis politi, & baſis in ſuperficie corporis luminoſi, & à quolibet puncto luminoſi corporis procedit pyramis, cuius uertex eſt in puncto corporis luminoſi, & baſis in ſuperficie corporis politi: & ſi à corpore luminoſo procedit lux ad corpus politum ſecundũ lineas æquediſtantes, ſi illæ lineæ quaſi columnam continentes terminanẽ ad baſes pyramidũ præmiſſaꝝ, per quaſcũqꝫ autem lineas lumen corpori polito incidit, ſecundũ illaꝝ ꝓprietatem reflectiẽ, ſiue ſint perpendiculares ſiue oblique, patet ergo propoſitũ. fit aũt à corporibus politis reflexio lucis, nõ aũt à corporibus non politis aſperis, qm̃ in illis ſunt pori & foueæ, quas ſubintrat lumen, & redit in ſe permixtũ cũ umbra illoꝝ corpoꝝ, unde non fit reflexio ſenſibilis ab illis.

II.

Ab omni corpore colorato præſente luce color ad corpus oppoſitum politum mixtum cum lumine mittitur, & quandoqꝫ totaliter, quandoqꝫ partim reflectitur ab illo, ſicut & ipſum lumen.

Quod hic proponitur experimentaliter declaratur. Sit enim ut intra domum unius tm̃ feneſtræ deſcendat lux ſolis ſuper corpus multũ coloratum forti colore, & ponatur in oppoſitione contra ipſum ſpeculum argenteum, & item contra ſpeculum ponatur uas concauum ad modum ſcyphi, quod ſit interius album, uel in quo ponatur corpus album, & aptetur taliter ut lux reflexa incidat ſuper illud corpus album, apparebit itaqꝫ ſuper faciem albi corporis color illius corporis in quod primo fit deſcenſus lucis, color itaqꝫ mixtim cum luce reflectitur, ergo etiã mixtim cum lumine incidit corpori polito, quod corpus politũ ſi denſum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipſo reflectitur, ita ut non coloret corpus politũ. Si uero corpus politum ſit rarum & lucidũ actu, ſicut ſunt aqua & uitrum, & ſimilia, tunc reflectunẽ ab illo colores & luces, & penetrant in illud, quod patet per hoc, quòd forma reflexionis ab his corporibus & debilioris lucis & coloris, ꝙ ab his corporibus denſioribus ꝙ ſint illa, & etiã circa aliquod punctum ſub iſtis corporibus, uel in iſtis uidenẽ formæ lucis & coloris incidentes ſuperiori ſuperficiei iſtorum corporum, patet ergo illud quod proponebatur.

III.

Omnis reflexio debilitat luces & colores, & uniuerſaliter omnes formas.

Quoniam enim lux continua fortior eſt luce diſgregata per petitionem principij ſecundi huius, & quanto lux ab ortu ſuo plus elongaẽ, tanto plus debilitatur, per 24. ſecundi huius, patet ꝙ cũ ſecũdũ aliq̃d corpus corpis luminoſi ꝓcedit lux ad ſupficiẽ corporis politi in modũ pyramidis, quod quanto magis elongatur à puncto illo, tanto maior eſt eius debilitatio, & propter elongationem ab ortu lucis, & propter diſgregationẽ:

lux

lux uero reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur, tũ propter elongationẽ à loco reflexionis & diſgregationem, tum propter ipſam reflexionem. Luces quoq; ſecũdum lineas æquediſtantes politis corporibus incidentes ſunt debiliores ꝙ luces oblique incidentes, qm̃ minus aggregantur. Colorum quoq; reflexio ꝗuis fiat ab omni corpore polito, ſicut & lucis, ut patet per primam huius, non tamen eſt multum ſenſibilis propter debilitationem quæ fit ex reflexione, & ꝓpter admixtionem coloris ipſius ſpeculi conformis ipſoꝶ colorum reflexorum, niſi forte à ſpeculo argenteo fiat reflexio. In ferreo enim ſpeculo color apparet debilior ꝙ color ferri mixtus cũ luce reflexa, & ipſo colore reflexo debilitat ipſum colorẽ reflexũ. Omnes itaq; reflexiones colorũ optime experiri poſſunt in domo unici foraminis, cui foramini albus paries opponiť. Tunc em̃ in radio ſolis poſito ſpeculo argenteo, & ipſi ſpeculo & parieti interpoſita re aliqua colorata, erit reflexio coloris ad parietẽ albũ ſenſibilis. Idẽ quoq; accidit ſi in radio incidẽtiæ ipſius ſpeculi ponať corpus diafonũ coloratũ, per ꝙd tranſeat radius incidẽs ipſi ſpeculo, utpote ſi ante feneſtram ponať uitrum coloratũ, uel ſi modo ſimili ut experimentanti uidebiť, diſponať. Cadente itaq; luce forti ſuper ſpeculũ argenteum & ipſa reflexa ſuper parietem albũ, notabiliter uidebiť lux parietis debilior ꝙ ſpeculi, eflexio ergo lucem debilitat. Et eodẽ modo color reflexus eſt debilior colore à quo fit reflexio. Palam ergo, quod reflexio debilitat luces & colores, ſed colores magis ꝙ luces. Colores .n. debiliori modo incidunt ꝙ luces, unde etiã in reflexione facilius debilitanť. Color enim debilis cũ ad ſpeculũ peruenerit, miſcetur colori ſpeculi & immutatur ꝓpter illius admixtionem, quare color reflexus apparet debilis & tenebroſus, & uniuerſaliter formæ reflexæ ſunt debiliores ꝙ ſint ĩ loco à quo reflectunť. Sic ergo patet quod omnis reflexio eſt cauſa debilitatis, nam & hoc patet ſenſibiliter in luce, licet em̃ lux directa & lux reflexa æqualiter diſtent ab ortu ſuo, tñ debilior eſt lux reflexa. Opponať em̃ in aere radio ſolis intranti per feneſtrã domus aliqua, in qua unica eſt feneſtra, ſpeculũ minus foramine, ita ut lux reſidua foraminis quæ nõ icidit in ſpeculo cadat in terrã ſuper corpꝰ album, & lux à ſpeculo reflexa cadat ſimiliter ſuꝑ corpus album eleuatum à terra, hoc obſeruato, ut ſit eadem diſtantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis feneſtræ, uidebitur itaq; ſuper corpus album eleuatũ, ad quod fit reflexio lux minor, ꝙ ſuper corpus iacens, cuius minoritatis ſola reflexio eſt cauſa, & idem poteſt in coloꝶ reflexione faciliter demonſtrari, & eodem modo, patet ergo propoſitum.

IIII.

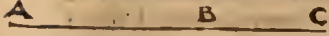
Omnis lux reflexa, & ſi debilior ſit luce prima, eſt tamen fortior quàm lux ſecunda æqualiter ab origine diſtantibus ambabus, & idẽ eſt in colore.

Luce enim reflexa cadente in aliquod corpus, ſi aliud ſimile corpus ponatur extra locum reflexionis, & ſit cum illo eiuſdem elongationis à ſpeculo, uidebitur ſuper ipſum corpus ſecunda lux minor ꝙ in illo quod eſt poſitum in loco reflexionis, ſit em̃ quod in directo foraminis per quod radius domũ aliquã ĩgreditur, ponatur ſpeculum in terra aſpiciens totam lucem radiꝫ incidentis per illam feneſtrã, quã lucem ſuperius in principio ſecundi libri huius ſcientiæ diximus lucem primam, tunc em̃ fiet palam, quòd erit lux fortior ſuper corpus in loco reflexionis poſitum, ꝙ ſuper aliud corpus ſimile poſitũ extra illum locum eũdem à ſpeculo elongatum. Et idem accidit ſi ſuperficies ſpeculi nõ ſuſcipiat radium directe ſed oblique. Idem etiam patet in coloribus, quoniam facta reflexione coloris à ſpeculo argenteo corpus album poſitum in loco reflexionis plurimum recipit coloris, aliud uero corpus æque album exiſtens extra locum reflexionis, & in eadem diſtantia à ſpeculo, apparet quidem coloratũ, ſed debilius ualde ꝙ corpus poſitum in loco reflexionis, & ſi ferreum fuerit ſpeculum forte in corpore quod eſt in loco reflexionis modicus uidebitur color, extra uero locũ reflexionis in corpore æque albo, quaſi nullus apparebit color, patet ergo propoſitum.

V.

Natura agit in omnibus ſecundum lineas breuiores.

Hoc uniuerſaliter patet in omnibus operibus naturæ, omnes enim motus naturales ſic fiunt, deſcendunt em̃ grauia perpendiculariter ſup ſuperficiẽ horizontis. Sagittæ etiam emiſſæ uiolenter ab arcubus feruntur in linea breuiori ſecundum angulum ſuæ emiſſionis: per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum uelociter eſt motus: et quia ut in principio ſecundi libri huius ſcientiæ ſuppoſitum eſt, natura nihil agit fruſtra, neq; deficit in neceſſarijs, palam quod neceſſario agit ſecũdum lineas breuiores. Si enim poſſit operationem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c, omnis actio quam facit in linea b c eſt fruſtra, quoniam conſecuta eſt finem in puncto b, non ergo agit ſecundum aliquod punctum lineæ b c, & hoc idem per multa naturalia exempla patere poteſt. Vnde & animalia quorum motrix eſt anima ſecundum breuiorem lineam mouent̃ ad terminũ, ut patet in rectitudine filorum aranearum, ex quibus texunt telas ſuas, quæ telæ & ſi non nunq; inueniantur circulares, ſunt tamen ex rectis filis & inſtamine, & in ſubtelari contextæ propter lineæ breuitatem. Idem quoq; patet in canibus, qui obmiſſis duobus lateribus trigoni, concurrunt per tertium, ac ſi naturaliter informati nouerint, quia duo latera trigoni maiores ſunt tertio, quod homines geometras edocet 20. primi Maximi Euclidis, patet itaq; propoſitum prout poſſibile nobis fuit.



VI.

Omnis reflexio luminis & coloris fit ſecundum lineas ſenſibiles latitudinem habentes.

Secundum enim tales lineas fit lucis incidẽtia etiã lucis minimæ ſuper corpus politum, ut patet per 3. ſecundi huius, latitudo itaq; lineæ reflexionis eſt æqualis latitudini lineæ incidentiæ: & linea mathematica, quæ eſt linea media totius lineæ reflexiõis, eundem habet ſitum in loco reflexionis, quẽ habet linea mathematica, quæ eſt linea media lineæ incidẽtiæ ſenſibilis in loco incidentiæ, & ſimiliter quælibet aliarum linearum mathematicarum in linea ſenſibili reflexionis eundẽ retinet ſitum, quã ſua compar in linea incidentiæ ſenſibili, & ob hoc lineis mathematicis pro ipſis ſenſibilibus non inconueniens eſt uti in tractatibus reflexionum, patet ergo propoſitum.

VII.

In reflexionibus factis à quibuſcũq; ſpeculis, fit deceptio propter intẽperantiam lucis, uel propter diuerſitatem ſitus, uel propter remotionem puncti cuius forma reflectitur, uel etiam centri ipſius uiſus à ſuperficie cuiuslibet ſpeculorum.

Vniuerſaliter enim quibuſcunq; modis contigit decipi uiſum circa intentiones uiſibilium per ſimplicem uiſionem uiſarum, eiſdem etiam modis cõtingit uiſum decipi in uiſione quæ fit per reflexionem, quoniam & hæc uiſio eſt quædam uiſio in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uiſibilium ipſi uirtuti diſtinctiuæ præſentãtur, & hoc, ut patuit per primã quarti huius, et multis illius theorematibus, accidit octo modis, plurimum tamen manifeſtius fit hoc in ſpeculis, uel propter debilitatem lucis uel ꝓpter diuerſitatem ſitus, propter quam lineas reflexionum remoueri accidit ab axibus uiſualibus, uel propter remotionem puncti rei uiſæ, cuius forma reflectitur à ſuperficie ipſius ſpeculi, uel etiam propter remotionem ipſius centri uiſus, ad quod remota ſit reflexio à ſupficie ipſius ſpeculi. In alijs uero quibuslibet modis licet ſimliter cauſet̃ error in uiſione formarum reflexarum à quibuſcunq; ſpeculis ad uiſum, non eſt ille error tam ſenſibilis, ut in iſtis modis poſitis, nec tamen fit totalis excuſatio ab illis, patet ergo propoſitum.

VIII.

Specula à quibus regularis fit reflexio, ſunt tantum ſeptem.

Quoniam

Quoniam enim regularis reflexio nõ poteſt fieri niſi à corporibus regularibus: corpora uero regularia non poſſunt eſſe niſi corpora plurimũ planarum ſuperficierum uel unius ſuperficiei concauæ uel conuexæ: ſicut autem patet ſenſui, licet corporum planarum ſpecies ſecundum figuras & numeri angulorum uarientur, quantum tamen ad naturam reflexionis in omnibus illis eſt identitas ſuperficiei planæ, cum nec enim in ipſis quo ad hæc uariatio inuenitur, ut aũt patet per 118. primi huius, omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis aut eſt pars ſuperficiei ſphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerſo ſeptem ſpecula, quorum unum eſt planũ cuiuſcunq; figuræ, & tria ſunt cõuexa, ſphærica, columnaria uel pyramidalia, & tria ſunt concaua, ſphærica, columnaria uel pyramidalia, nec eſt poſſibile plura eſſe ſpecula à quibus regularis fiat reflexio, patet ergo propoſitum.

IX.

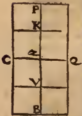
Inſtrumentum conſtituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuſcunq; regularibus ſpeculis inſtrumentaliter declarantur.

Aſſumatur ſemicirculus æneus conuenientis ſpiſſitudinis, utpote med etatis grani ordei uel circa illud, & conuenientis quantitatis, qui ſit a b c, cuius diameter ſit a c, & eius centrum d, producaturq; linea d b perpendiculariter ſupra diametrũ a c, per 5. primi, eſt ergo d b ſemidiameter circuli diuidens ſemicirculum per æqualia per ultimã ſexti: abſcindatur itaq; ex linea d b ſuperius ſexta pars ipſius per undecimam ſexti, q̃ ſit b e, & ſecundum quantitatem lineæ e d à centro d, fiat ſemicirculus qui ſit f e g: arcus itaq; b c diuidatur in partes quot libuerit ſecundũ puncta h i k, & arcus b a in totidem partes diuidatur ſecundũ puncta l m n: itaq; arcus l b fiat æqualis arcui b h, & arcus m l arcui h i, & arcus n m arcui i k, per 23. primi, & 25. tertij, productis lineis d h, d i, d k, d l, d m, d n, deinde iterũ à ſemidiametro b d, inferius abſcindatur ſexta pars ipſius, quæ ſit d o, & à puncto o ducatur linea æquediſtans diametro ſemicirculi quæ eſt a c, per 31. primi, quæ ſit p o q, hanc itaq; interſecabunt omnes lineæ ad partes diuiſionis à cẽtro d productæ; punctus ergo in quo linea d n ipſam interſecat ſit r, & in quo linea d k ſit s, & puncta in quibus interſecat ſemicirculus f e g ſint t & u, deinde à totali ſemicirculo abſcindatᷓ pars d a, p r, ex una parte & ex alia pars a c, q s, & planentur optime ſuperficies, & acuatur d, centrum aſſumpti ſemicirculi quaſi punctus, ita ut ipſum punctum d maneat in eadem ſuperficie ſemicirculi cum lineis productis: nos aũt quãtitatem lineæ b e, quæ eſt ſexta pars ſemidiametri d b, deinceps digitũ appellamus, eſt ergo diameter a c, duodecim digitorum. Deinde aſſumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus ſit 14. præmiſſorum digitorum, excedens diametrum a c, duobus digitis, & ſpiſſitudo eius ſit 7. digitorum, & in hac tabula ſignetur punctus medius per 40. primi huius, & ſuper ipſum fiat circulus ſecundũ quantitatem lateris tabulæ, hic ergo excedit circulum a b c, quantitate unius digiti ex omni parte, quoniã eius diameter in duobus digitis excedit diametrum a c, fiat iterum ſuper idem centrum tabulæ ligneæ circulus æqualis circulo f e g, diuidaturq; circulus tabulæ ligneæ proportionaliter ſemicirculo æneo, qui eſt a b c, ita ut prima pars circuli lignei reſpõdeat primæ, & ſecũda ſecũdæ & ſic deinceps, & à centro tabulæ ligneæ ducantur ad pũcta diuiſionis lineæ rectæ, & rotundetᷓ tabula lignea extrinſecus ſecundũ circulum maiorem, & excidatur pars interior tabulæ minori circulo contenta, remanebitq; quædã armilla lignea cuius latitudo eſt duorum digitorum, diameter exterioris circuli 14. interioris circuli 10. & totius armillæ ꝓfunditas uel altitudo erit 7. digitorum, cuius ſuperficies curuæ optimæ planentur ad modum columnæ rotundæ: remanebuntq; in ſuperficie plana illius armillæ lineæ diuidentes circulum ſecundum diuiſionem ſemicirculi a b c, à capitibus itaq; illarum linearum producantur lineæ in ſuperficie conuexa altitudinis armillæ perpendicularis ſuper planam ſuperficiẽ



 lati

latitudinis ipſius: ponatur enim pes circini ſuper terminũ lineæ diuidẽtis circulũ, & fiat
ſemicirculus in ſuperficie conuexa armillæ, qui diuidatur per æqualia per 29. tertij, & p
ducatur à puncto ad punctum linea, palam per 105. primi huius, quoniam illa linea eſt
perpendicularis ſup ſupficiẽ latitudinis, quæ pars eſt baſis columnæ, & eodẽ modo à ter
minis illarum diuidentium producantur perpendiculares in ſuperficie armillæ conca-
uæ. In qua etiã ſupficie ex parte planæ ſuperficiei nõ diuiſæ ſumatur altitudo duorũ di-
gitorum, & in perpẽdicularibus lineis omnibus in illa ſuperficie productis, fiant ſigna,
& ſecundum ſigna illa fiat circulus æquediſtans planæ ſuperficiei armillæ, immiſſa ta-
bella ænea, ſecundum ſigna illa fiat circulus æquediſtans planæ ſuperficiei armillæ im-
miſſa tabella ænea quantitatis circuli f e g, uel alio modo prout cõuenientius poſſit fie-
ri, & ſecundum quantitatem medietatis grani ordei fiant alia ſigna intra illos duos digi
tos, & circumducatᷓ circulus æq̃diſtans priori circulo ſecundũ quantitatẽ p̄miſſam me-
dietatis grani ordei, & ſub hoc ſecundo circulo intra altitudinem duorum illorum digi-
torum, ſecundũ profunditatem ſemicirculi ænei a b c, ſignentur alia pũcta in prædictis
perpendicularibus, & iterũ fiat circulus ſecundũ illa pũcta, & excepto per aliqua inſtru
menta illo corpore ligneo inter hos duos ſecũdos circulos exiſtente, fiat concauitas uni
us digiti profunda, & coaptetur huic cõcauitati ænea ſemicirculi portio, quæ eſt p b q,
quæ intrabit concauitatẽ uſq; ad portionẽ minoris circuli quæ eſt t e u, ideo quod di-
ſtantia iſtorum duorum arcuũ eſt unius digiti, & eadem eſt profunditas cõcauitatis fa-
ctæ in tabula lignea, fiat aũt taliter ut ſuperficies circuli f e g, diuiſa per lineam à centro
d, ad circumferentiam producta, ſit ad partem ſuperficiei armillæ, diuiſæ: lineæ itaq;
perpendiculares ductæ in concaua ſuperficie armillæ, tangent lineas diuiſionis circu-
li f e g, & cadent perpendiculariter ſuper ſuperficiem circuli f e g. Item in conuexa
ſuperficie armillæ ex parte ſuperficiei non diuiſæ ſignetur punctus in qualibet perpen
dicularium productarum ſecundum diſtantiã duorum digitorũ ab ipſa plana ſuperficie
nõ diuiſa, & poſito pede circini ſuper quodlibet punctorum ſignatorũ, fiant circuli, quo
rum cuiuslibet diameter ſit æqualis quantitati grani ordei, & ſecundum illorum circulo
rum quantitatem fiant foramina columnaria rotunda, & inde aliquo ipſorum coapte-
tur baculus ligneus, qui cum tranſierit ad interiorem concauitatem armillæ, tanget ſe-
micirculi f e g ſuperficiem, quoniam ut patet ex præmiſſis centrũ cuiuslibet illorũ circu-
lorum paruorũ, erit in circũferentia circuli prius ſignati in ſuperficie concaua armillæ,
à quo diſtat ſuperficies circuli ænei qui eſt f e g, ſecundum quantitatem medietatis gra
ni ordei. Deinde firmatur alia tabula lignea quadrata, cuius diameter ſit æqualis diame



tro armillæ ligneæ, & perquiſito puncto medio ipſius p 40. primi huius, ab
illo puncto medio circũducatur circulus ad quantitatem ſemidiametri d e,
& hic circulus erit æqualis circulo f e g, & baſi concauitatis armillæ. Item
ſuper centrum huius circuli fiat quadratum, cuius latera ſint quatuor digi-
torum lateribus ſuis æqualiter diſtantibus à lateribus tabulæ huius ligneæ,
quod poteſt fieri per 41. primi huius, & fodiatur hic quadratum ad p̄fundi
tatem unius digiti, & planentur omnes ſupficies concauitatis ſuæ, ut fiant
rectangulæ, & fundus eius fiat planus. Deinde huic tabulæ coaptetur im-
mobiliter baſis armillæ, ita ut circulus minor huius tabulæ applicetur con-
cauitati armillæ. Deinde fiat columna ferrea concaua aliquantum ſpiſſa,
cuius baſis diameter ſit æqualis quãtitatis grani ordei, ſicut diametri fora-
minum, & ponatur illa columna in prius factis foraminibus, quæ cũ peruenerint ad con
cauum armillæ, continget lineas in circulo f e g productas, fiat aũt in capite columnæ
quodcũq; artificium, non permittens columnam intrare niſi ad locum determinatum,
& ut firmius ſtare poſſit, modicum ceræ ſibi circumponatur, etiã tantæ longitudinis co
lumna, ut procedens ſuper ſuperficiem circuli f e g, contingere poſſit latus quadrati cõ
caui in tabula lignea, quod eſt æquediſtãs lineæ r s, ductæ in ſuperficie circuli ænei. De-
inde fiant ſeptem regulæ ligneæ planæ æquediſtantiũ ſuperficierũ orthogonaliũ, æqua-
les & penitus ſimiles, quarum longitudo ſit digitorum ſex, latitudo quatuor, & ſpiſſitu

do com-

do cōmunis,ut inferius neceſſitas ipſius finis edocebit,& una ipſarū adaptetur quadrato concauo,ita ut orthogonaliter cadat ſuper fundū quadrati concaui,& ut faciliter intret ſine compreſſione,ducaturq́; taliter ut punctus d,centrum ſcilicet circuli a b c,contingat unam ſuperficierum latitudinis regulæ,& in puncto contactus fiat ſignum in regula quod ſit x,& à pūcto ſignato x,producatur in extremitatē regulæ linea æquediſtās longioribus lateribus regulæ,quæ ſit b x p,& palam quoniam illa erit linea longitudinis regulæ,deinde in longiori parte illius lineæ à pūcto x ſignato, ſumatur altitudo medij grani ordei,& fiat ibi pūctum z,erit itaq; z medius pūctus longitudinis regulæ,centrisq́; foraminum oppoſitus directe,centra enim foraminum altiora ſunt ſuperficie circuli a b c,in quantitate medij grani ordei,& diſtant à baſe armillæ per duos digitos:punctus ergo z diſtat ab eadē baſe per duos digitos,& regula in quadrato concauo per digitum unū,& quia ab extremitate regulæ uſq; ad punctū z, ſunt digiti tres, longitudo quoq; regulæ eſt tantum ſex digitorum,patet quod punctum z, eſt medium longitudinis regulæ, ducatur itaq; per punctū z, lineæ æquediſtans lineis extremitatum latitudinis regulæ,quæ ſit t q,eſt itaq; linea longitudinis regulæ quæ eſt b p, diuiſa per æqualia in puncto z, cuius item medietates quæ ſunt b z & z p,diuidantur per æqualia in pūctis k & y,ſemper ductis lineis latitudinis à punctis ſectionis k & y, perpendiculariter ſuper lineam longitudinis b p,æquediſtanter lineæ c q,ſic ergo erit linea b p, & communiter tota regula diuiſa in quatuor partes æquales, & hoc modo omēs aliæ ſex lineæ diuidantur,et factum eſt quod proponebatur.

X.

In ſpeculis planis radij oblique incidentis fit ad aliam partē reflexio: ſemperq́; angulum incidentiæ æquale eſſe angulo reflexionis experimentaliter comprobatur.

Fiat itaq; ex ferro mundo ſpeculum planum circularis figuræ,cuius diameter modo præmiſſo ſit trium digitorum,& concaueтur regula præmiſſa ſecundum centrum z, qui eſt medius punctus regulæ circulariter ad quātitatem diametri ſpeculi, & profundetur ſecundum ſpiſſitudinem ipſius ſpeculi,apteturq́; taliter,ut una fiat ſuperficies ſpeculi & regulæ,& ut centrum circuli rotunditatis ſpeculi directe ſuperponatur puncto z, linea itaq; c q diuidens latiorem ſuperficiem regulæ per duo æqualia,diuidet etiam ſuperficiē ſpeculi per duo æqualia,& in hoc experimentantis diligentia conſiſtat. Immittatur itaq; ligneæ armillæ hæc regula,donec centrum d,quod eſt acumen tabulæ æneæ cadat ſuper ſpeculum,& tunc illa regula ſit cum ſpeculo in figura quadrato concauo per aliquod artificium appodiata ne uacillet,ſed ſtet firma.Deinde bene obſtruentur oīa foramina inſtrumēti præter unum, quod oblique ſuper regulæ ſuperficiem declinet, & ſit exēpli cauſa foramē correſpondens lineæ d l in circulo a b c æneo,& hoc foramen apertum adhibeatur radio ſolis, & melius eſt ſi radio ſolis per feneſtram domus intranti.Radius itaq; ſpeculo plano incidens uidebitur reflecti ad foramen aliud correſpondens lineæ d h in circulo a b c æneo,& ſi foramen illud puncti h aperiatur, & cū foramen prius opertum quod fuit puncti l, obſtruatur,reflectitur recte radius in illud foramē coopertum. Angulus autē b d l eſt æqualis angulo b d h,ut patet ex hypotheſi in præmiſſa,ergo angulus l d a eſt æqualis angulo b d c,quoniam totus angulus b d a eſt æqualis toti angulo b d c,quia uterq; eſt rectus.Si etiam imponatur foramē aperto columna ferrea concaua,de qua præmiſimus,deſcendit lux per columnæ cōcauitatē ad ſpeculum,& reflectetur in foramine reſpiciens æqualem angulum ut prius. Et ſi ad ſecūdum foramen columna transferatur,reflectetur radius ad primum,ſemper tamen erit debilior lux per columnam deſcendens quàm ſine columna per ipſum foramen deſcendēs, & illud eſt experimentandi modus, ſi aliquod foramen cum cæra obſtruatur, & circa centrum eius cum ſtilo ferreo fiat modicum foramen,tunc enim lumen reflectetur in ſimile ſpacium paruum circa centrum foraminis alterius,illud primum in anguli æqualitate reſpicientis,& ſi concauitas columnæ ferreæ concaua obturata fuerit facto foramine primo ſecūdum centrum ſuæ baſis,deſcendet lux p axem columnæ,& ad centrum alterius foraminis,&

nis, & reflectetur ſemper æqualitate angulorum in omnibus obſeruata. Et ſi aptetur inſtrumentaliter, ut lux per duo foramina reflectetur ſimiliter per alia duo illis ſimilia, ſemper enim declinatio linearum reflexionis eſt æqualis declinationi linearum incidentiæ, & quoniam linea l x p, quæ eſt linea media longitudinis regulæ, eſt orthogonaliter ſuper lineam latitudinis regulæ inferiorem æquediſtantem lineæ e q, quoniam illa eſt cōmunis ſectio ſuperficiei regulæ & ſuperficiei fundi quadrati concaui æquediſtantis ſuperficiei a b c circuli ænei, & linea media ſuperficiei fundi æquediſtat lineæ d b, quæ eſt media diameter circuli, & quia linea quæ eſt communis ſectio ſemicirculi a b c, & ſuperficiei regulæ in qua eſt linea latitudinis regulæ & æquediſtans communi ſectiōi ſuperficiei fundi & regulæ per 28. primi, quoniam linea b x p, cadit perpendiculariter ſuper ambas illas lineas latitudinis regulæ, & quoniā lineæ b x p, eſt erecta ſuper ſuperficiem fundi per lineæ, per 23. primi huius, quoniam linea b x q eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli a b c æquediſtanter ſuperficiei fundi tabulæ, ergo per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ diameter d b eſt perpendicularis ſuper lineam b x p, cū ſecent ſe in puncto d, eſt ergo linea d b erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi plani, & ſuper eius circuli diametrum, quia ſuperficies circuli a b c eſt æquediſtans ſuperficiei circuli tranſeuntis per centrum foraminum, quoniam diſtantia omnium centrorum foraminū à ſuperficie circuli a b c, eſt eadem ſcilicet medietas quantitatis grani ordei. Superficies uero tranſiens centra omnium foraminum ſecat columnā ferream per axem, eſt ergo axis columnæ in illa ſuperficie, & quia columna ferrea in ſuo deſcenſu tangit aliquam linearum in ſuperficie circuli a b c à centro d, ad circunferentiam productarū, utpote lineam d b, uel lineā d m, uel aliquam aliam aliarū linearum, palam per præmiſſa, quia axis columnæ æquediſtat illi lineæ quæ tangitur per lineam lōgitudinis columnæ, & quoniam per quodcūque foraminū columnā deſcendēte, ſemper axis eius cadit in linea b x p et in punctū z, linea uero z d b, ſemper eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a b c, linea quoque à puncto z, ipſius regulæ protracta ad centrum foraminis, quod eſt contingens punctum n, eſt æquediſtans lineæ d n, & ſimiliter de alijs centris foraminū & punctis m l h i k, ſignatis in circūferentiā a b c, omnes enim ſemidiametri foraminum ſunt æquales & æquediſtantes lineæ z d, per 25. primi huius, ſunt enim omnes ſemidiametri foraminum perpendiculares ſuper ſuperficiē circuli a b c, quoniam ſunt partes lineæ longitudinis armillæ, lineæ itaque l d & d h, ſunt æquediſtantes duabus lineis imaginatis duci à puncto regulæ quod eſt z, ad centrum duorum foraminum contingentium puncta l & h, per 33. primi, ergo per 10. undecimi, anguli ab illis lineis in ſuperficiebus æquediſtantibus contenti ſunt æquales, & ſi à puncto z, ducatur linea ad cētrum medij foraminis, erit ipſa per præmiſſa æquediſtans lineæ d b, diuidens angulum linearum ſecum concurrentium per æqualia, ſicut linea d b diuidit angulum l d h per æqualia, patet ergo propoſitum.

XI.

In ſpeculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in ſe ipſum inſtrumentaliter declaratur.

Remanente enim omni diſpoſitione inſtrumenti ut prius, & regula in qua ſitum eſt ſpeculum planum erecta ſuper fundi quadrati concaui, quod eſt in tabula lignea, quæ eſt baſis inſtrumenti, obturentur omnia foramina præter mediū cui reſpondet ſemidiameter d b circuli a b c, & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, cuius extremitas acuatur ita ut remaneat ſolus pūctus qui eſt terminus axis eius qui immittatur foramen ad ſpeculum, ſigneturque incauſto punctus in quem ceciderit. Deinde extracto baculo opponatur foramen apertū radio, cadetque radius ſuper pūctum ſignatū, & circa ipſum efficiet circulum, ſignetur itaque in fine huius lucis circularis pūctum, & ſecundum quantitatem lineæ interiacentis puncta ſignata, fiat circulus qui erit maior circulo foraminis, per 36. ſecundi huius, quoniam ſemper proceſſus lucis per foramen ingredientis eſt in modum pyramidis, in nullo aūt aliorum foraminum neque in aliqua parte concauitatis armillæ uidebitur lux reflexa, palam ergo quòd lux deſcendens per axem reflectitur per eandem, & ſecundum illius reflexionem ordinatur totalis reflexio luminis

incidentis

incidentis, quamuis autem uideatur lux circularis circa baſem interiorem foraminis maior luce incidente uel radio, & quamuis illa lux uideatur maior ipſius lucis interioris circulo, palamq́ꝫ fit illam lucem apparere per reflexionẽ, nõ tamen accidit hoc ꝑ reflexionem radij perpendiculariter incidentis, qui eſt axis illius pyramidis luminoſæ: ſed accidit hoc propter reflexionem aliorum radiorum pyramidis oblique ſpeculo incidentiũ, qui etiã ſecundum modũ ſuæ obliquitatis ad partes oppoſitas, & nõ in ſe reflectunt̃, qđ patet, ſi obturetur per cærã utraqꝫ baſis foraminis, facto modico foramine ſecundũ axẽ, tunc enim radio ſolis per uiam tantum axis deſcendente non apparebit lux reflexa circularis circa interiorem baſem foraminis, patet ergo quod non procedat illa lux circularis ex reflexa luce axis, ſed ex reflexione lucis oblique incidentis ipſi ſpeculo. Quod ſi regula in qua ſitum eſt dictum ſpeculum planũ aliquantum retrorſum inclinetur, tũc palam eſt quod radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi, uidebiturq́ꝫ lux reflexa à medio foramine remota ſecundũ medium declinationis ſpeculi, ſemper tamen centrum lucis cadet ſuper lineã ductam in concaua ſuperficie armillæ perpendicularem ſuper ſuperficiem a b c circuli ænei, & deſcendentem per centra baſis foraminis medij, hoc enim ſecat ſemper lucem circularẽ reflexã & diuidit circulum eius per mediũ, & ſi regula ad latus dextrum uel ſiniſtrum declinet̃, ſemper radius ſecundũ hoc obliquabitur, regula uero ad rectitudinem redeunte, reuertetur lucis reflexio ad interiorem baſem foraminis ut prius, patet ergo propoſitũ, ſemper enim in ſpeculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in ſe ipſum, ſed in radijs oblique incidentibus angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmiſſum.

XII.

In ſphæricis conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, ex quo patet quia radius perpendicularis reflectitur in ſe ipſum.

Fiat ex ferro mundo ſpeculum ſphæricum conuexum hoc modo. Deſcribatur circulus maximus ſphæræ, cuius diameter ſit g, ſex digitorũ aſſumptorũ ut prius, & inſcribatur ei linea æqualis ſemidiametro per primam quarti huius, itaqꝫ erit corda trium digitorum, ducatur quoqꝫ à centro ſphæræ ſemidiameter perpendiculariter ſuper illã cordam per 12. primi, & producatur ad arcum, cadetq́ꝫ in medium arcus punctum per 4. primi, & ꝑ 27. tertij, eritq́ꝫ ſuus uerſus minor medio digito, abſcindatur itaqꝫ illa minor portio circuli, & ſecundum illius quantitatem & concauitatem fabricetur ſpeculum, qđ linietur & poliatur planiſſime extrinſecus, aſſumaturq́ꝫ regula lignea ſimul penitus prius ſumptæ in omni lineatione & creatione, & facta concauitate in linea ad modum ſpeculi, applicetur ſpeculum regulæ ita ut mediũ punctũ conuexi ſpeculi cadat ſuper z medium punctũ regulæ, & ſit in ſuperficie ipſius regulæ quod poteſt ſciri per applicationẽ alterius regulæ uel alicuius ut placuerit. Erigatur quoqꝫ regula cũ ſpeculo orthogonaliter ſuper fundum quadrati, ut in ſpeculis planis, & operatione priori reperitur, & luce ꝑ foramẽ obliquãdo uel mediũ deſcendente fiat reflexio ut prius, & ſimiliter fiet ſi regula declinetur. Semper enim luces per diuerſas lineas obliquas ſpeculo ſphærico conuexo incidentes, per diuerſas lineas obliquas reflectuntur, & quæ ſecundum perpendiculares lineas ſpeculo luces incidunt reflectentur in ſe ipſas, & ſemꝑ angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexiõis, qđ proponebat̃.

XIII.

In ſphæricis concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Fiat ſpeculum ſphæricum ut ſupra, & ſecundum conuexam portionem illius circuli limetur & poliatur planiſſime intrinſecus, & aſſumatur alia regula lignea ſimilis priori, & coaptetur ei ſpeculum taliter, ut circulus baſis ſpeculi ſit in ſuperficie regulæ, & centrum illius circuli cadat in punctum z, & linea c q, quæ diuidit ſuperficiem regulæ per æqualia, continuetur diametro baſis ſpeculi, & fiat iſtorum diligens inquiſitio per artificium quod induſtriæ experimentantis committimus. Immittaturq́ꝫ regula cũ ſpeculo ipſi inſtrumento ut prius, & fiat operatio ſimilis omnino priori, ſic tamen ut ſemꝑ pun-

ctus d, qui eſt centrum ſemicirculi æenei, cadat ſuper medium punctū ſpeculi, hoc enim eſt ſemper in omnibus ſpeculis conuexis & concauis obſeruandum. Declarabiturq́ angulorum incidentiæ & reflexionis æqualitas ut prius, tam in radijs oblique incidentibus quàm in ipſo radio perpendiculari, patet ergo propoſitum.

XIIII.

In columnaribus conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Sumatur autem columna rotunda, quæ ſit altitudinis trium digitorum, & cuius baſis circuli diameter ſit ſex digitorum, & reſecetur portio circuli baſis illius columnæ ut prius in ſpeculis ſphæricis, fiatq́ ex ferro mundo portio columnæ, cuius baſis ſit illa portio circuli & altitudo ipſius trium digitorum, & ſecundum cōcauitatem illius formetur conuexitas illius portionis, fiantq́ omnes lineæ longitudinis eius perpendiculares ſuper utraſq́ baſes, eritq́ ſinus uerſus baſis minor medietate unius digiti: hoc itaq́ ſpeculum optime politum uiſui conuexæ, applicetur uni regularum ſimili priori bus, ita ut medius punctus eius cadat ſuper medium punctū regulæ qui eſt z, & ita ut linea longitudinis diuidens ipſius conuexam ſuperficiem per æqualia ſit in ſuperficie regulæ, & applicetur ei ſecundum lineam longitudinis eius qui eſt b p, & hoc fieri poterit, ſi utriuſq́ baſis arcus per æqualia diuidatur & puncta media ſignata lineæ b p applicentur. Immittatur itaq́ regula cum ſpeculo ipſius inſtrumento ut prius, & fiat operatio ſimilis priori. Demonſtrabiturq́ angulorum incidentiæ et reflexionis æqualitas ut ſupra, nec eſt in aliquo à paſſione ſpeculorum planorum in his ſpeculis diuerſitas, niſi in hoc quod ſi radio per foramen medium incidente regula hæc obliquetur ſecundū partem dextram uel ſiniſtram, apparebit inde lux reflecti ſuper idem medium foramen & medium lucis ſuper medium foraminis, quæ lux in ſpeculis alijs obliquetur, quoniam enim in ſpeculis columnaribus radius perpendiculariter incidens uni lineæ longitudinis, perpendiculariter unicuiq́ aliarum ſibi oppoſitarum incidit, propter hoc in omnibus ipſis accidit uniformitas reflexionis, & ſemper radius perpendicularis reflectitur in ſeipſum, patet ergo ꝓpoſitū.

XV.

In pyramidalibus conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Fiat ex ferro puro ſpeculū pyramidale, cuius baſis ſit æqualis baſi ſpeculi colūnaris, erit ergo corda illius baſis triū digitoꝶ, & ſinus uerſus minor medietate unius digiti. Sit aūt linea lōgitudinis ſpeculi quatuor digitoꝶ & dimidiū, & hoc optime exterius politū, applicet̃ uni ſimiliū regularū taliter cōcauatæ, ut medius pūctus eius ſit ſup pūctū z medium pūctū regulæ, & ut acumē eius ſit in termino lineæ b p, & linea diuidēs portionē pyramidalē ꝑ æqualia q̃ ſcilicet à uertice pyramidis ad mediū pūctū arcus baſis ꝓducit̃, ſit in ſuꝑficie regulæ. Immiſſa quoq́ regula cū ſpeculo in inſtrumentū fiat opatio ut prius, & accidūt oīa quæ in ſpeculis colūnaribus cōuexis accidebant, eſt ergo in ipſis angulus incidentiæ æqualis angulo reflexiōis, & radius ſemꝑ reflectitur in ſeipſum, ut patuit in p̄miſſis, patet ergo ꝓpoſitū.

XVI.

In columnaribus concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Fiat ferreū ſpeculū colūnare cōcauū, cuius cōcauitas ſit omnino æqualis prioris columnaris ſpeculi cōuexitati, ſitq́ optime ſecundū cōcauitatē arcus portiōis baſis interius politū, & hoc applicet̃ uni lineaꝶ ſimiliū cōcauatæ ut prius, taliter, q̃d cordæ arcus utriuſq́ baſis cū extremis lineis lōgitudinis ſint in ſuꝑficie regulæ, & fiat operatio ut prius, incidentq́ oīa q̃ in ſpeculis columnaribus cōuexis accidebāt, & ꝑ hoc patet ꝓpoſitum.

XVII.

In pyramidalibus concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Fiat ſpeculum ferreum pyramidale concauum, cuius cōcauitas ſit omnino æqualis præmiſſi

præmiſſi conuexi pyramidalis ſpeculi conuexitati,& poliatur interius,applicetúrq; uni linearum ſimilium,taliter ut medius punctus eius ſit ſuper punctũ z,& ut acumen eius ſit directe in linea b p,& ut corda arcus ipſius baſis ſit in ſuperficie regulæ:cum aũt linea longitudinis portionis pyramidalis ſpeculi ſit quatuor digitorũ & dimidij,reſtat ex lõgitudine regulæ digitus & dimidius tam in ſpeculo concauo quàm in conuexo. Immiſſa quoq; regula cum ſpeculo in inſtrumentum fiat operatio ut prius,accidentq; omnia quæ in ſpeculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radiorum oblique incidentium ad angulos æquales,& in reflexione radiorum perpẽdicularium in ſe ipſos, patet ergo propoſitum,palam itaq; ex præmiſſis,quoniam in omni reflexione à quibuſcunq; ſpeculis politis regularibus,ut ſunt hæc ſeptem ſpecula, ſemper radius ſuper lineã rectam perpendiculariter incidens ſecundum eandem rectam perpendicularem reflectitur,& quod radius ſecundum lineam rectam oblique incidens ſecundum aliam lineã obliquam reflectitur,ita tamen quòd angulus incidentiæ eſt ſemper æqualis angulo reflexionis, unde hoc inuento propter rationabilem ſenſus experientiam ſemper ut uniuerſali principio deinceps in omnibus his ſpeculis utemur, & licet hoc ut quidem huius ſcientiæ principium ſit experimentaliter declaratum,poteſt tamen etiam per aliquẽ demonſtrationis modum ad ipſius ſcientiã peruenir i,unde nos ipſum prout diligentius poterimus tentabimus demonſtrare,propter quod duo ſequentia theoremata duximus præmittenda.

XVIII.

Omnis res uiſa per ſpeculum quodcunq;, ſub breuiſſimis lineis comprehenditur à uiſu.

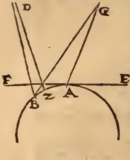
Sit ſpeculum in cuius ſuperficie ſit linea recta uel curua, quæ ſit a c b, rei quoq; uiſæ punctus ſit d,& centrum oculi ſit f,& punctus d uideatur reflexus à puncto ſpeculi c, dico quòd lineæ f t & d c, ſunt breuiores omnibus lineis protractis à pũctis d & f,ad quælibet alia puncta ſpeculi,ducantur enim à puncto alio ſuperficiei ſpeculi quod ſit e,lineæ e d & e f, quæ non ſint breuiores quàm lineæ c d & c f, neq; æquales illis, ſed longiores, quia ergo ut patet per 5.huius,natura in omnibus agit ſecundum lineas breuiores: multiplicatio uero formarũ ad ſuperficies ſpeculorũ eſt naturalis,quoniam fit operæ naturæ,ſicut et om̃is alia diffuſio formarum,ut in philoſophia naturali capitulo De naturali actione oſtendimus,& ſimiliter reflexio formarum à ſuperficiebus ſpeculorum ad uiſum eſt puræ naturalis,quoniã fit ab operæ naturæ,& cõpletur per actionẽ animæ,ſicut & omnis alia uiſio,ut patet ꝑ totũ quartũ huius noſtræ ſcientiæ librũ. Eſt aũt anima tanquã natura animaliũ,patet ergo quòd huius diffuſio formæ & reflexio & cõprehenſio quæ fit ſecundum ipſam eſt uere naturalis,fiat ergo ſecundum lineas breuiores, quod eſt propoſitũ, fruſtra enim fieret ſecundum lineas longiores,cũ poſſit melius & certius fieri ſecundũ lineas breuiores.

XIX.

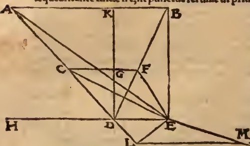
Lineæ incidentiæ & reflexiõis cõtinentes angulos æquales cum perpendiculari à puncto ſui concurſus ſuper ſuperficiem ſpeculi plani uel conuexi extracta, ſunt breuiores oĩbus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandẽ ſuperficiem ſpeculi ꝓductis cõtinentibus angulos inæquales cum perpendicularibus à punctis ſui concurſus extractis.

Quod hic ꝓponitur faciliter per 17 & 18.primi huius,poteſt demõſtrari, ſed quia aliter eſt idem demonſtrabile.Sit res uiſa quæcũq;,in qua ſit pũctus c,& ſit ſpeculum planum,in cuius ſuperficie ſit linea h d e,ſit aũt nũc exempli cauſa ſpeculũ planũ datum,erit ergo linea h d e linea recta, lineæ quoq; contingentes angulos æquales cum linea h d e ſicut c d & d f,aut ergo centrum oculi erit in eadem linea æquediſtãte lineæ h d e,in qua eſt c punctus rei uiſæ,aut nõ.Eſto itaq; punctũ oculi f, & protrahat̃ linea c f,& extrahatur à pũcto d,perpendicularis ſuꝑ ſpeculi ſuperficiẽ ꝑ 12.undecimi,q̃ ꝓtracta,quia ſecat angulum c d f.patet ꝑ 29.primi,quoniam ipſa ſecabit lineam c f,eſt enim in eadem ſuperficie cũ illa,huius ergo perpẽdicularis ꝓducta ad lineã c f ſit d g,erit ergo linea d g,perpendicularis ſuper lineam e f æquediſtantem lineæ d e per 29.primi, quia ergo c d h angulus eſt

æqualis f d e angulo, dẽptis illis angulis æq̃libus à duobus rectis, qui ſunt g d h & g d e,
erunt anguli reſidui æquales, eſt ergo angulus c d h æqualis angulo g d f, & quoniã tri-
gonorum c d g & f d g, ambo anguli qui ſunt ad punctũ g ſunt recti, palam per 32. pri
mi, qm̃ angulus d c g & d f g ſunt æquales, ſunt itaq; trigoni c d g & f d g æquianguli,
latera ergo æquos angulos reſpicientia ſunt proportionalia per 4. ſexti, & quoniam la-
tus d g æquale eſt ſibiipſi, erit latus f d æquale lateri c b, ductisq; lineis f e & c e ſuper pun
ctum e punctũ lineæ d e, quæ ut patet ex præmiſſis eſt æquediſtans lineæ e f, patet quod
linea c e eſt maior quàm linea ſ e, p 19. primi, eſt enim angulus c f e maior angulo g f d,
& angulus f c e eſt maior angulo g c d, reſtat ergo ut angulus c f e ſit maior angulo ſ c e,



& quòd linea c e ſit maior quàm linea ſ e, et quia ſuper eandem ba
ſem quæ c f, & inter lineas æquediſtantes quæ ſunt d e & c f, collo
catur trigonum c f d cuius latera c d & d f ſunt æqualia, & tri-
gonum c f e, cuius latera c e & f e ſunt æqualia, ut patet ex præ
miſſis, dico quòd latera c d & d f ambo ſimul ſumpta ſunt maio-
ra ambobus lateribus c e & f e ſimul ſumptis, producatur enĩ linea
c d ultra punctũ d, in cõtinuum & directũ ad punctũ l, ita ut linea
d l ſit æqualis lineæ d f, ſed & linea c e quæ eſt longius latus trigo-
ni c ſ e, ꝑducatur ultra punctũ e ad punctũ m, donec linea e m ſit
æqualis lineæ e f, & copuletur linea l m & linea e l, & quia angu-
lus ſ d e eſt æqualis angulo f d c, per 29. primi, & angulus d f c eſt
æqualis angulo d c f, ut patet ex præmiſſis, angulus uero e d l æ-
qualis eſt angulo f c d, per 29. primi, erit ergo angulus f d e æqua
lis angulo e d l, ſed linea d l eſt æqualis lineæ d f, et linea d e eſt am
bobus trigonis quæ ſunt f d e & e d l cõmunis, ergo per 4. primi, eſt linea f e æqualis li-
neæ l e, ergo & lineæ e m g per 5. primi, anguli e l m et e m l ſunt æquales: totalis ergo an
gulus c l m eſt maior angulo c m l, ergo per 19. primi, linea c m eſt maior quàm linea
c l, duo ergo latera c e & e f, pariter accepta maiora ſunt duobus lateribus c d & d f pari-
ter acceptis, quod eſt propoſitum. Si autem uiſus & res uiſa non ſunt in eadem linea
æquediſtante lineæ h e, ſit punctus rei uiſæ ut prius c, & centrum uiſus ſit b, & ducatur li



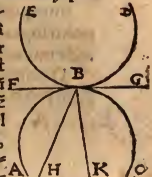
nea b a æquediſtans lineæ h d e, q̃ eſt
in ſpeculi ſuperficie, & producatur li
nea d c ad punctum a, & protrahan-
tur lineæ c d, b d, c e, a e, e b, & ſint li-
neæ cõtinentes æquales angulos cũ
linea d e, quæ c d & d b, inæquales ue
ro angulos contineant c e & b e, erũt
ergo ut ſupra lineæ a d & b d æqua-
les, ꝑducta perpendiculari d k à pun
cto d, cõparato ergo trigono a d b
ad trigonum a e b, erunt lineæ a d &
d b minores quàm lineæ a e & e b, ut
ut patet ſecundũ præmiſſa. Cũ enim lineæ a d & d b ſunt æquales per 2. ſexti, ideo quia
lineæ c d & d ſ ſunt æquales, lineæ uero a e & b e ſint inæquales, erũt duo latera a e & b e
ſimul iuncta maiora duobus lateribus a d & d b ſimul iũctis, ergo cũ a c & c e duo latera
trigoni a c e, p 20. primi, ſint lõgiora latere a e, erunt iſtæ tres lineæ a c, c e, e b, longiores
duobꝰ lineis q̃ ſunt a d & d b, ergo dẽpto hincinde ipſo a c cõmuni, remanebũt lineæ c e
& e b maiores q̃ lineæ c d & d b, quod eſt ꝓpoſitũ. Et eodẽ modo poteſt demonſtrari in
quibuſcunq; alijs ſpeculis cõuexis, ſit ergo ſpeculũ nõ planum cuiuſcũq; figuræ cõuexæ
placuerit, & ſit nũc exempli cauſa ſphæricũ conuexũ, quia idẽ accidit in alijs, & ſit h a b
ſitq; centrũ uiſus g & punctũ uiſum d, & lineæ g a & a d æquales angulos cõtineant cum
linea circulum contingente in puncto a, quæ ſit e f, ita ut angulus e a g ſit æqualis angu
lo f a d. Incidantq; lineæ g b & d b in punctum aliũ ſpeculi quod ſit b, ita ut inæquales
angulos contineant cum linea contingente ſpeculum in puncto b, dico quòd lineæ g a
& a d

& a d ſunt minores lineis g b & d b,qm̃ enim angulus cõtingentiæ quæ eſt h a e æqualis eſt angulo b a f,uterq; eſt em̃ minimus acutorum per 15. tertij, angulus uero e a g eſt æqualis angulo f a d,ſit punctus in quo linea g b,ſecat lineam contingentem, quæ eſt e f,punctus z,& ducatur linea d z,palam per 16.primi,quoniam angulus e a g, eſt maior angulo e z g,ergo angulus d a z,eſt maior angulo g z a.Sed angulus d z f,eſt maior angulo d a z,ergo angulus f z d,eſt maior angulo g z a,ergo per 17.primi huius, duæ lineæ g a,& d a,ſunt minores duobus lineis g z & d z.Sed lineæ g z & d z, ſunt minores lineis g b & d b, quoniam linea g b,eſt maior ꝙ linea g z,ut totum parte, linea uero d b eſt maior ꝙ linea d z per 8.tertij,patet ergo ꝓpoſitũ uniuerſaliter in ſuperficiebus quorumlibet ſpeculorum conuexorum. Hoc autem idem ut prædiximus, poteſt per 17. uel per 18.primi huius,facilius demonſtrari,ꝙ in alijs oſtendimus, ꝙ lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea cui ad unum punctum incidunt, poſſunt breuiores omnibus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandem lineam ad unum punctum alium ꝓductis,& hoc propoſuimus per 17.primi huius in lineis rectis,per 18.eiuſdem primi in lineis conuexis.

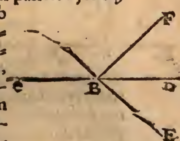
XX.

In omni reflexione à quibuſcunq; ſpeculis facta,ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis:ex quo patet, quòd linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat.

Quoniam enim ut patet per 18. huius,omnis res uiſa per quodcũq; ſpeculum planum uel conuexũ uel concauum,ſub breuiſſimis lineis comprehenditur, lineæ uero ab eiſdem punctis utpote à puncto rei uiſæ,& centro uiſus ad ſuperficiem cuiuſcunq; ſpeculi productæ breuiſſimæ ſunt,quæ cõtinent angulos æquales, & cum lineis contingentibus ſuperficies ſpeculorum, & cum perpendicularibus à punctis ſui cõcurſus productis ſuper ſuperficies ſpeculorum, ut patet per præmiſſam,angulus uero quem facit linea à puncto rei uiſæ producta, eſt angulus incidentiæ,& angulus quem facit linea ab illo puncto ad centrũ uiſus producta , eſt angulus reflexionis, patet ergo quòd angulus incidẽtiæ ſemper eſt æqualis angulo reflexionis, à quocunq; ſpeculo plano uel conuexo fiat reflexio.Sed & idem patet in concauis ſpeculis quibuſcunq;, ſit enim aliquod ſpeculum conuexum,in quo ſit circulus e b d, quẽ in puncto b, contingat extrinſecus per 12. tertij circulus a b c, & ducatur à puncto b,linea f b g,ambos circulos contingens in puncto b, & ſit punctus rei uiſæ b,cuius forma à puncto b,ſpeculi conuexi reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto k, eritq;



per præmiſſam angulus h b f,æqualis angulo k b g,ſed & angulus a b f,eſt æqualis angulo c b g,per 15.tertij,quoniam ſunt anguli incidentiæ;relinquitur ergo angulus h b a,qui eſt angulus incidentiæ in ſpeculo concauo a b c,æqualis angulo k b c, qui eſt angulus reflexionis, patet ergo propoſitum.Vniuerſaliter enim in omnibus ſpeculis cõcauis hæc demonſtratio poteſt coaptari,eſt aũt hoc rationale, ſi enim linea incidentiæ quæ ſit exẽpli cauſa a b,lineam rectam c b d, protractis in ſuperficie plani ſpeculi, uel contingentem ſuperficiem conuexam uel cõcauã alicuius ſpeculi ſine reflexione penetraret in puncto b,uſq; ad punctũ e palã p 15.primi,q̃d angulus ĩcidẽtiæ a b c,fieret æq̃lis angulo e b d,ſi ergo fiat reflexio ſecũdũ lineã b f, cõuenietius eſt ut fiat ſecũdũ angulũ æqualẽ illi contrapoſito ꝙ ſecũdũ aliquem aliũ angulũ, ita ut angulus f b d æq̃lis angulo e b d, & angulo a b c. Si em̃ pũctus c & d,exiſtẽtibus ĩmotis linea c d,imagineť reuolui,tunc em̃ linea e b,ꝑpter æqualitatem angulorum e b d & d b f, cadet ſuper lineam b f,& hoc uidetur importare nomẽ reflexionis,patet ergo propoſitum.Patet etiam ex hoc corrollarium,linearum enim inæqualitas,quia non immutat angulorum quantitatem, ergo neq; naturam reflexionis, unde omnia puncta eiuſdem lineæ remotiora à puncto reflexionis poſſunt reflecti ad uiſum,ſicut puncta eiuſdem lineæ propinquiora puncto reflexionis,uniuerſaliter enim oĩa puncta eiuſdem lineæ ſecundũ æqualẽ angulum reflecti poſſunt, & hoc ꝓpnebať.



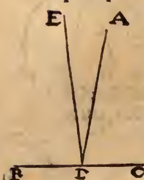
XXI.

Omnes formæ ſecundum lineam perpendicularem ſuper ſuperficiem cuiuſcunq; ſpeculi incidentis, reflexio fit ſecundum lineam eandem.

Verbi gratia, eſto ut forma puncti a, ſuperficiei ſpeculi b d c, incidat ſecundum lineam perpendicularem ſuper ſuperficiem b d c, dico quòd reflexio formæ puncti a, erit ſecundum eandem lineam d a: dato enim quòd ſecundum aliam lineam fiat reflexio, tūc cum angulus incidentiæ ſemper ſit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmiſſam & in propoſito angulus incidentiæ ſit rectus, infiniti quoq; ſint anguli recti ordinales ſuper punctum d, nec fit declinatio formæ plus ad unum punctum ſuperficiei b c, q̃ ad aliud, æqualiter enim ſe habet linea a d, quæ eſt linea incidentiæ ad punctū b, & ad punctum c, & ad omnia alia puncta ſuperficiei b c. Sic ergo erunt infinitæ reflexiones ad infinita puncta ſuperficiei b c, quia qua ratione ad unam differentiā poſitiōis fieret reflexio, eadem ratione fieret ad aliam & omnem, quod eſt inconueniens, dabitur ergo neceſſario quòd fiat reflexio ſuper unam & eandem lineam a d, ſecundum quam incidentia fiebat, perpendiculares ergo uel non reflectuntur, uel redeunt in ſe ipſas, & fortificatur actio talium formarum. Si tamen dicatur quòd perpendicularis incidens per aliam lineam reflectitur, ſit ut reflectatur per lineam d e, tunc ergo angulus incidentiæ, ut patuit per præmiſſam, ſemper ſit æqualis angulo reflexionis, erit angulus a d c, æqualis angulo a d e. Sed angulus a d c, æqualis eſt angulo a d b, per hypotheſim, erit ergo angulus a d e, æqualis angulo a d b, pars ſuo toti, quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum.

XXII.

Inter puncta formæ ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi incidentis & ſpeculi oppoſiti ſuperficiē, neceſſe eſt infinitas pyramides figurari, conos & baſes hinc inde mutuas habentes.



Declaratum eſt enim per primam huius, quoniam à quolibet puncto corporis oppoſiti procedit lux uel color ad quodlibet punctum ſpeculi, omes enim lineæ ductæ ad quodlibet punctum corporis, recidunt in unum punctum ſpeculi, & forma unius puncti corporis incidit omnibus punctis ſuperficiei totius ſpeculi, eo q̄ ad omnem poſitionis differentiam fit diffuſio formarum, tota ergo forma corporis erit in unoquoq; puncto ſpeculi, & forma cuiuslibet corporis in tota ſpeculi ſuperficie; quot ergo ſunt puncta in ſuperficie ſpeculi, tot ſunt pyramides ad totam ſuperficiem formæ corporis terminatæ, quæ ſuperficies fit baſis omnium illarum pyramidum; & quot ſunt puncta in totali ſuperficie corporis, cuius forma incidit ſpeculo, tot fiunt pyramides ad totam ſuperficiem ſpeculi terminatæ, quæ fit baſis omniū illarum pyramidum, & ſunt omnes iſtæ pyramides continuæ per continuitatem punctorum in ductis ſuperficiebus exiſtentium potētia non actu, eritq; axis cuiuslibet harum pyramidum punctus ſecundum quem ſpeculo incidit punctus medius totius formæ ſpeculo incidentis, quoniam ab illo incidit ſecundum æqualem diſtantiam, omnes puncti alij circumſtant æqualiter medium punctum formæ, patet ergo propoſitum.

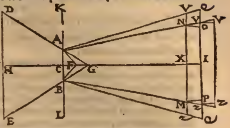
XXIII.

Impoſſibile eſt uideri imagines in quibuſcunq; ſpeculis propter reflexionem radiorum uiſualium à ſpeculis ad res uiſas, ſed ſolum propter reflexionem formarum à ſpeculis ad uiſum.

Si enim radij uiſuales reflecterentur à ſpeculo ad res, quorum uiſus accipit imagines, referentq; ipſas formas à ſpeculis ad uiſum, tunc quælibet imago uidetur loco ſuæ rei cuius eſt imago, quod eſt contra ſenſum, & quia, ut præoſtenſum eſt ſecundum ſecūdam huius, ab omni corpore colorato præſente luce, color ad corpus oppoſitum politū mittitur mixtum cum lumine, & quandoq; totaliter, & quandoq; partim reflectitur ab illis, tunc ſi radij uiſuales incidentes ſpeculis reflectentur ab illis ad res ipſas, & deferent

ſecum

ſecum formas, accideret quod duæ uidentur imagines uniuſcuiuſq; rei, quorum unam offerret uiſui ipſe uiſualis radius reflexus, & aliam ipſe radius formæ rei incidens ſpeculo, in quo formæ rerum imprimuntur, & reflexus à ſpeculo ad uiſum, quod totum eſt impoſſibile ſenſui. Sed ſermo ad eius oppoſitionem quidam antiquorum demonſtrationem attulit, quã & nos ut indifferentẽ uigoratam fortius præſenti propoſito applicamus. Sit itaq; exempli cauſa ſpeculũ planum erectum ſuper ſuperficiem horizontis orthogonaliter, in quo ſit linea diuidens ſuperficiẽ ſpeculi per æqualia, quæ ſit a b, & ſit centrum uiſus g, à quo ducatᷣ linea g c, perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi. Sit itaq; ut linea g t, cadat ſuper lineam a b, in punctum t, erit ergo linea g t, perpendicularis ſuper lineam a b, & ducantur à puncto g, lineæ g a & g b æquales, erunt ergo per 5. primi, anguli g a b, & g b a æquales, & anguli ad punctum t ſunt recti, ergo per 26. primi, & per hypotheſim erit linea a t, æqualis lineæ b t, producantur itaq; lineæ g a & g b, ultra ſpeculum ad puncta d & e, ita ut lineæ g a d, & g b e, ſint æquales, & coniungatur linea d e, producaturq; linea g t, ad lineam d e, & incidat illi in puncto h, erit ergo per præmiſſa & 26. primi, linea d h, æqualis lineæ h e, ergo per 8. primi, & per diffinitionem perpendicularis anguli ad punctum h, ſunt recti, ergo per 28. primi, lineæ d h & a t, ſunt æquedistantes, & lineæ h e & t h, æquediſtantes, producaturq; linea t h, ultra uiſum g, donec linea t i, ſit æqualis lineæ t h, & ducantur à puncto i, lineæ i u, & i z, æquediſtanter lineæ a b, & ſit linea u z, æqualis lineæ d e, & ducantur lineæ u a & z b, quia ergo linea t i, eſt æqualis ipſi lineæ t h, & linea u z, æqualis lineæ d e, & linea a b, æqualis eſt ſibi ipſi, erit ſuperficies a b & d o, æqualis ſuperficiei a b d e. Suppoſita eñ nec excedit nec excedetur, linea ergo u a, eſt æq̃lis lineæ a d, & z b eſt æq̃lis ipſi lineæ b e, & angulꝰ a u z, æq̃lis eſt angulo a d e, & angulus d z b, eſt æqualis d e b, & angulus d a b, æqualis angulo u a b, radius ergo g a, per 20. huius, reflectetur ad punctum u. Si tantum producatur linea a b, ultra punctum a, ad punctum r, & ultra punctum b, ad punctum l, palam ex præmiſſis & per 13. primi, quia linea a r z diuidet angulum u a d, per duo æqualia, erit ergo angulus s a b, æqualis angulo r a d, & ſimiliter erit angulus z b l, æqualis angulo e b l. Sed angulus r a d, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b e, æqualis angulo g b a, per 15. primi, ergo angulus r a u, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b z, æqualis angulo g b a, ergo per 20. huius duo radij g a & g b, conuertentur à duobus punctis a & b, ad duo puncta u & z. Si itaq; centrum uiſus quod eſt g, appropinquet ſuperficiei ſpeculi, & lineæ a b, ut ſi perueniant in punctum f, tunc quia angulus incidentiæ, qui eſt g a t, erit per 20. huius, angulus reflexionis, qui ſit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui eſt u a r, & erit angulus q a r, maior angulo u a g, & linea q i, maior linea u i, approximante ergo uiſu ſuperficiei ſpeculi non uidebuntur extremitates rei prius uiſæ, quæ ſunt u & z, ſecundum extremitates ſpeculi, quæ ſunt a & b. Sed & uiſu perſiſtente in puncto g, & linea u z, approximante ſpeculo uſq; ad punctum x, quod ſit punctum lineæ z h, non uidebuntur extremitates lineæ u z, quæ ſunt u & z, ſed ſolum aliqua puncta ipſius, in quibus radius g a, uiſualis reflexus à ſuperficie ſpeculi ſecat u z, quæ ſint puncta m & n, erit enim linea n m, minor q̃ linea u z, quod patet per 34. primi, ductis lineis æquediſtantibus, & perpendicularibus, quæ ſint n o & m p, & ſi linea u z elongata fuerit à ſuperficie ſpeculi, nullum eius punctum uidebitur ſecundum radios a b & u z, quia alij radij uiſuales à punctis extremis illius ſpeculi, quæ ſunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineæ u z, ſed ultra illa, quod patet per 34. primi, copulatis lineis æquediſtantibus quæ ſint u u & z z, non uidebitur ergo in tali diſpoſitione reſpectu ſpeculi aliquod punctorum lineæ u z, quod eſt contra experientiam & ſenſum; accidit enim extrema rei approxima



tæ &

tæ & elongatæ in ſpeculo qñcũq; uideri, ut ſuppoſitum eſt in huius libri principio. Et ſicut hoc patet in ſpeculis planis, ſic etiam patet in alijs ſpeculis quibuſcũq;, quoniam de omnibus eadem eſt demonſtratio, patet ergo propoſitum, aut ad minus ex his non concluditur oppoſitum ipſius.

XXIIII.

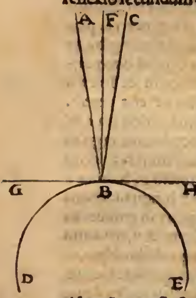
Comprehenſionem formarum uiſibilium in ſpeculo ſola efficit reflexio quæ ad uiſum, unde ſecundum diſpoſitionem linearum reflexionis uiſus neceſſario informatur.

Quòd enim radij ab oculo non exeant, qui redeuntes ad uiſum referant ſecum formas uiſibilium, hoc oſtenſum eſt per præmiſſam, quòd autẽ forma ſenſibilis non informet ipſum ſpeculum, ſicut forma naturalis ſuam materiam, hoc patet ex hoc, quod non in omni differentia poſitionis uidentur formæ in ſpeculis quibuſcũq;, intuens enim aliquis accedens ad ſpeculum fixum, uidet formam quam prius non uidit, & recedens à loco uiſionis formæ prius in ſpeculo fixæ uiſæ, non amplius uidet illam; & uiſa parte ſpeculi, non propter hoc uidetur pars formarum in ſpeculo apparentium, ſed in eodẽ puncto ſpeculi diuerſi aſpicientis uidere poſſunt formas diuerſas & diſtinctas, quæ tamen ut quidam actus completiui eandem partem ſpeculi non poſſunt ſimul informare, uidetur etiam in ſpeculo forma rei, quæ ſecundum lineam rectam non poteſt multiplicari ad uiſum; multa quoq; alia accidunt, quorum ratio poſterior eſt magna, tñ impoſſibilitatem demonſtrant, palam itaq; formas à ſpeculo non procedere, ut in ſpeculo exiſtentes & multiplicantes ſe ad uiſum, ſed ut incidẽtes ipſis ſpeculis à rebus formatis & à ſpeculis ad uiſum reflecti, ſecundum diſpoſitionem ergo linearum reflexionis uiſus neceſſario informatur, quia quandoq; uiſus uere rem aliam non uidet, cuius formam comprehendit à ſpeculo reflexam, patet ergo propoſitum.

XXV.

In omni reflexione à quocunq; ſpeculo facta, ſuperficiem reflexionis ſuper illius ſpeculi ſuperficiẽ, uel ſup ſuperficiẽ illud ſpeculum in puncto reflexionis contingentem, erectam eſſe eſt neceſſe.

Quoniam enim ſi lux uel forma alicuius ſpeculi ſecundum perpendicularem lineã incidit, illa ſecundum eandem reflectitur per 21. huius, palam quod tunc fit incidentia & reflexio ſecundum eandem lineam, & ſuperficiem reflexionis neceſſe eſt eſſe erectam ſuper ſuperficiem ipſius ſpeculi per 18. undecimi. Si uero lux uel forma ſecundum lineas obliquas incidit ſuperficiei ſpeculi cuiuſcũq;, tunc ſemper angulus incidentiæ & reflexionis erunt in eadem ſuperficie reflexionis, ut patet ex eorum diffinitione, ſed & in eadem ſuperficie ſecundũ lineam perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi & lineæ incidentiæ & reflexionis ductos angulos cum linea, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi continentes, ut patet per diffinitionem ſuperficiei reflexionis, eſt ergo per 18. undecimi, illa ſuperficies erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, uel ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem in puncto reflexionis, & hoc exemplariter patet in ſuperficie circuli ſequentis armillã inſtrumenti in 9. huius præmiſſi, æquediſtanter baſibus ſuis per omnia centra foraminum, & æquediſtantis ſuperficiei circuli ænei, quæ eſt a b c, radio enim per foramen medium incidente & ſpeculo declinante ſecundum regulam eadem eſt demonſtratio, quæ in radijs oblique incidentibus: reflectitur enim ſemper tunc radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquediſtat lineæ b z p, quæ eſt linea longitudinis regulæ, & quoniam fit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundæ, uel radij perpendiculariter ſuper lineam t q, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei regulæ & ſuperficiei circuli tranſeuntis per centra foraminum, & huic axi æquediſtat linea d b, ſemidiameter circuli a b c, ſunt



ergo

ergo in eadem ſuperficie per primam primi huius. Sed linea d b, eſt perpendicularis ſuꝑ lineam latitudinis regulæ, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei regulæ & circuli a b c, ergo per diffinitionem ſuperficiei ſuper ſuperficiem erectæ, ſuperficies in qua ſunt axis columnæ ferreæ uel radij incidẽtis, & linea d b, eſt erecta ſuper ſuperficiẽ regulæ uel ſpeculi, & in hac ſuperficie eſt linea perpendicularis, quæ eſt linea altitudinis armillæ tranſiens per punctum b, & per centrum foraminis medij, in quam lineam fit reflexio lucis axis pyramidis radialis, patet ergo propoſitum, & ita in unoquoq; ſpeculorũ, quoniam ad omne ſpeculum hæc demonſtratio ſe extendit, ut patuit ex præmiſſis.

XXVI.

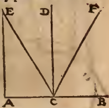
In omni reflexione à cuiuſcunq; ſpeculi ſuperficie linea recta per æqualia diuidens angulum contentum ſub lineis incidentiæ & reflexionis ſuper lineam, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, uel ſuperficiei in puncto incidentiæ ſpeculum contingentis neceſſario perpendicularis exiſtit: ex quo patet illam lineam erectam eſſe ſuper ſuperficiem in illo puncto ſpeculum contingentem.

Sit ẽm ut forma puncti a, incidat ſuperficiei alicuius ſpeculi ſecundũ punctum b, & reflectatur in punctum c, eſt itaq; linea incidentiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quæ ſunt in una ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi per præmiſſam, ſitq; aliqua ſuperficies plana contingens ſpeculum ſecundum punctum b, cõmunis aũt ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei reflexionis, ſit linea d b e, angulũ uero a b c, diuidat lineã b f, per æqualia. Dico ꝙ linea f b, eſt neceſſario ꝑpendicularis ſuper lineã d b e, qa enim angulus d b a, eſt æqualis angulo e b c, per 20. primi huius, angulus ẽm incidentiæ a b, eſt æqualis angulo reflexionis, qui eſt e b c, & quia angulus a b f, eſt æqualis angulo f b c, ex hypotheſi, palã ꝙ totus angulus f b d, eſt æqualis toti angulo f b e, eſt ergo linea f b, perpendicularis ſuper lineam d e, per diffinitionẽ lineæ perpendicularis, et hoc ſi linea d b e ſit linea recta, quæ ſi fuerit circularis, ſicut g h linea recta ipſam contingat in puncto b, per 16. tertij, & quia anguli cõtingentiæ g b d, & h b e, ſunt æquales, relinquit̃ qđ anguli f b g, & f b h ſint æquales, & erit idẽ linea f b, ꝑpendicularis ſuꝑ lineã g b, & ſuꝑ lineam d e, cũ itaq; linea f b, ſit ducta in ſuperficie reflexionis, quæ ex præmiſſa eſt recta ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, uel ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculũ in puncto incidentiæ contingentem, & cũ ipſo ſit ſuꝑ ipſaꝫ cõmunem ſectionẽ perpendicularis, patet quod linea f b, eſt erecta ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ in illo puncto cõtingentem, continet ẽm cũ omnibus lineis in illa ſuperficie productis angulos æquales, & qm̃ eodẽ modo poteſt fieri declaratio in ſectionib. patet ergo ꝓpoſitũ.

XXVII.

In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis quibuſcunq; centrũ uiſus & punctum formæ uiſæ, & punctum reflexionis & termini perpendicularis & katheti utriuſq; cõſiſtere eſt neceſſe: ex quo patet lineã ꝑpẽdicularẽ à pũcto reflexiõis ductã, om̃ibus ſuꝑficieb. reflexionis illi pũcto incidẽtib. cõem eſſe.

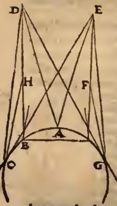
Oſtenſum eſt per 25. huius, quoniam in omni reflexione à quocunq; ſpeculo facta ſemper ſuperficies reflexionis, in qua ſunt lineæ reflexionis & incidentiæ & perpendicularis ſuꝑ ſuperficiem ſpeculi ducta à puncto reflexionis, erecta eſt ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi, à quo fit reflexio: cũ aũt linea incidentiæ incipiat à puncto formæ cõprehenſæ, & terminat̃ in punctum reflexionis, & linea reflexionis incipiat à puncto reflexionis, & terminatur ad centrum oculi, palã quòd hæc tria puncta ſunt in eadẽ ſuperficie. Sed cum perpendicularis ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſuper quam per 25. huius ſuꝑficies reflexiõis eſt erecta, qm̃ & in illa ſuꝑficie eſt tota ꝑpendicularis, cũ.n. ipſa ꝑpendicularis in puncto reflexionis ſecet lineas incidẽtiæ & reflexionis, cũ qbus ipſa ex diffinitiõe eſt in eadem ſuꝑficie, ergo ꝑ primã 5. terminus ꝑpẽdicularis ſuꝑior neceſſario erit ĩ eadẽ ſuꝑficie cũ



punctis prædictis. Si em̄ illa perpendicularis ad punctū alium extra ſupficiem reflexionis terminetur, patet ꝙ illa perpendicularis in alia erit ſuperficie, qđ eſt contra diffinitionem ſuperficiei reflexionis, ſed etiam ſi ipſa in alia fuerit ſuperficie, erit rectus minor recto, quod eſt impoſſibile, linea em̄ à puncto reflexionis producta in ipſa ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum linea in ſuperficie ſpeculi ab eodem puncto producta continet angulū rectum & perpendicularis ſimiliter. Si ergo illæ 2. lineæ ad diuerſa puncta terminanẽ, fit rectus maior recto. Sed per eundẽ modum patet id qđ ꝓponitur de kathetis, & qm̄ oẽs ſupficies reflexionis quæ tranſeũt idem punctū reflexionis, & aliquẽ punctū formæ cõprehenſum, licet ad diuerſa centra uiſuũ terminenẽ, ſemꝑ tranſeunt eundẽ terminū ꝑpendicularis, qm̄ oẽs ſunt erectæ ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi, uel ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculū in puncto reflectionis cõtingentẽ, palã qm̄ oẽs ſecant ſe in ꝑpendiculari, eſt ergo ꝑpendicularis ab oĩbus cõmunis. Sed & hoc figuraliter eſt declarandū, Sit .n. ſupficies ſpeculi cuiuſcũqꝫ a c b, in cuius punctū c, incidat radius à puncto rei uiſæ, quod ſit f, per lineã f c, & reflectaẽ ad centrũ uiſus qđ ſit e, per lineam c e, extrahaẽ ꝗcꝫ perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, quæ eſt b c a, à puncto c, quæ ſit c d, per 12. undecimi, intelligiẽ ꝗcꝫ à puncto e, perpendicularis ꝓtrahi ſuꝑ ſuperficiem b c a, ut ei cõtinuã per 11. undecimi, quæ ſit e a, eritqꝫ linea e a, æꝗdiſtans lineæ d c per 6. undecimi, qm̄ ambæ ſunt orthogonales ſuꝑ eandẽ ſuperficiẽ ſpeculi, quæ eſt b d, & qm̄ lineæ d c & e a, ſunt æꝗdiſtantes, palã per primã primi huius, qa ſunt in eadẽ plana ſupficie, & linea recta a b, cũ utraqꝫ illaꝶ lineaꝶ. ſ. d c & e a, cõtinebit angulũ rectũ, & erit in eadem ſupficie cũ utraqꝫ ipſaꝶ per 2. undecimi, & linea e c, tenebit cũ his ambabꝰ lineis ꝗ ſunt e a & d c, angulos acutos ꝓpter diffinitionẽ anguloꝶ rectoꝶ, & qm̄ linea incidentiæ & reflexiõis cũ perpendiculari d c, ſunt in eadẽ ſupficie, & linea e c recta copulat extremitates lineaꝶ e a & d c, erit ipſa per 2. undecimi, in eadem ſuperficie cũ ductis perpẽdicularibꝰ, oẽs ergo lineæ quæ ſunt e a & e c, d c, f c, ſunt in una & eadẽ ſuperficie, quatuor ergo ꝓmiſſa puncta ſunt in eadem ſuperficie reflexionis, & hoc ꝓponitur, qm̄ in ſpecto ꝗcũqꝫ alio puncto corporis uiſi uel ſpeculi, ſemꝑ accidit idem ſitus lineaꝶ radialium cũ ipſis perpendicularibus, & ſimiliter patet de utriſqꝫ kathetis & incidentiæ & reflexionis per primã 5. patet ergo ꝓpoſitũ, & ex hoc patet 9. corrella. ſatis manifeſte.

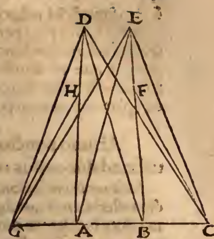
XXVIII.

Omnem punctum reflexionis formæ puncti oblique ſpeculo incidẽtis, inter kathetum incidentiæ & reflexionis in ſuperficie ſpeculi conſiſtere eſt neceſſe.



Sit ſuperficies cuiuſcũqꝫ ſpeculi, in quo cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea a b c, recta uel curua, & ſit punctus rei uiſæ qui d, & centrũ uiſus punctũ e, ſitqꝫ kathetus incidentiæ q d a, & kathetus reflexionis qui e b, dico qđ omne punctum reflectionis formæ puncti d, ad centrum uiſus e, inter puncta ſuperficiei ſpeculi a & b, conſiſtere eſt neceſſe. Si enim detur quòd in ipſis punctis a uel b, fiat reflexio formæ puncti d, ad uiſum e, ſit ergo ut fiat à puncto ſpeculi, quod eſt a, & ducatur linea a e, tunc cũ linea d a, ſit perpendicularis, & linea a e non ſit perpendicularis, & per 20. huius, angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, erit ergo angulus e a b, rectus, ſed & angulus e b a, eſt rectus, trigoni ergo e a b, duo anguli ſunt recti, quod eſt impoſſibile. Similiterqꝫ deducendum ſi detur reflexionem fieri à puncto b, quoniam idem accidit impoſſibile, non fit ergo reflexio ab aliquo punctorum a uel b, quibus incidunt katheti. Sed neqꝫ ab aliquo punctorũ lineæ a b c, extra puncta a & b, ſit enim ut forma puncti d, reflectatur ad uiſum e, à puncto ſpeculi c, ductis ergo lineis d c & c e, diuidatur angulus d c e per æqualia, per 9. primi, & ducatur linea c f, ſecans lineam b e, in

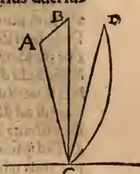
puncto



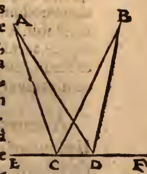
puncto f,erit ergo per præmiſſam linea e f, perpendicularis ſuper lineã a c,trigoni ergo b f c,duo anguli ſunt recti,q̃d eſt impoſſibile,ut prius,& eodem modo deducendum, ſi detur fieri reflexio ab aliquo puncto linea a b c, ultra punctum a, ut à puncto g,ducta linea g h,angulum d g e,per æqualia di uidente,patet ergo quod ſolum inter puncta a & b, fiet refle xio ab aliquo punctorum lineæ a b,uidelicet inter kathetum incidentiæ & kathetum reflexionis,quod eſt propoſitum in ſpeculis planis,& patet uniuerſaliter in omnibus reflexioni bus à ſpeculis,quibuſcunq;,quia danti oppoſitum eadem im poſſibilia ſequantur,ducta corda arcus interiacentis,ducta puncta reflexionum & kathetorum productorum,& ductis lineis contingentibus in illis punctis ipſas ſuperficies ſpeculorum,uel lineas quæ ſunt communes ſectiones ipſorum ſpeculorum & ſuperficierũ reflexionis,patet ergo propoſitum.

XXIX.

Impoſſibile eſt ſimul duo puncta eiuſdem rei uiſæ ab eodem puncto cu iuſcunq; ſpeculi reflecti ad idem centrum uiſus,uel à duobus punctis ſpeculorum planorum uel conuexorum,formam unius puncti.



Quoniam enim puncto alicuius formæ perpendiculariter ſuperficiei ſpeculi incidente aliam lineam ab alio puncto rei eiuſdem, uel perpendiculariter alterius duci ſuper eandem ſuperficiem ad idem punctum eſt impoſſibile, patet per 13. undecimi,quod autem perpendicularis reflectatur in ſe ipſam,patet per 21. huius, impoſſibile eſt ergo duo puncta eiuſdem formæ uiſæ ab eodem puncto ſpeculi ad idem centrum uiſus reflecti perpendiculariter. Sed neq; eſt hoc poſſibile fieri linea incidentiæ obliqua exiſtente, omnis enim punctus cuiuslibet formæ incidit ſpeculo, & reflectitur ad uiſum ſecundum lineas breuiores per 18.huius,& omis talis reflexio ad uiſum & ipſarum comprehenſio fit ſecundum diſpoſitionem linearum reflexarum per 24.huius,illæ ergo duæ formæ ſi ad unum punctum quod eſt centrũ oculi incidunt,& ab uno puncto reflectuntur, tunc illa duo puncta à quibus ſuarum formarum fit incidentia,quia non perueniunt ad uiſum niſi ſecundum lineas incidentiæ,quæ ab uno puncto reflexæ perueniunt ad uiſum, uidebũtur unus punctus,& ſic erit confuſio formarum in uiſu. Si enim lineæ incidentiæ formarum diuerſorum punctorum non diuerſificant puncta reflexionis, ſed incidunt eodem puncto, palam quòd aut aliqua forma tota, aut plura puncta illius formæ poſſunt uni puncto incidere, & in unum punctum reflecti,qui eſt centrum uiſus,& uidebitur tota forma unus punctus. Item ſi detur lineas incidentiæ & reflexionis propter angulorum ſuorum diuerſitatem ſemper diuerſas eſſe, ſicut ergo ſunt duæ lineæ incidentiæ, quæ à diuerſis punctis formæ incidunt eidem puncto ſpeculi:Sic fient duæ lineæ reflexionis quæ ad idem centrum uiſus terminantur,ut ſi à duobus punctis formæ incidentiæ ſpeculo,quæ ſunt a & b,incidunt eidem puncto ſpeculi, qui ſit c, duæ lineæ a c,& b c,& ab illo reflectentur ad idem centrum uiſus quod ſit d, ſequitur ad huc ſi ab uno puncto reflexionis c,diuerſæ formæ punctorum a & b, ad centrum uiſus d perueniant,duas lineas rectas quæ ſunt c d,ſuperficiem includere, quod eſt impoſſibile,patet ergo propoſitum.Sed neq; à duobus punctis alicuius ſpeculi plani uel conuexi ad idem centrum uiſus ſimul poſſibile eſt idem punctum formæ reflecti. Sic enim ſi poſſibile eſt ut forma puncti a,reflectatur ad centrum uiſus b,à duobus punctis ſpeculi plani uel conuexi cuiuſcunq;, quæ ſit c & d, ſignata ſuper lineam quæ eſt communis



ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi uel ſuperficiei contingentis ſpeculum conuexū quæ ſit e f, cum ergo per 14. huius, ſecundum diſpoſitionem linearum reflexionis uiſus ſemper informetur, tunc forma puncti a, quæ eſt indiuiſibilis occurret uiſui ut forma lineæ c d, quæ eſt diuiſibilis linea, non ergo occurret uiſui niſi tantum unus punctus formæ reflexæ ab uno puncto ſpeculi, neq; unum punctū formæ à duobus punctis ſpeculi plani uel conuexi poſſibile eſt reflecti, quod eſt propoſitum.

XXX.

Ab uno puncto ſuperficiei ſpeculi cuiuſcunq; formam unius puncti rei uiſæ, ad duos uiſus non eſt poſſibile reflecti.

Linea enim reflexionis ad unum uiſum ꝓcedens ſi cum perpendiculari erecta à puncto reflectionis ſuper ſuperficiem ſpeculi angulum teneat æqualem, angulus quem tenet linea incidentiæ cum eadem perpendiculari, ut patet per 20. huius, palam ꝙ non poteſt in eadem ſuperficie alia linea ſumi, quæ æqualem angulum efficiat cū ducta perpendiculari, unde ab hoc puncto non reflectetur forma eiuſdem pūcti ad uiſum alium, oportet igitur ut à diuerſis punctis ſpeculi cuiuſcunq; fiat ad uiſus diuerſos reflexio, & quoniam duo tantum ſunt uiſus, oportet ad minus ut à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi cuiuſcunq; fiat reflexio formæ unius puncti rei uiſæ ad ambos uiſus, patet ergo propoſitum.

XXXI.

Ab uno puncto reflexionis cuiuſcunq; ſpeculi ad diuerſos uiſus poſſibile eſt formas punctorum plurium reflecti, & à diuerſis unam.

Quamuis etiam ut patet per 29. huius, ſolum formæ unius pūcti incidentis ab uno tantum puncto ſpeculi reflexio ſimul ſit poſſibilis ad unum centrum uiſus, eſt tamē poſſibile fieri ſimul ad diuerſos uiſus ab uno puncto ſpeculi diuerſorum punctorum formæ incidentis reflexionem, quoniam illa puncta ſecundum angulos diuerſos incidūt, & ſecundū diuerſos reflectūtur, ergo ad puncta diuerſa terminanṫ lineæ reflexæ, in quibus diuerſi uiſus cadentes puncta diuerſarum formarum comprehēdit ab uno puncto ſpeculi ad diuerſos uiſus reflexa, & ſi unus uiſus motus fuerit, & ſitum uariauerit, ſpeculo exiſtente immoto, tunc etiam ſecundum ſitus ſui diuerſitatem ab eodem puncto ſpeculi ad ipſum puncta diuerſarum formarum reflectentur, ſemper tamen complebitur pyramis reliquarum formarum. Sed & unus uiſus motus, uel diuerſi uiſus eandem formam uidebūt à diuerſis punctis ſpeculi reflexam, quia quilibet punctus formæ incidentis totali ſuperficiei ſpeculi incidens ad aliquam partem oppoſitam reflectitur, & ſecūdum modum quo in 22. & 24. huius proponitur, patet quod formarum pyramides diuerſantur, & quia diuerſis uiſibus diuerſi axes pyramidum incidunt, quæ ſunt eiuſdem formæ, accidit ut à diuerſis uiſibus una forma à diuerſis punctis ſuꝑficiei ſpeculi reflexa uideatur, & idem accidit etiam eidem uiſui moto, quando ſpeculum permanet immotum, patet ergo propoſitum.

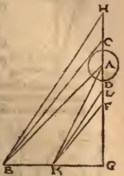
XXXII.

A centro oculi ducta perpendiculari ſuper ſuperficiem cuiuſcunq; ſpeculi plani uel conuexi, non eſt poſſibile aliquem punctum ductæ lineæ reflecti ad uiſum, niſi eum ſolum quo ducta perpendicularis ſuperficiem oculi interſecat, & ab eo ſolo puncto quo ducta perpendicularis incidit ipſius ſpeculi ſuperficiei.

Sit centrū uiſus punctū a, & ſit linea quæ eſt cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi cuiuſcūq; plani uel cōuexi, & ſit nūc exēpli cauſa ſpeculi plani dati linea b g, ſitq; ꝑpendicularis ducta à pūcto a, ſuꝑ lineā b g, linea a g, ſit quoq; ut lineā a g, ſecet ſuꝑficiē ſphæricā cōuexā oculi in pūcto d, dico qđ in tota ꝑpēdiculari a g, quātumcūq; ꝓtracta nō eſt pūctus q reflectaṫ ab hoc ſpeculo ad cētrū uiſus a, niſi ſolus pūctus d. Si. n. alius pūctus ductæ ꝑpēdicularis ad uiſum reflectiṫ ṗter pūctū d, aut ille pūctus eſt ultra cētrū uiſus a, aut ſub uiſu, ſi ultra uiſum ſit ille punctus h, palā ergo ꝙ non

perueniet

perueniet forma eius ad ſpeculum ſuper perpẽdicularem h a, propter ſolidi corporis interpoſitionem, quod eſt ultra uiſum in capite uidentis, non reflectitur ergo forma pũcti h ſuper perpendicularem h g. Si uero dicatur quod ab aliquo puncto ſpeculi præter punctum g, poteſt reflecti forma puncti h ad uiſum a. Sit illud punctũ b, & ſit linea incidentiæ h b & linea reflexionis h a, diuidaturq́ꝫ angulus h b a, per æqualia per lineam b t ductã ad perpendicularem h g, auxilio nonæ primi, erit ergo per 26. huius, linea b t perpendicularis ſuper lineã h g, ſed linea t g eſt perpendicularis ſuper eandem lineam h g, ab eodem ergo puncto t eſt ducere duas perpẽdiculares ſuper lineam h g, & ſup ipſam ſupficiẽ ſpeculi quod eſt impoſſibile. Sequetur em̃ trigoni a b g duos angulos eſſe rectos, ſcilicet angulos c g b & c b g, & ab eodem puncto plures ducerentur perpendiculares lineæ ſuper eandẽ ſuperficiem, qđ eſt contra 20. primi huius: nulla ergo forma punctorum lineæ h d, poteſt reflecti ad uiſum niſi ſolum punctũ d, quoniam de omnibus alijs punctis eodem modo eſt demonſtrandum, neqꝫ enim poteſt dici quòd aliqua forma alicuius puncti ſumpti inter puncta a & d, reflectatur ad uiſum niſi per lineam perpendicularem d a, quoniã puncta inter centrum uiſus, & ſuperficiem eius poſita ſunt ualde rari, unde nõ mittitur alicuius ipſorum forma in uiſum, neqꝫ ab aliquo ſpeculo reflectit̃ ut ſentiatur, ſed neqꝫ forma alicuius punctorũ lineæ d g poteſt reflecti ad uiſum a, à pũcto ſpeculi g, ut forma pũcti f, quoniã ſi illud pũctum d ſolidi corporis fuerit, patet quod ipſum impediet reflexionem ad uiſum per lineã d g, quia propter ſoliditatem ipſius forma puncti f, non poterit tranſire & ad uiſum peruenire, & ſi fuerit rarũ, adhuc forma reflexa à ſpeculo miſcebitur ei & adherebit ſibi, neqꝫ perueniet ad uiſum. Sed neqꝫ poteſt forma alicuius ipſorum punctorum reflecti à pũcto alio ſpeculi quàm à puncto g, ut à puncto k, quoniam ductis lineis f l z & a l z, & diuiſo angulo a l z f per æqualia, per lineam h l, ſequatur idem impoſſibile quod prius .ſ. lineas l k & l g, ꝑpendiculares eſſe ſup ſupficiẽ ſpeculi, uel ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ contingentẽ, qđ eſt cõtra 20. primi huius, oĩm itaqꝫ punctorũ lineæ h g, nõ reflectit̃ aliquis ad uiſum a niſi ſolum punctum d, & quoniam quodlibet punctum totius uiſibilis in quo eſt linea h g præter punctum d, in ſuperficie uiſus impreſſum opponitur ſpeculo non ad angulũ rectum, quoniam omnia puncta circunſtantia punctum d, concurrunt in centro uiſus a, & faciunt conum pyramidis cuius baſis eſt in ſuperficie ſpeculi circa axem a g, uidebuntur formæ omnium illorum punctorum ſemper perpendiculares ab eis ad ſuperficiẽ ſpeculi ductis, patet ergo propoſitum, quoniam in ſpeculis conuexis, linea h g, eſt ſemꝑ perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, nec ab aliquo ſuorum punctorum ſuper ſpeculi ſuperficiem alia perpendicularis duci poteſt per 20. primi huius, ita tamẽ quòd hæc quæ præmiſſa ſunt in uno tantum uiſu intelligatur in omnibus ſpeculis planis & quibuſcunqꝫ conuexis, ſicut propoſitio proponit, quoniam eiuſdem puncti rei uiſæ ad ambos uiſus reflexa, ſi uni uiſuum perpendiculariter incidat, poteſt alij uiſui oblique incidere ſecundum lineam reflexionis oblique à ſuperficie ſpeculi ad centrum uiſus procedentem, & uidebitur idem punctus rei uiſæ à duobus uiſibus ſecundum diuerſum modum ſuæ reflexionis, in ſpeculis uero concauis quibuſcunqꝫ eſt ſecus.

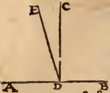


XXXIII.

Impoſſibile eſt formam oblique ſpeculo incidentem ſecundum lineã ſuæ incidentiæ ad uiſum reflecti, uel ex parte ſui anguli minoris.

Eſto in ſpeculo a d b incidat forma puncti c, oblique in puncto d, ita ut angulus c d b ſit maior angulo c d a, dico quod forma puncti c ſecundum lineam c d, non reflectitur in ſe ipſam propter inæqualitatem angulorũ, cum ſemper angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis per 20. huius, ſed neqꝫ ex parte ſui anguli minoris, q̃ eſt c d a, fiat enim ut reflectatur ſecũdum lineam d e diuidentem angulum c d a, erit ergo angulus c d b æqualis angulo e d a, ſed angulus c d b maior eſt angulo e d a, erit ergo angu-

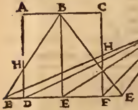
ſus e d a maior angulo c d a, pars ſuo toto, quod eſt impoſſibile, ſemper ergo ſecundum angulum maiorem qui in propoſito eſt angulus c d b fiet reflexio, & hoc eſt propoſitum.



XXXIIII.

In omni ſpeculo formarum punctorum mediorum cuiuſlibet rei uiſæ reflexio fit inter pũcta reflexionum formarum punctorum extremorum eiuſdem rei uiſæ.

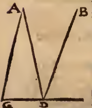
Sit res uiſa per reflexionem à quocunq; ſpeculo, quæ a b c, cuius extrema puncta ſint a & c, alius uero mediorum punctorum lineæ a b c ſit punctus b, & ſit ſuperficies illius ſpeculi ſiue plana ſiue conuexa uel concaua fuerit, in qua ſit cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi linea d e f, & ſit centrum uiſus punctum g, reflectaturq; forma puncti a ad uiſum g, à puncto ſpeculi quod eſt d, & forma puncti c à puncto ſpeculi quod ſit f, et forma puncti b, quod ſit alius mediorum pũctorum lineæ a b c, reflectatur ad uiſum à puncto ſpeculi e, dico quod punctus e neceſſario cadit inter puncta a & c, quæ ſunt puncta reflexionum formarum punctorum a & c: ſi eñ cadat punctũ e extra pũcta d & f, linea ergo b e quæ eſt linea incidentiæ formæ puncti b, ſecabit aliquam linearum quæ ſunt a d & c f, quamcunq; illa uero ſecuerit, ſit punctũ ſectionis h, palam itaq; quod forma puncti h, reflectetur ad uiſum g, à duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt e & f, uel e & d, quod in ſpeculis planis & conuexis poteſt eſſe impoſſibile per 29. huius. In ſpeculis quoq; concauis duplicabuntur puncti reflexionum illis ſpeculis conuenientium, nulla quoq; forma in aliquo ſpeculorum ſecundum ſitum & ordinationem propriarum ſuarum partium uidebitur, quod totum eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum.



XXXV.

Figura ſuperficiei corporis incidentis & ſpeculi, & ſitu ſimili exiſtẽte, erit in omni ſpeculo complementum formæ corporis & figuræ.

Cum enim figura ſpeculi & corporis eſt eadem & ſitus idem, ut ſi utraq; illarum figurarum ſit plana & æquediſtent, tunc forma puncti primi ſuperficiei uiſi corporis incidit puncto primo ſpeculi, & forma puncti ſecundi pũcto ſecundo, & ſic de omnibus alijs punctis ſe reſpicientibus. Si ergo in ſuperficie ſpeculi ſit totalis figura ſuperficiei corporis uiſi, quod non accidit in ſpeculo alterius figuræ, ſimiliter quoq; ſumpta quacunq; ſpeculi parte cuius figura ſit ſimilis figuræ corporis, & ſitus æquediſtans erit ſemper complementum figuræ corporis in ea: & cum infinitæ ſint tales ſpeculi partes, palam quod infinitæ erunt formæ corporis ſpeculo incidentes, quæ ſemper ad diuerſa puncta reflectuntur ex quibus formam corporis uiſus diuerſi in eodem ſpeculo comprehendũt. Hoc itaq; accidit in omnibus ſpeculis, ſed maxime euidens eſt in planis, cum enim quolibet puncto ſuperficiei planæ ſuperficiei ſpeculi plani incidente figura partium circunſtantium ſit ſimilis ordinationis & ſitus, accidit ex omnibus punctis ſimul reflexio & ſimul & in eodem modo, & ſic fit complementum in ſpeculo formæ corporis & figuræ, & hoc proponitur.



XXXVI.

In ſpeculis quibuſcunq; unumquodq; punctorum conſpectorum in katheto ſuæ incidentiæ uidetur.

Sit ſpeculum quodcunq;, & ſit nunc exempli cauſa planũ, quod ſit g d, punctusq; uiſus ſit a, & centrum oculi ſit b, & ducatur à puncto rei uiſæ quæ eſt a, kathetus incidentiæ quod ſit a g. Dico quod imago puncti a, ſemper uidetur in linea a g: ſuppoſitum enim eſt in principio huius libri, quod uniformis ſituatio puncti rei uiſæ reſpectu ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi à qua eius forma reflectitur, ſit ſolum

ſolum ſecũdum kathetum ſuæ incidentiæ, forma autem quæ in ſpeculo uidetur eſt imago rei uiſæ, ut patet per diffinitionem, neceſſe eſt ergo imaginem illam uideri ſecundum ſituationem uniformem ipſius puncti rei uiſæ ad ſpeculum, quoniam aliâs non uidetur illa forma per modũ imaginis, uidebitur ergo neceſſario in ipſo katheto incidentiæ ſuæ, quod eſt propoſitum. In alijs enim ſpeculis eſt eodem modo declarandum.

XXXVII.

Locum imaginis rei uiſæ in ſpeculis quibuſcunq; in puncto concurſus lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ neceſſe eſt eſſe.

Huius exemplum eſt, ſi pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi cuiuſcunq;, tunc enim apparebit uiſui alia pyramis continua, tenens ſe cũ pyramide extrinſeca quaſi ad modũ rhombi, & uidebũtur harum pyramidum uertices quaſi uniformiter diſtantes à ſuperficie ſpeculi, & ſi linea recta imaginetur duci à uertice unius pyramidis ad uerticẽ alterius, palam q̃m ipſa erit perpendicularis ſuper baſem uiſæ pyramidis, & ita ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum eadem ſit ſuperficies ſpeculi & baſis uiſæ pyramidis, ut in ſpeculis planis uel baſis uiſæ pyramidis æquediſtet ſuperficiei ſpeculum contingenti ut in ſpeculis conuexis, quorum ſpeculorũ ſuperficies ipſa baſis uiſæ pyramidis eſt contingens, uel æquediſtans ſuperficiei cõtingenti ſuperficiem ſpeculi, ut in ſpeculis concauis, in quibus baſis pyramidis erectæ ſuper ſpeculũ æquediſtat ſuperficiei planæ ſpeculũ contingenti, uertex itaq; pyramidis ſemper uidebitur in linea perpendiculari ab eo educta ad ſpeculum. Similiter quoq; à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquediſtanter axi, ſemper incidet ad punctum ſimile ſibi reſpiciens ipſum in alia pyramide, & erit linea producta per 8. undecimi, ſemper orthogonalis ſuper baſes dictaꝝ pyramidũ, & ſuper ſuperficiem ſpeculi uel ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ contingentem, imago ergo cuiuslibet punctorũ pyramidum ſpeculo oppoſita cadit in ꝑpendiculari intellecta duci à puncto illo ſuper ſuperficiem ſpeculi. Sed quicũq; punctus corporis opponatur ſpeculo, neceſſe eſt imaginari pyramidem orthogonalem ſuper ſuperficiem ſpeculi aut ei continuam, uel ſuper ſuperficiem ipſum ſpeculũ contingentem, uel ſuperficiei cõtingenti æquediſtantem, ut patet per 22. huius, cuius pyramidis uertex eſt pũctus ille uiſus, & baſis eius ſuperficies ſpeculi aut ſuperficies contingens ei cõtinua, & cõuenit ut imaginetur alia pyramis oppoſita illi, cum illa quaſi complens rhombum, quarum utriuſq; eſt baſis uel eadem uel una baſium eſt alteri æquediſtans, & perpendicularis à uertice unius ad uerticem alterius ducta erit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, & quia imago cuiuslibet pũcti ſpeculo oppoſiti cadit in lineam perpendicularem ductam ab illo pũcto ad ſpeculi ſuꝑficiem aut ei cõtinuam, patet quod locus imaginis eſt in linea illa perpendiculariter ut patuit per præmiſſam, ſed quia in ſpeculis quibuſcunq; non accidit comprehenſio formarum niſi per lineas reflexionum, ut patet per 24. huius, palam etiam quia imago cuiuslibet uiſi puncti cadit in lineam reflexionis, & quia quælibet talium lineaꝝ eſt recta, imago ergo cuiuslibet pũcti formæ reflexæ cadit in punctum ſectionis ꝑpendicularis lineæ reflexionis, uidetur ergo quandoq; citra ſuꝑficiem ſpeculi, ut cum talium linearum interſectio uidelicet lineæ reflexionis & katheti incidentiæ non poteſt fieri niſi ſub ſuperficie ſpeculi, cõcurrit autem linea reflexionis ꝓtracta cum katheto incidentiæ, quia enim linea reflexionis cõcurrit cum linea perpendiculari educta à pũcto reflexionis ſuper ipſam ſpeculi ſuperficiem, ut patet ex præmiſſis. Sed in ſpeculis planis illa ꝑpendicularis æquediſtat katheto incidentiæ p 6. undecimi, ſunt enim ambæ ſuper ſpeculi ſuperficiem perpendiculares, manifeſtum ergo per 2. primi huius, quia in illis ſpeculis linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ. In alijs autem ſpeculis eſt hoc magis manifeſtum, quoniam in pluribus illis kathetis incidentiæ concurrit cum ꝑpendiculari ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi. De ſingulis tamen ſpeculis hoc in ſequentibus demonſtratur, & in iſtarum linearum concurſu uidetur imago, eſt ergo locus imaginis ut ꝓponebatur, hoc autem eſt neceſſario, ideo quia cum medium diſtantiæ inter punctum uiſum comprehenſum & ſpeculi ſuꝑficiẽm non ſit uacuum, fit reflexio formæ corporis medij ad uiſum, ſicut & puncti cor-

corporis ad quod intendit uiſus, nec eſt differentia reflexionis formæ corporis medij à reflexione formæ puncti intenti, niſi ſicut alicuius formæ unius totius corporis continui, cuius ſolum pars modica intenditur uideri, ut ſi foramen acus intendatur uideri in ſpeculo & forma illius multiplicatur ad uiſum, nihilominus ordinatur in ſpeculo tota forma acus: & quoniam formæ cadentes in uiſibus & ſpeculis quibuſcunq; regularibus retinent eſſentialem ordinem ſuarum partiũ & figurarũ, ut patet per 34. huius, ideo neceſſe eſt puncta formarum incidentium ſpeculi quandoq; in quadam diſtantia uideri, ut quando diſtant puncta rei extra, & quando linea reflexionis & kathetus concurrũt ſub ſpeculi ſuperficie uel inter uiſum & ſpeculũ, & non in ipſa ſuperficie ſpeculi uel retro uiſum, in quibus omnibus eſt eadẽ uniuerſalis cauſa quæ præmiſſa eſt, deferens ſolũ ſecundum uarios modos reflexionum: accidit enim rebus ſecundum quod formæ ipſarũ diffunduntur p medium ad ſuperficiem ſpeculi in formis ſuis ſpecificis differre, cum ſenſibiliter non ferantur ad ſpeculum, niſi lux & color & figura & ſimilia, quæ non faciunt differentiam ſpecificam in rebus, ut in ligno & lapide, quamuis uirtus diſtinctiua per accidentium cognitionem ſpecificam accipiat differentiã, ſcilicet per applicationem illorum accidentium ad propria ſubiecta, quæ uiſibus directe uidentibus ſub talibus accidentibus occurrũt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formæ feruntur ad ſpeculi ſuperficiem, & ſeruata forma totali & figura, accidit neceſſario partes remotiores à ſpeculi ſupficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uiſarũ confundãtur, ſic ut accidit neceſſario de rebus uiſis per mediũ aerẽ ut præordinata forma aëris in ſitu ſuo reſpectu formæ rei per mediũ aërẽ uiſæ oĩm ſuorũ pũctoꝝ forma uideantur, aliâs enim figura & forma rerum multiplicatarũ ad ſpeculi ſuperficiem confundentur, & hoc mihi uiſum eſt eſſe cauſa rei per alios multis ambagibus ꝑquiſitæ. Videtur itaq; res neceſſario in perpendiculari, quoniam ut patet per 21. primi huius, hoc eſt breuiſſima eius diſtantia à ſupficie ſpeculi à qua fit reflexio ad uiſum, aut à ſuperficie ei cõtinua, & ſecundum hanc fit rei uiſæ reſpectu ſpeculi uniformis diſpoſitio, & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in præmiſſa, licet ergo forma rei ſecundum aliam lineam reflectatur ad uiſum, iudicium tamen uirtutis uiſiuæ, quia recipit formam per modum imaginis, fit ſecundum lineam breuiſſimam ſecundum quam incidit forma uiſa ſuperficiei ipſius ſpeculi aut ei continuæ, propter conuenientem ordinationem formarũ in ſpeculi ſuperficie & in uiſu, & propter certiorem cognitionem ſuæ propriæ quantitatis, cum enim neceſſe ſit imaginem eſſe in linea reflexionis, ſi uideretur citra kathetum propinquior ad uiſum uideretur maior, ſi ultra kathetum, uideretur minor, ut à remotiori uiſa: in katheto uero quam permittit figura ſpeculi & uiſum diſtantia, ſecundum ſui propriam quantitatem uidetur, eſt ergo neceſſarium ipſam uideri in pũcto concurſus lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ, uiſus enim cũ per reflexionem formas comprehendit, nõ auertit quod hæc cõprehenſio fit per reflexionem, quoniam reflexio ut ſupra in procemio huius ſcientiæ diximus, non accidit ex proprietate uiſus, uiſu enim remoto nihilominus fit reflexio à ſpeculis, quoniam forma corporalis non minus incidit ſuperficiebus ſpeculorum, ſed quoniam inuenit tranſeundi reſiſtentiam ex ſoliditate corporis ſpecularis reflectitur ab illis, & ſi contingat uiſum eſſe in loco in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uiſus illas formas in capitibus illarũ linearum, & eſt quælibet formarum reflexarum à quocunq; ſpeculo in illo ſpeculo tanquam non adueniens, ſed ac ſi naturalis eſſet forma ſpeculi, cum tamen non ſit aliqd eſſentiæ ipſius ſpeculi, patet ergo propoſitum.

XXXVIII.

Formam omnis rei uiſæ comprehenſæ per reflexionem factam à ſuperficie alicuius ſpeculi, figuræ ſuperficiei illius ſpeculi eſt neceſſarium aliqualiter ſimilari.

Quoniam enim ut patet per præmiſſam locus imaginis cuiuſcunq; pũcti formæ uiſæ eſt in concurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ, harum aũt linearũ concur-

ſus di-

ſus diuerſificatur ſecundum figuram ſuperficierum ſpeculorũ à quibus fit reflexio; qm̃ ſecundũ illius figuræ diſpoſitionẽ, fit diuerſitas concurſus katheti incidentiæ & perpendicularis ductæ à pũcto formæ incidentis ſuꝑ ſuperficiem ſpeculi, uel ſuper ſuperficiem ſpeculi cõtingentem in pũcto reflexionis ſuperficiei ſpeculi, à qua fit reflexio ad uiſum, quarũ perpendiculariũ concurſus diuerſificat concurſum linearum reflexionis cũ katheto incidẽtiæ, in quo concurſu fit locus imaginũ ut declaratũ eſt in præmiſſa, habet itaq; ſuperficies ſpeculi à qua fit reflexio aliquã dignitatẽ in formatione imaginũ uiſarũ quæ ab ipſis reflectuntur, non tamen fit ſemper hæc aſſimilatio ſecundum totã diſpoſitionẽ formarũ, niſi cũ loca imaginum cadunt in ipſis ſuperficiebus ſpeculorum non intra ſpecula uel extra ipſa. Sed & tunc ſecundum aliquod ſimilantur formæ uiſæ ipſis formis uel figuris ſpeculorum, quoniã in ſpeculis pyramidalibus apparent formæ aliqualiter pyramidales, & ſic aliqualiter accidit in alijs ſpeculis, patet ergo propoſitum.

XXXIX.

Diuiſa cuiuſcunq; ſpeculi ſuperficie, accidit formam unius pũcti rei uiſæ numero illarum partium numerari.

Hoc quod hic proponitur uerũ eſt, quando per diuiſionẽ ſuperficiei alicuius ſpeculi ſenſibilis accidit diuerſitas ordinis & ſitus partialium ſuperficierũ uiſæ, & reſpectu ipſius uiſus ut plurimũ accidit in ſpeculis uitreis plumbatis, ꝑ diuiſionem ab unitate ſuperficiei defacili recedunt, quod nõ accidit in alijs ſpeculis tam faciliter: qñ itaq; aliorũ ſpeculorum, ſuperficies ꝓpter diuiſionẽ in ipſis factam ab unitate ſuꝑficiei ſecundũ ſitum & ordinem præmiſſo modo recedũt, accidit formã unius pũcti rei uiſæ numero illarũ partium numerari, tũc enim diuerſi fiunt katheti incidentiæ formæ eiuſdem pũcti rei uiſæ reſpectu illarum diuerſarum partialiũ ſuperficierũ, & ſimiliter diuerſa fiũt puncta reflexionum & diuerſæ reflexionũ lineæ ad centrũ eiuſdẽ uiſus, & quia locus cuiuslibet imaginis ſemper fit in pũcto cõcurſus lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ, ut patet ꝑ 37 huius, ideo patet, quod ſecundum numerũ iſtarum linearum, & ſui concurſus formæ eiuſdem puncti imagines numerantur. patet ergo propoſitum.

XL.

In omnis ſpeculi ſuperficie fit formarum deflexio in longitudine & latitudine ſecundum modum produrum politurae.

Quod hic ꝓponitur exemplariter patet in ſpeculis quibuſcunq; artificio politis. Si eñ fabricantꝰ in longum ut accidit in ſuperficiebus enſium, tunc facies intuentis uidebitꝰ oblongata reſpectu ſuæ ꝓpriæ diſpoſitionis, & ſi fabricantꝰ aliquæ ſuꝑficies ſecundũ ipſarum latitudinẽ, ſi longitudo fabricata ſecundũ ſui latitudinẽ opponitur uiſui, tunc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quàm ſit eius ꝓprietas uera ſecundũ illã diſpoſitionem, & quandoq; uidebitur imago tranſuerſalis ꝓpter tranſuerſalitatẽ fabricatiõis. in oĩbus uero his cauſa eſt unitio maior ſuperficieꝝ ipſarũ corporum politorũ, à quibus & quarũ partibus cõfluit reflexio ad unionẽ formaꝝ reflexarum, & ſecundũ illud peruenit ad uiſum, & eñ ut in principijs huius libri diximus, politio eſt cõtinuitas partiũ ſuꝑficiei politi corporis ſine ſenſibilitate pororũ uel diuiſionis, unde cũ ad aliquã differentiã poſitionis illi pori cõplanantur, neceſſe eſt ſecundũ illã differentiã formas pluribus punctis illis incidentes in unitatẽ formæ confluere & uniri, & ſecundũ illũ modũ formam uiſam ſecundũ reflexionẽ augmẽtari & uideri maiorem, ſecundũ alias uero poſitionũ differentias neceſſe eſt ipſam uideri ſuæ diſpoſitionis ꝓpriæ, uel circa illã, & ſic accidit quædã menſtruoſitas in imaginibus formaꝝ taliter uiſaꝝ, quia ipſatum reflexio eſt æq̃lis hinc inde, & fit irregularis ſecundũ illud, ut itaq; à corporibus arte politis reflexio fiat regularis & cõueniens diſpoſitioni formaꝝ reflexarũ, neceſſe eſt ipſorũ ſuꝑficies fabricari ſecundum modũ circularẽ non in longũ nec in latum uel trãſuerſum, ne ſecũdum illos modos formarum ꝓpria diſpoſitio difformetur, patet ergo propoſitum.

XLI.

In oĩ ſpeculo accidit eandẽ imaginẽ à duobus uiſibus qñq; uideri duas.

Huius rei euentus accidit uiſui in unius imaginis uiſione à quocũq; ſpeculorum reflexæ, ſicut & idem error ſibi accidit in ſimplici rerũ uiſione, cũ eædem cauſæ concurrunt uel aliarum aliquarũ quas declarauimus in 103. & 104. 105. 106. 107. quarti libri huius; utpote cum eiuſdem rei forma ab eodẽ ſpeculo reflexa uni uiſuũ offertur directe & alteri oblique, uel cũ forma reflexa conſtituta intra axes radiales ambobus uiſibus occurrit oblique. Quibuſcunq; enim modis accidit formam eiuſdem rei uideri duas, eiſdem modis poſſibile eſt imaginem illius formæ uideri duas, ſi ſecũdum modũ ſuæ uiſionis ad uiſum ab aliquo ſpeculo reflectatur, & quia talibus nõ oportet aliter immorari quàm ut in ſimplici uiſione dictũ eſt, nõ eñ accidit illud ꝓpter diuerſitatẽ punctorũ reflexionis formæ eiuſdẽ pũcti ad ambos uiſus, quoniã illa diuerſitas aut nulla eſt, aut nõ eſt ſenſibilis; unde nullũ ſenſibilẽ inducit uiſibus errorẽ, ſed ambo uiſus ſecundũ illũ unde ꝑueniũt ad uiſionem unitatis eiuſdem formæ ut poſterius declarabitur, patet ergo propoſitum.

XLII.

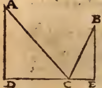
Imago rei uiſæ motæ in omni ſpeculo moueri uidetur.

Huius cauſa non eſt alia, niſi uniformitas reflexionis à quolibet puncto ſpeculi, ſuper quam ſit motus, & quia omnia pũcta rei uiſæ à diuerſis quàm prius pũctis reflectuntur, efficitur noua imago totius rei uiſæ ſecundũ quod ꝑ eius motũ puncta à quibus facta eſt reflexio permutantur, uidetur itaq; forma moueri, licet ſecundũ ueritatẽ nõ moueatur, ſed potius noua imago mutato ſitu rei uiſæ generetẽ, hoc aũt accidit propter continuitatem punctorũ reflexiõis in ſuꝑficie ſpeculorũ, patet ergo ꝓpoſitũ. His itaq; cõmunibus omniũ ſpeculorũ paſſionibus præmiſſis, reſtat ut ad planorũ ſpeculorũ paſſiones ꝓprias calamum conuertamus.

XLIII.

In omni reflexione à ſpeculis planis facta, lineæ incidentiæ & reflexionis proportionales ſunt kathetis à punctis ſuorum terminorũ demiſſis, & ipſis baſibus in ſpeculorum ſuperficie interiectis.

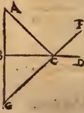
Sit ſpeculum planũ, in cuius ſuperficie ſit linea d c e, & ſit linea incidentiæ a c, reflexionis uero c b, & ducantẽ katheti a d incidentiæ & reflexiõis b e, dico quòd quæ eſt ꝓportio a d ad e b, eadem eſt a c ad b c & d c ad c e, quoniam eñ in trigono a d c, angulus rectus, qui a d c eſt æqualis angulo b e c recto, & angulus a c d, q eſt angulus incidentiæ ꝑ 20. huius, æqualis angulo b c e; qui eſt angulus reflexionis, erit neceſſario angulus d a c, trigoni a d c æqualis angulo c b e trigoni b e c, per 32. primi, ergo per 4. ſexti, latera iſtorum trigonorum æquales angulos reſpicientia ſunt ꝓportionalia, quæ eſt ergo proportio lineæ a d ad lineam b e, eadem eſt proportio lineæ a c ad b c, & lineæ d c ad e c, & quoniam ſemper manet eadem proportio reſultans ex æqualitate angulorum, patet ergo propoſitum.



XLIIII.

Forma puncti rei uiſæ ſuperficiei plani ſpeculi incidente, locum in quo uiſu conſtituto ad ipſum fiat reflexio inuenire.

Eſto punctus cuius forma ſpeculo plano incidat a, & ſit linea b c d communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ducta in ſuperficie ſpeculi, incidatq; pũctus à ſpeculo ſecundum punctum c, & ducatur linea incidentiæ quæ a c, & à pũcto a, ducatur linea a b perpendicularis ſuper lineam b c d, ꝑ 12. primi, & ꝓducatur uſq; ad punctum e, donec ꝑ 3. primi, linea b e fiat æqualis ipſi a b, & continuatur linea e c, quæ ꝓducatur ultra c ad punctũ f, dico quod uiſu exiſtente in quolibet puncto lineæ c f, ſemper fiet reflexio ad ipſum, et uidebit formã puncti a, copuletur eñ linea a c, erit quoq; angulus a b c æqualis angulo c b e, quia ut patet ex præmiſſis ambo illi anguli ſunt recti, qm̃ ergo per 4. primi, cũ ex hypotheſi linea b e ſit æqualis ipſi a b, & latus b c cõmune, trigona a b c & c b e ſint æquiangula, erit angulus a c b æqualis angulo b c e, ſed per 15. primi, angulus f c d eſt æqualis angulo b c e, ergo angulus f c d eſt

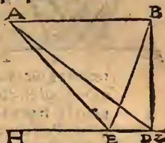


f c d eſt æqualis angulo a c b, ergo per 20. huius, cũ linea a c ſit linea incidentiæ, erit c f linea reflexionis, uiſu ergo in illa poſito fiet reflexio ad uiſum, quod eſt propoſitum.

XLV.

Forma puncti à ſpeculo plano non reflectitur ad eundẽ uiſum niſi ab uno puncto tantum.

Eſto centrum uiſus a & punctum uiſum b, & ſit z h ſuperficies ſpeculi plani, dico qđ ab uno tantum puncto ſuperficiei z h, reflectitur forma puncti b ad uiſum a, ſi enim à duobus pũctis ſit poſſibile illã reflecti, ſint illa duo pũcta d & e, & ducatur linea à centro uiſus in puncto a ad punctum uiſum b linea quæ ſit a b, linea itaq; a b ꝓtracta ultra alterum punctorum quæ ſunt b uel a, aut concurrit cum ſuperficie ſpeculi aut æquediſtat. Si cõcurrit ſiue ſit perpẽdicularis ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi à quo fit reflexio ſiue non, ſemper ipſa erit neceſſario in una ſola ſuperficie reflexionis. Si enim ipſa ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, tunc patet quod ipſa eſt in una ſuperficie reflexionis per 27. huius, quoniam ipſa reflectitur in ſe ipſam per 21. huius. Si uero linea a b ſuper ſuperficiem ſpeculi non ſit perpendicularis, cum ſit linea recta extenſa inter duo puncta extrema, quæ ambo per 25. huius, neceſſario ſunt in una ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, erit etiam linea a b in una ſola tali ſuperficie, quoniam ſi in duobus talibus ſuperficiebus fuerit, tunc ipſa erit communis ſectio duabus illis ſuperficiebus orthogonalibus ſuper ſuperficiem ſpeculi per 19. primi huius, unde ſumpto in ea puncto & ducta ab illo puncto linea in altera ſuperficierum ſuper lineam communem huic ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi, erit hæc linea erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi per diffinitionem ſuperficiei ſuper ſuperficiem erectæ; & ſimiliter ab eodẽ puncto ducatur linea in alia ſuperficie ſuper lineam communem ei & ſuperficiei ſpeculi, & erit iterum hæc linea orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculi, ab eodem ergo puncto contingeret ducere duas perpendiculares ſuper eandem ſuperficiem ſpeculi, quod eſt impoſſibile & cõtra 20. primi huius, ergo linea b a in una ſola ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiẽ ſpeculi plani, eruntq; tria puncta a c b in eadem ſuperficie reflexionis per primam undecimi, & erunt lineæ a e & e d & e b, per 25. huius, in illa ſuperficie reflexionis in qua eſt linea a b, & ſimiliter lineæ e d & d b & d a, quia lineæ d a & e b, erunt in eadem ſuperficie cũ lineis d a & d b, per ſecundam undecimi. Sed angulus e a h eſt maior angulo a d e per 16. primi, extrinſecus em̃ eſt maior intrinſeco. Sed ꝑ 20. huius, angulus incidentiæ qui eſt a e h eſt æqualis angulo reflexionis qui eſt b e d, ergo & angulus a d e eſt æqualis angulo b d z, angulus ergo d e b maior eſt angulo a d e, ergo & ipſius æquali, ſcilicet angulus b d z, quod eſt contra 16. primi, extrinſecus enim qui eſt b a z maior eſt intrinſeco qui eſt b e d, ergo & angulus a d h maior eſt angulo b e d, & ſic idem angulus eodem angulo erit maior & minor, quod eſt impoſſibile, à ſolo ergo puncto ſpeculi plani fit reflexio formæ puncti b ad uiſum a. Si uero linea a b ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi plani, patet per 32. huius, quod unius tantum punctus reflectitur ſecundũ ipſam ad uiſum, & ab uno ſolo ſpeculi puncto, quod ſi linea a b non cõcurrat cũ aliqua linearum protractarũ in ſuperficie ſpeculi, ſed ſint æquediſtantes alicui illarum, ergo per 9. undecimi, ipſa erit æquediſtans cuilibet æquediſtanti illi lineæ in ſpeculis ſuperficie productæ. Sit ergo æquediſtans lineæ b z, erunt quoq; per ſecundam primi huius lineæ a b & h z in eadem ſuperficie, fiat ergo deductio ut prius, quoniã intrinſecus angulus erit maior extrinſeco, quod eſt impoſſibile, ergo & illud ex quo ſequebatur, patet ergo quod proponebatur.

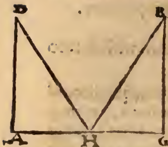


XLVI.

In ſpeculis planis dati puncti uiſi ad centrum uiſus datum punctum reflexionis inuenire.

Sit ſpeculum planum, in cuius ſuperficie ſit linea a g, & ſit centrũ uiſus b, punctusq; rei uiſæ ſit d, & ducãtur katheti a d & g b, perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ ſpeculi per 11. undecimi, diuidaturq; linea a g in puncto h, ita ut ſit ꝓportio lineæ a h ad lineã h g, ſicut

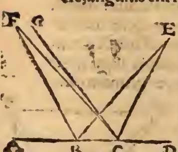
ſicut lineæ a d ad lineam g b, per 119. primi huius, dico itaq; quod forma puncti d reflectetur ad uiſum b à pũcto ſpeculi h, ducant̃ eñ lineæ d h & b h, palam itaq; p 6. ſexti, & ex hypotheſi, qm̃ triangul9 d h a eſt æquiangulus triangulo h g b, angulus eñ h a d eſt æqualis angulo h g b, quia ſunt ambo recti, & eſt ꝓportio lineæ a d ad lineã g b, ſicut lineæ a h ad lineam h g, angulus itaq; a h d eſt æqualis angulo g h b: à pũcto itaq; ſpeculi quod eſt h, reflectitur forma puncti d ad uiſum b, p 20. huius, angulus eñ incidẽtiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Si aũt pũctus h, obſtruat̃ per aliquod ſuperpoſitũ, utpote p ceraã uel p picem aut ſibi ſimile, nulla uidebit̃ imago puncti d, centro ipſius uiſus quod eſt b, diſpoſito ſecundũ præmiſſum modũ, qm̃ à pũcto alio ĩpoſſibile eſt fieri reflexionẽ p præmiſſam, accidit eñ à pũcto alio uariari ꝓportionem, & angulos incidentiæ & reflexionis fieri inæquales, patet ergo ꝓpoſitum.



XLVII.

Lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti à diuerſis punctis ſpeculi plani non ſunt æquediſtantes, attamen in centro unius uiſus non concurrunt, ex quo patet quòd unus uiſus uidere non poteſt idolum eiuſdem formæ à diuerſis punctis eiuſdem plani ſpeculi reflexum.

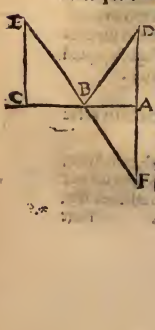
Eſto ſpeculũ planum in cuius ſuperficie ſit linea a b c d, cuius duobus pũctis c & b, à puncto rei uiſæ quod ſit e, incidãt lineæ e b & e c, & ſit centrũ uiſus g, & reflectatur linea e b ſecundũ lineã b f, & linea e c ſecundũ lineam c g, dico quod lineæ e g & b f non ſunt æquediſtantes, nec tñ concurrent in centro unius uiſus, quãuis etiã ſint in eadẽ ſuperficie, angulus eñ incidentiæ qui eſt e c d eſt æqualis angulo reflexionis qui eſt g c a, & angulus e b d eſt æqualis angulo f b a, ut patet per 20. huius, quia ergo trigoni e b c latus b c ꝓtrahitur ad punctũ d, erit per 16. primi, angulus e c d, extrinſecus maior angulo intrinſeco qui eſt e b d, palã ergo p 20. huius, quia & angulus g c a maior eſt angulo f b a, ergo per 16. primi huius, lineæ g c & b f, non ſunt æquediſtantes, angulus enim extrinſecus maior eſt intrinſeco cadẽte linea a d ſuper ambas lineas g c & b f, ſed neq; concurrunt in centro unius uiſus: dato enim quod cõcurrant in centro uiſus quod ſit f, & linea e c reflectatur ad uiſum f, ſecundũ lineam e f, tũc quia per 20. huius, angulus incidentiæ qui eſt f b a æqualis eſt angulo reflexionis qui eſt e b d, & angulus e c d æqualis angulo b c f, ſed angulus f b a maior eſt angulo f c b, per 16. primi, ergo & angulus e b c intrinſecus maior eſt angulo e c d extrinſeco, qd' eſt cõtra eandem 16. primi, & impoſſibile, patet ergo propoſitum, & ex hoc patet planẽ totum correlariũ. Si eñ lineæ reflexionis formæ eiuſdem pũcti non poſſunt in centro unius uiſus concurrere, tũc eſt manifeſtũ quod unus uiſus non poteſt idolum eiuſdem formæ uidere reflexum à diuerſis pũctis ſuperficiei eiuſdem ſpeculi plani, qd' eſt totum ꝓpoſitum.



XLVIII.

In ſpeculis planis forma pũcti ad cẽtrũ uiſus reflexa locũ imaginis inuenire.

Eſto ſpeculum planum, in cuius ſuperficie ſit linea a b c, ſit quoq; ut forma pũcti rei uiſæ quod ſit d, reflectatur ad centrum uiſus quod ſit e, à puncto ſpeculi b, & ducatur linea incidentiæ quæ ſit d b, & linea reflexionis quæ ſit b e, dico quod eſt poſſibile inueniri locum imaginis in quo uidetur forma puncti d, quoniã enim per 27. huius, pũcta d b e ſunt in eadem ſuperficie, patet per primam & ſecũdã undecimi, quoniam linea a b c eſt cum lineis d b & b e, in eadem ſuperficie, imaginetur ergo extendi linea a b c in cõtinuum, quouſq; à puncto e ſuper ipſum ꝓducatur per 12. primi, linea perpendicularis quæ ſit e c, & ei æquediſtans à puncto d quæ ſit d a, per 31. primi, quia itaq; linea e b concurrit cum linea e c in puncto e, palam per ſecundã primi huius, quoniam ipſa cõcurret cũ linea d a ꝓducta, ſit cõcurſus punctus f, dico per 37. huius, qm̃ punctus f, eſt locus imaginis formæ pũcti d, patet ergo ꝓpoſitũ.

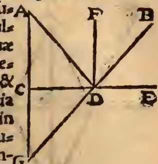


Eadem

XLIX.

Eadem eſt diſtantia loci imaginis à ſuperficie ſpeculi plani ſub ſpeculo, quæ eſt puncti uiſi ab eadem ſuperficie ſuper ſpeculum planum exiſtentis.

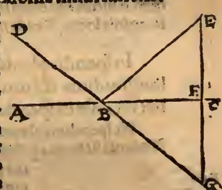
Sit punctus rei uiſæ a, & ſit centrum uiſus b, & ſit c d e linea cõmunis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi plani, ſitq́ d punctus reflexionis, & à puncto d ducatur linea d f, perpendiculariter ſuper lineam c d e, per 11. primi, uel ſuper totam ſuperficiem ſpeculi plani per 12. undecimi, & à puncto a ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi, quæ ſit a c, quæ producatur ultra ſpeculũ, & ducatur linea incidentiæ quæ ſit a d, & linea reflexionis quæ ſit b d, patet ergo per 27. huius, q̃m lineæ a d, f d, b d, ſunt in ſuperficie reflexionis, & cũ linea f d, ſit æq̃diſtans lineæ a c, p̃ 28. uel p̃ 6. undecimi, & linea b d, concurrat cũ linea f d, in puncto d, patet per 2. primi huius, quia linea b d, protracta concurret cum linea a c, protracta, concurrat ergo in puncto g, dico quod linea g c, eſt æqualis lineæ a c, quoniam enim angulus b d e, eſt æqualis angulo a d c, per 20. huius, ſunt enim anguli incidentiæ reflexionis. Sed angulus b d c, eſt æqualis angulo c d g, per 15. primi, quoniam ſunt anguli contra ſe poſiti, angulus ergo a d c, eſt æqualis angulo c d g, angulus uero a c d, eſt æqualis angulo d c g, quoniam uterq́ eſt rectus, erit ergo per 32. primi, angulus c a d, trigoni c a d, æqualis angulo c g d trigoni c g d, erunt ergo per 4. ſexti, latera æquos angulos continentia ꝓportionalia, ſed latus c d æquale eſt ſibi ipſi, erunt ergo cætera latera æquos angulos reſpicientia inter ſe æqualia, ut a c ipſi c g, & a d ipſi d g, quia ergo in puncto g, eſt locus imaginis per 37. huius, & linea c g, eſt æqualis ipſi a c, patet ergo propoſitum. Si ergo perpendicularis ultra ſuperficiem ſpeculi imaginetur linea c g, æqualis lineæ a c reſecari, ſemper erit in puncto g locus imaginis tm̃ diſtans à ſuperficie plani ſub ſpeculo, quantum punctus rei uiſæ, cuius forma uidetur in ſpeculo, diſtat ab eadem ſuperficie ſpeculi ſuper ſpeculum, patet ergo propoſitum.



L.

In omni reflexione à ſpeculis planis facta, linea à centro uiſus ad locum imaginis producta, æqualis eſt lineæ incidentiæ reflexionis ſimul iunctis.

Eſto in ſpeculo plano linea a b c, & ſit centrum uiſus d, & punctus rei uiſæ ſit e, fiatq́ reflexio formæ puncti e, ad uiſum d, à puncto ſpeculi plani quod ſit b, erit ergo linea incidentiæ quæ e b, & linea reflexionis quæ b d, ſitq́ locus imaginis punctus g, hoc ergo per 37. huius, erit in concurſu lineæ reflexionis d b, cum katheto incidentiæ. Sit ergo ut kathetus e g productus ſecet lineam a c in puncto f, quia itaq́ angulus incidentiæ qui eſt e b f, eſt æqualis angulo reflexionis qui eſt a b d, per 20. huius, & angulus g b f æqualis a b d, per 15. primi, eſt ergo angulus g b f, æqualis angulo e b f. Sed & angulus e f b, æqualis eſt angulo g f b, quia ambo recti, ergo per 32. primi, trigoni b g f, & b e f, ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, latera illorum æquos angulos continentia ſunt proportianalia. Sed latus b f, eſt æquale ſibi ipſi, ergo g b eſt æquale ipſi b e, ergo linea d g, à centro uiſus ad locum imaginis g producta, eſt æqualis ambabus lineis d b, & b e, ſimul acceptis, quod eſt propoſitum.

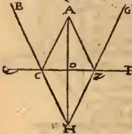


LI.

In ſpeculo plano ab utroq́ uiſu uno puncto cõprehenſo, idem erit imaginis locus uiſibus ambobus: ex quo patet quòd una ſola imago utriq́ uiſui occurrit.

Sint duo uiſus b & g, & ſit a punctus rei uiſæ, & ſit q d z e, linea in ſuperficie ſpeculi plani ducta, ſitq́ linea a d perpendicularis ducta à puncto a, ſuper ſuperficiem ſpeculi,

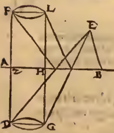
& quia per 30. huius, ab uno puncto ſpeculi ꝓpoſiti ad ambos uiſus non poteſt fieri reflexio, ſed ad minus à duobus. Sint itaq; illa duo puncta c & z & ducantur lineæ b c, a c, a z, z g, palam ergo per 25. huius, quia linea b c & a c, & a d, ſunt in eadem ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, & ſimiliter lineæ a d, a z, z g, ſunt in eadem ſuperficie, & linea d c, eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ eſt a d, c b, & ſuperficiei ipſius ſpeculi, & linea d z eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ eſt a d & z g, & ſuperficiei ſpeculi per 19 primi huius. Si ergo ambæ lineæ reflexionis quæ ſunt b c & g z, fuerint in eadem ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, palam quia linea c d z, erit linea una erecta, ideo quia communis ſectio ſuperficiei ſpeculi, & ſuperficiei cuiuſcunq; ſuper ipſam erectæ eſt linea una recta ꝑ 3. undecimi, tunc ergo & perpendicularis a d, quæ eſt inter duas lineas illas reflexionis, quæ c b & g z, aut erit in eadem ſuperficie cum illis, aut extra illas in alia ſuperficie, quodcũq; iſtorum fuerit ſuper linea reflexionis, quæ b c ꝓtracta ſecabit ex perpendiculari, quæ eſt a d, ultra ſpeculum ꝓtracta partem æqualem ipſi a d, per 49. huius, quæ ſit d h, quoniam ſemper lineæ b c & a d, ſunt in aliqua eadem ſuperficie per 27. huius, ut præmiſſum eſt, & ſimiliter ꝑ 49. huius, linea g z, ꝓtracta ultra ſpeculum ſecabit ex ꝓtracto katheto ad lineam æqualem ipſi lineæ a d, ſecabit ergo ipſam in puncto h, imago ergo puncti a, in eodem puncto perpendiculari, qđ eſt h, ꝑcipietur ab utroq; uiſu, & idem erit imaginis locus, una ergo tantum erit imago, & in uno eodemq; loco uidebitur ab ambobus uiſibus, in quo puncto uno tantum uiſu ꝑcipietur. Si uero puncta c & z, non fuerint in eadem ſuperperficie reflexionis, adhuc eadem facta deductione una tantum imago uidebitur, & unus tantum erit imaginis locus, ut prius. Semper enim utraq; linea reflexionis ſecabit ex perpendiculari ꝓtracta partem æqualem ipſi a d, eritq; ſectio ambarum linearum reflexionis cum illa perpendiculari in eodem puncto h, qui per 37. huius, erit ſemper imaginis locus, & hoc eſt ꝓpoſitum. Quoniam ſi centra ambarum uiſuum quæ ſunt b & g, fuerint ex eadem parte rei uiſæ, quæ eſt a, ſemper eodẽ modo eſt demonſtrandum, concurrent enim lineæ reflexionum cum katheto in eodem puncto, & erit idem imaginis locus, & eadem imago uiſibus occurret.



LII.

In ſpeculis planis figura rei uiſæ & ſitus partium ſecundum quãtitatem longitudinis & latitudinis non mutatur, ex quo patet quòd imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo plano æqualis eſt formæ rei extra.

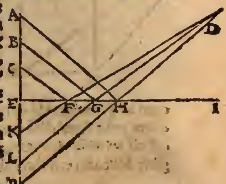
Sit ſpeculum planum, in quo ſectio communis ſuꝑficiei illius ſpeculi, & ſuꝑficiei reflexionis ſit linea a b, & duo puncta extrema alicuius rei uiſæ ſint f & l, erigaturq; kathetus ꝑpendiculariter ſuꝑ ſuꝑficiem ſpeculi à puncto l, qui ſit l h, & à puncto f, kathetus qui ſit f z, & erunt z & h, duo puncta in ſuꝑficie reflexionis per 27. huius, ꝑducanturq; taliter ſuꝑ ſpeculum, ut linea h g, ſit æqualis ipſi l h, & linea z d, æqualis ipſi f z, ſit quoq; centrum uiſus e, ducaturq; per 11. undecimi à puncto e, kathetus ſuꝑ ſpeculum qui ſit e b, palam itaq; ex 28. huius, quoniam forma puncti l reflectitur ad uiſum e, ab aliquo puncto ſpeculi lineæ h b, & locus imaginis ſuæ ꝑ 44. huius, eſt punctum g, tantũ diſtans à ſuꝑficie ſpeculi ultra ſpeculum, quantum punctus l, ſuper ſpeculum. Similiter forma puncti f, reflectiť ad uiſum e, ab aliq̃ pũcto lineæ z b, & locus imaginis eſt punctum d, ducta quoq; linea f l, & linea d g, palam, quia quodcunq; punctum lineæ f l, reflectitur ad uiſum e. Similiter locus imaginis ſuæ eſt tantum diſtans à ſuꝑficie ſpeculi ultra ſpeculum, quantum ille punctus eſt ſuꝑ ſpeculum, quilibet ergo punctus lineæ f l, tantum uidetur diſta



re ſub ſpeculo, quantum ipſe punctus in ſuperficie ſpeculi ſuper ſpeculum. Si ergo linea f l fuerit recta erit linea d g recta, ſi linea f l fuerit arcus circuli, erit quoq; linea d g. arcus circuli, & ſemp eiuſdem curuitatis & diſpoſitionis, linea ergo f l, ſemp apparebit eiuſdem quantitatis & figuræ, cuius eſt extra ſpeculum, & hoc eſt ꝓpoſitum. Supponendum tamen eſt, ut tale ſpeculum planum ſit æqualiter politum, quoniam ſi ad longitudinem & latitudinem nimis declinet politio, declinabit & forma ſecundum idem per 40. huius, nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formæ.

LIII.

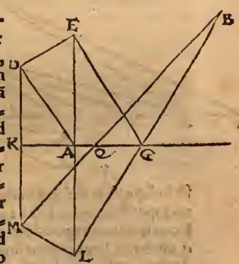
Altitudines & profunditates à planis ſpeculis reuerſæ uidentur cum ſpeculorum ſuperficiebus perpendiculariter inſiſtunt.



Eſto altitudo uiſa quæ a b c e, ſitq; centrum uiſus d, linea uero communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi plani ſit e f g h i, incidatq; forma puncti a, ſecundum lineam a h, & reflectatur ſecundum lineam h d, & forma puncti b, incidat ſecundum lineam b g, & reflectatur ſecundum lineam g d, & forma puncti c, incidat ſecundum lineam c f, et reflectatur ſecundum lineam f d, dico qđ altitudo e a uidebitur reuerſa, ꝓtracta eñ linea e a, quæ perpẽdicularis eſt ſuper lineam e i, ſup ſpeculum, & ꝓtractis oĩbus lineis reflexionis ad concurſum, cũ ꝓtracta linea a e, ultra punctum e incidat linea d k in punctum m, & linea d g, in punctũ l, & linea d f, in punctum l z, palam per ꝓmiſſam, quoniam linea l z e, æqualis eſt ipſi lineæ e c, & l e ipſi e b, & m e æqualis ipſi e a, puncta ergo altitudinis e a, ꝓpinquiora ſuꝑficiei ſpeculi ſuperius exiſtentia ꝓpinquiora uidebuntur eodem ſub ſpeculo inferius, & puncta remotiora ſuperficiei ſpeculi ſuperius remotiora uidebuntur ſub ſpeculo inferius, uidebitur ergo altitudo reuerſa ſub ſpeculo, quoniam enim quod eſt ſuperius in altitudine uidebitur inferius, quoniam ſub maiori diſtantia à uiſu uidetur, & quod eſt inferius in altitudine uidebitur ſuperius, quoniam ꝓpinquius uiſu uidetur, & eodem modo demonſtrandum, ſi linea a b c ſit linea profunditatis alicuius rei, patet ergo propoſitum.

LIIII.

Obliquæ longitudines à planis ſpeculis uidentur, quemadmodum ſe habent.



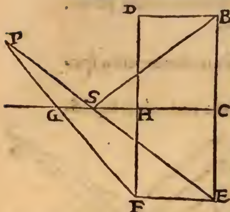
Sit d e longitudo oblique diſtans à ſuperficie plani ſpeculi, ita ut punctum eius qđ eſt e, ſit remotius ab ipſa ſuperficie ſpeculi, communis quoq; ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſit linea l z a q g, centrũq; uiſus ſit punctus b, & incidat forma puncti d, ipſi ſpeculo ſecundũ lineã d a, & reflectatur ſecundũ lineam a b, ad centrũ uiſus, & incidat forma puncti e, ſecundũ lineam e g, & reflectatur ad uiſum ſecundũ lineam g b, protrahaturq; kathetus c l z, ꝑpendiculariter, & linea reflexiõis quæ eſt b a, donec concurrant in puncto m, & ꝓtrahetur kathetus e q, perpendiculariter donec concurrat cũ linea b g, in puncto l, eritq; per 49. huius, linea d l z, æqualis lineæ l z m, & linea e q, æqualis lineæ q l, & quoniam longitudo d e, oblique ſe habet ad ſuperficiem ſpeculi, & enim pũctũ e remotius eſt à ſpeculo ꝙ punctũ d, erit linea e q, longior ꝙ linea d l z, ergo & linea q l, longior ꝙ linea l z m, pũctũ ergo illius obliquæ magnitudinis qđ eſt remotiũs ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, hoc ſimliter ſub ſuperficiẽ ſpeculi à remotiori uidetur, & qđ ſuperius propinquius eſt ſpeculo, hoc qđ ſub ſpeculo etiam uidetur eſſe in loco propinquiori, uidentur ergo tales magnitudines queãdmodũ ſe habent, & hoc eſt quod proponebãt.

In

LV.

In ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra.

Eſto ſpeculum planum g s t,& uiſa res ſit d b,ſint quoq; lineæ incidentiæ d g & b s, & ſit centrum uiſus p,lineæ quoq; reflexiōis ſint p g & p s, & ſit ut linea reflexionis quæ eſt p g,concurrat cū katheto incidentiæ quæ d b in pūcto f, & linea reflexionis quæ eſt

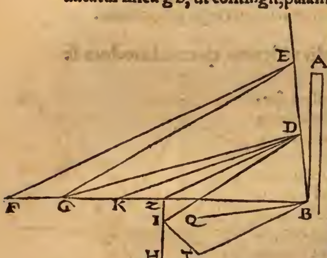


p s,concurrat cū katheto b t,in puncto e,producaturq; linea f c,quæ eſt per 52.huius imago rei uiſæ,quæ d h,apparebunt ergo dextra ſiniſtra,& ſiniſtra dextra.qm̄ enī p 33.huius, ſemp ad angulum minorem angulo incidentiæ fit reflexio,& ita ad partem oppoſitam parti incidentiæ:patet quòd dextra rei uiſæ ſemper uidebit̄ ſub linea reflexionis magis ſiniſtra,& ſiniſtra ſub linea reflexionis magis dextra, illa linea reflexionis quæ plus eſt dextra cadit ſuper dextram partē imaginis,& ſiniſtra cadit ſup ſiniſtram.Sic ergo dextra rei apparet ſub ſiniſtra imaginis, & econuerſo, qm̄ imago rei uidet̄ ſe habere ad rem,ſicut homo ſtans erecta facie contra aliquē alium : tunc em̄ pars ſiniſtra opponitur dextræ, & dextra ſiniſtræ,& ſemp cum aliqs homo alij opponitur,contrarius eſt eis oppoſitis adinuicem ſitus:ad eandem enim poſitionis differentiam eſt dextrum unius ſiniſtrum alterius, & econuerſo, & ſic qđ eſt rei uiſæ dextrum, fit ſuæ imaginis ſiniſtrum, & qđ eſt rei uiſæ ſiniſtrum,in imagine dextrum erit ſecundum uiſum,patet ergo propoſitum.

LVI.

Poſſibile eſt ſpeculum planum taliter ſiſti,ut intuens propria imagine non uiſa,uideat imaginem rei alterius non uiſæ.

Sit a b,lignum horizonti perpendiculariter infixum,uel ſuperficiei ſibi æquediſtanti,uel aliter quōcunq; diſpoſitæ,quæ ſit b g,ſitq; ſpeculum planum in quo ſit linea d b,& ſit quadratum,& quia lignum a b,eſt perpendiculariter erectum ſuper g b ſuperficiem, ducatur linea g b, ut contingit,palam ergo quod angulus a b g, eſt rectus,diuidatur ergo ille angulus rectus in tres partes æquales p 28.primi huius, inclineturq; ſpeculum a b, taliter à ligno a b,ut angulus d b a, ſit tertia pars unius recti, qui eſt a b g, erit ergo angulus d b g, duæ tertiæ partes unius recti. In hoc autē conſiſtit bonitas operationis mœchanicæ & utilior effectus, quæcunq; alia pars recti anguli abſcindatur , ad idem peruenit demonſtratio , ut patet.Sit itaq; angul9 a d b,tertia pars unius recti, & producatur linea ſpeculi quæ eſt b d, ultra punctum d,in continuū & directum uſq; ad punctū quod ſit e,& qm̄ linea g b,eſt perpendicularis ſuper lineam a b,cū linea quoq; ſpeculi quæ eſt d b, continget angulum acutum,tunc à puncto g, q ſit in ſuperficie orthogonaliter erecta ſuper ſpeculi ſupficiem,ducatur linea ppendicularis ſuper lineam b e,per 12.primi,quæ ſit g e,angulus igitur b e g,erit rectus. Sit itaq; locus ipſius uiſus punctum g,à quo ad punctum d,protrahatur linea g d,à pūcto quoq; d,producat̄ linea cadens ſuper lineam b g,quæ incidat in punctum z, ita ut angulus z d g ſit æqualis angulo e d g,conſtituto ſuper terminū lineæ g d, per 23. primi, erit ergo linea z d,æquediſtans lineæ g e,per 27.primi,ergo per 8.undecimi,erit linea z d,erecta perpendiculariter ſuper ſupficiem ſpeculi,& perpendicularis ſup communem ſectionē ſuperficiei reflexionis & ſpeculi quæ eſt b d,angulus ergo z d b, eſt rectus æqualis angulo g e d ex præmiſſis,& etiam per 29.primi,à puncto quoq; z,ducat̄ linea z h,perpendicularis



diculatis ſuper ſuꝑficiem g b, per 11. undecimi, & ſuper punctū d, terminum lineæ z d, conſtituat̄ angulus æqualis angulo g d z, qui ſit angulus z d i, & qm̄ per 2. primi huius concurret linea d i, cū linea z h, ideo quia linea d l, producta ultra punctū d, concurret cū linea a b, ut patet ex præmiſſis, & per 14. primi huius, ſit ergo linearum d i, & z b, cōcurſus in puncto i, & à puncto i ducatur linea æquediſtans lineæ b d, per 31. primi, quæ ſit linea i t, & à puncto b, extrahat̄ perpendicularis ſuper ſuꝑficiem ſpeculi per 22. undecimi, quæ ſit b q, eritq́ꝫ linea b q, æquediſtans lineæ g e, ergo per 8. undecimi, quia linea b q, ſicut & linea g e, erecta eſt perpendiculariter ſuꝑ ſuperficiem ſpeculi, quod eſt d b, ſuper punctū ergo b, terminum lineæ q b, conſtituat̄ angulus æqualis angulo g b q, qui ſit q b t: concurret ergo linea b t, cū linea æquediſtanter ducta lineæ a b, à puncto i, quæ eſt linea i t, per 2. primi huius, ſit concurſus punctus t, & compleatur tabula i t, depingatur itaqꝫ in tabula in qua eſt linea i t, imago quæcunqꝫ placuerit, & ponatur tabula depictæ imaginis in loco lineæ i t, ſecundū medium lineæ tabulæ correſpondens lineæ z i, & ꝑforetur ſuperficies g b, ſecundum lineam z b, ita ut forma picturæ poſſit uenire ad ſpeculum d b, cū itaqꝫ centrum uiſus fuerit in puncto g, uidebit intuens formam imaginis depictæ in tabula i t, ꝓpriam uero non uidebit imaginem, cuius hæc eſt demonſtratio, quia enim angulus g e b eſt rectus, patet per 16. primi, qm̄ angulus g d b, eſt obtuſus, & ſimiliter omnium punctorum formæ uel faciei ipſius uidentis incidentium ſpeculo d b, anguli ſunt obtuſi per eandem 16. quia uero anguli incidentiæ ſemper ſunt æquales angulis reflexionis per 20. huius, palam per 13. primi, qm̄ nunꝙ erit reflexio formæ ipſius uidentis ad centrū uiſus, ſed ſemper ad puncta quæ ſunt ſub uiſu, quod patet per 33. huius, nunꝙ ergo uidebit quis exiſtens ſecundū centrū uiſus in puncto g, propriam imaginem in ſpeculo plano taliter ordinato ſecundū ſitum, & ſi uiſus elongetur à ſpeculo ſecundū quodcūqꝫ punctū ultra punctum g, utpote ad punctum f, palam qm̄ angulus b e f, eſt maior recto, ſed & angulus f d b, eſt maior angulo f e b, per 16. primi, nunꝙ ergo fiet reflexio ad punctū f, ſed ſemper ad aliū punctū ſub linea. Similiter quoqꝫ accedente uiſu ad ſpeculū ſecundū quodcūqꝫ punctum lineæ g z, præter ꝙ ſecundum ipſum punctum z, nunꝙ uidebit uidens ſui ipſius imaginem, ſola enim perpendicularis, quæ eſt linea z d, ut patet ex p̄miſſis per 21. huius, reflectit̄ in ſe ipſam, & ita in pūcto z conſtituto centro uiſus uidebit intuēs formā ſui ipſius oculi à ſpeculo plano taliter diſpoſito reflexā, nō aūt aliā partē faciei, qm̄ ſola ꝑpendicularis q̄ eſt linea unica reflectit̄ in ſe ipſam, & ita ſolius illius puncti fit reflexio, nō aūt punctoꝝ alioꝝ. Si ergo uiſus à pūcto g appropinquet ſpeculo ſecundū punctū k, cadentē inter puncta g & z, ſi à puncto k, ducat̄ linea ad punctū d, q̄ ſit k d, palā ꝑ 14. primi huius, & ex p̄miſſis qđ lineæ d k & e g, cōcurrant ultra lineā g k, ſola. n. linea d z, æquediſtat lineæ e g, angulꝰ uero g e d, eſt rectus, & angulus z d b, rectus: ergo angulus k d b, eſt obtuſus, fiet ergo reflexio ad aliud punctū ſub puncto k, à puncto uero z, ut p̄dictū eſt, fiet reflexio in ipſum punctū z, ideo q̄a linea z d, æquediſtans lineæ g e, eſt ꝑpendicularis ſuꝑ lineā d b, per 29. primi, et ex hypotheſi. Similiter ꝙqꝫ poſito uiſu in quocūqꝫ puncto lineæ z b, qm̄ à q̄libet pūctoꝝ illoꝝ eſt ducere ꝑpendicularē ſuꝑ ſuꝑficiē ſpeculi, uel ſuꝑ lineā k q, reflectit̄ illarum q̄libet in ſe ipſam ꝑ 21. huius, palā itaqꝫ qm̄ cōſtituto uiſu in linea g z, nō uidebit intuens imaginē ſui ipſius, & q̄a ut dictū eſt ſola ꝑpendicularis ſecundū unicū punctū reflectit̄ ad uiſum, nō aūt alia puncta formæ, q̄a uero angulus i d x, eſt æqualis angulo z d g, & linea z d, eſt ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiē ſpeculi d b, ergo per 20. huius forma puncti i, à puncto ſpeculi d, reflectit̄ ad uiſum in puncto g exiſtentē, & q̄a angulus t b q, eſt æqualis angulo g b q, ut patet ex p̄miſſis, & linea b q, perpendicularis eſt ſuper ſuperficiē ſpeculi, palā per 20. huius. qm̄ forma puncti t, à puncto ſpeculi b, reflectit̄ ad uiſum in puncto g, ergo per 24. huius, forma totius lineæ i t, reflectit̄ à ſpeculo d b, ad uiſum in pūcto g, nō uidebit̄ aūt ipſa tabula depicta i t, qm̄ eſt ſub ſuꝑficie cui ſuperſtat ſpeculū & uiſus. Poteſt aūt ſic fieri ut ſecundū longitudinē lineæ z b, ſit factus murus ſuper terrā ad altitudinē uidentiū, q̄ interius ſit cōcauus, ſuperius uerſus ſpeculū apertus, & in illo muro deponatur tabula picta, quæ eſt i t, æquediſtanter ſpeculo b d, & ſit uiſus in diſtantia à ſpeculo

ſecundum ſitum puncti g,& ſit ꝓhibitus ſecundū aliquod mediū,ne poſſit propius accedere,tunc em̄ omnes formæ punctoꝝ depictæ imaginis incident uiſui,diſponatur ergo taliter per ingeniū, ut tabula depicta nullo modo uideatur,& ſit ſpeculū ſitum uerſus lumen,ita ut aer circa ipſum ſit luminoſus,ſitq; tabula depicta ſimiliter lumen habens,quia aliter in tenebris latens non poſſet uideri,mediante em̄ lumine formā ſuam multiplicat per medium,& peruenit ad ſpeculum,& reflectitur ad uiſum, palam ergo propoſitum.

LVII.

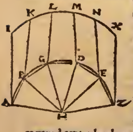
Poſſibile eſt ſpeculum unum planum in camera propria taliter ſiſti,ut in ipſo uideantur ea quæ geruntur in domo alia uel in uicis & plateis.

Sit in camera uidentis locus alius,in quo exiſtente uiſu placet uidere per ſpeculum planum omne illud quod alibi agitur,qui locus cameræ in quo ſiſtitur cētrum uiſus ſit ſignatus puncto a,& ſit locus in quo eſt uoluntas aliud uidendi qđ in illo loco agitur,ſignatus puncto b,ſitq; rima ſiue feneſtra in camera uidentis oppoſito loco b, quæ ſit g,& ducatur linea b g,& ꝓducatur in continuum & directum intra cameram ad aliquod punctum qui ſit d,qđ totum poteſt fieri per aſtrolabium ſiue quadrantem uel aliud inſtrumentum certificationis uiſum,uiſo enim puncto b,reuoluatur uiſus fixo inſtrumento,& cadat uiſus per eaſdem pinulas immotas in punctum cameræ d,ducantur ergo lineæ d a & g a,& diuidatur linea g a,per 119. primi huius,in puncto e, ita ut ſit proportio lineæ a e,ad lineam e g,ſicut lineæ a d,ad lineam d g, quæ ambæ per inſtrumenti acceptionē ſunt notæ,ducaturq; linea e d,diuidet ergo per 3. ſexti,linea d e,angulū a d g, per æqualia,ponatur itaq; ſpeculum perpendiculariter erectum ſuper lineā d e, in puncto d,per conuerſam undecimæ undecimi,in quo ſpeculo ſit linea f h,à pūcto itaq; ſpeculi d,reflectetur forma puncti g ad uiſum a,per 20. huius,ergo & forma puncti b, per eandem 20. huius, diſtantia enim ſecundum eandem lineam naturam reflexionis non immutat,uidebit itaq; uiſus ſecundum eius centrum in puncto cameræ, quod eſt a,exiſtens omne quod erit & quod agetur in loco b,ſiue ſit domus alia ſiue uicus ſiue platea,& hoc eſt quod proponebatur.

LVIII.

Poſſibile eſt ſpeculum ex ſpeculis planis compoſitum conſtrui, in quo uideantur ſolius aſpicientis plures imagines ad modum chorearum.

Aſſumatur arcus circuli a 3,cuius centrum ſit h,& quoniam arcus a 3, indefinite aſſumatur,eſto ut ipſe exempli cauſa diuiſus ſit in quinq; partes æquales, uel quotcunq; quis uoluerit partes,ita ut arcui a b,ſint æquales arcus b g, g d,d e,e 3,& ducantur cordæ a b,b g.g a,d e,e 3, quæ om̄es erunt æquales per 23. tertij,& à centro h ducātur lineæ h a,h b,h d,h e,h 3,& ablatis arcubus ſuper cordas a b & b g, & alia erigantur ſpecula plana quadrangula per paralellogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l,d m, e n, 3 x,



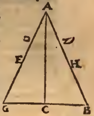
ſint æquediſtantia, & ſint ſpecula continua ad inuicem taliter, ut latera eoꝝ quæ ſunt b k,g h,d m,e n,ſint cōmunia,ſint autem ſpecula adinuicem taliter compoſita, ut anguli contenti à lineis a i & i k,b k,& k l,g l,& l m,d m & m n,e n,& n y,ſint æquales angulis contentis à lineis h a & a h,h b & b g, h g & g d,h e & e 3, ſintq; ſuperficies inſiſtentes lineis a b, b g, g d, d e,e 3. uerſæ inferius, & ſuppoſitæ ſupficiebus alijs ſuperius eleuatis,in quibus ſunt lineæ i k,k l,l m,m n,n x,& ſint ſuperficies ſuperiores inferioribus æquediſtantes, hæc enim omnia ſpecula taliter diſpoſita aſpectum uniformem habebunt ad uiſum exiſtentem in centro h,quoniam enim lineæ h a,h b,h g,h d,h e,h 3, ducantur à centro h,ad puncta communia cordis & arcubus,patet per 17. tertij, quoniam omnes ſunt perpendiculares ſuper lineas circulum a 3,in illis punctis contingentes, ergo

go per 21. huius, omnes illæ lineæ reflectuntur in ſe ipſas, erit ergo diſtinctio imaginũ ſecundum illas, ſed & perpendiculares quæ à puncto h, ducantur ſuper ſuperficiem ſpeculorum planorum, quæ per 20. primi huius, ſolum numerantur numero ſuperficierum ſpeculorum, & circa omnes illas fit uniformis reflexio ad uiſum, numerabunt ergo imagines numero ſpeculorum, quorum numero & loca imaginum numerantur, ideo quia à puncto h productæ perpendiculares nõ concurrunt ultra ſpecula, cum omnes in puncto h concurrant, eſt autem locus cuiuſq; imaginis in concurſu katheti cum linea reflexionis per 37. huius, & cum hæc ſpecula uniformiter reſpiciant uiſum in puncto h, patet qđ qua ratione reflexio fit ab uno ipſorum ad uiſum, eadẽ ratione fit reflexio à quolibet aliorum, & ſic reflexionum lineæ numerantur numero kathetorum, plures ergo uidebuntur imagines diſpoſitæ adinuicem numero & ordine ſpeculorum, quia uero ſpecula reſpiciunt uiſum ut ſui centrum ad modum arcus circuli, & imagines ipſius incidentis reſpicient uidentem ad modum chorearum, quod eſt propoſitum. Poſſunt & per hoc ſpeculum uariato ſitu plures elici imaginum ſituationes, quod experimentantis induſtriæ cenſuimus relinquendum, ut ſi ſpeculum a b, ſecundum baſem a i, ſituetur æquediſtans ſuperficiei horizontis, uel ſecundum alios modos ut libuerit, diuerſetur.

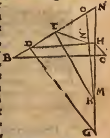
LIX.

Poſſibile eſt ſpeculum ex ſpeculis planis compoſitum conſtrui, in quo aſpiciens ſuam uideat imaginem uolantem.

Aſſumatur trigonum hyſocheles rectangulum, quod ſit b a g, & ſit angulus eius qui b a g, rectus, & linea b g, ſecetur in duo æqualia in puncto c, & ducatur linea a c, & ſuper lineam a g, ponatur ſpeculũ planum, quod ſit z h, & ſuper lineam b a, ponatur aliud ſpeculum planum, quod ſit d e, & ſit uiſus intuentis in linea a c, reſpiciens in quocunq; illorum ſpeculorum uoluerit, ut in z h, & alterum ſpeculum quod ſit e d, iaceat in plana ſuperficie ſuper quod ſtat intuens, & accedat & recedat intuens, donec calcanei ſui forma perueniat ad ſpeculum e d, dico qđ reuerberabitur in aliud ſpeculũ quod eſt z h, in quo aſpiciens putabit propriam imaginem uolare, quoniam uidebit ipſam eleuatam ſecundũ ſe totam in aere, cum tamen ipſe aſpiciens ſtet ſuper ſuperficiem terræ uel alterius rei, in qua eſt ſpeculum e d, quoniam forma calcanei incidens inferiori ſpeculo quod eſt e d, reflectetur ad ſuperius ſpeculum, & in illo figurabitur tota forma intuentis, & ſi intuens mouerit ſe aliqualiter, ita tamen ut non mutetur ſitus reſpectu reflexionum quæ fiunt in ſpeculo, moueri uidebitur imago in aere per 42. huius, & ſic uidebitur aſpiciens ſuam imaginem uolantem quod proponiť, & circa hoc plura alia diligentia artificis perquiret.

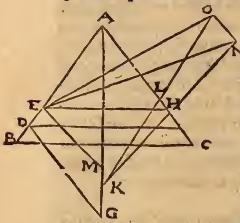


Vt aũt idem propoſitum & aliter melius pateat figuraliter demonſtratum, ſit orthogonium trigonum a b c, cuius angulus b a c, ſit rectus, & in cuius latere a b, ſituetur ſpeculum planum, cuius media linea ſit d e, cuius punctus d, ſit propinquior puncto b, quàm punctus e, & ſit trigonum a b c, ſecundum eius latus a b, poſitum in ſuperficie horizontis uel alia quæcunq; ſuperficie, ſuper quam eleuata ſit ſtatura intuentis, cuius plantæ pedis ſtent in pũcto g, aliqualiter eleuato ſuper lineam a b, & ducatur linea g d, & ſuper punctum d, terminum lineæ b d, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g d b, qui ſit h d a, producta linea d z, ad lineam a c, & ſuper punctum h, terminum lineæ c h, fiat angulus d h k, æqualis angulo d h a, producta linea h k, ad lineam b c, poſitoq; centro uiſus in puncto k, patet ex præmiſſis & per 20. huius, quoniam forma puncti g, à puncto h, reflectitur ad uiſum, ſi punctum h, fuerit punctum ſpeculi alicuius, inuentoq; per 46. huius, in ſpeculo d e, puncto reflexionis formæ puncti m, quod ſit in uertice uidentis, ſit formæ puncti illius punctus reflexionis e, & ducatur linea m e, & angu-

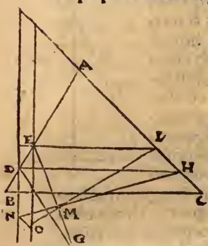


 lus

lus m e d,ſuper punctum e,terminum lineæ m e,per 23. primi,fiat æqualis angulo qui ſit a e l,producta linea e l,ad lineam a c,& inter puncta a & h,ſituetur ſpeculum quod ſit l h,ita quod puncta l h,ſint in ſuperficie illius ſpeculi,& ſimiliter punctum a,& quoniam forma puncti m,à puncto ſpeculi d e,quod eſt e,reflectitur ad totam ſuperficiem ſpeculi l h,per 22.huius,& ab illo puncto ſpeculi l h,in quo anguli e l a, & h l k, ſunt æquales, quodcunq; enim fuerit illud punctum,ſemper ipſum dicatur punctum l,& fiat reflexio



ad uiſum k,quoniam enim ut patet per 26.huius anguli k l c, & k h c ſunt acuti,patet per 14.primi,quoniam illæ lineæ concurrent,ſitq; punctus concurſus l z, palam ergo per 34.huius,quod tota imago aſpicientis quæ eſt linea g m, à ſuperficie ſpeculi e d,reflectitur ad ſpeculum l h,& à ſuperficie ſpeculi l h,reflectitur ad uiſum exiſtentem in pūcto k, & quoniam ut patet per 37.huius, locus imaginis formæ uniuſcuiuſq; pūcti eſt in concurſu katheti ſuæ incidentiæ, cum linea ſuæ reflexionis:producatur itaq; à puncto ſpeculi d e, à quo fit reflexio formæ pūcti g,quod eſt d, per 11. undecimi, linea perpendicularis ſuper ſpeculi a h, ſuperficiem, & patet cum ex hypotheſi angulus d a h, ſit rectus, quod illa perpendicularis eſt linea d a. Similiter quoq; perpendicularis à puncto reflexionis formæ puncti m, quod eſt ſpeculi d e,punctum e,ducta ſuper ſuperficiem ſpeculi a h, eſt eadem linea quæ e a,hæc itaq; linea eſt kathetus incidentiæ formarum punctorum g & m, reflexorum à punctis d & e,ad ſpeculum l h,& quoniam ut præmiſſum eſt per 26.huius,quod anguli k h c,& k l c ſunt acuti,quoniam linea angulum d h k, uel e l k, per æqualia diuidens, eſt perpendicularis ſuper lineam l h,angulus uero d a h eſt rectus, ergo per 4.primi huius,linea d e a concurret cum ambabus lineis k l & k h, ſit ergo

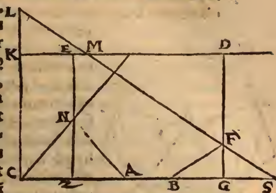


ut punctus concurſus linearum d a & k h ſit n, & punctus concurſus linearum e a & k l ſit o, erit ergo linea o n, imago formæ totius lineæ m g,eritq; punctum quod eſt imago formæ puncti g,plantarum ſcilicet ipſius intuentis alterius in aere quàm punctum o,quod eſt imago formæ puncti m, uirtutis ipſius uidentis,uidebit ergo ex puncto k,intuens ſpeculum l h, ſuam imaginem in aere uolantem, quoniam uidebit pedes altius in aere quàm ipſum caput collatos ad uiſum.Per eandem quoq; demonſtrandum ſi trigonum a b c, fuerit oxigonium, niſi quod imago intuentis aliam recipiet ſitus diſpoſitionem, katheti enim incidentiæ aliter ſuperficiei ſpeculi incidunt quàm prius, ſemper tamen trigono a b c, exiſtente orthogonio uel oxigonio uidebitur imago intuentis uolans ſub ſpeculo,quod ſi trigonum a b c, fuerit ampligonium,poſſibile eſt fieri ut imago ſit uolans in aere retro uiſum, quoniam ut patet per 14. primi huius,katheti incidentiæ & lineæ reflexionum concurrent retro centrum uiſus,non uidebitur autem talis imago,quoniam ſemper fugiet abſconſa ab ipſo uiſu, niſi forte ab alio ſpeculo tertio ad uiſum poſſet fieri reflexio,patet ergo illud quod proponebatur, & hoc uiſu ſolum reſpiciente in ſpeculū a h, non in ſpeculum d e,& hæc quidem demonſtrata ſunt,ac ſi à punctis primarum reflexionum,quæ ſunt d & e, ducantur katheti incidentiæ,quæ ſi imaginentur à locis primarum imaginum duci,multo fortius ſecundæ imagines,quæ uidentur in ſpeculo a h,uidebuntur eſſe diſpoſitæ ut uolantes.

LX.

Per duo uel tria ſpecula plana orthogonaliter ad inuicem diſpoſita, poſſibile eſt eiuſdem puncti imaginem uideri.

Sit uiſibile aliquod, in quo ſit pũctum a, & ſit centrum uiſus b, & ſint tria ſpecula plana g d, d e & e z, orthogonaliter ad inuicem diſpoſita, ducatur quoq; à pũcto a, linea a z perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi e z, p 11. undecimi, et ꝑducatur linea a z in continuũ, abſcindaturq; in pũcto c, taliter p 3. primi, ut linea z c ſit æqualis lineæ a z, & à puncto b, quod eſt centrum uiſus, ducatur linea b g perpendiculariter ſup ſpeculũ d g, et producatur taliter ut linea g s ſit æqualis lineæ b g, à puncto quoq; c ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi d e, quæ ſit c k, & producatur ultra punctũ k ad punctum l, quouſq; linea c k ſit æqualis lineæ k l, & à puncto l ducatur linea ad punctũ



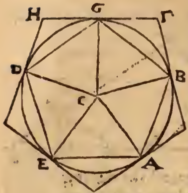
s, ſecans ſpeculum d e in pũcto m, & ſpeculum d g in puncto f, & à puncto m ducatur ad punctum c, linea m t ſecans ſpeculum e z in puncto r, & ducantur lineæ a r & b f, qa ergo linea b g eſt æqualis lineæ g s, & linea g f, cõmunis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f æqualis eſt angulo s g f, quia ambo illi anguli ſunt recti, erit per 4. primi, linea b f æqualis lineæ s f, & angulus g f b æqualis angulo g f s, & angulus f b g æqualis angulo f s g, ſed angulus s f g eſt æqualis angulo d f m per 15. primi, ergo angulus d f m æqualis eſt angulo g f b, poteſt ergo per 20. huius, forma puncti m, reflecti ad uiſum b, quia uero linea c k eſt æqualis lineæ k l, & linea k m cõmunis eſt æqualis ambobus trigonis c k m & l m k, angulus quoq; l k m æqualis eſt angulo m k c, quia ambo recti, erit p 4. primi, linea l m æqualis lineæ m c, & angulus l m k æqualis angulo k m c, ergo angulus d m f eſt æqualis angulo k m c, quoniam per 15. primi, ipſe eſt æqualis angulo l m k, ergo per 20. huius, forma puncti b, poteſt reflecti à pũcto m ad punctũ f, & à puncto f ad punctum b, centrum uiſus per 2. ergo ſpecula quæ ſunt d e & d g, uidẽtur forma puncti n, reflexa ad idem centrum uiſus quod eſt b, & quia linea a z eſt æqualis lineæ z c, & linea z b communis eſt ambobus trigonis a n z & z i c, angulus quoq; a z n eſt æqualis angulo n z c, quia ambo recti ſunt, erit angulus a n z per 4. primi, æqualis angulo z n c, ergo per 15. primi, angulus m n e eſt æqualis angulo a n z, forma ergo puncti a reflectitur à puncto n, ſpeculi z e, ad punctum m, ſpeculi d e, & à puncto m ad punctũ f, ſpeculi d g, & à puncto f, ad centrum uiſus b, à tribus ergo ſpeculis uidetur forma & imago eiuſdem puncti a, quod eſt propoſitum, & hoc accidit uiſui ſolum reſpiciente in ſpeculum d g.

LXI.

Poſſibile eſt per quodcunq; quis uoluerit plana ſpecula ſecundum diſpoſitionem poligonij æquilateri & æquianguli ad inuicem diſpoſita eiuſdem puncti imaginem uideri.

Sit centrum uiſus punctum a, & punctum rei uiſæ ſit b, & ducatur linea a b, & ſecundum quantitatem lineæ a b deſcribatur poligonium æquilaterum & æquiangulũ, quocunq; laterum uiſum fuerit ordinari. Sit autem nunc exempli cauſa poligoniũ a e d g b, pentagonum, cui circunſcribatur circulus per 14. quarti, & ducantur lineæ ad centrũ circuli quod ſit c, ab angulis poligonij quæ ſunt a c, e c, d c, g c, b c, palam itaq;, quoniam omnes illæ lineæ ſunt æquales per diffinitionem circuli, anguli ergo ad baſes omẽs ſunt æquales per 5. & per 8. primi, & in concurſu quorumlibet dictorum laterum ponatᷣ ſpeculum planum, præter quàm in punctis a & b, ut à puncto e d g, uel ſi fuerit poligoniũ plurium laterum ponantur plura, & erigantur omnia orthogonaliter ſup lineas ad centrũm circuli productas, ut ſunt hæc lineæ d c & g c, qđ fiet per 11. undecimi, ita ut ſpeculum f h ſuper lineam g c, ſit perpendiculariter inſiſtens: ad unum uero angulũ ſit punctum rei uiſæ, & ad alium ſibi proximum ſit centrũ uiſus, ut ſunt hæc puncta a & b, quia itaq; angulus c g f eſt æq̃lis angulo h g c, quia ambo ſunt recti, ſed & angulus c g b eſt

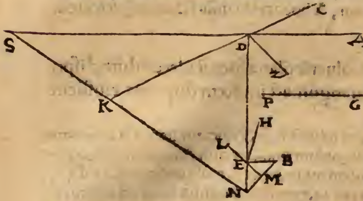
æqualis angulo e g d, ut patet per præmiſſa & per 8. primi, angulus ergo b g f æqualis eſt angulo d h g, ergo forma puncti b à puncto g, ſpeculi f h reflectitur ad punctum ſpeculi proximi, quod eſt ad punctum d, per æquales enim angulos fit omnis reflexio, ut patet per 20. huius, & quoniam omnes anguli illi præmiſſis duobus angulis ſimiles inter ſe ſunt æquales, palã quia fit reflexio à puncto d ad punctum e, & à puncto e ad punctum a, quod eſt centrum uiſus: uiſus itaq; exiſtens in puncto a, & intuens ſolum ſpeculum, cuius eſt punctũ e uidebitur forma b, quæ immediate non reflectetur ad ipſum à puncto ſpeculi e, reflexam mediantibus ſpeculis g & d quod eſt propoſitũ. Quod ſi centrũ uiſus ſit in puncto c qđ eſt centrum circuli, cuius periferiam contingunt oĩa ſpecula in angulis poligoniorum conſtituta, palam quod forma pũcti c, ab omnibus punctis reflectitur in ſe ipſam, quoniã omnes lineæ quæ ſunt c a, c b, c g, c d, c e, ſunt perpendiculares ſuper ſpeculorum ſuperficies, reflectuntur ergo in ſe ipſas ad punctum c, per 27. huius, palam ergo eſt propoſitũ, & ſi plurima ordinãtur hoc modo ſpecula, de omnibus eſt eadem demonſtratio & idem modus circunſcribendi circulũ alteri poligonio qui & penthagono. Per hæc itaq; duo theoremata, patet quod rei quæ non uidetur imago poteſt in ſpeculo uideri, ut ſi res taliter diſponitur ad primũ ſpeculum, quod ad ipſum uiſus pertingere non poſſit, hoc aũt faciliter accidit cogitanti.



LXII.

A pluribus ſpeculis planis poſſibile eſt formam rei per ſe uiſæ uel rei non uiſæ reflecti ad uiſum, ita ut diſtantia imaginis à centro uiſus ſit æqualis omnibus lineis incidentiæ & ipſi lineæ reflexionis.

Sit centrum uiſus in puncto a, & punctus rei uiſæ b, & inter illos duos punctos ſi placet exempli cauſa ſit aliqua magnitudo tegens unum illorum punctorum ab altero, ut paries uel aliud, quod ſit p g & à punctis a & b ad oppoſita ipſis loca ducantur lineæ æquediſtantes per 31. primi, quæ ſint a d & b e, & copuletur linea d e, ſintq; exempli cauſa lineæ b e & a d, perpendiculares ſuper lineam e d, & diuidatur angulus a d e per æqualia per 9. primi, ducta linea d z, & ſimiliter diuidatur angulus b e d, per æqualia p lineã e h, & ſuper punctum d terminum lineæ z d erigatur perpendiculariter linea k d c, per 23. primi, & ſimiliter ſuper punctum e, terminum lineæ h e erigatur perpendiculariter linea l e m, & ex his duabus lineis k d c & l e m, imaginẽtur ſuperponi duo plana ſpecula, forma itaq; puncti b incidet ſpeculo plano quod eſt m e l in pũcto e, & reflectetur in pũctum d, per 20. huius, quia anguli b e m & d e l ſunt æquales, anguli eñ h e l & h e m ſunt æquales, quia recti, ſed & anguli h e d & h e b ſunt æquales ex præmiſſis. Item forma incidens ſpeculo k d c ab eius puncto d, reflectetur ad punctum a, quod eſt centrum uiſus per 20. uel 5. primi huius, quoniam ut ſupra patuit anguli e d z & z d a ſunt æquales, uidebitur ergo forma puncti b, per uiſum exiſtentem in puncto a, cum tamen res in qua eſt punctum b, nõ ſit uiſibilis per ſe ipſam, linea quoq; reflexionis ad uiſum quæ eſt d a, eſt ſemper una, quãuis lineæ incidentiarum ſecundum numerum talium ſpeculorum numerentur, & ſi à pũcto rei uiſæ quod eſt b, ducatur per 11. undecimi linea perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi quæ ſit b m ſecans lineam e l m in puncto m, erit angulus b m e rectus, ergo per 23. primi, erit angulus e b m acutus, cum ergo angulus b e d ſit rectus, palam per 14. primi huius, quia lineæ b m & d e concurrent, ſit concurſus ipſarum in puncto n, quia itaq; linea m e l cadens ſuper lineas e h & b n, facit angulum e m b intrinſecũ æqualẽ angulo



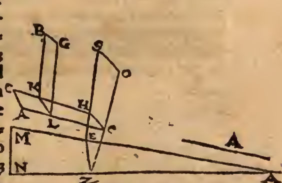
l e h

l e h extrinſeco,patet per 28.primi,quoniam lineæ b n & e h ſunt æquediſtantes, ergo angulus d e h extrinſecus eſt æqualis angulo e m b intrinſeco per 29.primi, & angulus e b n eſt æqualis angulo b e h,quia ſunt coalterni, ſed angulus b e h eſt æqualis angulo h e d,ut patet ex præmiſſis,diuiſus eſt enim angulus b e d per æqualia per lineam h e,erit ergo angulus e b n æqualis angulo e n b, ergo per 6.primi,lineæ n b & e b ſunt æquales: eſt autem per 37. huius, punctum n locus imaginis formæ puncti b reflexi ad uiſum exiſtentem in puncto d, à ſpeculi m e l puncto e. Item à puncto n ducatur linea perpendicularis ſuper lineã c d k per 12.primi,quæ ſit n k,patet ergo ut prius per 32.primi,q͛d angulus d n k eſt acutus. Sed angulus n d a eſt rectus ergo per 14.primi huius, lineæ n k & a d productæ concurrent, ſit puncti concurſus s,quia itaq; linea d k cadens ſuper lineas z d & n s, facit angulũ z d t extrinſecũ æqualem angulo n k d intrinſeco, uterq; em̃ illorum angulorũ eſt rectus,patet ergo per 28.primi,quòd lineæ n s & z d æquediſtant, ergo per 29.primi,eſt angulus z d a extrinſecus æqualis angulo n s d intrinſeco, ſed & anguli s n d & n d z ſunt æquales,quia coalterni,& anguli n d z & z d a ſunt æquales, ut patet ex præmiſſis:angulus enim n d a diuiditur per æqualia per lineã z d,angulus ergo d n s eſt æqualis angulo d s n,ergo per 6.primi,duæ lineæ d s & d n ſunt æq̃les, quia itaq; linea e n eſt æqualis lineæ e b,erit linea d n æqualis duobus lineis d e & e b, ergo linea d s eſt æqualis illis eiſdem duobus lineis d e & e b,& quia per 37. huius,punctũ s eſt locus imaginis formæ puncti n reflexæ à pũcto ſpeculi k d c quod eſt d,ad uiſum exiſtentem in puncto a, patet quod linea a s,quæ eſt diſtantia imaginis à centro uiſus eſt æqualis duobus lineis incidentiæ quæ ſunt b e & e d,& inſuper lineæ reflexionis quæ eſt d a, & hoc eſt propoſitum,quoniam ſi à pluribus ſpeculis fiat reflexio eodem penitus modo erit demonſtrandum.

LXIII.

Reflexione à pluribus ſpeculis planis ad eundem uiſum facta,ab imparibus quidem dextra apparẽt ſiniſtra,& ſiniſtra dextra:à paribus uero dextra apparent dextra,& ſiniſtra ſiniſtra,& diſtantia imaginis à uiſu conſtabit ex quantitate omnium linearum incidentiæ & lineæ reflexionis.

Sit centrum uiſus a,& linea rei uiſæ ſit b g,& ſi placet ſit inter centrum uiſus & rem uiſam aliquod corpus denſum ſimplicem prohibens uiſionem,ut paries uel aliquod ſimile,quod ſit d,fiatq; reflexio ex tribus ſpeculis quæ ſunt e z & h c & k l,reflectaturq; forma lineæ b g,per hæc tria ſpecula ad uiſum exiſtentem in puncto a,ſitq; ut punctus b,lineæ b g incidat ſpeculo k l in puncto k,& ſpeculo h c in punctũ h,& ſpeculo e z in punctum e,reflectaturq; ad uiſum a ſecũdum lineam e a,& ſimiliter forma puncti g incidat ſpeculo k l in punctum l,& ſpeculo h c in punctum c,& ſpeculo e z in punctum z,& reflectatur ad uiſum ſecũdum lineam z a,& ducantur hæ lineæ incidentiæ & reflexionis q̃ erunt b k & k h,h e,e a,& g l,l c,c z,z a,ſitq; locus imaginis formæ puncti b,in primo ſpeculo quod ſit k l punctum c,& locus imaginis formæ puncti g, in primo ſpeculo ſit punctum q,& ducatur linea c q, quæ per 49.huius,æqualis lineæ b g. In ſecundo uero ſpeculo quod eſt h c, linea imaginis ſit s o. In tertio uero ſpeculo quod eſt e z, linea imaginis ſit m n,patet itaq; quoniã in quolibet iſtorũ ſpeculorum tanta eſt diſtantia imaginis ſub ſpeculo à ſuperficie ſpeculi,quanta eſt diſtantia formæ quæ reflectitur à ſpeculo à ſuperficie ipſius ſpeculi per 49.huius,linea ergo k b,quæ eſt diſtantia puncti rei uiſæ à ſuperficie ſpeculi extra ſpeculum eſt æqualis lineæ k c,quæ eſt diſtantia imaginis à ſpeculo ſub illo,et linea g l, eſt æqualis lineæ l q,tunc linea g h,quæ eſt diſtantia formæ uiſæ à ſuperficie ſpeculi h c,eſt æqualis lineæ h s,quæ eſt diſtantia loci imaginis ſub eodem ſpeculo,& linea q t eſt æqualis lineæ t o, linea quoq; s e,quæ eſt diſtantia formæ refle-

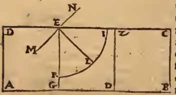


reflexæ à ſpeculo z e eſt æqualis lineæ e m, quæ eſt diſtantia formæ ab eodem ſpeculo ſub illo, & ſimiliter linea o z eſt æqualis lineæ z n, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis uniuſcuiuſq; formæ puncti uiſi eſt in puncto cōcurſus katheti ſuæ incidentiæ cum linea reflexionis, & in ſpeculis planis imago ſemp̄ eſt æqualis rei uiſæ p̄ 52. huius, patet quod uiſus exiſtens in puncto a, comprehendet imaginem formæ lineæ b g in loco lineæ m c æqualem ipſi rei uiſæ, & eius diſtantia à uiſu quæ eſt ſecundum lineas a m & a n eſt æqualis omnibus lineis incidentiæ, quoniā linea a m eſt æqualis lineæ reflexionis quæ eſt e a, & lineæ m e quæ eſt æqualis lineæ e s, ſecundum præmiſſa eſt æqualis lineæ incidentiæ quæ eſt e h, & lineæ h s æqualis lineæ c h, quæ eſt æqualis lineæ k h, & lineæ c k, quæ linea c k eſt æqualis lineæ k b, & ſimiliter linea a m n eſt æqualis lineæ reflexionis quæ eſt a z, & omnibus lineis incidentiæ, ut iam patuit, & quoniam ut patet per 55. huius, in ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra & ſiniſtra dextra, palā quod in ſpeculo primo reſpectu rei uiſibilis, quod eſt ſpeculum l k, fit imago formæ rei b g uiſæ, quæ eſt imago c q tranſmutata modo dicto. Sed & eadem imago reflexa à ſecundo ſpeculo, quod eſt h c, mutat dextrum in ſiniſtrum & ſiniſtrum in dextrum, redit ergo in ſpeculo numeri paris diſpoſitio partiū imaginis ad diſpoſitionem partiū ipſius rei uiſæ, & quia in ſpeculo tertio qđ eſt e z, imago ſecūda, quæ eſt s o, mutat ſitum partiū ſuarum, patet quod imaginis m n ſitus eſt alius à diſpoſitione formæ rei quæ eſt b g, in ſpeculis itaq; numeri paris fit imago ſimilis rei ſecundum dextrum et ſiniſtrum, et in ſpeculis imparibus tranſmutatur, et ſic uniuerſaliter quotieſcūq; ſpeculis paribus uel imparibus poſitis ſecundū hæc imaginū diſpoſitio uariatur ſecundū dextrū et ſiniſtrū, patet ergo ꝓpoſitū.

LXIIII.

Duo ſpecula plana quadrata & æqualia poſſibile eſt ſic ſiſti, ut intuens in uno ſpeculorū ſuam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem.

Sint duo ſpecula plana rectangula & æqualia cuiuſcunq; placuerit quantitatis ſuorū laterū, dum tñ latera unius ſint æqualia lateribus alterius, & ſint latera eiuſdē ſpeculi inter ſe proportionabilia, ita ut lōgitudo ſit duplata latitudini eiuſdē ſpeculi, aſſumaturq; linea, cuius longitudo ſit multo maior uno latere illorū ſpeculorum, & ſit exempli cauſa quatuor cubitorum quæ ſit a b, & ſecetur ex ea portio æqualis quartæ parti unius lateris longitudinis ſpeculi per tertiā primi, quæ ſit a g, & diuidatur linea g b in duo æqualia in puncto d, & à puncto d ducatur linea perpendiculariter ſup̄ lineam a b, per 11. primi, producaturq; in continuum & directum, et abſcindatur ab ipſa linea æqualis altitudini ſpeculi quæ ſit linea d z, et à puncto b ducatur linea æqualis & æquediſtans lineæ d z quæ ſit b c, et producatur linea c z orthogonaliter ſuper lineam b c, quæ erit æqualis lineæ b d, per 33. primi, et producatur linea e z in continuum et directum, ducaturq; à pūcto g, linea g e æquediſtans et æqualis lineæ d z, erit ergo linea g e, per 30. primi, æqualis et æquediſtans lineæ b c et ſuper punctum e, centrum exiſtens deſcribatur portio circuli ſecundum modum quantitatis placitæ, quæ ſit r i, diuidaturq; arcus r i per æqualia, per 29. tertij, in puncto l, et ducatur linea l e, et à puncto e ducatur una linea perpendicularis ſuper lineam l e, quæ ſit e m, et itē alia quæ ſit e n, quæ tamen lineæ adinuicem coniunctæ ſunt linea una per 14. primi, et ſit linea m e æqualis lineæ n e, et tota linea m n ſit æqualis longitudini ſpeculi. Si ergo duorum ſpeculorum planorum rectangulorū & æqualiū angularis coniunctio fiat ſuper lineam m n, tunc diuident lineæ m e et n e, ſuperficies illorum cōiunctorum ſpeculorum per æqualia, pateatq; quod illa ſpecula non erunt in una plana ſuperficie diſpoſita, perpendiculares ergo à cētro uiſus ſuper illa ſpecula ductæ quæ ſunt katheti incidentiæ formæ ipſius uidentis, ſunt diuerſi, poſito ergo centro uiſus in pūcto d, et motis ſpeculis ſuper lineam l e fixam, uidebit homo ſeipſum ſup̄ unum duorū ſpeculorum uenientem, et in altero recedentem, eſt enim



longi-

longitudo amborum illorum ſpeculorum quæ eſt linea m n, quaſi duplata latitudine unius ipſorum, & ſic punctum eſt quaſi medium ſuperficiei amborum illorum ſpeculorum: unde circa ipſum æqualior fit motus. Et ſi hæc ſpecula fuerint taliter ordinata, ut claudantur & aperiantur, & angulos inter ſe exiſtentes uarient cum reuoluentur, multa deformitas efficitur imaginum unius etiam rei: anguli tamē taliter ſint diſpoſiti, ut ab uno ſpeculo in alium fieri poſſit reflexio, nec æſtimamus hac demonſtratione alia in his quæ præmiſſæ ſunt in ſimplicibus planis ſpeculis indigere, & hoc practicæ artificū ducimus cōmittenda, quia et hæc quæ præmiſimus plus habilitatem operis mœchanici reſpiciunt, quàm firmitudinē demonſtrationis; fuit enim iſtud diligens inuentio antiquorum, cui poteſt addere et demere ille, qui diligenter perſpexerit ea quæ demonſtratiōis neceſſitate conſcripſimus in hoc libro. L X V.

Ab uno ſpeculo plano ſoli oppoſito ignem eſt impoſſibile accendi, à pluribus uero poſſibile.

Hoc enim euidens eſt, quia ignis non accenditur niſi per aggregationem plurium radiorum, lineæ uero reflexionis à ſpeculorū planorum diuerſis punctis productæ non concurrent, ut per 47. huius, demonſtratum eſt, in nullo ergo pūcto cōueniunt illi radij reflexi ad generationem ignis poſſibile eſt in materia combuſtibili quacūque, patet ergo primū propoſitorum. Iam autem dixit Attennius neſcio qua ductus experientia, quod ſolum uiginti quatuor reflexi radij cōcurrentes in uno puncto materiæ inflammabilis ignem in illa accendunt, & coniunxit ſeptem ſpecula plana hexagona colligatione ſtabili fixa, ſcilicet ſex extrema circa unum, quod ſtatuit in medio illorū, et uniebantur illa ſpecula in quibuslibet angulis hexagoni, ideo quia figuræ hexagonæ replent locū ſuperficialem, ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos, et dixit Attennius, quod ad quamcunque diſtantiam ſic ignis potuit accendi, quæ ſi ad complendam unam planam ſuperficiem cōiunxerat, non poterat, ut ex præmiſſis patere poteſt, intentionem ſuam aliter conſequi, quàm ſicut ex uno ſpeculo plano, quoniam ut prædictum eſt tres ſuperficies hexagonæ replent punctum unum, quia angulus quilibet hexagoni ualet duas tertias duorū rectorum, & tres anguli hexagoni ualent quatuor rectos, concurrentes ergo tales tres anguli nullum uacuum dimittunt, nihil eſt ergo quod punctum ſui cōcurſus diſtingat à natura planæ ſuperficiei & unius, quod ſi idem hexagoni taliter adinuicē inclinentur, ut ab una ſphæra fiant circunſcriptibiles, tunc ad centrum illius ſphæræ fiet reflexio omnium radiorum perpendiculariter ab uno pūcto illis ſuperficiebus incidentium, & augebitur uigor caliditatis, unde tale ſpeculum melius poſſet ex trigonis quàm hexagonis componi, quoniam numero ſuperficierum numerabuntur radij & uirtus augebitur caloris, hoc tamē quia facilia ſunt ut diximus, proſequenda ipſam relinquentes artificis induſtrium animarum.

LIBER SEXTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

IAtius quo potuimus ſpeculorum planorum paſſionibus percurſis, ſupereſt nunc ut ad aliorum ſpeculorum paſſiones proprias diuertamus, & quia ſpecula conuexa ſunt ſimpliciora concauis, quoniā quædam paſſionū ſpeculorum conuexorum deſcendunt in concaua, ut in illa, quorum paſſiones propriē diuerſimode uariantur, conuenit ut primo tractatum ſpeculorum conuexorū alijs præmittamus. Sed quia inter ſpecula conuexa, quorū quædā ſunt ſphærica, quædam columnaria, quædā pyramidalia, ipſa ſpecula ſphærica ſunt alijs ſimpliciora, paſſiones enim & cauſæ reflexionum ſpeculorum ſphæricorum conuexorū deſcendūt in ſpecula columnaria & pyramidalia conuexa, cū in illis ab aliquibus punctis ſuorum circulorum accidit fieri reflexionem, ſicut & paſſiones ſpeculorum planorū deſcendūt in eadem ſpecula columnaria & pyramidalia, quando ab aliquo puncto alicuius linearum

longitudinis filorum ſpeculorũ ad uiſum fit reflexio. Poſt tractatũ ergo planorũ ſpeculorum de ſpeculis ſphæricis cõuexis, ut de ſimplicioribus omnibus alijs & concauis ſpeculis, ꝑſequi dignũ uiſum eſt. Quæ itaq; ad ſpeculorũ ſphæricorum ꝓprias paſſiones ꝑſequendas ꝑmittimus ſunt iſta. Maius ſpeculũ ſphæricum conuexũ uel cõcauũ dicimus, cuius ſphæræ diameter eſt maior, & minus cuius minor. Diametrũ ſpeculi ſphærici, dicimus diametrũ ſphæræ cuius portio eſt ſpeculũ. Centrũ ſpeculi dicimus centrum ſphæræ cuius portio eſt ſpeculũ. Diametrũ uiſualem dicimus lineã à centro uiſus per centrũ ſpeculi ſphærici trãſeuntẽ, & eadem dicitur kathetus reflexionis. Lineam rectam æquediſtare ſpeculo ſphærico conuexo dicimus, quæ ſecundũ eius punctũ medium æquediſtat lineæ aliquẽ arcũ circuli magni illius ſpeculi ſecundũ medium eius punctũ contingenti. Finis contingentiæ, dicitur punctus ubi alter kathetorũ ſecat lineam in puncto reflexionis ſpeculum contingentem. Metam locorum imaginum, dicimus punctum uel lineam ultra quam imagines non uidentur.

I.

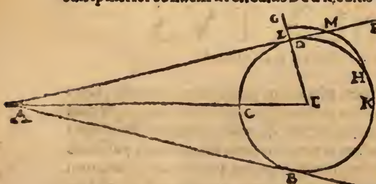
Communem ſectionẽ ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici cõuexi, neceſſe eſt circulũ magnũ uel arcum circuli magni ſphæræ eſſe: ex quo patet ꝙ oĩs ſuperficies reflexionis diuidit ſphærã ſpeculi ꝑ æqualia.

Quoniam enim ut patet in principio 5. huius, ſuperficies reflexionis dicit̃ ſupficies cõtinens lineã incidentiæ & lineã reflexionis & perpendicularẽ à puncto contingentiæ productã ſuper ſuperficiem ſphæricũ ſpeculũ in puncto incidentiæ cõtingentem, Quæ omñes lineæ rectæ ſunt, patet quod ſupficies reflexiõis eſt ſuperficies plana. Omne aũt ſpeculũ ſphæricum conuexum, aut ſphæra eſt, aut pars ſphæræ, ut patet ꝑ 7. quinti, ergo per 69. primi huius, ſi ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculũ, ipſoꝝ cõmunis ſectio neceſſario erit circulus uel pars circuli, & quoniã perpendiculares ſunt ſuperficies ſphæras contingentes, neceſſario tranſeunt ꝑ centrum ſphæræ, ut oſtendi poteſt per 72. primi huius, & per diffinitionẽ lineæ ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſphæræ poſitã in principio primi huius, patet quod omnis ſuperficies reflexionis tranſit centrũ ſpeculi, eſt ergo illa cõmunis ſectio circulus magnus uel arcus circuli magni ſphæræ illius ſpeculi, ꝑ diffinitionem circuli magni, & hoc eſt ꝓpoſitum, patet etiã correlariũ, quia cũ oĩs ſupficies reflexionis trãſeat per centrũ ſpeculi, patet manifeſte, q̃m ipſa diuidit ſphærã ſpeculi ꝑ æqualia, & hoc ꝓponebatur.

II.

A centro uiſus ad ſuperficiẽ ſpeculi ſphærici cõuexi ducta contingens circa fixam uiſualem diametrũ æqualiter mota portionem ſuperficiei ſpeculi determinat, à cuius punctis fiet formarum reflexio ad uiſum.

Sit centrum uiſus punctus a, & cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſupficiei ſpeculi ſphærici conuexi ſit circulus b c d k, cuius centrũ ſit e, & à puncto a ducat̃ per 6. tertij, linea contingens circulũ in punctum d quæ ſit a d, ducatur & diameter uiſualis quæ ſit a e, ſecãs periferiã circuli b c d in pũcto c, dico quod ſi diameter a e manente fixa linea cõtingens q̃ eſt a d, imaginetur æqualiter moueri ſup periferiã ſpeculi, ſeruans ſemp æqualitatẽ anguli e a d, quouſq; redeat ad locũ unde exiuit, ꝙ ipſa motu ſuo ſecundũ punctum d, deſcribet circulũ determinantẽ portionem ſpeculi ſphærici cõuexi, à qua fit reflexio



omnium formaꝝ ad uiſum exiſtentẽ in pũcto a, ab illa parte alia ſpeculi ſuperficiei à qua non fit reflexio, producatur eñ linea a d ultra pũctum contingentiæ d ad punctũ f, & ducatur linea e d, q̃ producãtur extra ſpeculum ultra punctũ d uſq; ad punctũ g, erũt ergo per 17. tertij, anguli omnes ad punctũ d recti, omnes ergo puncti in linea d f conſtituti

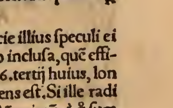
uide-

uidebunť directe, ideo quia linea a f manens una nō refrangiť à pūcto d, quia tamē eadem linea cōtingit ſpeculū, incipiūt pūcta lineæ d f, aliquid participare naturæ reflexionis, unde uidebūtur à puncto d, reflecti ſecundū lineam d a ad uiſum a, per 20. quinti huius, quoniā angulus incidentiæ qui eſt f d g, eſt æqualis angulo reflexiōis, qui eſt g d a, dico etiā q̄ à nullo pūcto arcus d k b poteſt fieri reflexio ad uiſum a. Si enim ſit hoc poſſibile, eſto quod à puncto h arcus d h b, fiat reflexio formæ alicuius pūcti ad uiſum exiſtentē in pūcto a, & ducať linea reflexionis ad uiſum a, q̄ ſit h a, hoc ergo nō poteſt trāſire ſolidum corpus ſpeculi, ſcilicet arcus circuli b c d ſecando tranſibit ergo extra circulum, quia itaq; angulus contingentiæ qui eſt h d f eſt indiuiſibilis, per 15. tertij, patet q̄ illa linea reflexionis quæ eſt h a, nō tranſibit punctū d, ſecabit ergo lineā d g, ſit ut ſecet ipſam in pūcto l, & quia linea reflexionis quæ eſt h a nō ſecat angulū h d f, palam cū nō ſecet arcū h d, quod ſecat lineā d f, ſit ut ſecet ipſam in puncto m. Si ergo linea h m à puncto m, perueniat ad punctū a, patet q̄ duæ rectæ quæ ſunt m l a & m d a includunt ſuperficiem, quod eſt impoſſibile: uel deducatur, ſit trigoni d l m, angulus m d l rectus, ergo angulus d l m per 32. primi, eſt acutus, ergo p 13. primi, angulus a l d eſt obtuſus. Sed angulus a d l eſt rectus, quia angulus a d e eſt rectus, ergo p 14. primi huius, cū linea e g cadat ſup ambas lineas a d & h a, & faciat angulos prædicto modo diſpoſitos, patet q̄d lineæ h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam ſunt anguli minores, non ergo reflectitur forma aliqua à puncto h ad punctum a, quod eſt oppoſitū dati, patet ergo propoſitum, quoniam quocūq; puncto arcus d k b dato, eodem modo poteſt fieri deductio.

III.

Oppoſito uiſui ſpeculo ſphærico cōuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie illius ſpeculi aut ſuperficie ei continua, erit cōmunis ſectio baſis pyramidis uiſionis & ſuperficiei ſpeculi circulus minor magno circulo ſphærā ſpeculi p æqualia ſecante.

Opponatur uiſui ſpeculū ſphæricū taliter ut uiſus nō ſit in ſuperficie illius ſpeculi ei cōtinua, dico q̄ pars ſpeculi à uiſu cōprehenſa erit pars ſphæræ circulo incluſa, quē efficit motu ſuo radius cōtingens ſupficiem ſphæræ, quia eñ ut patet p 16. tertij huius, longior radius ad ſphæræ ſuperficiē cōtingens quaſi linea ſpeculū cōtingens eſt. Si ille radius imagineť p gyrū, moueri attingendo ſphærā, donec redeat ad punctū primū, à q̄ ſumpſit motus principiū, palā per præmiſſam, quia pūctus contingentiæ in ſphæræ ſupficie circulū deſcribet, hic uero circulus minor erit circulo magno illius ſphæræ, qm̄ ſi intelligant ſupficies ſecantes ſeſe p diametrū ſphæræ tranſeuntes polos p̄dicti circuli & ſphæram p æqualia ſecantes, patet q̄d oēs illi circuli cōtingentes lineas habēt illas q̄ ſunt lineæ longitudinis pyramidis uiſiōis, ergo p 58. primi huius, quilibet arcuū continuū ipſi ſupficiei ſphæræ, & his ſupficiebus planis ſecantibus ſphæris, erit minor ſemicirculo circuli magni. Verbi gratia ſit p 69. primi huius, circul9 q eſt cōmunis ſectio ſupficiei ſphæræ et ſupficiei planæ tranſeūtis p uiſum a, extra ſphærā exiſtentē, & p centrū ſphæræ q̄d ſit b, circulus c s d, cuius centrū ſit b, ſitq; polus circuli intellecti ſecundū quem baſis pyramidis uiſiōis ſecat ſuperficiē ſpeculi pūctus, ſed p̄ducať b a ſemidiameter ad uiſum a, & ſit linea b s a, & à pūcto à, cētro uiſus ducať linea cōtingens circulū, q̄ ſit a c, & à pūcto cōtingētiæ q eſt c, ducať ad centrū b, linea c b, dico q̄d arcus c s eſt minor q̄ quarta circuli magni, angulus eñ b c a eſt rectus p 17. tertij, angulus ergo c b a eſt acutus, q̄a nō poſſunt eſſe duo recti in eodē trigono a b c, p 32. primi, hūc itaq; angulū in centro exiſtentē reſpiciat arcus c g, palā ergo p ultimā ſexti, qm̄ ipſe minor eſt q̄ quarta circuli, & quia idē accidit in oibus pūctis imaginatoꝝ circuloꝝ minoꝝ, qm̄ quilibet arcuū illoꝝ circulorū eſt minor q̄ quarta circuli magni, ergo circulus terminans uiſum eſt minor circulo magno ſphæræ p̄poſitæ, et hoc eſt q̄d p̄ponebatur. tenet aūt hæc demōſtratio in uno uiſu tm̄, uel in ambob9 uiſibus,

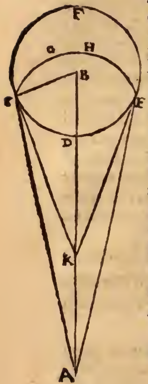


dum modo diameter ſpeculi ſphærici ſit maior q̄ diſtātia oculoꝝ, qm̄ iſtis exiſtentibus æqualibus circulus maior ſphæræ erit circulus p̄poſitæ ſectionis, & medietas ſphæræ ui

debitur. Si uero diſtantia oculorũ ſit maior diametro ſpeculi, plus medietate ſphæræ uidebitur, & erit cõmunis ſectio circulus minor, ut hæc ſunt demonſtrata in quarto huius.

IIII.

In ſpeculis ſphæricis cõuexis ſecundũ acceſſum uiſuum ad ſpecula circulorum uiſum terminantium quantitas minuitur, ad receſſum uero augetur.

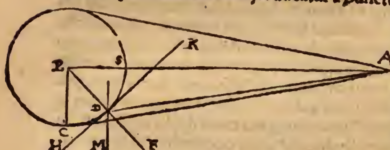


Eſto em̃ ſpeculum ſphæricũ conuexũ, cuius centrum b, & ſit centrũ uiſus a, ſitq́; circulus terminans uiſum in ſupficie ſpeculi q c g h e, dico quod ſecundũ acceſſum & receſſum uiſuũ à ſpeculis illorum circulorum quãtitas mutat̃, diminuitur em̃ ſecundum acceſſum, et auget̃ ſecũdum receſſum. Sit em̃ cõmunis ſectio ſupficiei reflexionis & ſpeculi circulus c d e f, cuius arcus c d e, ſit erectus ſup circulum c g h e, uiſam partẽ ſpeculi cõtinentẽ, ſitq́; ipſius arcus c d e medius punctus d, & ducantur lineæ a c, ad b, c b, a e, eritq́; p 17. tertij, angulus a c b, rectus, accedat ergo uiſus ſecundũ lineã a b ad punctũ k. Si ergo uiſus terminatur ad eundem circulum c g h e, ut prius, ducat̃ linea k c, & q̃m per 16. ſecundi huius, longior radius à uiſu ad ſphærã contingens quaſi linea contingens eſt, patet p 17. tertij, q̃m angulus l k c b eſt rectus. Sed & angulus a c b fuit rectus, eſt ergo rectus minor recto, quod eſt impoſſibile. Exiſtẽte ergo uiſu in puncto l k, nõ terminabit̃ uiſio ad circulũ c g h e, ſed ad aliquẽ circulum ipſo circulo c g h e minorẽ, quia em̃ inter duas lineas cõtingentes circulum q̃ ſunt a c & a e, ab uno pũcto a, ductas à puncto k, ducunt̃ aliæ duæ lineæ eundẽ circulũ cõtingentes, palã ergo p 60. primi huius, qđ pũcta contingentiæ interiorũ cadent intra puncta cõtingentiæ exteriorum, minorẽ ergo arcũ circuli cõprehendent lineæ ꝓpinquiores q̃ remotiores, patet ergo ꝓpoſitum.

V.

A quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi oppoſitæ uiſui, poteſt fieri reflexio ad uiſum.

Eſto diſpoſitio eadem q̃ in tertia huius, dico ꝙ à quolibet puncto portionis oppſitæ uiſui à quolibet puncto arcus e s, & omniũ ſibi ſimiliũ arcuũ poteſt fieri reflexio ad uiſum, ſignetur em̃ aliquis pũctus arcus e s, qui ſit d, & ducat̃ ſemidiameter d b, palã per 72. primi huius, q̃m linea d b eſt perpendicularis ſup ſuperficiem planã contingentem ſpeculum in puncto d, cũ itaq́; formæ puncti rei uiſæ puncto d incidunt, palam per 25. quinti huius, quia linea reflexionis erit in eadem ſuperficie cũ ſemidiametro d b, & cũ katheto a b, orthogonaliter cadente ſuper ſuperficiem ſpeculi, eo qđ tranſeat per centrum eius b, & ducatur à puncto d, linea cõtingens circulũ c d s, per 16.



tertij, q̃ ſit linea h d k, erit ergo per 17. tertij, angulus b d k rectus, erit ergo trigoni d b a, angulus a d b obtuſus. Si ergo ꝓducatur linea b d extra ſphæram ad punctum f, erit per 13. primi, angulus f d a acutus, ideo ꝙ angulus b d a ſit obtuſus, ut patet ex præmiſſis, & p 21. primi, & etiam ex hoc, quia cum linea a d cadat intra lineã a c ſpeculũ contingentẽ, palã per 57. primi huius, quia linea a d ꝓducta ſecabit ſphærã ſpeculi, & ſupficies cõtingens ſphærã in pũcto d, in qua ſint lineæ h k, e g, decliuior erit q̃ linea a d, ſecabitq́; lineã a b, & quia ſemidiameter b d eſt perpendicularis ſup ſupficiẽ b k, e g, ſpeculũ in pũcto d cõtingentẽ, erũt anguli f d k & f d, d h, b h recti, ergo etiã erit angul9 b d k rectus, angulusq́; b d a maior recto, & angulus f d a minor recto reſecato ergo ab angulo recto q eſt f d h, angulũ acutũ æqualẽ angulo f d a, per 27. primi huius, q ſit m d f, erũtq́; lineæ cõtinentes hos angulos in eadẽ ſuperficie, pũctus ergo rei uiſæ exiſtens in linea m d, & ſuperficiei ſpeculi incidens ad punctũ d, reflectet̃ ad uiſum per lineã d a, per 11. uel 20. quinti huius, cõtinent em̃ lineæ m d & a d, angulos æquales cũ perpẽdiculari b f, & lineæ illæ incidẽtiæ & reflexionis ut oſtenſum

fuit

ſuit per 25. quinti huius, erūt in eadem ſuperficie q̄ erit ſuperficies reflexiōis erecta ſuper ſuperficiem ſphæram ſpeculi in puncto d, contingentem, & eodē modo demonſtrabitur de quolibet pūcto arcus e s, & cuiuslibet arcus ſui ſimilis, hoc eſt de tota portione ſpeculi uiſui oppoſita, quoniam de quolibet dato puncto poteſt eodem modo demōſtrari: patet ergo, quoniam à quolibet puncto ſupficiei ſpeculi ſphærici conuexi oppoſitæ uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum ſicut proponebatur.

VI.

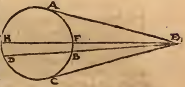
In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis ſphæricis conuexis centrū uiſus & centrū ſpeculi, punctū reflexiōis & punctū reflexū cōſiſtere eſt neceſſe: ex quo patet lineā à centro uiſus ad centrum ſpeculi productam omnibus ſuperficiebus ſectionum ſecundum diuerſa puncta ſpecula huiuſmodi ſecantium communem eſſe.

Hoc patet p 25. quinti huius, in omī eñ ſupficie reflexionis neceſſario ſunt linea incidentiæ & linea reflexionis, hæ aūt lineæ continent tria puncta. ſ. punctū reflexum, & punctū reflexionis, & centrū uiſus, & quia quælibet illaꝝ ſuperficieꝝ eſt erecta ſup ſupficiem ſpeculi, à quo fit reflexio, erunt lineæ in ipſa ꝓductæ quæ ſunt erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi centrum ſpeculi tranſeuntes per 72. primi huius, manifeſtum ergo quia quælibet illaꝝ ſuperficieꝝ tranſit centrum ſpheræ. In qualibet ergo ſuperficieꝝ reflexionis ſunt prænominata 4. puncta corpoꝝ quorumlibet, ex his patet quia cum ſuperficierum planoꝝ ſe interſecantium cōmunis ſectio ſit linea recta, ut patet per 3. undecimi, iſtarum ſuperficieꝝ neceſſario cōmunis ſectio erit linea à centro uiſus ad centrū ſpeculi ꝓducta, quoniam alijs duobus punctis uariatis ſecundū numeꝝ ſuperficieꝝ reflexionis, hæc duo puncta. ſ. centrum uiſus & centrum ſpeculi in talibus ſuperficiebus ſemꝑ manent, patet ergo propoſitum.

VII.

Omnis linea reflexionis præter lineas contingentes ſecat circulum, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici cōuexi in duobus tantum punctis, in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis ſuperficiei ſpeculi non apparentes.

Sit cōmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, & ſuperficiei reflexionis circulus a b c d, cuius centrū ſit punctū g; & ſit centrum uiſus e, à quo ducantur lineæ contingentes illū circulū q̄ ſint e a & e c, palā ergo per 2. huius, qm̄ à toto arcu a b c, fit reflexio ad uiſum, ſit ergo ut à puncto b, qđ eſt inter puncta a & c, fiat reflexio ad uiſum e, & ſit linea reflexionis b e, dico quod linea e b, ꝓducta ultra punctū b, ſecabit circulū a b c, in aliquo puncto arcus ſpeculi non apparentis quod ſit d, ducaſ eñ diameter uiſualis e f g h, diuidens circulum per æqualia in duos ſemicirculos qui ſunt f c h, & f a h, oſtenſum eſt aūt per 57. primi huius, qm̄ ab uno puncto datum ſemicirculum tm̄ unā lineā contingentē duci eſt impoſſibile, & cooſtenſum ibi eſt quod omnis linea ab eodem puncto ſub linea cōtingente ducta ſecat ſemicirculū in puncto uno ſuper punctū contingentiæ & in alio ſub ipſo, patet ergo cū à puncto e, ducatur linea e c, circulū contingens, & ab eodem puncto e ducaſ ſub linea contingente linea e b, qm̄ linea e b, ſecat ſemicirculū f c h, in uno puncto ſuper illū punctū contingentiæ qui ſit d, & in alio puncto b, ſub illo puncto c, qui eſt terminus portionis arcus apparentis uiſui, punctus ergo d cadit in portione c d a, non apparente uiſui, quod eſt propoſitum. Eodem ergo modo de quolibet puncto arcus a f, poteſt demonſtrari, patet ergo quod proponebatur.

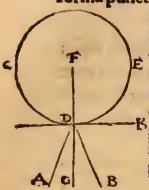


VIII.

In omni reflexione à ſpeculis ſphericis conuexis linea à centro ſpeculi ad

punctum reflexionis ducta, diuidit angulum à lineis incidentiæ & reflexionis contentum per duo æqualia.

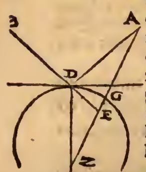
Sit centrum uiſus a, & punctus rei uiſæ per reflexionem à ſpeculo ꝓpoſito ſit b, ſitq́ꝫ cõmunis ſectio ſuꝑficiei reflexionis & ſpeculi circulus c d e, cuius centrũ ſit f, & reflectatur forma puncti b, ad uiſum a, à puncto ſpeculi d, & ducatur linea d f, dico quod linea f d, producta extra circulũ ad punctum g, diuidit angulum a d b per æqualia, ita ut angulus a d g, ſit æqualis angulo g d b, ducatur tm̃ linea contingens circulum c d e, in puncto d, per 16. tertij, quæ ſit h k, erunt ergo per 17. tertij, anguli f d k, & f a h recti, ergo per 13. primi, anguli g d k & g d h ſunt recti & æquales. Sed angulus b d k, cum ſit angulus incidentiæ, eſt per 20. quinti huius, æq̃lis angulo a d h, q eſt angulus reflexiõis, remanet ergo angulus a d g, æqualis angulo g d b, linea ergo f d, producta à centro ſpeculi ad punctum reflexionis quod eſt d, diuidit angulum a d b, per æqualia, patet ergo propoſitum.



IX.

In conuexis ſpeculis ſphæricis omnem lineam reflexionis cum katheto incidẽtiæ ab eodẽ pũcto ad centrũ ſpeculi productũ, cõcurrere eſt neceſſe.

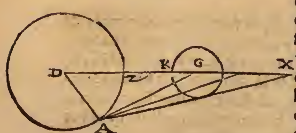
Eſto cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & conuexi ſpeculi ſpherici circulus g d, cuius centrum ſit z, & ſit centrũ uiſus punctũ b, punctusq́ꝫ rei uiſæ ſit a, reflectaturq́ꝫ forma puncti a, ad centrũ uiſus b, à puncto ſpeculi d, & ſit linea reflexionis d b, linea quoqꝫ incidentiæ ſit a d, ducatur itaqꝫ linea à puncto dato a, ad centrum ſpeculi z, quæ ſit kathetus a z, ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto g, & copuletur linea d z, & producatur b d, intra ſpeculũ donec concurrat cũ linea a z, concurret aũt per 29. primi huius, qm̃ em̃ linea b d, ꝓducta ſecat angulum a d z, ut patet ꝑ p̃cedentem & per 15. primi, ergo ſecabit & baſem a z, ſit itaqꝫ punctus concurſus e, eſt aũt linea a z, kathetus incidentiæ puncti a, ut patet ꝑ diffinitionẽ katheti, & per 72. primi huius, patet ergo propoſitũ, qm̃ linea reflexionis cõcurret cũ katheto incidentiæ. Quod aũt hic de cõcurſu lineæ incidentiæ cũ katheto incidentiæ demonſtrauimus, hoc adiunximus ꝓpter 37. quinti huius, ſecundũ em̃ utrãqꝫ illaꝝ lineaꝝ eſt neceſſarium fieri uiſionem, qm̃ ſecundũ illam reflexionis forma reflectit̃ ad uiſum, & ſecundum kathetum incidentiæ reſpicit res ipſum ſpeculum, à cuius ſuperficie forma rei uiſæ reflectit̃ ad uiſum.



X.

Centro uiſus poſito in katheto incidẽtiæ ſuper ſpeculũ ſphæricũ cõuexũ incidente, ab uno tantũ puncto ſpeculi fiet reflexio, & uidebitur imago in ſuperficie ſpeculi in ipſo. ſ. puncto reflexionis, niſi forte propter continuitatem ſui cum punctis alijs formæ uiſæ ad aliũ locum imaginis protrahatur.

Oſtenſum eſt per 33. quinti huius, qm̃ omnis ꝑpendicularis reflectit̃ in ſeipſam, nec aũt oſtendemus quod hic ꝓponit̃. Sit ergo g centrũ uiſus & d centrũ ſpeculi propoſiti, ſitq́ꝫ g k, z d, kathetus incidentiæ ductus à centro uiſus ad ſpeculũ ſecans ſuperficiem oculi in puncto k, & incidens ſuꝑficiei ſpeculi in puncto z, dico quod ſolius pũcti r forma reflectitur ad uiſum, qm̃ de alijs pũctis lineæ d g, quibuſcũqꝫ datis, quãtum ad ipſoꝝ reflexionem eodem modo demonſtrandum, ut in 32. quinti huius, ſed neqꝫ aliquod punctum huius lineæ reflectit̃ ab alio pũcto ſpeculi, dato enim quod ab alio pũcto fiat reflexio, ſit illud aliud pũctum a, & ducat̃ linea g a, quæ ſit linea reflexionis, ducatur q́ꝫ linea incidentiæ ad punctũ a, ab illo puncto lineæ g d, cuius forma à pũcto a reflectit̃, q ſit x, hæc ergo linea x a, continebit angulũ cũ linea

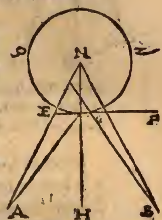


linea g a,qui ſit x a g,& ducatur diameter d a,hæc ergo extra circulũ producta neceſſario diuidet angulum x a g,per æqualia per 8.huius,eo qđ ueniens à centro ſpeculi & ad iſtũ punctũ reflexionis eſt ꝑpendicularis ſup ipſum,concurret ergo diameter d a, cum perpendiculari g d,inter punctũ x reflexum,& punctũ g centrum uiſus: ſint ergo duæ lineæ rectæ,quæ ſunt x d & d a,in duobus punctis concurrent & ſupficiem continebunt, quod eſt impoſſibile,patet ergo ꝓpoſitũ,qm̃ ab uno tm̃ puncto ſpeculi reflexionem fieri eſt neceſſe,ergo & una tantũ uidebit̃ imago,& quia locũ ipſius nulla linearũ interſectio determinat,ut patet per 37.quinti huius,palam q̃d illa imago uidet̃ in proprio loco ſito,hoc aũt eſt in ſuperficie ipſius ſpeculi in puncto.ſ. reflexionis, niſi forte propter continuitatem ſui cum punctis alijs formæ naturalis uiſæ ad locum alium imaginis protrahatur,patet ergo propoſitum.

XI.

Locum imaginis uiſæ in ſpeculis ſphæricis conuexis in cõcurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ neceſſe eſt eſſe: ex quo patet, quod in omni reflexione ab his ſpeculis facta, ſemper imago totius rei uiſæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum ſuorum extremorum punctorum ꝓducta:patet etiã quod in his ſpeculis poſſibile eſt locũ imaginis inueniri.

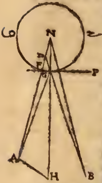
Quod linea reflexionis concurrat cũ katheto incidentiæ, patet per 9. huius,poteſt & idem demonſtrari aliter.Sit em̃ punctus rei uiſæ a, centrũ oculi b, punctus reflexionis g,centrũ ſpeculi n,palã itaq; per 25.quinti huius,quod a g,linea incidentiæ, g b linea reflexionis ſunt in eadẽ ſupficie erecta ſup ſuperficiem ſpeculum in puncto g,contingentẽ; linea itaq; cõmunis ſuperficiei reflexionis,& ſupficiei ſpeculi,ſit circulus z g q & linea cõmunis ſupficiei contingenti ſpeculũ in puncto g, & ſuperficiei reflexionis ſit linea e g p,ducaturq; linea h g,perpendicularis ſup lineam g p e, ꝑ 11.primi, & patet per 18.tertij, quod linea h g producta pertinget ad centrum circuli z g q,qui cũ ſit circulus magnus,ut patet per primam huius,palam qđ centrũ eius eſt centrum ipſius ſpeculi, tranſit ergo linea h g,producta ultra punctũ g,per centrum ſpeculi quod eſt n,aliter em̃ linea à centro ſpeculi ad punctũ g ducta,erit etiã ꝑpendicularis ſup lineam p g e,& linea h g,ꝓducta eſt ꝑpendicularis ſup eandem,ab eodẽ ergo puncto ad eundem punctũ lineæ rectæ continget duas perpendiculares ſup unam lineam quod eſt impoſſibile, pertinget ergo linea h g,ad punctum n,ducat̃ ergo linea a n à puncto uiſo ad centrum ſpeculi,eritq; linea a n,per 72.primi huius,ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi,ergo & ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in puncto illo ꝑ quã tranſit,& quia inter duas lineas h g & p g,angulũ rectum continentes cadit linea b g,palam quia ipſa non contingit circulũ z g q,ipſa ergo ꝓducta ſecat circulũ, cõcurret ergo cũ linea a n,ſit ut concurrat in puncto d,cũ itaq; ut patet per 6. huius, punctum a, cuius forma à puncto ſpeculi g reflectitur,& centrũ ſpeculi quod eſt n,neceſſario ſint in eadem ſuperficie,erit ergo per primã undecimi,linea a n,in eadem ſuperficie cum linea b g palã ergo per 37.quinti huius,quia punctus d erit locus imaginis, qm̃ ipſe eſt punctus cõmunis lineæ reflexionis,in qua neceſſario eſt forma & lineæ a n, quæ eſt kathetus incidentiæ formæ puncti a,ſecundum quam ut ſecundum lineam breuiorem neceſſario uidetur forma,patet ergo principaliter ꝓpoſitũ per 37.quinti huius, & per hoc patet corrolariũ,qa in omni reflexione à ſpeculis ſphæricis conuexis facta, ſemper imago totius rei uiſæ continẽt in aliqua linea inter loca imaginum ſuorũ extremorũ punctorum ꝓducta,qm̃ katheti incidentiæ punctorũ mediorũ cadunt ſemper inter kathetos incidentiæ punctorũ extremorũ,nec em̃ katheti incidentiæ ab aliquo illorũ punctorũ extremorum ꝓducti ad centrum ſpeculi ſecare poſſunt aliquẽ kathetum incidentiæ punctorũ extremorũ,patet etiã quod in his ſpeculis cuiuſcunq; puncti rei uiſæ poſſibile eſt locum imaginis inueniri: ꝓducta em̃ linea recta à puncto quocunq; uiſo per reflexionem ad



centrum ſpeculi, & producta linea reflexionis ad concurſum cũ linea, erit punctus cõmunis ſectionis illarum linearum ſemper locus imaginis, & hoc proponebatur.

XII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis à circulo, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici cõuexi ſecante, & à puncto reflexionis ducta erecta illum circulum contingente quæ ſecet kathetum, erit totius katheti proportio ad inferiorem partem ſui reſectam uerſus centrum, ſicut partis extrinſecus reſectæ per cõtingentem ad eam partẽ quæ utraſq; interiacet ſectiones.



Maneat diſpoſitio figuræ præcedentis, dico quod ꝓportio totius lineæ a n, ad lineã n d, eſt ſicut proportio lineæ a d, ad e d, quia enĩ angulus b g h, æqualis eſt angulo h g a per 8. huius, angulus uero b g h, æqualis eſt angulo d g n, per 15. primi, quia ſunt anguli contra ſe poſiti, patet quod angulus h g a æqualis eſt angulo d g n, & quia anguli n g e, & h g e ſunt recti, per 17. tertij, ideo quod linea e g, eſt perpendicularis ſuper lineam h g n, patet quod æqualibus angulis ab his hinc inde demptis erunt anguli a g e & d g e æquales, & quia in trigono a g d, linea d e, angulum a g d, per æqualia ſecat, palam ex 3. ſexti, quia ꝓportio lineæ a e, ad lineam e d, eſt ſicut lineæ a g, ad lineam d g, ꝓtrahatur itaq; à puncto a, linea æquediſtans lineæ d g, per 31. primi, concurrens cũ linea h n, in puncto h, quæ ſit h a, concurrent aũt illæ lineæ per 2. primi huius, erit ergo per 29. primi, angulus n g d, æqualis angulo g h a, ſed ex præmiſſis patet, quod angulus n g d, æqualis eſt angulo a g h, eſt ergo angulus a g h, æqualis angulo a h g, ergo per 6. primi, erit latus a g, æquale lateri a h, ergo ꝑ 7. quinti, erit ꝓportio lineæ a g, ad g d, ſicut lineæ a h, ad g d, ſed ꝓportio lineæ a h ad g d, eſt ſicut ꝓportio lineæ a n ad d a, ꝑ 29. primi, & ꝑ 4 ſexti, q̃a ergo q̃ ꝓportio lineæ a h ad d g, eadem eſt lineæ a n, ad d n, ꝓportio uero lineæ a h, uel a g ad d g, ut patet ex ꝓmiſſis, eſt ſicut ꝓportio lineæ a e, ad e d ergo ꝑ 11. quinti, eſt ꝓportio lineæ a n, ad a d, ſicut lineæ a e ad e d, quod eſt propoſitũ, quoniam linea e d, utraſq; interiacet ſectiones.

XIII.

In omni ſpeculo ſphærico conuexo linea recta interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis maior eſt recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit diſpoſitio quemadmodũ in præcedente, dico quod linea n d, eſt maior q̃ linea d g, ſecet enĩ linea p g e, lineam a n, in puncto e, palam quod punctũ e, dicitur finis cõtingentiæ, ut patet ex principijs libri huius, & quia per ꝓcedentem eſt ꝓportio lineæ a n, ad lineam n d, ſicut lineæ a e, ad lineam e d, ꝓportio uero lineæ a e, ad e d, per 3. ſexti, eſt ſicut proportio lineæ a g, ad g d, q̃m præoſtenſum eſt linea e g, diuidit angulum a g d, ꝑ æqualia, eſt ergo ꝓportio lineæ a n, ad n d, ſicut lineæ a g, ad lineam g d, per 11. quinti, ergo per 16. quinti, erit permutatim ꝓportio lineæ a n, ad a g, ſicut lineæ d n, ad d g, ſed per 19. primi, linea a n eſt maior q̃ a g, ideo quod angulus a g n, eſt obtuſus, cũ ſit maior angulo n g e, recto, ergo linea n d, eſt maior q̃ linea d g, & quia per 11. huius, punctus d, eſt locus imaginis, patet quod linea n d, interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis eſt maior linea d g, interiacente locum imaginis & punctũ reflexionis quod eſt g, patet ergo ꝓpoſitũ.

XIIII.

Ducto katheto incidentiæ ad centrum circuli, qui eſt communis ſectio ſupreficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, ducta quoq; & linea in puncto reflexionis eundem circulum contingente, pars katheti interiacẽs

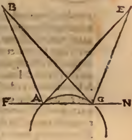
teriacens finem contingentiæ & circumferentiam circuli ſemidiametro eiuſdem circuli eſt minor.

Remaneat omnino diſpoſitio quæ ſupra, & quia punctus e eſt finis cõtingentiæ, interſecet linea a n, circumferentiam circuli in puncto f, dico quod linea e f, eſt minor ſemidiametro circuli, qui eſt f n, quoniam enim ut patet ex præmiſſis in proximo theoremate proportio lineæ a g, ad g d, eſt ſicut proportio lineæ a e ad e d, & proportio lineæ a n ad d n, eſt ſicut lineæ a d ad d g, igitur per 11. quinti, erit proportio lineæ a n ad d n, ſicut lineæ a e, ad e d, ergo per 16. quinti, erit permutatim proportio lineæ a n ad ae, ſicut d n ad d e, ſed linea a n eſt maior quam linea a e, quoniam totum eſt maius ſua parte, ergo linea d n, eſt maior quam linea d e, erit ergo linea d n, multo maior quam linea f e, quæ eſt pars ipſius d e, multo magis ergo linea n f erit maior quam linea f e, quod eſt propoſitum.

XV.

Lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti à diuerſis punctis ſpeculi ſphærici conuexi non ſunt æquediſtantes: attamen in centro unius uiſus non cõcurrunt, ex quo patet quòd unus uiſus non poteſt uidere idolum eiuſdem formæ reflexum à diuerſis punctis eiuſdem ſpeculi ſphærici conuexi.

Eſto centrum uiſus b, & punctus rei uiſæ ſit e, ſitque cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a g, incidatque punctus e, diuerſis punctis ſpeculi in circulo a g, quæ ſint a & g, & dico quod duæ lineæ reflexionis b a & b g, non ſunt æquediſtantes cum in unius centro uiſus non cõcurrent, dato quod concurrent in puncto b, ducatur inter circulum corda arcus a g, quæ ſit recta a g, & producatur extra circulum uſque ad punctum f, ex parte a, & ex parte g, uſque ad punctum n, & quia per 20. quinti huius, angulus e g n, eſt æqualis angulo b g a, ſed angulus e g n, maior eſt angulo e g a, per 16. primi, ergo angulus b g a, maior eſt angulo e g a. Sed angulus b a f, maior eſt angulo b g a, per 16. primi, ergo angulus b a f, eſt maior angulo e a g, non ergo reflectitur forma puncti e, ad uiſum exiſtentem in puncto b, à puncto ſpeculi a, per 20. quinti huius, & tamen quia angulus b a f, nõ eſt æqualis angulo b g a, ſed minor, ideo quia per 16. primi, angulus e g n, eſt maior angulo e g a, ergo per 20. quinti huius, & ex hypotheſi erit angulus b g a, maior angulo b a f, palam ergo per 14. primi huius, quia duæ lineæ a g & b g, non ſunt æquediſtantes. Sed ut patet ex præmiſſis ipſæ nunquam cõcurrent in puncto b, in quo eſt centrum uiſus, patet ergo propoſitum, & per hoc patet quod unus uiſus nõ poteſt uidere idolum eiuſdem formæ à diuerſis punctis talium ſpeculorum reflexum, quod proponebatur.

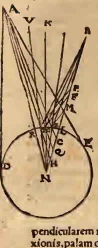


XVI.

A ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi non poteſt forma alicuius puncti ad uiſum unum niſi à ſolo puncto reflecti, & una ſola imago uiſui occurrit.

Quoniam enim per 10. huius, patet quod forma perpendiculariter huius ſpeculo incidens, centro uiſus in illa perpendiculari exiſtente ab uno tantum puncto reflectitur ad uiſum, non oportet nos nunc propoſitum niſi de lineis oblique his ſpeculis ſphæricis conuexis incidentibus demonſtrare. Sit ergo punctum uiſum b, & centrum uiſus a, & non ſit punctum a in perpendiculari ducta à re uiſa ad centrum ſpeculi quod ſit n, dico quod forma puncti b, reflectitur ad a centrum uiſus ab uno ſolo puncto ſpeculi, & una ſola imago uiſui occurrit, palam enim per 5. huius, quod uiſibile in quo eſt punctum b, modo conuenienti oppoſito ipſi ſpeculo ab aliquo puncto ſuperficiei ſpeculi poteſt reflecti forma puncti b ad uiſum a, ſit illud punctum reflexionis g, & ducantur lineæ b g & a g, & ducatur kathetus incidentiæ qui ſit b n, ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto l, & ſit a n, diameter uiſualis ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto r. Sint quoque puncta d & e, termini ſuperfi-

ciei portionis ſuperficiei ſpeculi uiſui oppoſitæ, ꝓducaturq́ linea reflexionis a g, quæ producta ultra punctum g, ſecabit per 9. huius, perpendicularem b n, ſecet ergo illam



in puncto q, qm̄ punctus q, ut patet per 11. huius, eſt locus imaginis. palam itaq; per 6. huius, quia puncta a n b, ſunt in eadem ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem ſpeculi, & quia ſuperficieꝛ erectaꝛ ſuper ſphæram ſpeculi in quibus ſunt puncta b & n, nulla extendi poteſt ad punctum a, quod eſt centrū uiſus, niſi una tm̄, qm̄ punctus a, eſt indiuiſibilis, qui ad ſuperficies ſe circa ipſum uel lineam in qua eſt, non ſecantes cõmunis eſſe non poteſt, tunc palam quia puncta a & b, ſunt tantum in una ſuperficie erecta ſuper ſphæram ſpeculi, & non in pluribus, nõ ergo fiet reflexio puncti b, ad uiſum a, niſi in circulo ſphæræ qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi, & ſuperficiei a n b. Sit ergo hic circulus d g e, dico quod à nullo puncto huius circuli d g e, præter quã à ſolo puncto qđ ꝓpoſitum eſt eſſe g, fiet reflexio formæ puncti b ad a, centrum uiſus. Si em̄ ſit poſſibile fieri ab alio puncto circuli d g e, q̃ à puncto g. ſit ille datus pũctus l, in quo kathetus incidẽtiæ qui eſt b n, ſecat ſuperficiem ſpeculi, cum itaq; linea b n. ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea a l, nõ ſit perpendicularis ſuper illam, quia non tranſit centrum ſpeculi quod eſt n, & forma ſecundum lineam perpẽdicularem ueniens neceſſario ſecundũ perpendicularem reflectatur, quoniam ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, palam quia non reflectitur forma puncti b. ad uiſum a, à puncto l, palam etiam quod non reflectetur ab aliquo puncto arcus l e. hoc em̄ eſt impoſſibile qđ ad quodcũq; punctum illius arcus ducatur linea à puncto b. tenebit cum linea cõtingente circulum in puncto illo angulum obtuſum ex parte e. Ideo em̄ quod angulus contentus ſub diametro circuli, & linea in illo puncto circulum contingente eſt rectus per 17. tertij, & illa ſemidiameter educta non peruenit ad punctum b, qm̄ ibi peruenit ſemidiameter n l, erit ergo angulus contentus ſub linea ducta à puncto b, & ſub illa linea contingente ex parte puncti b. neceſſario obtuſus, & linea ducta à puncto a, tenebit cum illa linea contingente in puncto dato angulum acutum uerſus l, linea em̄ à centro ſpeculi ad punctũ illum contingentiæ perueniens tenebit cum linea contingente circulum in illo puncto angulum rectum per 17. tertij, à puncto uero a linea ueniens cum eadem cõtingente, tenebit angulum minorem recto ex parte puncti l, hoc em̄ contingens à pũcto a, duci nõ poteſt, qđ patet per 57. primi huius, qm̄ linea a e, ſuperficiem ſpeculi eſt contingens ex hypotheſi, ꝓpter hoc, quia lineæ a e & b d, continent arcum circuli d g e, uiſui apparentem, qui per 2. huius, à ſuperficie ſpeculi non apparente uiſui per lineas contingentes determinatur, quare ſi ab illo puncto fieret reflexio, tunc per 20. quinti huius accideret, quod eſſet angulus acutus æqualis obtuſo quod eſt impoſſibile, non ergo fiet reflexio ab aliquo puncto arcus l e, ſed etiam à nullo puncto arcus g l, poteſt in hac diſpoſitione fieri reflexio, ſit em̄ ſi poſſibile eſt ut fiat à puncto z, & ducatur linea a z o, ſecans kathetũ incidentiæ, quæ eſt b n, in puncto o, & ducatur linea contingens circulum in puncto z, hoc ergo contingens neceſſario cadet inter lineas b g & b l, qm̄ punctus z, eſt inter puncta g & l. Sit ergo illa contingens linea z m, & ſit g f linea contingens circulum in puncto g, ſecetq́; linea z m, kathetum incidentiæ in puncto m, & linea g f, in puncto f, palã ergo per 12. huius, quod ꝓportio lineæ b n, ad lineam n q, eſt ſicut lineæ b f, ad f q, & ſimiliter erit proportio lineæ b n ad n o, ſicut ꝓportio lineæ b m ad m o, ſed quia linea o n maior eſt q̃ linea q n, qm̄ totum maius eſt ſua parte, erit per 8. quinti huius, lineæ b n ad n q, maior proportio q̃ ad lineam n o, maior ergo ꝓportio eſt lineæ b f, ad f q, q̃ lineæ b m ad m o, quod eſt impoſſibile, & contra 9. primi huius, cum linea b f, ſit minor q̃ linea b m, & f q ſit maior q̃ m o, reſtat ergo ut à puncto z, non fiat reflexio, ſed neq; ab aliquo alio puncto arcus g l, quoniam dato quocunq; puncto alio à puncto z, poteſt fieri de-

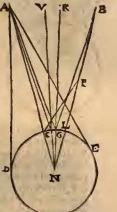
ductio

ductio præmiſſo modo. Similiter quoq; nec ab aliquo puncto arcus g d, fiet reflexio, ſi enim fiat ab aliquo, ſit iſtud t, & ducatur linea b t, & linea a t h, ſecans kathetum b n, in puncto h, & ducatur contingens circulum in puncto t, quæ ſit t h, ſecans kathetum b n, in puncto p. Erit ergo per 13. huius, proportio lineæ b n ad n h, ſicut lineæ b p ad p h, & lineæ b n ad n q, eſt ſicut lineæ b f ad f q: ſed maior eſt proportio lineæ b n ad n h, ꝙ lineæ b n ad n q, per 8. quinti, maior eſt ergo proportio lineæ b p ad p h, ꝙ lineæ b f ad f q, quod eſt impoſſibile, & contra 9. primi huius, maioris enim ad minorem maior eſt proportio, ꝙ minoris ad maiorem per eandem 9. primi huius, eſt enim linea b f, maior ꝙ b p, & p h maior ꝙ f q, palam ergo quod à nullo puncto arcus g d, fiet reflexio formæ puncti b, ad uiſum a, quodlibet ergo punctum formæ uiſæ ab uno ſolo puncto ſpeculi conuexi ſphærici ad uiſum reflectitur, una ſola ergo erit linea reflexionis cuiuſcunq; puncti uiſi, ſed eſt etiam unicus kathetus incidentiæ per 20. primi huius, unicus ergo punctus eſt in quo illæ lineæ rectæ ſe ſecant, qui eſt locus imaginis, ut patet per 11. huius, unius ergo puncti eius unica imago, & hoc eſt propoſitum.

XVII.

In uno katheto incidentiæ ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi ſumptis duobus punctis, quorũ formæ à ſuperficie ſpeculi ſint reflexibiles ad unum uiſum, erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro ſpeculi remotior à centro uiſus, quàm puncti remotioris ab eodem centro ſpeculi ſit ab ipſo centro uiſus.

Remanente diſpoſitione quæ in præcedente, ſint in katheto incidentiæ, quæ eſt n b, duo puncta ſignata quæ ſunt p & b, ſitq; punctum p, ꝓpinquioris centro ſpeculi puncto ſcilicet n, centro circuli d g e, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi dati, & ſit punctum b, remotius ab eodem centro, & ſit a centrum uiſus, & ſit locus reflexionis puncti b, punctus g, dico quod punctus reflexionis formæ puncti p, remotior eſt à centro uiſus, quod eſt punctum a, ꝙ g, qui eſt punctus reflexionis formæ puncti b. Ducantur enim à puncto a d e, lineæ contingentes circulum, & portionẽ circuli oppoſitam uiſui continentes per 2. huius, quæ ſit a e & a d, at ſi punctus in quo kathetus b n, ſecat circulum propoſitum punctum l, palam ergo quod forma puncti p, non reflectitur à puncto l ad punctum a, quoniam ſola perpendicularis uiſualis reflectitur in ſeipſam per 10. huius, neq; reflectit forma puncti p, à puncto g, quoniam ab illo reflectitur forma puncti b, ut patet per præmiſſa, ſed neceſſe eſt ut reflectatur ab aliquo puncto arcus g l, inter puncta g & l. Si enim detur quod ab aliquo puncto arcus g d, fiat reflexio formæ puncti p, ad uiſum, ſit illud punctum t, ſitq; p t, linea incidentiæ formæ puncti p, ducatur itaq; ad punctum t, perpendicularis n t u, hoc ergo per 8. huius, neceſſario diuidit angulum p t a, per æqualia, ducatur quoq;



ad punctum g, perpendicularis n g k, palam ergo per 21. primi, quod angulus u t a, maior eſt angulo n g a, angulus ergo u t a, qui per 13. primi, eſt reſiduum duorum rectorum ſuper angulum u t a, eſt minor angulo k g a, qui eſt reſiduum duorum rectorum ſuper angulum n g a. Sed angulus k g a, per 8. huius, æqualis eſt angulo b g k, angulus ergo u t a, eſt minor angulo b g k, angulus ergo p t u, qui per 8. huius, eſt æqualis angulo u t a, minor eſt angulo b g k, ſed angulus p t u, ualet angulum p n t, & angulum t p n, per 32. primi, & angulus b g k, ualet angulum g b n, & angulum g n b, per eandem 32. erunt ergo duo anguli t n p, & t p n, minores duobus angulis g b n & g n b, quod eſt im

poſſibile,cum angulus p n t,contineat angulum b n g,tanꝙ partem ſui,& angulus t p n ſit maior angulo g b n,per 16.primi,palam ergo quod punctus p, non reflectitur niſi ab aliquo arcu g l, interiacente puncta g & l,& quoniam inter puncta g & l, punctus g, eſt propinquior puncto a, qui eſt centrum uiſus,patet quod omne punctum arcus g l,aliud à puncto g,eſt remotius à centro uiſus a,quàm punctum g, quod eſt punctum reflexionis formæ puncti b,punctum ergo reflexionis formæ puncti propinquioris centro ſpeculi eſt remotius à centro uiſus quàm punctus reflexionis formæ puncti remotioris à centro ſpeculi,quod eſt propoſitum.

XVIII.

Formæ omnium punctorum æqualiter diſtantiũ à centro ſpeculi ſphærici conuexi ſecundum æquales angulos ſub katheris incidentiæ & diametris uiſualibus in centro ſpeculi contentos reflectuntur ad uiſus.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi circulus a b c,cuius centrum ſit d,patetq; per primam huius, quoniam punctum d, eſt centrum ſpeculi, ſintq; duo puncta e & f, æqualiter diſtantia à centro ſpeculi,quod eſt d,erunt ergo lineæ e d & f d æquales,dico quod neceſſarium eſt formas illorum punctorum reflecti ad uiſum ſecundum angulos æquales,ut ſi forma puncti e, reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto g, à puncto ſpeculi h, & forma puncti f, quæ per præmiſſam non poteſt reflecti ad uiſum g, à puncto h,reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto k, à puncto l,& ducantur lineæ g d & k d,dico quod angulus e d g, eſt æqualis angulo f d k. Sit enim ut kathetus incidentiæ, qui eſt e d, ſecet circulum in puncto a,& kathetus f d,in puncto b, & diameter uiſualis g d,ſecet circulum in puncto c,& diameter k d,in puncto m,quia itaq; lineæ e d & f d,ſunt æquales,patet per præmiſſam,quoniam puncta reflexionis quæ ſunt h & l, æqualiter diſtant à uiſibus ad quos reflectuntur, ut quantum diſtat h, punctus reflexionis à puncto c,in quo diameter uiſualis g d,ſecat circulum,tantum diſtet punctus reflexionis,qui eſt l,à puncto m,in quo diameter uiſualis quæ eſt k d,ſecat circulum, quoniam punctus reflexionis formæ puncti minus diſtantis à centro ſpeculi ſit per præmiſſam remotior à centro uiſus, & plus diſtantis propinquior,ergo in illis quæ æqualiter diſtant, erit æqualitas diſtantiæ à uiſibus ad quos reflectuntur,nec eſt in hoc diuerſitas,ſiue aliqua puncta ſint in diuerſis kathetis incidentiæ,uel in una,ſemper enim punctorum æqualiter diſtantium à centro eiuſdem ſpeculi,eadem eſt habitudo & ratio reflexionis,arcus ergo h c,eſt æqualis arcui l m, & eadem ratione eſt arcus a h,æqualis arcui b l, quoniam ergo per ultimam ſexti, periferia circuli, ſicut & per 87.primi huius, tota ſuperficies ſpeculi æqualiter ſe habet ad centrum, & puncta e & f,æqualiter diſtant ab eodem centro, totus ergo arcus a c, eſt æqualis toti arcui b m, ergo per 26. tertij,angulus e d g, eſt æqualis angulo f d k, quod eſt propoſitum.

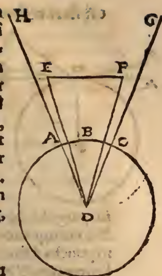


XIX.

Impoſſibile eſt duo puncta æqualis diſtantiæ à centro ſpeculi ſphærici conuexi,ex eadem parte diametri uiſualis exiſtentia ab arcu,qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi, ad eundem uiſum reflecti.

Sit cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a b c,

cuius

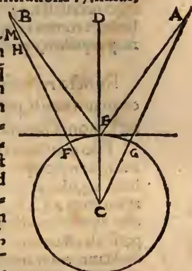


cuius centrum ſit punctum d,& ſint duo puncta æqualiter diſtãtia à centro ſpeculi quæ ſint e & f, ſitq́; centrũ uiſus in pũcto g, in eadem ſuperficie cum punctis e & f, & ex una parte ipſorum, ſitq́; punctum e, remotius à puncto g quàm punctum f, dico quòd illa duo puncta e & f, non eſt poſſibile reflecti ad unum uiſum exiſtentem in puncto g, ducantur enim lineæ e d, f d, g d, patet itaq; ex hypotheſi, quod angulus e d g eſt maior angulo f d g, ſicut totum ſua parte, fiat itaq; ſuper punctum d, terminum lineæ f d, angulus æqualis angulo e d g, per 23. primi, qui ſit f d h, palam ergo per præcedentem, quoniã forma puncti f reflectetur ad punctum h, quod erit ultra punctum g, nõ ergo ad punctũ g, per 15. huius, patet ergo propoſitum. Si enim detur ut reflectatur ad punctum g, erit per præmiſſam angulus partialis qui f d g æqualis angulo e d g, quod eſt impoſſibile.

XX.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus æqualiter à ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi diſtantibus punctum reflexionis inuenire.

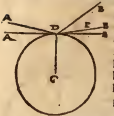
Eſto b punctus rei uiſæ, & ſit a centrum uiſus, ſit quoq; dati ſpeculi conuexi ſphærici centrum c, & ſit circulus qui eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis, & ſpeculi qui c f g, & ducantur katheti b c & a t, ſecantes circulum in punctis f & g, quia ergo propter æqualitatem altitudinis puncti rei uiſæ cũ centro uiſus, iſtæ duæ lineæ b c & a c ſunt æquales, cum manifeſtum ſit per ea quæ patuerunt in demonſtratione 17. huius, quoniam ab aliquo puncto arcus f g, interiacentis katheti incidentiæ & reflexionis neceſſario fiet reflexio, ſecetur itaq; per 9. primi, angulus a c b per æqualia per lineam c d, ſecantem arcum f g in puncto e, patet quoq; per 25. tertij, quoniam arcus f e eſt æq̃lis arcui e g, eritq́; linea c d perpendicularis ſuper lineam circulum contingentem in puncto e, per 17. tertij, ducantur ergo ad pũctum e, duæ lineæ a e & b e, eruntq́; duo trianguli a e c & b e c, per 4. primi, & ex hypotheſi æquianguli & æquilateri, angulus ergo a e d æqualis erit angulo d e b, erit ergo per 8. huius, punctum e, quod eſt medius punctus arcus f g, punctus reflexionis formæ puncti b ad uiſum a, & hoc eſt propoſitum. Si uero lineæ b c & a c, fuerint inæquales fiat in ipſis æqualitas longioris, ut ſi linea b c ſit lõgior quàm a c, cum f c ſit æqualis c g, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, reſecetur linea b f ad æqualitatem lineæ a g in puncto h, ſitq́; f h æqualis ipſi a g, palam ergo per præmiſſa, q̃m forma puncti h reflectitur ad uiſum a, à puncto e, puncta uero uiciniora centro c, quia per 17. huius, ſunt in puncto ſuæ reflexionis magis diſtantia à puncto quod eſt centrum uiſus, nec poſſunt cadere in punctum e, palam quia reflectitur à punctis arcus e f, & ſecũdum elongationem ſui à centro circuli c, erit punctorũ ipſorum reflexionis approximatio ad centrum uiſus ſecundum puncta ſuæ reflexionis, remotiora uero puncta, ut illa quæ ſunt ſuper punctũ h, ſcilicet pũcta m & b, erunt ſecundum puncta ſuæ reflexionis propinquiora centro uiſus quàm pũctum e, cadent ergo in arcum e g, & ſecundũ approximationem ſui ad centrum circuli c, erit punctorũ reflexionis maior elongatio à centro uiſus b, hoc autẽ licet ſit in groſſo ſcientiam afferat, eſt tamen ſecũdum ſignorum punctoꝝ reflexionis à punctis ſingulis ſuperficiei ſpeculi diligentius perſcrutandum.



XXI.

Si angulus contentus ſub linea incidentiæ à puncto rei uiſæ oblique ducta ad punctum aliquem ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, & linea à centro ſpeculi ad eundem punctum ducta non fuerit maior recto, impoſſibile

eſt fieri reflexionem perfectam ad aliquem uiſum ſecundum illũ punctum.

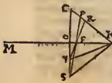


Eſto a centrum uiſus, & b pũctus rei uiſæ, ſit quoq; g, centrum ſpeculi ſphærici conuexi, ſitq; communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus, cuius centrum erit punctum g, per primam huius, ſit quoq; d, punctus aliquis reflexionis & ducantur lineæ g d, b d & a d, q̃ neceſſario erũt in ſuperficie reflexionis per 6. huius, uel per 25. quinti huius, dico quod ſi à puncto d debet fieri reflexio, neceſſe eſt angulum b d g eſſe maiorem recto, quia ſi nõ ſit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non eſt maior recto, aut ergo eſt rectus, aut minor recto. Si dicatur quod ipſe ſit rectus, ergo per 15. tertij, linea b d cõtinget circulum in puncto d, ſed per 20. quinti huius, angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexiõis, ergo et angulus a d g, erit rectus & contingens circulum in puncto d, ergo per 14. primi, duæ lineæ b d & d a coniunctæ in puncto d, ſunt linea una, non ergo fit reflexio ſecuundũ perfectam naturã reflexionis formæ puncti b, à puncto ſpeculi d ad uiſum exiſtentem in pũcto a. Sed fit ſimpliciter uiſio ſecundum lineã a d b, quod eſt contra hypotheſim, quoniam punctum d, eſt poſitum eſſe punctum reflexionis. Si uero angulus b d g dicatur eſſe minor recto, tunc à pũcto d, ducatur linea circulum contingens in puncto d, per 16. tertij, quæ producatur ad partem lineæ d b & ſit d e, erit ergo per 15. tertij, angulus g d e rectus, & quoniam angulus b d g eſt datus minor recto, eſt ergo angulus b d g minor angulo e d g, & quoniam lineam b d. quæ eſt linea incidentiæ formæ puncti b, extra ſpeculum cadere eſt neceſſe, erit ergo neceſſarium per ipſam diuidi angulum contingentiæ lineæ d e, quod eſt impoſſibile, & contra 15. tertij, non eſt ergo poſſibile angulum b d g eſſe minorem recto, ſed neq; æqualem, neceſſarium ergo eſt ipſum eſſe maiorem recto, & hoc proponebatur.

XXII.

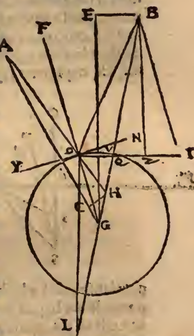
Puncto rei uiſæ dato plus diſtante à centro ſpeculi ſphærici cõuexi quàm centrum oculi, poſſibile eſt in ſuperficie ſpeculi inuenire certum punctum reflexionis formæ dati puncti ad datum centrum uiſus.

Eſto punctum a centrum uiſus, & ſit b datus punctus rei uiſæ, ſitq; g centrum ſpeculi ſphærici conuexi, ducanturq; lineæ a b & b g, ſitq; exempli cauſa linea b g maior q̃ linea a g, ideo ut punctus b, plus diſtet à centro ſpeculi g quàm centrum uiſus a, & quoniam lineæ a g & b g ſunt in ſuperficie reflexionis per 15. quinti huius, ſit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus cuius centrum g, dico quod in hoc circulo poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis à quo reflectitur forma puncti b ad uiſum a, diuidatur enim angulus b g a per æqualia, per 9. primi, ducta linea e g, ſecante periferiã circuli in puncto u. Sumatur quoq; alia linea quæ ſit m k, & diuidatur in puncto f taliter, ut eius pars f m ſe habeat ad f k, ſicut linea b g ad lineam g a, per 119. primi huius, & diuidatur linea m k per æqualia in puncto o, per 10. primi, & à puncto o educatur ꝑpendicularis indefinita ſuper lineam m k, per 11. primi, quæ ſit o c, & ducatur à puncto k linea ad lineam c o tenens cum ipſa linea c o, angulũ æqualem angulo e g b quæ ſit k c, eſt autem poſſibile hoc fieri, cũ enim



linea o c fuerit accepta indefinita, & linea g e indefinita ducatur p 12. primi, à puncto b perpendicularis ſuper lineam g e quæ ſit b e, eritq; angulus b e g æqualis angulo c o k, quia uterq; rectus, ſuper punctũ ergo k terminum lineæ o k, fiat per 23. primi, angulus o k c æqualis angulo e b g, producta linea k c, quæ per 14. primi huius, neceſſario concurret cũ linea o c, quoniam cũ angulus k o c ſit rectus, patet quod angulus o k c, qui eſt æqualis angulo e b d, eſt acutus, palam per 33. primi, quoniam angulus o c k eſt æqualis angulo b g e, quia ergo trigonum k o c eſt orthogonium, in cuius latere o k eſt datus punctus f, tunc per 137. primi huius, à dato puncto f, ducatur linea ad baſem trigoni c k, quæ ſit f p, & cõcurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineæ s p ad p k ſit, ſicut lineæ b g ad ſemidiametrum circuli cuius centrum eſt punctũ g, quæ ſit g u,

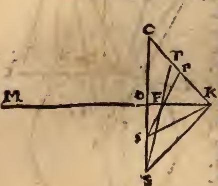
ſit g u,ex angulo quoq; b g a ſecetur angulus æqualis angulo f p k,per 27. primi huius, qui ſit b g d,hoc autem eſt poſſibile propter hoc,quia angulus p c s eſt æqualis medietate anguli b g a,eſt aũt angulus p c t maior angulo c s p,per 18.primi,quoniam ſic oportet duci lineam s p,ut linea s p fiat maior quàm linea c p,ad quæſitum propoſitum inueniendum,aliâs enim non poteſt per lineam m k,punctus quærendæ reflexionis inueniri,ſed oporteret aliam lineam aſſumi:eſt ergo angulus f p k minor angulo b g a,p 32. primi,& ducanẽ lineæ k s & b d,quia ergo proportio lineæ s p ad p k,eſt ſicut lineæ b g ad ſemidiametrũ g d,et anguli his lineis,ꝓportionalibus cõtenti ſunt æquales,erũt per 6 ſexti, trianguli s p k & b g d æquianguli,erit ergo angulus s p k æqualis angulo b d g, ſed forte ſecundum quod opponitur in 133.primi huius,& declaratur in 137.primi huius,poſſibile eſt à puncto f,duci lineam aliam ad lineam c k ſimilem lineæ s p, ut ſi ducatur hoc modo linea y f r ſecans lineam c s in puncto y,& lineam c k in puncto r, taliter ut proponitur.ſ.ut ſit eius proportio ad r k,partem lineæ quam ſecabit ex linea c k,ſicut lineæ s p ad p k,& tunc à puncto k ad lineam o s,ducatur linea k y alia quàm linea s k,aliumq; cum linea c k angulum cõtinens maiorem uel minorem angulo c k s,qui ſit angulus c k y.Si ergo maior angulus ex his nõ fuerit maior recto,non erit inuenire punctum reflexionis, ut patet per præmiſſam,quoniam & tunc angulus cõtentus ſub linea reflexionis & ſemidiametro ſpeculi non erit maior recto. Si uero aliquis illorum angulorum fuerit maior recto,eſt poſſibile fieri reflexionem & punctum eius inueniri.Sit igitur primo angulus c k s maior recto,eritq; poſſibile inueniri punctum reflexionis,palam enim ſi angulus c k s eſt maior recto,quod eius æqualis b d g eſt maior recto, ducatur itaq; à puncto d, linea contingens circulum per 10.tertij,quæ ſit n d y cuius pũctus n,cadat in lineam b g,per 14.primi huius,& cum angulus p k o ſit minor recto per 32. primi, ideo quia angulus c o k eſt rectus,ut patet ex præmiſſis, ſecetur ergo ex angulo b d g æqualis angulo p k o,per 27.primi huius,qui ſit angulus q d g,ducta linea d q ſecante lineam b g in puncto q, cũ igitur angulus s p k ſit æqualis angulo d g q, & angulus p k f æqualis angulo q d g,erunt per 32.primi,triangulus f p k æquiangulus triangulo q g d,erit ergo angulus p f k æqualis angulo d q g, ergo per 13.primi,erit angulus d q b æqualis angulo k f s, & quia angulus b d q eſt æqualis angulo f k s, ideo quia cũ totus angulus b d g ſit æqualis toti angulo c k s,& angulus q d g ſit æqualis angulo p k f. Reſtat ut angulus b d q æqualis ſit angulo f k s,ergo per 32.primi,angulorum duorum illorum trigonorum b d q & f k s,erit triangulus triangulo æqualis,ſcilicet angulus d b q,angulus k s f, trianguli ergo b d q & f k s,ſunt per 4.ſexti,ſimiles:ꝓducatur aũt linea q d extra circulum,& à puncto b ducatur perpendicularis ſuper ipſam quæ ſit b z,erit ergo angulus b p z,per 13. primi, æqualis angulo s f o,& angulus b z q rectus æq̃lis eſt angulo s o f recto,erit ergo ꝑ præmiſſa triangulus b q z ſimilis triangulo s f o,producatur ergo linea d z ultra punctum z uſq; ad punctum i,ita quod linea z i ſit æqualis lineæ z d,per 3.primi.palam ergo ex ſimilitudine triangulorũ,quoniam proportio lineæ



z q ad q b,eſt ſicut lineæ f a ad f s,& proportio lineæ b q ad q d,eſt ſicut lineæ f s ad f k, erit ergo per 22.quinti,proportio lineæ z q ad q d,ſicut o f ad f k,ergo ꝑ 18.quinti,erit coniunctim ꝓportio lineæ z d ad q d,ſicut lineæ o k ad f k,ergo per 15.quinti,erit proportio lineæ i d ad lineam q d,ſicut m k ad f k,eſt enim linea i d dupla ad lineam d z, ſicut linea m k dupla ad lineam o k,ergo per 17.quinti, erit diuiſim proportio i q ad q d, ſicut m f ad f k,eſt autem ex præmiſſis proportio m f ad f k,ſicut g b ad g a,ergo ꝑ 11. quinti,erit proportio i q ad q d,ſicut b g ad g a, quoniam accepta eſt proportio m f ad f k,ſicut b g ad g a:ducatur itaq; linea b i,cui à puncto d,ducatur æquediſtans d l, ꝑ 31. primi,& producatur linea b g donec concurrat cum linea d l in puncto l;concurrent aũt

illæ

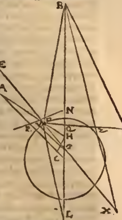
illæ lineæ, per ſecundam primi huius, eritq́ per 15. & per 29. primi, & 4. ſexti, triangulus l d q ſimilis, triangulo b q i, et erit proportio q i ad q d, ſicut b i ad d l, & cum linea r ſit æqualis lineæ z d, & linea b z perpendicularis ſit ſuper lineam d i, ut patet ex præmiſſis, erit per 4. primi, linea b d æqualis b i, erit ergo proportio lineæ b d ad d l, per 7. quinti, ſicut lineæ b i ad d l, eſt ergo proportio lineæ b d ad d l, ſicut lineæ i q ad q d, ergo per 11. quinti, ſicut lineæ b g ad g a: ducatur aũt à puncto d, linea quæ ſit d h, æqualẽ tenens angulum cum linea d l, angulo b g a, per 23. primi, qui ſit angulus b d l, cadatq́ punctus h in linea b g, cũ ergo lineæ h l & d l cõcurrant in puncto l, erunt duo anguli l h d & l d h minores duobus rectis p 32. primi uel p 14. primi huius, ergo duo anguli a g h & d h g qui ſunt æq̃les iſtis, ut patet ex p̃miſſis, ſunt minores duobus rectis, quare linea h d concurret cũ linea g a per 14. primi huius, dico quòd concurret in pũcto a, palã em̃ quod angulus g o n eſt rectus, per 17. tertij, ſed per 32. primi, cum trigoni o k c, angulus c o k ſit rectus, et duo anguli o c k & c k o ſunt æquales recto, eſt angulus g d n æqualis illis duobus angulis o k c & o c k, & angulus o k c, ut patet ex præmiſſis æq̃lis eſt angulo g d q, reſtat ergo ut angulus q d n ſit æqualis angulo o c k, qui ut patet ex præmiſſis æqualis eſt angulo b g e, ſcilicet medietati anguli b g a, eſt ergo angulus q d n, medietas anguli b g a, & ita medietas anguli h d l, ſed angulus q d b eſt medietas anguli b d l, per 3. ſexti, quoniam eſt proportio lineæ b q ad q l, ſicut lineæ b d ad d l, cũ ſicut ſupra oſtenſum eſt triangulus d q l ſimilis ſit triangulo b q i, & linea b d æqualis ſit lineæ b i, ut patet ex præmiſſis. Reſtat igitur ut angulus b d n ſit medietas anguli h d b, & ita angulus b d n erit æqualis angulo n d h, cum enim angulus b d q ſit æqualis angulo q d l, patet quod angulus b d h excedit angulũ h d l, in duplo anguli q d h, eſt ergo angulus b d n æqualis angulo n d h, producatur itaq́ linea g d ultra pũctum d ad punctum f, & quia anguli f d n & g d n ſunt recti. Reſtat ut angulus b d f ſit æqualis angulo h d g, ducatĩ ergo p 31. primi, linea h t æquediſtans lineæ b d, cuius punctus t cadat in lineam d g, palam ergo per 29. primi, quod angulus b d f eſt æqualis angulo h t d, ſed & angulus b d f æqualis eſt angulo h d g, ergo per 6. primi, linea h t eſt æqualis lineæ b d, ſed eſt proportio lineæ b d ad h t, ſicut lineæ b g ad g h, per 29. primi, & per 4. ſexti, cũ lineæ b d & h t ſunt æquediſtantes, Eſt ergo per 7. quinti, proportio lineæ b d ad d h, ſicut lineæ b g ad g h, ſed ex præmiſſis patet quod linea h d producta ultra punctum d, cõcurret cum linea g a, & fiet per 32. primi, triangulus ſimilis triangulo h d l, cum habeant angulum l h d cõmunem, & angulus h d l ſit ex præmiſſis æqualis angulo h g a, igitur per 4. ſexti, eſt proportio lineæ g d ad lineam d l, ſicut lineæ h g ad lineam quam ſecat linea h d ex linea a g, & ꝓportio lineæ b d ad l d, per 13. primi huius, conſtat ex proportione lineæ b d ad d h, & lineæ d h ad l d, igitur ut patet ex præmiſſis proportio lineæ b d ad lineã d l, conſtat ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad lineã quam h d ſecat ex g a, ſed proportio b d ad d l, ut patet ſuperius, eſt ſicut b g ad g a, ergo proportio b g ad g a, conſtat ex ꝓportionibus b g ad g h, & ipſius g h ad lineam quam ſecat h d ex g a: conſtat autem proportio lineæ b g ad lineam g a, per 13. primi huius, ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad g a, igitur g a eſt linea quam ſecat h d, ex linea a g, & ita linea h d cõcurrit cũ a g in puncto a, quia itaq́ ut patet ex præmiſſis angulus h d f eſt æqualis angulo h d g, & angulus h d g æqualis eſt angulo f d a, ſibi contra poſito per 15. primi, patet quod angulus b d f æqualis eſt angulo f d a, illud ergo punctum d, eſt punctus reflexionis, per 8. huius, quoniam in ipſo angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, quod eſt propoſitum.



Quando angulus c k s eſt maior recto. Quod ſi neuter angulorum, qui ſunt c k s & c k y fuerit maior recto, dico quod non fiet reflexio ab aliquo puncto ſpeculi ad uiſum: Si enim dicatur quod hoc ſit poſſibile, ſit ergo punctus reflexionis d, ductis lineis a d, b d, a g, b g, d g, & quia ſit reflexio à puncto ſpeculi d, patet per præmiſſam, quod oportet angulum b d g eſſe maiorem recto, non ergo fiet reflexio ab his ſpeculis ſe-

cundum

eũdum diſpoſitionem talem figuræ, ut angulorum c k s & c k y quilibet ſit minor recto, Sed & idem aliter demonſtrandum, producatur itaq; linea a d intra circulum uſq; ad h, punctum lineæ g b, & producatur linea d l ultra circulum taliter, ut fiat angulus l d h æqualis angulo a g b, per 23. primi, protracta quoq; linea b g quouſq; concurrat cum linea d l in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, quoniam angulus g d l eſt minor recto per 42. primi huius, & angulus d g b, ut patet per 3. huius, & per ultimã ſexti, eſt etiam minor recto, & ducatur linea cõtingens circulũ in puncto d, quæ ſit d n y, & à puncto d, protracta linea d q ſecante lineã g b in pũcto q, fiat angulus q d n æqualis medietati anguli a g b, per 9. & 23. primi, palã ergo quod triangulus h d l æquiangulus eſt triangulo h g a, quia enim angulus h d l æqualis eſt angulo h g a, & angulus a h g eſt communis, erit per 32. primi, tertius tertio æqualis, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ d h ad d l, ſicut lineæ h g ad g a: ducatur itaq; à puncto h, per 31. primi, linea æquediſtans lineæ b d, quæ ſit h t, erit ergo per 29. primi, & per 4. ſexti, proportio lineæ b d ad t h, ſicut lineæ b g ad g h, quia uero ex hypotheſi forma puncti b reflectitur ad uiſum a, à puncto ſpeculi d ducatur linea b d extra circulum ad punctum e, erit quoq; per 8. huius, angulus e d b æqualis angulo e d a, ergo per 15. & 29. primi, erit angulus d t h æqualis angulo h d t, ergo per 6. primi, erit linea d h æqualis lineæ h t, quia ergo ut patet per 4. ſexti, cũ linea t h ſit æquediſtans lineæ d b, erit proportio b g ad g h, ſicut b d ad t h, ſed linea t h æqualis eſt ipſi d h, eſt ergo per 7. quinti, proportio b d ad d h, ſicut b g ad g h, fuit autem proportio d h ad d l. ſicut h g ad g a, ergo per 32. quinti, erit proportio b d ad d l, ſicut b g ad g a: ſed cum angulus b d e ſit æqualis angulo h d g per præmiſſa, & angulus n d e æqualis angulo n d g, quia uterq; rectus. Relinquitur angulus b d n æqualis angulo n d h, eſt ergo angulus h d n, medietas anguli b d h, ſed angulus n d q eſt medietas anguli a g b, ex præmiſſis, ergo & eſt medietas anguli h d l, qui eſt æqualis angulo a g b, igitur angulus b d q eſt medietas anguli b d l, eſt ergo angulus b d q æqualis angulo q d l, ergo per 3. ſexti, in trigono b d l erit proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l, ducatur quoq; à pũcto b, per 31. primi, linea æquediſtans lineæ d l, quæ ſit b i, & concurret linea d q cũ linea b i in puncto i, concurret autem per ſecundã primi huius, & diuidatur linea d i per æqualia in puncto z, per 10. primi, & ducatur linea b z, palam itaq; per 15. & 29. & 32. primi, quoniam trigona b q i & q d l ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ b q ad q l, ſicut lineæ b i ad d l, fuit aũt ex præmiſſis proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l, ergo per 11. quinti, eſt proportio b i ad d l, ſicuti b d ad d l, ergo per 9. quinti, lineæ b i & l d ſunt æquales, ergo per 31. primi huius, linea b z eſt perpendicularis ſuper lineam d i, eſt autem ſicut ex præmiſſis patet, proportio i q ad q d, ſicut m f ad f k, ergo per 18. quinti, erit coniunctim ꝓportio lineæ i d ad d q, ſicut m k ad f k, & erit per 15. quinti, proportio, d z ad q d, ſicut o k ad f k, ergo per 17. quinti, erit proportio z q ad q d, ſicut o f ad f k, producaturq; linea b z intra ſpeculum donec concurrat cum linea e g, concurret autem per 14. primi huius, cum angulo d z b ſit rectus ut præoſtenſum eſt, & angulus z d g ſit minor recto, qui eſt angulus n d g, ſit ergo punctum concurſus x, palam aũt ex præmiſſis, quoniam eſt proportio lineæ b g ad g d, ſicut lineæ s p ad p k, cum ergo angulus c k s dicatur non eſſe maior recto, fiat ſuper punctum k, lineæ c k angulus maior recto, hoc autem eſt poſſibile fieri, quia cum, ſicut patet ex præmiſſis, angulus q d n ſit æqualis medietati anguli a g b, & eidem æqualis conſtitutus ſit angulus k c o, neceſſe eſt quod angulus q d n ſit æqualis angulo k c o, erit ergo ut patet ex præmiſſis angulus q d g æqualis angulo c k o, quod patet ut prius: cum enim trigonum c k o ſit orthogonium, palam quod duo anguli k a o & c k o, ualent unum rectum per 32. primi, ſunt ergo æquales angulo n d g, & quia angulus k c o eſt æqualis angulo n d q, relinquitur angulus c k o æqualis angulo



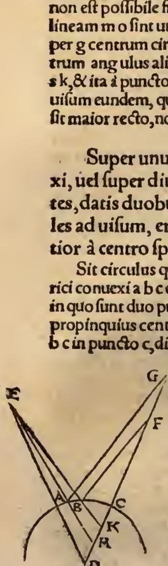
P q d g, fiat

q d g,fiat ergo ſuper punctum k,lineæ f k angulus æqualis angulo b d q,& ponatur qđ linea tenens hunc angulum concurrat cũ linea c o in puncto s,& ducatur linea s p tranſiens per punctum f, quæ ſit alia à priori linea s f p,dico quòd iſtius lineæ s p ad lineam p k partem lineæ c k,erit proportio ſicut lineæ b g ad g d,cum enim angulus b z d ſit rectus æqualis angulo s o k, erit triangulus b z d ex præmiſſis ſimilis triangulo s o k , eſt ergo proportio lineæ b z ad b d,ſicut lineæ o s ad lineam s k,& lineæ b z ad z d,ſicut lineæ t d ad o k,fuit autem oſtenſum prius,quia eſt proportio lineæ z q ad q d , ſicut lineæ o f ad f k,ergo per 5.primi huius,erit econtrario proportio lineæ q d ad z q,ſicut f k ad o f, ergo per 18.quinti,eſt ꝓportio totius lineæ z d ad z q,ſicut totius lineæ o k ad o f, ergo per 22.quinti,erunt z b ad z q,ſicut s o ad o f,ergo per 6.ſexti,trigona z q b & o f s ſunt æquiangula,angulus ergo z b q eſt æqualis angulo o s f, remanet ergo angulus q b d æqualis angulo f s k,ſed & angulus f k s factus fuerit æqualis angulo b d q, & angulus p k f æqualis eſt angulo q d g,totus ergo angulus s k p æqualis eſt angulo b d g, ergo per 32.primi, & ex 4.ſexti,erit triangulus b d g ſimilis triangulo s p k,& totus triangulus b g e ſimilis totali triangulo c k s,eſt igitur proportio lineæ s p ad p k,ſicut b g ad g d,conſtituto ergo ſuper centrum d,angulo æquali angulo ſcilicet s p k,& ducta ſemidiametro circuli quæ ſit g u, patet ſecundum præmiſſum modum, quoniam punctum u erit punctum reflexionis, & quia ut patet per 16.primi, & ex præmiſſis prior angulus s p k eſt maior præſenti angulo s p k,quoniam extrinſecus,palã quod à duobus punctis ſpeculi,quæ ſunt d & u,fiet reflexio,quod eſt contra 16.huius,non ergo poteſt angulus s p k,unquam eſſe non maior recto ſi ſecundum ipſum debeat fieri puncti reflexiõis inuentio,quia ſecundum talem diſpoſitionem collocatis puncto rei uiſæ & cẽtro uiſus, non eſt poſſibile fieri reflexionem. Item impoſſibile eſt quod duo anguli cõſtituti ſuper lineam m o ſint uterqꝫ maior recto. Si enim uterqꝫ talium maior fuerit recto, tamen ſuper g centrum circuli propoſiti fiat angulus æqualis angulo s k m , fiet ſuper illud centrum angulus alius diuerſus ab iſto quam efficiet ſup k m,alia linea ſimilis priori lineæ s k,& ita à puncto d,& ab alio puncto illius circuli, fiet reflexio formæ eiuſdem pũcti ad uiſum eundem, quod eſt contra 16.huius,oportet ergo ut tantum unus illorũ angulorũ ſit maior recto,non ambo maiores uel ambo minores recto,patet ergo propoſitum.

XXIII.

Super unum kathetum incidentiæ ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, uel ſuper diuerſos ad uiſum ad quem fit reflexio,cum ſimiliter ſe habentes,datis duobus punctis,quorum formæ à ſuperficie ſpeculi ſint reflexibiles ad uiſum, erit locus imaginis puncti centro ſpeculi propinquioris remotior à centro ſpeculi,& remotioris propinquior.

Sit circulus qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi a b c cuius centrum d,ſitqꝫ centrum uiſus e,& kathetus incidentiæ ſit d f g, in quo ſunt duo puncta f & g,quorum formæ ſint reflexibiles ad uiſum,& ſit punctum f propinquius centro ſpeculi,& punctum g remotius,ſecetqꝫ idem kathetus circulum a b c in puncto c,dico quod locus imaginis formæ puncti f, remotior eſt à centro ſpeculi quod eſt d,quam locus imaginis formæ puncti g , quoniam enim ut patet per hypotheſim quælibet formarũ iſtorum punctorũ ab aliquo puncto ſpeculi reflectitur ad uiſum, patet cum illa puncta ſunt in eadem katheto incidentiæ conſiſtentia,quod centrum uiſus e eſt cum ambobus illis pũctis in eadem ſuperficie reflexionis per 6.huius , fiet ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorũ ad uiſum e,ab aliquo puncto circuli a b c,ſit ergo ut forma puncti g , reflectatur à puncto a,& forma puncti f à puncto b,erit ergo per 17.huius,punctus b, remotior à centro uiſus e quàm punctus a , ducatur itaqꝫ diameter uiſualis quæ e d,& ducatur lineæ incidentiæ quæ ſint g a & g b,& lineæ reflexionis quæ ſint a e & b e, quæ productæ intra circulum ſecabunt kathetum

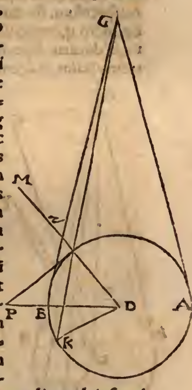


thetum d f g,per 9,huius,& quoniam concurrunt cum diametro uiſuali,quæ eſt e d,ſit er go ut linea e a ſecet kathetum g d in puncto h,& linea e b in puncto k,erit ergo punctũ h,locus imaginis formæ puncti g,& punctum k locus imaginis formæ puncti f, per 11. huius,quoniam uero punctum h,eſt propinquius centro d quàm punctum k,per 29.pri mi huius,quia enim linea h e ſecat angulum d e k,palam quia ipſa ſecabit baſem illi ſub tenſam quæ eſt d k,eſt ergo pũctum h propinquius centro ſpeculi quod eſt d quàm punctum k,& quoniam ut patet ſecundum hunc modum omnes lineæ ductæ à centro uiſus quod eſt e,per quæcunq; puncta arcus a c,inter media punctorum a & c ad kathetum d g,cadunt in puncta ſemidiametri d c à centro remotiori quàm punctum h, patet propoſitum. Et ex hoc etiam patet quod quanto puncta lineæ c g ſunt propinquiora centro d,tanto loca ſuarum imaginum ſunt magis elongata à centro ſpeculi quod eſt d, & quoniam omnes katheti incidentiæ concurrunt in centro ſpeculi, palam quod de punctis diuerſorum kathetorum ad uiſum ad quam fit reflexio conſimiliter ſe habentium, eadem eſt demonſtratio quæ de punctis eiuſdem katheti,quoniam unicuiq; pũctorum in uno ſimili katheto ſignatorum punctus ſimilis qui ſit eiuſdem diſtantiæ à centro ſpe culi in katheto alio reſpondet illorum quorumcunq; punctorum, quia conſimiliter reſpiciunt uiſum,loca imaginum reſpectu centri ſpeculi conſimiliter ordinantur, patet er go propoſitum.

XXIIII.

Si ab aliquo puncto ſpeculi ſphærici conuexi linea reflexionis producta circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, taliter ſecuerit,quod lineæ productæ pars quæ eſt intra circulũ ſit æqualis ſemi diametro circuli,locus uiſæ imaginis ſemper erit intra conuexum ſpeculi.

Eſto centrum uiſus g,& centrum ſpeculi ſphærici conuexi ſit punctum d,ſitq; com munis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus a b r,à centro quoq; uiſus puncto g,ducantur per 16.tertij,duæ lineæ contingentes circulum a b r, quæ ſint g a & g b,eruntq; per ſecundam huius circuli a b r,portio a b apparens uiſui,& centrum eius ſit punctum d,per primam huius,quoniam autem uiſus & ſpecula mutant locũ.Sit talis facta di ſpoſitio uiſus ad ſpeculum ut à puncto g,centro uiſus ductæ lineæ ſecantes circulũ a b r, pars intra circulum quod eſt corda arcus circuli qui h r,ſit æqualis ſemidiametro illius circuli , & ſit illa linea g h r,cuius pars h g , intra circulum ſit æqualis ſemidiametro d r, hoc autem poſſibile eſt fieri , ſi per primam quarti inſcribatur circulus a b r , linea h r æq̃lis ſemediametro illius circuli , & in illa linea r h producta extra circulum ponatur centrum uiſus,dico quod locus imaginis reflexæ à puncto h,ſemper eſt intra conuexã ſuperficiem ſpeculi,producatur enim à puncto h, ſuper lineam contingentem circulum in puncto h,perpendicularis quæ ſit h m , hæc ergo producta in circulum tranſit per centrum d,per 18. tertij,dico quod cũ forma à cuius rei uiſæ reflectatꝰ à pũcto h,locus imaginis ſuæ erunt ſemper intra conuexũ ſpeculi,ducatur enim à puncto h,linea conſtituens ſuper punctum h,terminum lineæ h m,angulum æqualem angulo g h m,per 23.primi,qui ſit p h m producta linea h p , reflectetur ergo per 20.quinti,pũcta huius lineæ h p a d uiſum g, à puncto ſpeculi h,nec alterius lineæ puncta à puncto h , ad uiſum poterunt reflecti.Sumatur ergo aliquod eius pũctum,quod ſit p,& ducatur linea ab ipſo ad



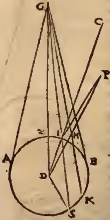
centrũ ſpeculi quæ ſit p d,erit quoq; per primam huius,& per 72.primi huius,linea p d, perpendicularis ſup ſuperficiem contingentem ſpeculũ in pũcto quo ipſa linea p d ſecat circũferentiam circuli a b r,copuleť quoq; linea d r, & quia angulus p h m incidẽtiæ eſt æq̃lis angulo m h g reflexionis,ut patet ex præmiſſis,angulus uero g h m p 15 . primi, æqualis eſt angulo r h d, angulus igiť p h m eſt æqualis angulo r h d. Sed angulꝰ r h d

æqualis eſt angulo h d r, per 5. primi, ideo quia latus h r, ex hypotheſi æqualis eſt ſemidiametro d r, angulus ergo p h m eſt æqualis angulo h d r, quia ergo linea m d cadens ſuper lineas p h & d r, facit angulum extrinſecum, qui eſt m h p, æqualem angulo intrinſeco qui eſt m d r, linea ergo h p per 28. primi, æquediſtat lineæ d r, lineæ ergo h p & d r, in infinitũ protractæ nunquam cõcurrent, & linea p d quæ eſt kathetus incidentiæ formæ puncti p, uel quæcunq; alia linea ducta à quocunq; puncto lineæ h p ad centrum d, ſemper inter puncta h & r, interſecabit lineã h r interiacentes lineas æquediſtantes, quæ ſunt r d & h p, ut patet per 29. primi huius, diuidunt enim omnes illi katheti angulum h d r, ergo & ſecabunt baſem h r, quilibet enim illorum kathetorum incidentiæ ſemper ducitur ad centrum ſpeculi ut ad punctum d, quodcunq; ergo punctum ſumatur in linea p h, ſemper linea ducta ab illo pũcto ad punctum d ſecabit lineam reflexionis, quæ eſt g h r intra conuexũ ſpeculi, quoniam ſemper kathetus incidentiæ productus ad centrum ſpeculi perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſicut nunc eſt p d; imago ergo cuiuſcunq; puncti lineæ p h, per 11. huius, apparebit intra conuexum ſpeculi, & hoc proponebatur.

XXV.

A quocũq; puncto arcus circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi interiacentis, puncta in quibus kathetus reflexionis & linea reflexionis, cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli, ſecant circulum, fiat reflexio; locus uiſæ imaginis ſemper erit intra ſpeculum.

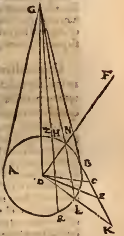
Sit diſpoſitio quæ in præmiſſa, ita ut linea reflexionis quæ g h r ſecet circulum a b r, taliter ut eius pars intra circulũ, quæ eſt h r, ſit æqualis ſemidiametro circuli, ducaturq; kathetus reflexionis à uiſu ad centrum ſpeculi, qui ſit g d ſecans circulum a b r in puncto z, dico quod à quocunq; pũcto arcus h z fiat reflexio, ſemper erit locus imaginis intra ſpeculum. Sit enim ita ut à puncto illius arcus h z, quod ſit i, fiat reflexio, ducaturq; à puncto g, centro uiſus ad punctum i, linea ſecans circulum ſuper punctum i, quæ ſit g i s, & ducatur ſuper ſuperficiem ſpeculi linea perpendicularis à pũcto i, quod fiet per 73. primo huius, Si à centro ſpeculi puncto d, producatur linea quæ ſit d i t, ſuper cuius punctum i fiat angulus æqualis angulo t i g, per 23. primi, qui ſit p i t, palam ergo quod ſolum puncta lineæ p i, reflectuntur à puncto i ad uiſum g, per 20. quinti huius, palam etiam per 14. tertij, quod linea i s maior eſt quàm linea h r, ergo linea i s eſt maior ſemidiametro s d, in trigono ergo s i d, angulus s d i eſt maior angulo s i d, per 19. primi, ergo per 15. primi, angulus s d i eſt maior angulo t i g, eſt ergo angulus s d i maior angulo t i p, qui ex præmiſſis eſt æqualis angulo t i g, ergo per 14. primi huius, lineæ p i & d s non ſunt æquediſtantes: in infinitum tamen protractæ ex parte ſuorum pũctorum p & s nunquam concurrent, ſed ex ſuis partibus i & d protractæ concurrent, à quocũq; ergo puncto lineæ p i ad centrum d, ducatur kathetus incidentiæ, ille ſecabit lineam g i a, quæ eſt linea reflexionis intra conuexũ ſpeculi, & omnis linea ducta à quocunq; puncto lineæ p i ad punctum d, erit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem per 72. primi huius, ergo ipſa eſt kathetus incidentiæ, ſicut nec eſt linea p d; & cum locus imaginis ſit in occurſu katheti incidentiæ, & lineæ reflexionis per undecimam huius, palam quia locus imaginis cuiuſcunq; puncti lineæ p i, ſemper erit intra conuexum ſpeculi, & quoniam dato quocũq; puncto arcus h z, ſemper eadem eſt demonſtratio, manifeſtum ergo quod omnium imaginum arcus h z, proprius locus erit intra ſpeculum, quod eſt propoſitum.



XXVI.

A quocunq; puncto arcus circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi interiacentis, punctum in quo linea reflexionis, cuius pars intra circulũ eſt æqualis ſemidiametro circuli, ſecat circulum & punctum proximum, in quo linea ducta à centro uiſus contingit circulum, fiat reflexio, locus uiſæ imaginis quandoq; erit intra ſpeculum, quandoq; in ſuperficie conuexa ſpeculi, & quandoq; extra ſpeculum.

Remaneat totalis diſpoſitio figuræ quæ in præcedenti & in 34. huius, in hoc. ſ. ut linea reflexionis quæ g h r, ſecet circulũ a b r, cuius centrũ eſt punctũ d, taliter ut eius pars intra circulũ quæ eſt h r, ſit æqualis ſemidiametro d z, & lineæ g a & g b, ſint contingentes circulũ a b r, in punctis a & b, & ſit punctus b propinquior puncto h, dico qđ à quocunq; puncto arcus h b, fiat reflexio, erit locus uiſæ imaginis qñq; intra ſpeculũ, qñq; in ſupficie ſpeculi, qñq; extra ſpeculũ. Sumat̃ em̃ aliquod punctũ arcus h b, à quo fiat reflexio ad uiſum g, & illud punctum reflexionis ſit n, & ducatur linea reflexionis ſecans circulum, quæ ducta trans circulum ſit g n q, & ducat̃ à centro d, ſemidiameter d q, & ad punctũ reflexionis ducat̃ ꝑpendicularis d n f, & ꝑducatur ut in ꝑmiſſis linea n e, cõtinens cũ katheto d n f, angulũ æqualẽ angulo f n g, qui ſit angulus f n e, & qm̃ linea n q, per 14. tertij, minor eſt q̃ linea h r, palã q̃a linea n q, eſt minor ſemidiametro q d, qm̃ em̃ linea h r eſt æqualis ipſi q d, ex hypotheſi, erit ergo linea q n, minor q̃ linea q d, angulus ergo q d n, trigoni q d n, eſt minor angulo d n q, per 19. primi, ergo per 15. eiuſdẽ angulus q d n, minor eſt angulo g n f, ergo & ſuo æquali qui eſt e n f, igit̃ lineæ d q & n e, cõcurrent ad partem minorũ angulorũ per 14. primi huius, ſit ergo cõcurſus earũ in puncto e, palã aũt ut in ꝑmiſſis, q̃a linea e q d, eſt ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi per 72. primi huius, eſt ergo linea e d, kathetus incidentiæ formæ puncti e, & ſecat lineam g n q, quæ eſt linea reflexionis in puncto q, qui eſt punctus ſupficiei ſpeculi, imago ergo puncti e, qñ fuerit reflexio facta à puncto arcus h b, quod eſt n, uidebit̃ in puncto q, quod eſt in ſuperficie cõuexa ſpeculi, & qm̃ linea reflexionis quæ eſt g q, ꝑeriferiam arcus b r, in unico tm̃ pũcto interſecat, ut patet per 7. huius, palam quia nõ accidit uideri imaginẽ formæ alicuius punctorũ lineæ n e, in ipſa ſupficie ſpeculi, niſi ſolũ in illo uno puncto, in quo ad ſpm ductus kathetus ſecat lineã reflexionis in ipſa ſuperficie ſpeculi, ut eſt in ꝑpoſito kathetus puncti e. Si uero in linea e n, ſumat̃ punctũ ultra e, qđ ſit punctum k, ſitq; kathetus incidentiæ ductus ab illo puncto k, ad centrũ ſpeculi qui ſit k d, ſecans lineam reflexionis, quæ eſt g n q, ꝑductam ultra punctum q, in puncto l, tunc erit ſectio extra ſuperficiem ſpeculi, quare imago puncti cuiuslibet lineæ n e, ultra punctũ e, ſumpti uidebit̃ extra ſuperficiẽ ſpeculi ſecundũ diſtantiã puncti incidentis, & ſemꝑ ut patet per 11. huius, erit locus imaginis in puncto ſectionis linearũ katheti, & reflexionis ut formæ puncti k. Locus imaginis eſt nunc in puncto l, quæ eſt cõmunis ſectio ꝑmiſſarũ linearũ. Si uero in linea e n, inter puncta n & e, ſumatur aliquod punctũ ut c, kathetus ab eo ductus ad ſpeculi centrũ ſecabit lineã reflexionis, quæ g n q, intra ſpeculum, ſecabit em̃ ipſam in puncto aliquo eorũ, quæ ſunt inter puncta n & q, imago ergo cuiuslibet puncti lineæ e n, inter puncta e & n, ſumpti uidebit̃ intra ſpeculũ, & ſimiliter in quolibet alio arcus b h, poterit idem et eodem modo de diuerſis punctis linearũ incidentiæ demonſtrari, & hoc eſt ꝑpoſitum.



Sicut itaq; in arcu z b demonſtrauimus in ꝑmiſſis tribus theorematibus, ſic etiã figuratione adhibita in arcu z a poterit demonſtrari, qm̃ eſt om̃imoda ſimilitudo hinc inde, & idem eſt de omnibus circulis ſpeculi ſphærici cõuexi, circulo a b r, ſimilibus. Si em̃ ꝑpendicularis g z d, manente fixa linea g h, ſecundũ æqualitatẽ anguli d g h, imaginetur

moueri quouſq; redeat ad locum ſuũ unde moueri incepit, tunc linea g h mota ſecabit ex tota ſpeculi conuexa ſuperficie motu ſuo portionẽ ſuꝑficiei, & imago formæ cuiuſlibet puncti reflexi ab aliq̃ punctorum huius portionis uidebitur ſemper intra ſpeculum. Si uero fixa manente diametro g z d, linea cõtingens circulũ a b r, quæ eſt g b, moueatur quouſq; ad locũ unde exiuit redeat, ſecabit ex ſphæra portionẽ maiorẽ, & facta reflexione formæ cuiuslibet puncti à quibuſq; punctis ſuꝑficiei ſpeculi deſcriptæ per arcum h b, uel à punctis arcuũ illi ſimilium, tunc katheto incidentiæ ſecante lineã reflexiõis in ipſa ſuperficie ſpeculi ſemper locus imaginis formæ puncti illius erit in ipſa ſuperficie ſpeculi Sed aliorum punctorum in illa eadem linea exiſtentiũ quorundã locus imaginis eſt intra ſpeculũ, quorundã extra ſpeculũ, ſecundũ qđ katheti ab illis punctis ad centrũ ſpeculi ꝓducti, ſecant lineas ſuarum reflexionũ. Et qm̃ ſitus centri uiſus, uel ſuperficiei ſpeculi, uel etiam ipſius rei uiſæ poteſt multipliciter uariari, hoc experimentanti relinquimus, ut ſpeculorum ſphæricorum conuexorum, quorum uſus ut plurimum apud homines noſtræ habitabilis eſt cõmunis, qm̃ intra quæ ſpeculanẽ modo ſphærico diffundente ſe, artificũ ſpiritu exſufflanẽ, quãcunq; portionẽ quis taliter collocet, ut qñq; imago puncti uiſi appareat intra ſpeculũ, hoc eſt ultra ſuperficiem ipſius, qñq; in ipſa ſuperficie ſpeculi, & qñq; extra ſuperficiẽ ſpeculi, ita qđ ſuperficies ſpeculi nõ ſit media inter imaginẽ quæ uidetur & oculum uidentis, ſed ad latus extra uideatur, & hoc iam pluries experimentantibus euenit, unde & per iſtam patet, qđ ſpeculum ſphæricũ cõuexum, centrum'q; uiſus, & res uiſa ſic ſiſti poſſent, ut imago extra ſpeculũ in aere appareat, qđ relinquimus artificio ꝓquirẽtis.

XXVII.

Omnis diameter ſpeculi ſphærici conuexi, in quã locus imaginis cadit, in ipſa ſuperficie ſpeculi aut extra ſpeculum portionum ſphæræ ſpeculi non apparenti uiſui, neceſſario applicatur, ex quo patet quòd ipſa eſt demiſſior qualibet linearũ cõtingentiũ à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiẽ ꝓductarũ.

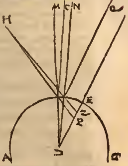
Quod hic ꝓponitur patet per p̃miſſas, reſumpta figuratione præcedentis, & quia ut patet à quolibet puncto arcus a b, poteſt fieri reflexio, omnis q̃q; linea reflexionis qm̃ à centro uiſus ſub linea à centro uiſus ꝓducta circulum contingente, ducitur, patet per 57. primi huius, qm̃ ipſa ſecat circulum, & qñ locus imaginis fuerit in ipſa ſpeculi ſuperficie uel extra, patet qđ hoc nõ poteſt accidere in diametris ſpeculi applicatis arcui a b, non enĩ poteſt in illis diametris locus imaginis eſſe in ipſa ſpeculi ſuperficie, qm̃ katheti incidentiæ & linea reflexionis illorum punctorum in illis punctis cõcurrere non poſſunt. Sed neq; extra ſpeculorum ſuperficies poteſt in illis diametris eſſe locus reflexionis, qm̃ lineæ reflexionum ad partẽ illam extra ſpeculũ non cõcurrent, omnes ergo diametros ſpeculi cuiuſcunq; ſphærici conuexi in quibus loca imaginũ ſunt in ipſa ſuperficie ſpeculi, uel extra ſpeculum, neceſſario applicanẽ portioni ſpeculi non apparenti uiſui, & qm̃ portio ſpeculi apparens & non apparente per lineas cõtingentes à centro uiſus ad ſpeculi ſuꝑficiem ductas determinatur, ut patet per ſecundũ huius. Ideo manifeſtum eſt ꝓpoſitum corrollarium, quælibet enĩ diametrorum in qua eſt locus imaginis in ipſa ſuperficie ſpeculi aut extra ſpeculũ, oportet ut ſit demiſſior qualibet linearum contingentiũ à centro uiſus à ſpeculi ſuꝑficiẽ ꝓductarum, & hoc ꝓponebatur. Poteſt aũt diameter in qua apparet locus imaginis intra ſpeculũ eſſe uel altior uel demiſſior illa cõtingente, ut patet ex his quæ ſunt in p̃miſſis demonſtrata. Reſtat aũt ut nos deinceps loca imaginũ certius determinemus.

XXVIII.

Ad diametrum ſpeculi ſphærici conuexi ducta linea reflexionis ſecante ſpeculum, ita ut pars ductæ lineæ interiacens ſuperficiem ſpeculi & diametrum, ſit æqualis parti diametri interiacenti punctum ſectionis & centrum ſpeculi, in illa parte diametri non eſt locus alicuius imaginis, ſed eſt imaginum meta, ſicut & in illo puncto ſectionis.

Eſto circulus cõmunis ſectionis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi

rici conuexi, qui a b f e g, & ſit punctũ h, centrum uiſus, punctũ q̃q; d centrum ſpeculi, & ſit d e ſemidiameter ſpeculi, quæ neceſſario eſt perpendicularis ſup ſuperficiẽ ſpeculi per 72. primi huius, & ſit linea z h, linea reflexionis ſecans ſuperficiẽ conuexã ſpeculi ſuper punctũ f, & cõcurrens cũ e d, ſemidiametro ſpeculi ſuper punctũ z. Sit quoq; linea z f, æqualis lineæ z d, qđ poteſt fieri per 136. primi huius, dico quod in linea z h, non eſt locus alicuius imaginis, neq; eñ punctus z, poteſt eſſe locus alicuius imaginis, niſi ſolum alicuius punctoꝝ lineæ e d ꝓtractæ, quia ut patet per 11. huius, locus imaginis formæ cuiuſq; puncti ſemper eſt ſuper kathetum ſuæ incidentiæ, & hoc eſt in ſpeculis ſphæricis cõuexis in linea ab illo puncto ad centrũ ſphæræ ducta: quod uero punctus z, nõ ſit locus alicuius imaginis punctoꝝ lineæ e d, patet, ducat̃ eñ ꝑpendicularis à centro d, ſuper punctũ f, quæ ꝓducta extra circulũ ſit d f n, & ſuper ductã perpendicularẽ fiat in puncto f, angulus æqualis angulo n f h, per 23. primi, qui ſit q f n, eſt ergo per 15. primi, angulus q f n, æqualis angulo z f d, ſed cũ z d & z f, lineæ ex hypotheſi ſint æquales, erit per 5. primi, angulus z d f, æqualis angulo z f d, ergo & angul9 q f n, æqualis eſt angulo z d f, ergo per 28 primi lineæ z d & q f, ſunt adinuicẽ æquediſtantes, in infinitũ ergo ꝓtractæ nunq̃ cõcurrent, nullius ergo puncti lineæ e d, quantumcunq; ꝓtractæ forma mouebit̃ ad punctũ f, per lineam incidentiæ q f, ſed nõ poteſt eſſe locus alicuius imaginis in puncto z, niſi moueatur ad punctum f forma per lineam q f, aliàs eñ linea f h, nõ fieret linea reflexionis, in cuius interſectione cũ diametro d e, eſt punctũ z, nõ eſt ergo pũctũ z locus alicuius imaginis punctorum lineæ e d, ergo nec alicuius alterius imaginis formæ cuiuſcunq; puncti extra lineam d e, ꝓtractam, & eadẽ erit demonſtratio quãtũcunq; ſumpta diametro e d, ſed & nullus alius punctus lineæ z d p̃ter z, poteſt eſſe locus alicuius imaginis: dato eñ qđ punctus p poſſit eſſe locus alicuius imaginis, ducatur linea h p, ſecans cõuexam ſuperficiem ſpeculi in puncto b, & ducat̃ perpendicularis d b m, & ut ſupra angulo m b h fiat æqualis angulus ſuper punctũ b q m, t b m, palam ergo ut prius quod angulus t b m, eſt æqualis angulo p b d, ſed angulus d p b, per 16. primi, eſt maior angulo p z h, cũ ſit ei extrinſecus in trigono p z h, igitur duo alij anguli trigoni p d b, ſunt minores duobus alijs angulis trigoni d z f, ſed angulus p d b, eſt maior angulo z d f, eo qđ totũ maius eſt ſua ꝑte, & etiã patet hoc ꝑ 29. primi huius. Sequit̃ ergo, ut angul9 d b p, ſit minor angulo d f z, angulus uero d f z eſt æqualis angulo z d f, ut prius patuit, angulus ergo d b p, minor eſt angulo z d f, multo ergo minor eſt angulus d b p, angulo p d b, angulus itaq; t b m, minor eſt angulo p d b, lineæ igit̃ t b & e d. per 14. primi huius, nunq̃ cõcurrent ad partem à qua poſſet fieri reflexio, nulla ergo forma incidens puncto b, reflectetur ad uiſum h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neq; imago alicuius alterius puncti ſe offeret uiſui ſuper aliquod punctũ lineæ z d, tota ergo linea z d, erit ſemꝑ uacua imaginibus, nec unq̃ erit locus imaginũ in ipſa, & ſimiliter poteſt de qualibet alia diametro ꝓpoſiti ſpeculi demonſtrari hypotheſi ſeruata. Patet etiã ex p̃miſſis, qm̃ linea z d eſt eſt meta imaginum, qm̃ ſi linea f z fuerit maior q̃ linea z d, nulla unq̃ apparebit imago, qm̃ angulus z d f, per 19. primi, erit maior angulo d f z, ergo & angulus n f h, per 15. primi, ergo & angulo q f n, per 7. huius, lineæ ergo e d & q f, per 14. primi huius, nõ concurrent ad partem punctoꝝ e & q, ſed ad partẽ punctoꝝ d & f, non ergo aliqua poterit apparere imago in pũcto z, ergo nec in aliq̃ punctoꝝ lineæ z d, qđ ſi linea f z ſit minor q̃ linea z d, tunc ſecundũ p̃miſſum modũ erit angulus z d f, minor angulo q f n, ergo ꝑ 14. primi huius, lineæ e d & q f, cõcurrent ad partẽ punctoꝝ e & q, & ab illo puncto poteſt alicuius punctoꝝ lineæ e d fieri reflexio ad uiſum, & locus imaginis erit per 11. huius, in puncto z, & erit linea z d, locus imaginis ſecundũ omnẽ ſuũ punctũ quouſq; linea incidentiæ reſpectu diametri reſpiciat ꝓpoſitam diuiſionẽ, patet ergo quod cum linea z d eſt æqualis lineæ z f, quod linea z f, eſt meta imaginũ ultra quã nulla, & circa quã



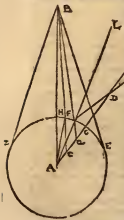
omnis

omnis uidet̃ imago, & ſimiliter punctus z eſt meta imaginum, q̃m ut patet ex p̃miſſis, omnis linea incidentiæ à quocūq; puncto ſpeculi ad uiſum h, inter puncta z & d, ducta eſt maior q̃ linea quæ per illã reſecat̃ ex linea z d, q̃m iſta eſt maior q̃ linea z f, p. 14. tertij, eſt ergo etiã maior q̃ linea z d, ex hypotheſi, ut patet de linea b p, quæ eſt maior q̃ linea p d, uel linea z d, omnisq; linea inter puncta z & e, ad uiſum h, ducta interiacens periferiã circuli & diametrũ, eſt minor q̃ linea f z, ergo & minor q̃ linea z d, ergo eſt etiã minor q̃ linea quã ipſa reſecat ex ſemidiametro d e, ſunt ergo ut patet p̃ p̃miſſa in linea z e, loca imaginum p̃ter q̃ in puncto z, in linea uero z d, non ſunt aliqua loca imaginũ, & ſic patet, quod punctus z, eſt meta imaginum, nec eſt differentia an punctus z cadat intra circulũ, an extra, an in ipſa ſuperficie ſpeculi, quia ſemp̃ ubicũq; acciderit lineam z d, æqualem fieri parti lineæ reflexionis interiacẽti punctũ reflexionis & punctum z, erit ſemper in puncto z meta imaginum, & ſimiliter eſt de tota linea z d, patet ergo p̃poſitum.

XXIX.

Aſſignata meta imaginum in quacunq; diametro inter lineas contingentes à uiſu ad ſpeculum ſphæricum conuexum ductas præter uiſualem diametrum in punctis tantum datæ diametri inter ſuperficiem ſphæræ & punctum qui eſt imaginũ meta exiſtentibus ſunt loca imaginũ illius diametri.

Sit b centrum uiſus, & ſunt u з & b e lineæ ſpeculum ſphæricũ conuexũ contingentes in punctis з & e, & ſit a centrum ſpeculi, & b h a diameter uiſualis, & ſit a g d, diameter alia, in qua meta imaginum aſſignata ſit in puncto t, per p̃cedentẽ, & per 136. primi huius, ſeceťq; linea a d, ſup̃ficiem ſpeculi in puncto g, dico quod ſolum in punctis lineæ t g, quæ ſunt inter puncta g & t, ſunt loca imaginum diametri d g a, quia ẽm imagines illæ non cadant in punctũ g, qui eſt in ſuperficie ſpeculi, uel quia non cadant extra ſuperficiẽ ſpeculi, palã per 27. huius, oportet ẽm ſemper diametrum in qua locus imaginis eſt in ſuperficie ſpeculi aut extra demiſſiorẽ eſſe puncto cõtingentiæ, diameter uero a d, eſt inter lineas contingentes, nec ergo in ſuperficie ſpeculi, nec extra ſphæram ipſius apparebit imago ſecundum illam diametrum. Sed q̃d quilibet punctus inter puncta g & t ſumptus ſit locus imaginis, patet. Detur ẽm aliquod punctum lineæ g t, quod ſit q, & ducatur linea à uiſu ad illũ punctum quæ ſit b q, ſecans ſuperficiẽ ſpeculi in puncto p, & ducat̃ p̃pendicularis a p l, & ſecundum ſæpius p̃miſſa angulo l p u, fiat per 23. primi, angulus æqualis, qui ſit d p l, & ducatur linea b c, ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto f, ducatur quoq; p̃pendicularis a f, triangulus itaq; a p b, cõtinet triangulum a f b, angulus ergo a f b, maior eſt angulo a p b, per 21. primi. Sed angulus a f c, cum angulo a f u, ualet duos rectos, & angulus a p q, cum angulo a p b, ualet duos rectos per 13. primi, palam ergo quia angulus a f c, minor eſt angulo a p q, ſed angulus a f c, eſt æqualis angulo, f a t, per 5. primi, q̃m latus f t, eſt æqualis lateri t a, per 136. primi huius, & ex hypotheſi, angulus ergo a p q, maior eſt angulo f a t, quare etiam erit maior angulo p a q, qui eſt pars anguli f a t, & quia anguli a p q, & l p b, ſunt æquales per 15. primi, ſunt ẽm contra ſe poſiti, erit angulus l p b, maior angulo p a q, eſt ergo p̃ 8. huius, angulus d p l, maior angulo p a q, patet igit̃ q̃d lineæ p d & a q, cõcurrent per 14. primi huius, fit ergo d punctus concurſus ipſarum, forma igitur puncti d, reflectetur ad uiſum in punctum b, à puncto ſuperficiei ſpeculi quod eſt p, per lineam p b, & locus imaginis ſuæ eſt punctum q, per 11. huius, eadem quoq; eſt demonſtratio ſumpto quocunq; puncto inter g & t, in diametro uero b h a, quæ eſt diameter uiſualis, non eſt aliquis locus imaginis, niſi ut proponit 10. huius, patet ergo propoſitum.

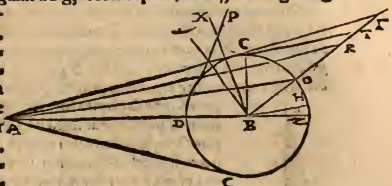


Linea

XXX.

Linea reflexionis circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi taliter ſecante, quod pars lineæ productæ intra circulum ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi pars diametri in terminis huius lineæ ſecantis ſpeculum interiacens punctum ſectionis ſpeculi, & punctum ſectionis ſui cum linea cõtingente à uiſu ducta ad ſpeculum, eſt locus imaginum punctorum illius diametri, & nullus punctus alius diametri eiuſdem, eritq; locus imaginis ſemper extra ſpeculum.

Sint a c & a g, lineæ contingentes circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, cuius centrum ſit punctũ b, ſit quoq; in puncto a, cẽtrum uiſus, ſitq; linea b 3, diameter uiſualis ſecans ſuperficiem ſpeculi in pũctis d & 3, ꝑtrahaturq; à centro ſpeculi b, ad punctum cõtingentiæ g, linea b g, palam ergo per 59. primi huius, quod arcus d g, eſt minor quarta circuli, arcus ergo g 3, eſt maior quarta circuli, ergo per ultimã ſexti, patet quod angulus 3 b g, eſt maior recto, hoc etiã patet ſic, cum eñ in triangulo b a g, angulus a b g, ſit rectus per 17. tertij, erit angulus g b a, minor recto, palã ergo per 13. primi, quod angulus e b g, eſt minor recto, abſcindatˀ ergo ab ipſo angulo h b g, rectus, per 23. primi, erit linea h b, æquediſtans lineæ cõtingenti circulũ qui eſt a g, palã ergo qm̃ lineæ b h & a g, ꝑductæ nunq; concurrent, & quælibet diameter cadens in arcũ h g, inter puncta h & g, cõcurrent cũ linea a g, ꝑducta per ſecũdam uel 9. primi huius, qm̃ angulũ acutum cõtinebit cũ linea b h, ducatur ergo



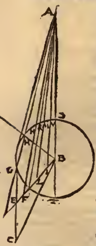
à puncto a, linea ſecans ſpeculum quæ ſit a m o, ita qd' corda m o, ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi quæ ſit b o, hoc aũt poſſibile eſt fieri per 136. primi huius, erit linea b o, & pũctum o, meta imaginum per 28. huius, cõcurratq; diameter b o, cum linea a g, in puncto t, dico q̃d in quolibet puncto lineæ t o, eſt locus imaginis, & ꝙ in nullo alio puncto diameter t b, eſt locus alicuius imaginis, & ſunt puncta o & t, metæ locoꝝ imaginum, punctum o in ſuperficie ſpeculi & punctũ t, extra ſpeculũ. Solũ eñ in his duobus punctis cõcurret diameter b d cum lineis reflexionis, quæ ſunt a m & a g, ſumatur eñ aliquod punctum lineæ t o, quod ſit k, & ducatur linea a n k, ſecans connexam ſuperficiem ſpeculi in puncto n, & ducatur ꝑpendicularis b n x, & angulus a n x, fiat æqualis angulus ſuꝑ punctum n, ut in alijs ꝑmiſſis, & ꝑducatur linea n f, taliter ut angulus x n f, ſit æqualis angulo a n x, per 23. primi, ꝑtrahaturq; perpendicularis h t, ad lineam n f, in punctũ f, punctus eñ concurſus quodcũq; fuerit, uocabimus f, palam uero per 14. primi huius, qm̃ concurrent, linea itaq; n f, non cadet inter puncta circuli quæ ſunt b & g, non eñ ſecat ſpeculũ neq; ſecat lineam ipſum ſpeculũ contingentem in puncto g, quæ eſt a g t, niſi in uno pũcto quod eſt extra ſuperficiem ſpeculi ſupra punctum g. Si aũt daretur quod linea n f, caderet inter puncta b & g, oporteret ut uel ſecaret ſuperficiem ſpeculi uel lineam a p, in duobus punctis, in uno infra punctum g, & in alio ſuper punctum g, ubi fit reflexio ad uiſum exiſtentem in puncto g, & ſic duæ lineæ rectæ ſuperficiem includerent qd' eſt impoſſibile, forma ergo puncti f mouebitur per lineam f n, ad punctum n, & reflectetur ad a, per lineam a n, apparebitq; imago eius in puncto k, in cõcurſu katheti incidentiæ, qui eſt f b, cum linea reflexionis, quæ eſt a k extra ſpeculi ſuperficiem, & eodẽ modo de omnibus punctis lineæ o t eſt demonſtrandũ, & imagines oĩm uidentˀ extra ſpeculum, & qm̃ à puncto m nulla poteſt fieri reflexio formæ alicuius punctoꝝ lineæ b f, qm̃ omñes lineæ reflexionũ à puncto m ad punctũ a, factaꝝ æquediſtant diametro b f, qd' patet ſi ducatur perpẽdicularis b m, quæ producatur uſq; ad punctum q, & fiat angulus p m q,

æqualis angulo q m a, tunc eñ quia anguli b m o, & m b o, ſunt æquales ex hypotheſi, & per 5. primi, erunt ſicut oſtendimus in 28. huius, anguli b m q, & m b o æquales, ergo per 28. primi, lineæ m p & b f æquediſtant, non ergo concurrunt, nec unq; fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri b f, à puncto ſpeculi m, punctum ergo o nõ erit locus alicuius imaginis punctorũ diametri b f, omnia ergo illa loca ſunt extra ſpeculum in linea t o, ita quod puncta t o ſunt loca imaginum, patet ergo ꝓpoſitum, ita tamen ut punctum t accipiatur ut ſimpliciter uiſum, & ut reflexum pro ut diximus in ſecunda huius, quoniam ipſum cadit in linea contingenti.

XXXI.

Katheto incidentiæ ſecante quēcunq; punctum arcus circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi interiacentis punctum cõtingentiæ lineæ à centro uiſus ductæ, & punctum quo linea reflexionis cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli, ſecat arcum circuli non apparentem uiſui, erunt locorum imaginum plura intra ſpeculi conuexã ſuperficiẽ, unũ tñ in ipſa ſuperficie & plurima extra ipſam.

Diſponantur omnia ut in præhabita demonſtratione, ſecetq; linea a m o, circulum taliter ut linea m o, ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi, & linea a g t, contingat ſpeculum in puncto g, dico quod in arcu g o, erunt loca imaginum ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus g o, qui ſit l, & ꝓtrahaĩ à centro ſpeculi diameter b l, uſq; quo ſecet lineã contingentẽ circulũ in puncto g, quæ eſt a t, ſecabit aũt per 14. primi huius, & per ea quæ declarata ſunt in ꝓxima p̃cedente. Sit ergo punctus ſectionis e, & producatur linea a l, ſecans apparentem ſuperficiem ſpeculi in puncto r, & palam ex 14. tertij, qm̃ linea l r, minor eſt ꝙ linea m o, cũ ergo ex hypotheſi linea m o, ſit æqualis ſemidiametro b l, patet quod linea r l, minor eſt ſemidiametro b l. Si ergo p. 136. primi huius, à pũcto a, ducatur linea ad diametrũ b l, cuius pars interiacens circulum & diametrum ſit æqualis parti diametri interiacenti punctum huius ſectionis & centrum circuli b, hæc linea reflexionis cadit intra puncta b & l, quia ſi detur ut cadat inter pũcta l & e, erit linea r l, maior ꝙ linea l b, omnis eñ linea interiacens centrum circuli, & illam partem lineæ reflexionis illi parti diametri æqualem, erit maior illa parte diametri ſicut in commento 29. huius, per 14. tertij oſtendimus de linea b p, quæ eſt maior ꝙ linea f 3, æqualis parti diametri 3 d, ut ibi patet. Eſt aũt linea r l, minor ꝙ linea b l, qm̃ per 14. tertij, linea r l, eſt minor ꝙ linea m o, quæ ex hypotheſi eſt æqualis ipſi l b, nõ ergo cadit illa linea inter puncta l & e, ſed neq; in puncta l, ꝓpter eandem cauſam, cadit ergo inter puncta b & l, ſit ergo punctus in quẽ cadit illa linea punctus i, & ducatur linea a i, ſecans portionẽ apparentem ſpeculi in puncto u, cuius pars u i, ſit æqualis parti diametri quæ eſt b i, dico ergo quod in quolibet puncto inter e & i, ſumpto eſt locus imaginis, & ſunt puncta e & i, metæ imaginum. Sumatur eñ aliquod punctum lineæ l e, quod ſit f, & ducatur linea f a, ſecans apparentẽ portionem ſpeculi in pũcto h, & ducatur à centro ſpeculi perpendicularis quæ ſit b h k, fiatq; per 23. primi ſuper punctum h, terminum lineæ k h, angulus æqualis angulo a h k qui ſit h k n y, palamq; ex præmiſſis in præcedente quoniam lineæ b e & h y, productæ concurrent per 14. primi huius, ſit punctus concurſus y, & quoniam linea h y, cadit extra ſpeculum, forma ergo pũcti y, mouebitur per lineam y h, ad ſpeculum, reflectetur quoq; à puncto ſpeculi quod eſt h, ad uiſum exiſtentem in puncto a, apparebitq; imago eius in puncto f, in concurſu katheti incidentiæ qui eſt b f, cum linea reflexionis quæ eſt a h, extra ſpeculi ſuperficiem, & eodem modo eſt de omnibus punctis lineæ l e, demonſtrandum, imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra ſpeculum excepto ſolo l, in quo diametrum b l, ſecat ſpeculi ſuperficiem, quoniam in illo puncto



locus

locus imaginis eſt in ſuperficie ſpeculi, ideo quod in ſuperficie eius ſe interſecat linea reflexionis quæ eſt a l, cum katheto incidentiæ, qui eſt b y, eritq́ꝫ punctū cuius formæ imago uidetur in pūcto l, reflexa à puncto r, conſiſtens in diametro b i, producta ultra punctū y, ut patet p 17. Sed ut patet p 29. huius, oēs formæ pūctoꝝ cadētiū in diametro b y, ultra punctum reflexum à puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u, & loca imaginū omnium illorum punctoꝝ ſunt in linea i l, ideo quia ut patet ex præmiſſis punctum i, eſt meta imaginum, ultra quod pūctum nunquā apparet aliqua imaginum uiſu exiſtente in puncto a, & ſpeculi ſitu diſpoſito, ut patet ex hypotheſi, palā ergo quod in quolibet puncto lineæ e i, ſumpto inter puncta e & i, eſt locus imaginis formæ alicuius punctorū diametri b e, eductæ ultra punctum e, quædam ergo imagines in diametro e b, ſequūtur loca intra ſpeculum, quædam extra ſpeculum, & una ſola in ſuperficie ſpeculi. ſ. in pūcto l, & eodē modo in q̄libet puncto arcus o g, poterit demōſtrari diametris data pūcta arcus o g, tranſeuntibus & ſuperficiē ſpeculi ſecantibus, prout demonſtrationū neceſſitas requirit.

XXXII.

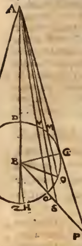
In quemcunqꝫ punctum arcus circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi, interiacentis punctum in quo linea reflexionis cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli in portione non apparente, ſecat circulum & punctum diſtantem à puncto contingentiæ per quartam eiuſdem circuli kathetus incidentiæ ceciderit, locus imaginis ſemper erit extra ſpeculum.

Diſponant̄ oīa ut in p̄cedentib9, ita ut linea a m o, ſic ſecet circulū ſpeculi, ut linea m o, ſit æq̄lis ſemidiametro ſpeculi, & ſic ut ī 30. huius angulus h b g, rectus, & linea a g p, cōtingat ſpeculū in pūcto g, dico q̄d arcui o h, kathetis īcidētiæ occurrētib9 locus imaginis erit ſemp̄ extra ſpeculū, ducat̄ eñ per ali q̄d pūctoꝝ arcus o h, diameter b q, q cōcurrant cū cōtingente a g p, in puncto p, & ducat̄ à cētro uiſus linea a u q, ſecans ſupius in portione uiſui apparente ſpeculum in puncto u, & quia ut prius patuit linea m o, eſt æqualis lineæ o p, & linea u q, eſt maior q̄ꝫ linea m o, per 14. tertij, ergo linea u q, eſt maior q̄ꝫ linea q b, linea quoqꝫ ducta à circūferentia ad diametrum d b, quæ eſt æqualis parti diametri p b, interiacenti ipſam & centrū ſpeculi, non cadet inter puncta q & b. Si eñ hoc ſit poſſibile, tunc ut prius erit linea u q, minor q̄ꝫ linea q b, quoniam ſi linea illa caderet in punctum q, & eius pars intra circūferentiam maior q̄ꝫ linea u q, per 14. tertij. Reſtat ergo ut linea æqualis cadat inter p & q, quod enim non cadat in punctum p, palam per hoc, quia angulus p g b eſt rectus, eſt ergo per 19. primi, in trigono p b g, latus p b, maius latere p g, cadat itaqꝫ linea taliter ducta, citra p, & ſit punctus in quē cadit o, erit ergo per 28. huius, punctus g, meta locorum imaginum, & quilibet punctus inter puncta p & g, erit locus imaginis, & eſt eadem demonſtratio quæ in ſuperioribus. ſ. 30. & 31. huius, in quolibet quoqꝫ puncto arcus h o, eſt eadem demonſtratio. Ex his ergo præmiſſis p̄poſitionibus palam eſt, quia imagines diametrorum arcus h o, omnes ſunt extra ſuperficiem ſpeculi, imaginum uero diameter f y, ut in 31. huius, una ſola eſt in ſuperficie ſpeculi, ut illa quæ eſt in puncto l, aliæ uero ſunt intra ſuperficiem ſpeculi, ut quæ cadunt in parte diametri quæ eſt i b, aliæ uero omes ſunt extra ſpeculum, ut quæ cadunt in linea l e, omnium quoqꝫ imaginum diametroꝝ arcus o g, quædam ſunt intra ſuperficiem ſpeculi, quædam extra ipſam, quædam in ipſa ſuperficie ſpeculi conuexa, ut ibidem in præmiſſa concluſum eſt, patet itaqꝫ quod proponebatur.

XXXIII.

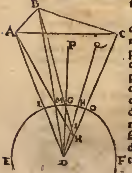
In arcum circuli communis ſectionis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi interiacentem punctum, ubi diameter uiſualis & punctum diſtans à puncto contingentiæ per quartam circuli inferius ſecant circulum, non poteſt cadere kathetus incidentiæ in quo aliquis locus imaginis occurrat.

Omnibus alijs diſpoſitis ut in proxima ſuperiori figura, dico quod in arcum h z, nō poteſt cadere aliqua diameter in qua ſit locus alicuius imaginis, quoniam enim linea contingens quæ eſt a g p, æquediſtat diametro b h, per 28. primi, tunc patet quod uerſus punctum p, nulla diameter cadens in arcum z h, concurrit cum linea contingente quæ eſt a p, & à quocunque puncto talium diametrorum ducatur linea ad ſuperficiem ſpeculi conuexam cadit in portionem nō apparentem ipſius ſpeculi, utpote in portionē circuli quæ eſt g z c, & nulla ipſarum cadit in portionem circuli g d c, uiſui oppoſitam, niſi ſecando ſphæram ſpeculi, nulla ergo forma puncti alicuius talium diametrorum ueniet ad portionem uiſui apparentē uel ad uiſum, omnia aūt iſta quæ in ſemicirculo d g z, & in eius arcubus in præmiſſis theorematibus declarata ſunt, in arcubus quoque ſemicirculi d c z, ſimiliter poſſunt demonſtrari ut in arcubus ſemicirculi d g z, ſimilibus enim acceptis utrinque diſpoſitionibus arcuum & ſimilibus factis, ꝓtractionibus linearum, eædem in omnibus occurrent paſſiones, & idem eſt demonſtrādi modus, & ſimiliter etiam quod nec declaratur in circulo c d g z, poteſt in unoquoque circulo qui ſunt communes ſectiones ſuperficierum reflexionis & ſuperficiei conuexi ſpeculi ſphærici declarari. Vnde omnes paſſiones probatæ ſecundum quoſcunque punctos circuli d g z c, in completis circulis accidunt per totam ſpeculi ſuperficiē, ſicut ſi punctus g, uel aliter punctus ſignatus moueatur per ſphæræ ſuperficiem & circulum deſcribat, paſſiones uero arcuum circuli d g z c, perueniunt in quædam latera ſuperficie contenta ſub terminis æquediſtantiū circulorum per totam ſphæram ſpeculi: ſicut ſi arcus aliquis æquediſtās polo motus ſpeculi aliquā ſuperficiem diſtinguat, ut patet intuenti. Si itaque linea b h, moueatur eadem manente angulo h b z, ſignabit ipſa motu ſuo ſecundum punctum z, portionem ſphæræ, in cuius diametris nullus erit imaginis locus, & ſi linea b z, immota exiſtente moueatur arcus o h, deſcribetur portio ſphæræ, cuius omnes imagines in diametro b o, uel alia protracta exiſtentes ſunt extra ſpeculum, moto uero arcu o g, fiet portio ſpeculi, cuius diametrorum quædam imagines ſunt in ſuperficie ſpeculi, quædam extra, & quædam intra ſpeculū, uerum uiſus non ſemp comprehendit quæ imagines ſunt in ſuperficie ſpeculi, uel quæ ſint extra, nec certificatur in iſtorum comprehenſione, niſi intimū, quia ſentit quod ſunt ultra portionem ſphæræ apparentem. Sic ergo ex præmiſſis 6. theorematibus patet in propoſitis ſpeculis loca imaginum eſſe determinata, ſecundum quod imagines horum ſpeculorum uni tantum uiſui offeruntur.



XXXIIII.

Ambobus uiſibus à duobus punctis reflexionis ſuꝑficiei ſpeculi ſphærici conuexi forma unius puncti occurrente unicus imaginis eſt locus, & imago tantum unica uidetur.



Sint centra duorum uiſuum a & b, & punctus uiſus ſit c, ſitque d centrum circuli magni, qui eſt ſecans ambos circulos, qui ſunt cōmunes ſectiones ſuperficierum ambarum reflexiōis & ſpeculi, à cuius punctis ſit reflexio, & cuius portio apparens uiſui ſit e f, ſitque punctus reflexionis & ſpeculi formæ puncti c, ad uiſum a, punctus g, & punctus reflexionis formæ puncti c, ad uiſum b, ſit pūctus h, & ducatur kathetus incidentiæ à puncto c, ad centrū ſpeculi, qui ſit e d, ſecans circulū in puncto o, ſecetque linea reflexionis quæ eſt a g, ꝓducta ipſum kathetū c d, in puncto k, & linea b h, in pūcto i, ſuntque primo uiſus ambo æqualiter diſtantes à cētro ſpeculi d, & à pūcto rei uiſæ quod eſt c, dico quod ambobus uiſibus a & b, formæ puncti uiſi c, licet duo ſint reflexionum puncta, quæ g & h, uno tantum imago uidetur, quia unicus eſt imaginis locus. Ducantur enim lineæ a d & b d,

b d, à centris amborum uiſuum ad centrum ſphæræ ſecantes ſpeculum in punctis l & m, & palam, quoniã illæ lineæ ſunt æquales, oculis enim æqualiter diſtantibus à centro ſpeculi quod eſt d, palam quod linea a b continuans centra oculorum cum ambabus lineis a d & b d, cõtinet angulos æquales argumento 30. tertij huius, ergo per 6. primi, lineæ a d & b d, ſunt æquales; ſi ergo ſitus puncti c reſpectu utriuſq; uiſus a & b ſit idem, ita ut linea a t ſit æqualis lineæ b c, tunc patet per 8. primi, quod utraq; diametrorum uiſualium ſcilicet a d & b d, cum katheto c d continet angulos æquales, ergo per 25. tertij, arcus ſpeculi l o & m o ſunt æquales, quia enim a d & b d, diametri uiſuales ſecant ex circulis cõmunibus ſuperficiebus ſpeculi & reflexionis arcus, & continẽt angulos æquales cum katheto c d in centro d, palã per 25. tertij, quia illi arcus lineas c d & b d ex una parte, & ex alia lineas c d & a d, interiacentes duo puncta reflexionis quæ ſunt h & g, & punctum o, ſunt æquales per 25. tertij, quoniam perpendiculares ductæ à centro ad puncta reflexionum, quæ ſunt d g p & d h q, cum linea c d continent angulos æquales, & quia arcus h o & g o ſunt æquales, & ſemidiametri d h & d g æquales, erunt etiam lineæ reflexionum quæ ſunt h b & g a æquales, per 4. primi, quoniam ad uiſus æqualiter diſtantes à centro ſpeculi ſecundum æquales angulos ſunt incidentes, eruntq; ſimiliter lineæ g e & h e æquales, linea uero b h, & a g neceſſario ſe ſecant, quoniam cum anguli ſunt minores duobus rectis, palam per 14. primi huius, quia lineæ b h & a g, in aliquo puncto neceſſe habent concurrere, & quia anguli reflexionis ad ambos uiſus propter æqualem diſtantiam amborum uiſuum à puncto rei uiſæ, & à centro ſpeculi ſunt æquales, erunt & anguli c g a & c h b inter ſe æquales, palam ergo per 13. & 32. primi, quia trigonũ g c h eſt æquiangulum trigono h c i, & linea c h eſt æqualis ipſi lineæ e g, erit ergo per 4. ſexti, linea h i æqualis lineæ g k, & linea c k æqualis ipſi lineæ c i, puncta ergo k & i ſunt pũctus unus, ſuper idem ergo punctũ katheti c d, erit ſectio ambarum linearũ reflexionis, quæ ſunt a g & b h, cum katheto incidentiæ qui eſt c d, & in hoc puncto utriq; uiſui apparebit imago, uidebitur ergo una ſola imago, quia unus et idem imaginis locus erit, quia uiſus non æqualiter diſtent à ſpeculo uel à re uiſa, ad huc tamen unica uidebiť imago, licet enim imago pũcti uiſi cadat in diuerſis pũctis perpendicularis, hoc tamen eſt imperceptibile, imago ergo cuiuſcunq; puncti à quocunq; uideatur oculo, ſemper ſeruat identitatem partis, & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim pũcti uiſi ab uno uiſu modico, eſt maior q̃ ab alio, & ob hoc loca imaginum ſunt imperceptibiliter remota, & ob hoc apparent ſimiliter, qm̃ ex illis fit una imago compacta, quia loca imaginis nõ taliter à ſe diſtant, licet ptialiter aliquãtulũ diſtent, patet ergo ꝓpoſitũ. Poteſt tamen quãdoq; & hoc accidere, ut ſi forma reflexa ualde obliquæ incidat alteri uiſuũ, qď ꝓpter obliq̃tatem una forma uideatur duæ, ut cum in una ſuperficie reflexionis ſunt centra ambaꝝ uiſuum, tunc enim præmiſſi anguli in cẽtro ſpeculi fiunt inæquales, & accidit uideri duas formas, ſicut & nos in ſimplici modo uidẽdi diximus in quarto libro huius capitulis de uiſione numerali, ſed hoc euenit ut raro, & nos de hoc aliq̃d diximus in 7. quinti huius.

XXXV.

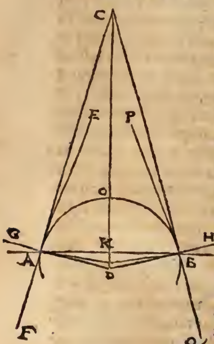
In ſpeculo ſphærico cõuexo eſt ordinatio punctorum imaginũ in ambobus uiſibus, ſicut ordinatio punctorum rei uiſæ.

Ducantur à terminis lineæ quæ eſt in re uiſa duo katheti ad centrum ſpeculi, palã ergo quod tunc erit triangulus in quo cõtinebuntur omnes imagines omniũ punctoꝝ illius lineæ & ſi in illa linea ſit punctus non eiuſdem ſitus reſpectu amborum imaginũ puncti remotioris ab illo erit in diametro remotiori ab eius diametro, & ꝓpinq̃oris in ꝓpinquiori, qm̃ ſemper imago cuiuslibet rei uiſæ uidebitur in cõcurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ ducto ab illo puncto ad centrũ ſpeculi, ut patet per 11. huius. Si ergo obſeruabitur ſitus partiũ in imaginibus ſicut fuerit ſitus in punctis uiſis. Sumpta uero linea in qua eſt punctum eiuſdem ſitus, quodlibet pũctum illius lineæ eiuſdem erit ſitus reſpectu oculorum. Si aũt ſumať linea quæ angulũ quã continent duæ lineæ à cẽtris oculorum ad punctũ uiſum ꝓductæ diuidit per æqualia, ſitus cuiuslibet puncti illius lineæ quãtumcũq; ꝓductæ eſt ſitus cõſimilis utriq; uiſui ſicut uni, patet ergo propoſitũ.

XXXVI.

In quibuſdam ſitibus poſſibile eſt à ſpeculis ſphæricis conuexis pluribus uiſibus rem apparere unicam unamq́ imaginem habentem.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a b, cuius centrum ſit d, & ſit punctum c, punctum rei uiſæ, ducaturq́ linea c d, à puncto uiſo in centrum d, ſecans ſpeculi periferiã in puncto o, ſitq́ arcus a o, æqualis arcui o b, & ducantur lineæ c a & c b, quæ per 8. tertij, & ex hypotheſi erunt æquales, & à puncto ducatur linea f a e, contingens circulũ per 16. tertij, & à puncto b, linea p b q, & ducatur linea a b, patet ergo per 5. primi huius, q̃m anguli c a b & c b a, ſunt æquales, ſed & anguli a o b & o b a linea curua & recta contenti ſunt æquales per 43. primi huius. Sed & anguli contingentiæ o a e & o b p per 15. tertij, ſunt æquales: rẽlinquitur ergo angulus c a e æqualis angulo c b p. Itaq́ ſup punctũ a terminum lineæ e a cõſtituatur angulus æqualis angulo c a e per 23. primi huius, qui ſit g a c, & ſuper b terminũ lineæ c b cõſtituatur angulus æqualis angulo p b c, qui ſit h b c, eritq́ angulus h b c æqualis angulo g a c. Poſitis itaq́ uiſibus in punctis g & h, palam per 20. quinti huius, quoniam forma puncti c reflectitur ad ambos uiſus exiſtentes in punctis g & h, ad punctũ quoq́ h, à puncto b producatur quoq́ ultra punctũ a linea g a, ad lineã c d, quæ cõcurrent cũ illa per 14. primi huius, ideo quia anguli g a c & a c d ſunt minores duobus rectis, cõcurrãt itaq́ in puncto k, & producatur linea h b ad lineam c d, quæ ſimiliter cõcurret ꝑ præmiſſa & in eodem pũcto k, quia enim ut patet ex præmiſſis linea a c eſt æqualis lineæ c b, & a d æqualis ipſi b d, quia ſemidiameter & linea c d cõis eſt ambobus trigonis a c d & b c d, erũt anguli a c d & d c b æq̃les, per 8. primi, & angulus g a c, eſt æq̃lis h b c, ſed & angulus p b c oſtenſus fuit æqualis eſſe angulo e a c. eſt ergo angulus h b q æqualis angulo g a f, per 13. primi. Sed & angulus e a k eſt æqualis angulo g a f, & angulus p b k æqualis angulo h b q, per 15. primi, ergo angulus e a k æqualis eſt angulo p b k, erit ergo totalis angulus c a k æqualis totali angulo c b k, ergo per 32. primi, trianguli c a k & c b k ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, cũ a c ſit æqualis ipſi b c, erit latus a k æquale lateri b k, cõcurrent ergo in uno puncto k, q̃m latus c k eſt in ambobus trigonis æquale ſibijpſi, ſed pũctus k eſt locus imaginis pũcti c, erit ergo ambobus uiſibus idem locus imaginis, ſecundum ergo propriã faciẽ aſpicientes uideãt ſiue res alias à loco puncti c, à punctis a & b reflexas ad uiſus in pũctis g & h exiſtentes. Idem accidit utrobiq́, idem q̃q́ accidit in toto circulo tranſeunte pũcta b & a, q̃m in quolibet pũcto illius circuli modo prædicto diſpoſitis uiſibus eadem eſt demonſtratio, palã ergo propoſitũ. Si aũt anguli reflexionũ ſunt diuerſi, tunc res una diuerſis uiſibus in locis uidebiť diuerſis, & plura idola obtinebit, & hoc eſt notandũ, & ſatis patuit per præmiſſa, quia illæ reflexionũ lineæ in diuerſis punctis diametri ſpeculi concurrũt, & ob hoc loca imaginum conſtituunt diuerſa, ut patet per 11. libri huius, patet ergo propoſitum.



XXXVII.

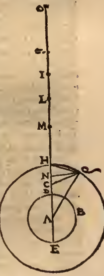
In ſpeculis ſphæricis conuexis minor eſt diſtantia imaginis à ſpeculi ſuperficie, quàm ipſius rei extra.

Eſto circulus, qui eſt cõis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici cõuexi h k, cuius centrum z, & linea uiſa oblique incidens ſpeculo ſit e f, ſitq́ centrum uiſus b, & reflectatur punctus e, à puncto ſpeculi h ad uiſum b & f, à puncto q, ducanturq́ lineæ e h, h b, f q, q b, & ducanť perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ ſpeculi katheti e z, f z, per 72. primi huius. ſecetq́ linea e z circulum ſpeculi in puncto r, & f z in puncto k, & b h producta intra ſpeculum ſecet e z in puncto a, & b q ſecet f z in puncto g, & producatur li

tur linea à g, quæ per 11. huius, erit imago lineæ e f, ducaturq́ʒ à puncto h linea circulum contingens per 16. tertij, quæ ſit h t, & hæc producta ſecet lineam e z in puncto t, eritq́ʒ punctus t finis contingentiæ lineæ h t, ſecetq́ʒ linea t h producta ultra h, lineam b g in puncto l, & à puncto t ducatur perpendicularis ſuper lineam e z per 11. primi, quæ producta ſecet e h lineam in puncto d, & ſit d t, quia itaqʒ angulus b h l eſt æqualis angulo e h t per 20. quinti huius. Sed & angulus t h a æqualis eſt angulo b h l, per 15. primi, ergo angulus e h t eſt æqualis angulo t h a, ergo per tertiam ſexti erit proportio lineæ e h ad h a, ſicut lineæ e t ad lineam t h. Sed linea e h eſt maior ꝙ̃ linea h a, ergo & linea e t eſt maior, quàm t a. Quòd autem linea e h ſit maior quàm linea h a, patet: cum enim angulus e t d ſit rectus, erit angulus e t h maior recto: eſt ergo per 13. primi angulus e t h maior angulo a t h. Sed angulus e t h maior eſt angulo e h t, p 13. primi. Item angulus e t h maior angulo a t h. Sed & angulus e h t eſt æqualis angulo a h t, ut patet ex præmiſſis, quia itaqʒ anguli trigoni e t h, omnes ſimul ſumpti ſunt æquales angulis trigoni a t h, oibus ſimul ſumptis per 22. primi. Relinquitˀ ergo angul9 t a h trigoni t h a maior angulo t e h trigoni h e t. In trigono itaqʒ a e h, angulus e a h maior eſt angulo a e h, ergo in trigono e a h, latus e h maius eſt latere h a, per 18. primi: maior eſt ergo linea e t, quàm linea t a, multo magis ergo linea e r eſt maior quàm linea r a. Sed linea r a eſt diſtantia imaginis puncti a, à ſuperficie ſphæræ ſpeculi intra ſpeculum, & linea e r eſt diſtantia puncti uiſi, qui eſt e, à ſuperficie ſpeculi extra ſpeculum, & ſi à puncto q ducatur linea contingens circulum, quæ producta ad kathetum f z, ſecet ipſum in puncto m, & à puncto m ducatur perpendicularis ſuper f z, quæ producta ad f q ſit m n, patebit ſimiliter, quoniam linea f k eſt maior quàm linea k g. hoc eſt ergo propoſitum, quoniam ſi à medijs punctis lineæ e f, ducantur lineæ ſicut ab extremis, patebit idem in omnibus imaginibus ipſorum, quæ per 11. huius cadunt omnes in lineam a g, patet ergo hoc quod proponebatur.

XXXVIII.

Re conſpecta à tali longitudine, quod eius certa quantitas uiſu comprehendi non poſſit, nonnunquã uidebitur imago rei uiſæ in ſpeculo ſphærico conuexo æqualis, quandoqʒ maior quàm forma per ſe uiſui occurrens.



Sit a centrum ſpeculi ſphærici conuexi, & circulus qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit e d b, & ſit e d diameter illius circuli, & ducatur diameter e d ultra d, uſqʒ ad z, taliter, ut illud quod fit ex ductu e z in z d, ſit æquale quadrato a d, ſemidiametro per 127. primi huius, ac ſi e d & a d ſint duæ lineæ datæ. Diuidaturq́ʒ linea z d per æqualia in puncto h, per 10. primi, erit igitur a h medietas lineæ e z, ergo per 1. ſexti, iſtud quod fit ex ductu a h in d z, eſt æquale medietati quadrati lineæ a d. Ergo per eandem primam ſexti illud quod fit ex ductu a h in h d, æquale eſt quartæ parti quadrati a d, & quia illud quod fit ex ductu a h in h d, maius eſt quadrati h d, per 3. ſecundi. Sit illud quod fit ex ductu a h in h t, æquale quadrato h d, erit ergo h t minor quàm h d, fiat ergo circulus ſecundum quantitatem lineæ a h, quæ neceſſario æquediſtabit circulo priori, quoniam ipſorum eſt idem centrum punctum a, & ipſorum ſemidiametri ſunt iæquales, & à puncto h ducatur corda æqualis medietati lineæ h d, per primam quarti, quæ ſit h q, & producantur lineæ q a, q t, & ſuper punctum q lineæ h q, fiat angulus æqualis angulo q a h per uiceſimamtertiam primi, qui ſit h q n, ducta linea q n ſuper lineam a h, & quoniam trianguli h q a, angulus q a h æqualis eſt angulo h q n, trigoni h q n, & angulus a h q utriqʒ cõmunis, erũt tertius tertio æqualis,

lis per 32.primi.ſ.angulus a q h,angulus h n q,ergo per 6.tertij,erit ꝓportio h a ad q h, ſicut q h ad h n,ergo per 16.ſexti,illud qđ fit ex ductu a h,in h n,æquale erit quadrato h q,ſed quadratũ h q eſt 4. pars quadrati h d,ꝑ 4.ſecũdi,eſt eñ h q medietas lineæ h d, ductus ergo a h in h n,eſt æqualis 4.parti quadrati d h,ergo & 4.ductus a h in h t, eſt ergo linea h n,æqualis 4.parti lineæ h t,per 1.ſexti,cadit ergo punctũ n,inter pũcta h & t, remanetq́; linea t n, tres quartæ lineæ h t,reſtat ergo ut ductus h t in t n,ſit tres quartæ q̃drati h t,per 2.ſecundi.Sed & per 1.ſexti,erit ductus lineæ a h in t n,tres quartæ quadrati h d,qm̃ aũt angulus a q h,eſt acutus ꝑ 42.primi huius,& ipſe eſt æqualis angulo q h a per 5.primi,qm̃ latera a h & a q,ſunt æqualia,patet ergo, quia angulus q h a, eſt æqualis angulo h n q,in minori triangulo,ergo per 6.primi,latus n q, eſt æquale lateri h q, & angulus h n q eſt acutus,ergo ꝑ 13.primi,angulus q n t eſt obtuſus,ergo quadratum lineæ t q,amplius eſt quadrato lineæ q n,& quadrato lineæ t n, in illo qđ fit ex ductu t n in n h,ꝑ 12.ſecundi. Si eñ à puncto q,ducat̃ perpẽdicularis ſuꝑ h n,palam per 31.primi huius,cũ latera q h & q n,ſint æqualia qđ ipſa cadet in medio pũcto lineæ h n,ex prima uero ſecundi ductus n t, in h n, æquipollet illi qđ fit ex ductu t n,in medietatẽ h n bis. Sed ductus t n in n h,cũ quadrato n t,æqualis eſt ductui h t in t n, per 3.ſecundi, igitur ductus h t in t n,eſt exceſſus quadrati lineæ t q,ſuꝑ quadratũ lineæ n q,ergo & ſuꝑ quadratum h q,cũ h q,ſit æqualis ipſi n q,ſi uero quadratũ t q,eſt maius quadrato h q, & linea t q,erit maior linea h q,ſit ergo per 3.primi huius,ꝓportio a i ad a h,ſicut t q ad q h, quia ergo linea q t,eſt maior ꝙ̃ linea q h,erit linea a i, maior ꝙ̃ linea a h,erit quoq; per 18.ſexti,ꝓportio quadrati lineæ a i,ad quadratũ lineæ h q,qm̃ ſicut ſimpli ad ſimplũ, ſic dupli ad duplũ,proportio uero quadratoꝝ dupla eſt ꝓportioni lateꝝ ex 18.ſexti,erit ergo per 17.quinti,exceſſus quadrati a i,ſuper quadratũ a h,ad quadratũ a h,ſicut ductus h t in t n,ad quadratũ q h,& qm̃ ex 4.ſecũdi,& ex p̃miſſis quadratũ lineæ q h, quater ſumptum,efficit quadratũ lineæ h d,& ductus h t in n t, quater ſumptus efficit triplum quadrati h t,ideo qđ ductus h t in t n,eſt tres quartæ quadrati h t,ut p̃miſſum eſt, quater uero tria ſunt 12,in quibus tria integra continent̃,erit ergo per 15.quinti,ductus h t in t n,ad quadratũ q h,ſicut tripli quadrati h t,ad quadratũ h d. Sit aũt h o,linea tripla ad lineam h t,erit ergo per primã ſexti ductus o h in t h, triplus quadrati h t, ſed qm̃ ductus a h in h t,eſt æqualis quadrato h d,erit per 16.ſexti,ꝓportio h a ad h d,ſicut h d ad h t, erit ergo h t ad h a, ſicut quadrati h t,ad quadratũ h d,ex corollario 17.ſexti. Verũ ꝓportio lineæ o h,ad lineam h a,eſt ſicut ductus o h in h t, ad ductũ a h in h t, ex prima ſexti, & ita per 11.quinti,eſt ꝓportio lineæ o h,ad lineam h a, ſicut tripli quadrati h t,ad quadratum h d,ſed hoc erat ꝓportio exceſſus quadrati lineæ a i, ſuper quadratum lineæ a h, ad quadratũ a h,eſt ergo coniunctim per 18.quinti,ꝓportio lineæ o a,ad lineam h a, ſicut quadrati lineæ a i, ad quadratũ a h,exceſſus eñ quadrati a i,ſuper quadratũ a h, cũ quadrato h a,efficit quadratũ a i,igit̃ ex 17.ſexti,erit linea i a,medio loco ꝓportionalis inter lineas o a & h a,eſt.n.ut in corollario 17.ſexti,ꝓponit̃,triũ lineaꝝ continue ꝓportionalium,proportio primæ ad tertiã,ſicut quadrati conſtitutæ ſuper primã ad quadratum conſtitutum ſuper ſecundam.igitur ꝓportio lineæ o a ad i a,eſt ſicut lineæ i a ad h a,erit ergo per 19.noni,eadem ꝓportio reſidui ad reſiduum.ſ.o i ad i h,cũ itaq; i a,ſit maior ꝙ̃ a h,erit o i,maior ꝙ̃ i h,ergo linea i h,eſt minor medietate lineæ o h.

Item ut prius oſtenſum eſt ductus lineæ a h,in lineam h d,eſt æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d,ſed linea a d, eſt minor quàm a h, ductus ergo a d in h d, eſt minor quarta parti quadrati lineæ a d,linea ergo h d eſt minor quarta parti lineæ a d, quoniam ſi eſſet lineæ h d æqualis quartæ parti lineæ a d, tunc per 1.ſexti ductus a d in h d eſſet æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d,cum ambo ſint altitudinis lineæ a d,eſt ergo linea h d minor quintæ parti lineæ a h. cũ itaq; linea a h ſit maior ꝙ̃ quintupla lineæ h d,ductus uero lineæ a h in lineã h t,ſit æqualis quadrato lineæ h d,ut patet ex præmiſſis,erit per 16.ſexti, linea h d maior ꝙ̃ quintupla lineæ h t,quoniã quæ eſt proportio lineæ a h ad lineã h d,eadẽ eſt proportio h d ad h t,eſt ergo h t minor quinta parte lineæ h d,& h d eſt minor quinta parte lineæ a h,ergo h t eſt minor 25.parte lineæ a h; eſt aũt

ex præmiſſis ꝓportio lineæ o i ad i h, ſicut lineæ i a ad h a, ergo per 18. quinti erit cõiunctim ꝓportio lineæ o h ad i h, ſicut lineæ i a cũ linea a h, ad lineã a h. ergo per 15. quinti, erit proportio tertiæ partis primæ lineæ ad ſecundam, ſicut tertiæ partis ipſius tertiæ lineæ ad quartã: quia uero linea h o aſſumpta tripla lineæ h t, patet ꝙ linea h t eſt tertia pars lineæ o h, eſt ergo proportio lineæ h t ad i h, ſicut tertiæ partis lineæ i a cum tertia parte lineæ a h ad lineã a h. Eſt igitur ꝓportio lineæ h t ad i a, ſicut duaꝝ tertiaꝝ lineæ a h cũ una tertia lineæ i h ad lineã a h, quia enim linea a h bis accipitur, ſemel per ſeipſam & ſemel in linea i h, ergo & eius tertia bis accipitur: linea uero i h accipitur ſemel in linea a i, unde & eius tertia eſt tantũ ſemel accipienda, quia uero linea o i eſt maior quàm linea i h, ut ſupra patuit, & linea i h eſt minor medietate lineæ o h, ergo tertia pars lineæ i h erit minor ſexta parte lineæ o h per 15. ſexti. Sed cũ linea h t ſit tertia pars lineæ o h, ergo medietas lineæ h t eſt æqualis ſextæ parti lineæ o h, eſt ergo tertia pars lineæ i h minor medietate lineæ h t, ergo duæ tertiæ lineæ a h cũ minore parte lineæ ꝗ ſit medietas lineæ h t, habuit ꝓportionem ad lineam a h, illã quam habet linea h t, ad lineã i h, ergo econtrario per 5. primi huius, erit proportio lineæ i h, ad lineã h t, ſicut linea a h, ad duas ſui tertias, cum linea minore medietate lineæ h t, eſt aũt linea h t, ut patet per præmiſſa minor 25. parte lineæ a h, & eius medietas minor eſt medietate 25. partis lineæ a h Sed linea a h in 25. partes diuiſa, duæ eius tertiæ cũ medietate 25. partis nõ efficiunt 18. partes ipſius, qm̄ duæ tertiæ de 24. ſunt 16. & remanet unũ, cuius duæ tertiæ cũ illo qđ eſt minus dimidio, fortè eſt plus ꝗ unũ integrum, minus autẽ ꝗ duo integra. Igitur ꝓportio lineæ i h ad lineã h t, eſt maior ꝗ 25. ad 18. per 8. quinti. Item cũ linea h t ſit minor 25. parte lineæ a h, erit linea a t, maior 24. ꝑtibus illaꝝ partiũ, quaꝝ linea a h, eſt 25. Sed linea i h, eſt minor medietate lineæ o h, eſt aũt o h, tripla ipſi h t, ergo linea o h, eſt minor una & dimidia partiũ ex ꝑtibus, quaꝝ a h, eſt 25. ergo multo magis linea i h, eſt minor una parte & dimidia illaꝝ 25. ꝑtium lineæ a h: eſt ergo ꝓportio lineæ a i, ad lineã a t, ſicut lineæ minoris ꝗ 26. partes & dimidiæ ad lineam maiorẽ ꝗ 24. partes partium earundem. Eſt ergo proportio lineæ a i ad lineam a t minor proportione 26. & dimidij ad 24. per 8. quinti. Proportio uero lineæ i h ad lineã h t, eſt maior ꝗ 24. partiũ ad 18. quoniã ex præmiſſis ipſa eſt maior ꝗ 25. partiũ ad 18. Igit̃ ꝓportio lineæ i h ad lineã h t, eſt maior ꝗ ꝓportio lineæ i a ad lineam a t, qm̄ minor eſt ꝓportio 26. & dimidij ad 24. ꝗ 24 ad 18. quæ eſt ſeſquitertia. Fit quoq; per 3. primi huius, ꝓportio lineæ i m ad lineã m t, ſicut lineæ i a ad a t. Eſt ergo maior ꝓportio lineæ i h ad h t, ꝗ i m ad m t. cadit ergo pũctus m inter puncta i & h, per 9. primi huius, linea ergo m t eſt maior ꝗ h m. ergo ꝑ 8. quinti, maior eſt ꝓportio i m ad h m, ꝗ ad m t, ergo maior i m ad m h, ꝗ lineæ i a ad a t, ergo maior ꝓportio i m ad m h, ꝗ i a ad a h, qm̄ per 8. quinti maior eſt ꝓportio i a ad a t, ꝗ ad a h, cũ a t ſit minor quàm a h. Sit ergo per 3. primi huius ꝓportio lineæ i l ad l h, ſicut lineæ i a ad a h, cadet ergo ut prius pũctus l inter duo puncta m & i, quod poteſt oſtendi ſicut prius. Et his ſic præmiſſis innouabimus figurã. Fiat itaq; omnimoda diſpoſitio ut in præmiſſa figuratione, & in demõſtratione ulterius ꝓcedat̃. A pũctis itaq; l & m ducantur duæ lineæ cõtingentes circulũ d b e, ꝑ 16. tertij, quæ ſint l b & m g, & copulentur lineæ i h, h b, i g, t g, a b, a g, & educãtur lineæ a b, a g, ad circulũ exteriorẽ quælibet in punctũ z, quia itaq; ex præmiſſis eſt ꝓportio lineæ i l ad lineã l h, ſicut katheti i a ad ſui partẽ a h, patet per 12. huius, qm̄ punctus h eſt locus imaginis formæ puncti i, reflexæ à puncto ſpeculi, quod eſt b, quia danti oppoſitum accidit contrarium proportionis prædemonſtratæ lineæ i a ad lineam a h, erit enim tunc proportio lineæ i a, ad lineam ductam ad locum imaginis à puncto a, ſicut lineæ i l ad lineam ductam à pũcto l ad locũ imaginis, & quia ut præoſtenſum eſt, ꝓportio lineæ i l ad lineã h l, eſt ſicut lineæ i a ad h a: erit ergo punctus h locus imaginis, erit quoq; angulus i h z contentus ſub linea incidentiæ i b, & ſuper perpendiculari a b z, ducta à centro ſpeculi ad punctum reflexionis æqualis angulo h b a, quem continet linea reflexionis cum eadam perpendiculari a b z, quoniam ut patet per 9. huius, illa linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ, quæ eſt a i; uterq; enim illorũ angulorum eſt æqualis cui-

dam angulo reflexionis, qui exempli cauſa ſit z b x, ita ut centrũ uiſus ſit in puncto x, uel in aliquo puncto illius lineæ: angulo itaq; z b x æquat angulus i b z, p 20. quinti huius, p quę oſtēdit ꝙ angulus incidētiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & angulus h b a



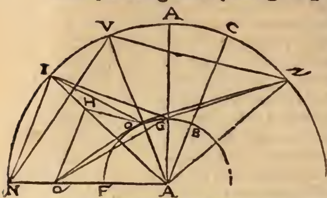
æquatur angulo x b z, per 15. primi. Et ſimiliter cũ pũctus h ſit locus imaginis, & linea l b ſit cõtingens circulũ in pũcto b, erunt anguli l b z & a b l recti, per 17. tertij. Sed angulus i b z eſt æqualis angulo h b a, relinquitur ergo angulus i b l æqualis angulo l b h. Similiter quoq; erit angulus i g z æqualis angulo t g a. & cũ linea m g ſit cõtingens circulũ in pũcto g, & perpendicularis ſuper diametrum a g, erit ſecundum præmiſſa angulus i g m æqualis angulo m g t. eſt enim ſecundũ præmiſſa punctus t locus imaginis formæ puncti i reflexæ à puncto ſpeculi quod eſt g. Item ducatur à puncto h ad lineam a b, per 31. primi, linea æquediſtans lineæ i b, quæ ſit h p, & à puncto c ducatur ſuper lineam a g æquediſtans lineæ i g, quæ ſit t k, erit ergo p 29. primi, angulus i b z æqualis angulo h p b. Sed angulus i b z ex præmiſſis eſt æqualis angulo h b a. Duo ergo anguli h b a & h p b ſunt æquales: ergo per 6. primi duo latera h b & h p ſunt æqualia: & ſimiliter ſequitur, quod duo latera t g & t r, ſunt æqualia: quia itaq; in trigono h p b, duo anguli h p b & h b p ſunt æquales, patet p triceſimãſecundã primi, quoniam uterq; ipſorum eſt acutus, angulus ergo h p a eſt obtuſus, ergo per decimamnonam primi, in trigono h a p, latus a h eſt maius latere h p. ergo & linea a h eſt maior quàm linea h b, & ſimiliter erit linea a t maior quàm linea t g. Amplius quoniam linea h p eſt æquediſtans lineæ i b, erit per uiceſimam nonam primi, & per quartam ſexti, proportio lineæ a i, ad lineam a h, ſicut lineæ a b ad lineam a p: & ſimiliter cum linea t r ſit æquediſtans lineæ i g: erit proportio lineæ a i ad lineam a t, ſicut lineæ a g ad lineam a r: ergo erit econtrario per quintam primi huius, proportio lineæ a h ad lineam a i, ſicut lineæ a p ad lineam a b. Sed linea a g eſt æqualis lineæ a b, per diffinitionem circuli: ergo per ſeptimam quinti, eadem eſt proportio linearum a g & a b ad lineam a r: eſt ergo proportio lineæ a i ad lineam a t, ſicut a b ad a r. Ablatis ergo hinc inde eiſdem medijs, quæ ſunt a i & a b, erit per uiceſimam ſecundam quinti, proportio lineæ a h ad lineam a t, ſicut lineæ a p ad lineam a r. Verum cum angulus h p a ſit obtuſus, palam per duodecimam ſecundi, quia quadratum lineæ a h excedet ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit bis ex ductu lineæ a p in lineam ductam à puncto p uſq; ad locum perpendicularis ductæ à puncto h ſuper lineam a p. Sed perpendicularis ducta à puncto h, ſuper lineam a p productam, neceſſario cadet in medio lineæ p h, per triceſimamprimam primi huius, quoniam lineæ h b & h p ſunt æquales: ergo per primam ſecundi, quadratum lineæ a h, excedit ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b. Sed per primam ſecundi, illud quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p, eſt æqualis ei quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b, & quadrato lineæ a p. Quadratum ergo lineæ a h excedit quadratum lineæ h p, in eo quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p. Eodem quoq; modo demonſtrandum, quod quadratum lineæ a t, excedit quadratum lineæ t r, in eo quod fit ex ductu unius linearum a g uel a b in a r, cum linea a g ſit æqualis ipſi a b: ducatur ergo linea a b in ambas lineas a p & a r, & prouenient duo præmiſſi exceſſus, quorum alterius ad alterum proportio per primam ſexti, eſt ſicut lineæ a p ad lineam a r, cum ipſorum ſit eadem altitudo, quæ eſt lineæ a b, eſt autem ex præmiſſis proportio lineæ a p ad lineam a r, ſicut lineæ a h ad lineam a t: erit ergo proportio exceſſus quadrati a h ſuper quadratum h p, ad exceſſum quadrati a t ſuper quadratum t r, ſicut lineæ a h ad lineam

neam a t:& cum h p ſit æqualis ipſi h b,& t r ſit æqualis ipſi t g, erit proportio exceſſus quadrati a h ſuper quadratum h b,ad exceſſum quadrati a t,ſuper quadratum t g, ſicut lineæ a h,ad lineam a t,quia uero per 25.tertij, illud quod fit ex ductu lineæ e h,in h d, eſt æquale quadrato lineæ contingentis ductæ à puncto h,ad circulum d b e,q per 60. primi huius,& per 8.erit minor quàm linea h b,illud quod fit ex ducto lineæ e h, in lineam h d,eſt minus quadrato lineæ h b,patet ergo quod illud qđ fit ex ductu a h,in b d, minus eſt quadrato h b,fiat ergo per 127. primi huius,ut illud quod fit ex ductu a h in h u,minorem linea h d,æquale ſit quadrato lineæ h b,& quoniam linea a h eſt maior ꝙ linea h b,erit quoqꝫ a h maior quàm h u,abſcindatur ergo h n à linea a h, per tertiã primi in puncto u,patet itaqꝫ per 2.ſecundi,quia quadratum lineæ a h,eſt æquale ei quod fit ex ductu lineæ a h, n h u,& in a u,illud quod fit ex ductu a h in a u, eſt exceſſus quadrati a h ſuper quadratum h b.Eſt ergo proportio lineæ a h,ad lineam a t, ſicut eius quod fit ex ductu a h in a u,ad exceſſum quadrati a t,ſuper quadratũ t g.Si itaqꝫ duæ lineæ a h & a t,ducanť in lineam a u,erit per 1.ſexti proportio eius quod fit ex ductu a h in a u,ad illud quod fit ex ductu a t in a u,ſicut lineæ a h ad lineam a t, ergo per nonam quinti,illud quod fit ex ductu lineæ a t in a u,eſt æquale exceſſui quadrati a t ſuper quadratum t g. Sed per ſecundam ſecundi, quadratum lineæ a t eſt æquale ei quod fit ex ductu a t in a u, & a t in t n,eſt ergo illud quod fit ex ductu a t in t n æquale quadrato t g,palam ergo quoniam ductus lineæ a h in h u,eſt æqualis quadrato h b,& ductus a t in t u,eſt æqualis quadrato t g. Item arcus b g diuidatur per æqualia in puncto o, per uiceſimam nonam tertij,ducaturqꝫ linea a o,& à punctis b & o & g ducantur tres perpendiculares ſuper lineam a h per duodecimam primi,ſcilicet b f,o y,g k,& à puncto g ducatur linea æquediſtans lineæ a h,per triceſimamprimam primi,quæ ſit g s,& à puncto b ducatur perpendicularis ſuper lineam a g,quæ ſit b t,& hic quidem b c ſi produceretur ad periferiam circuli,diuideret ipſam linea a g in duo æqualia per tertiam tertij, & ſimiliter diuideret arcũ cuius corda eſſet producta b c per æqualia in puncto g, & ita ſecaretur alius arcus æqualis arcui b g,quoniam in illum arcum caderet angulus c b g & ita angulus c b eſt medietas anguli qui ſuper centrum a caderet in illum arcum, per decimamnonam tertij.Sed ille angulus per uiceſimamſextam tertij eſt æqualis angulo g a b,quoniam cadunt in arcus æquales ſuper centrum a,igitur angulus c b g eſt medietas anguli g a u.eſt ergo per uiceſimamſextã tertij, angulus c b g æqualis angulo o a g, Duo autem anguli b s g & b c g ſunt recti,ergo per triceſimam tertij,ſi imaginetur circulus,cuius diameter ſit b g,tranſiens per punctum s, ille neceſſario tranſibit per punctum c,& fiet arcus c s,in quem cadent duo anguli c b s & c g s, ergo hi duo anguli per uiceſimamſextam tertij ſunt æquales.Sed angulus g a y æqualis eſt angulo c g s,per uiceſimamnonam primi,quoniam lineæ g s & a y æquediſtant:eſt ergo angulus g a y æqualis angulo c b s,ut autem prius oſtenſum eſt,angulus e b g eſt æqualis angulo o a g ergo totalis angulus o a y æqualis totali angulo g b s,ſed anguli a y o & g s b ſunt recti,eſt ergo trigonum b a o æquiangulum trigono g b s,ergo per quartam ſexti,eſt proportio lineæ g b ad lineam b s,ſicut lineæ o a ad lineam a y,& proportio g b ad g s,ſicut a o ad o y. Item quia angulus a h b eſt acutus per quadrageſimam ſecundam primi huius,palam per decimamtertiam ſecundi,quia quadratum lineæ a b minus eſt ambobus quadratis linearum a h & h b,in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis,igitur quadratum lineæ a h cum quadrato lineæ h b,maius eſt quadrato lineæ a b, uel quadrato eius æqualis,quæ eſt a d,in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis. Sed illud quod fit ex ductu a h in h f bis,eſt per primam ſecundi æquale ei quod fit ex ductu a h,in h d bis,& ex ductu a h in d f bis:illud autem quod fit ex ductu a h in h d bis, cũ quadrato lineæ a d,eſt æquale quadrato lineæ a h cum quadrato lineæ h d,per ſeptimam ſecundi;quadratum ergo lineæ a d,cum eo quod fit ex ductu a h in h d bis, quia eſt commune utrobiqꝫ,auferatur;remanet ergo quadratum lineæ d h, quod cũ eo quod fit ex ductu lineæ a h in f d bis,æquale quadrato lineæ h p.Sed ex præmiſſis patet, quod illud quod fit ex ductu a h in h t,eſt æquale quadrato h d,& illud quod ex ductu a b in h u,eſt

æquale quadrato h b, erit ergo ductus a h in h u æqualis ductui a h in h t ſemel & bis in d f, ablato ergo ductu a h in h t, qui communis ponitur utrobiq;, relinquit ut illud qđ fit ex ductu a h in t b ſemel, ſit æquale ei quod fit ex ductu a h in d f bis, ergo per 1. ſexti erit linea t u duplata linea d f. Item cū angulus a t g ſit acutus, erit ſecundū prædictū modum quadratū lineæ a t cum quadrato lineæ t g æquale quadrato lineæ a d, & ei qđ fit ex ductu a t in t h bis, & ita ei qđ fit ex ductu a t in d t bis & in d k bis. Remanebitq; ut prius quadratū lineæ t g æquale quadrato lineæ t d, & ei quod fit ex ductu a t in d k bis. Si autem per nonam ſexti, ut quæ eſt proportio a t ad t d, eadem ſit ipſius t d ad t σ: ergo per 16. ſexti, illud quod fit ex ductu a t in t σ, eſt æquale quadrato t d: ſed ex præmiſſis illud quod fit ex ductu a t in t u, eſt æquale quadrato t g: ablato ergo utrobiq; eo qđ fit ex ductu a t in t σ, reſtat ut illud qđ fit ex ductu a t in in σ u ſemel, ſit æquale ei qđ fit ex ductu a t in d k bis, igitur per primam ſexti, linea σ u eſt dupla lineæ d k. Sed iam oſtenſum eſt, quod t u eſt dupla ipſi d f. Reſtat ut linea σ t ſit dupla lineæ k f. Item quia ex præmiſſis illud quod fit ex ductu a h in h t, eſt æquale quadrato h d, ergo per decimā ſextam ſexti erit proportio a h ad h d, ſicut h d ad h t, eſt ergo proportio lineæ a h ad h t proportio duplicata lineæ a h ad h d: & ſimiliter per eandem rationem proportio a t ad t σ eſt duplicata proportio a t ad t d. Sed maior eſt proportio a t ad t d, quàm a h ad h d, per quartam primi huius, qnoniam eiuſdem lineæ quæ t h prioribus antecedenti & conſequenti fit additio, ergo maior eſt proportio lineæ a t ad lineam t σ, quàm lineæ a h ad lineam a t, ergo per decimam primi huius, erit permutatim maior proportio lineæ a t ad lineam a h, quàm lineæ t σ ad lineam h t. Sed a h eſt maior quàm a t, quoniam totum eſt maius parte, ergo h t eſt maior quàm t σ ad h t. Sed t σ eſt dupla ad f k, ut patet ſuperius, ergo h t eſt magis quàm dupla ad f k. Item ut ſupra demonſtratum eſt, proportio b g ad g s, eſt ſicut o a ad o y, ergo permutatim per decimamſextam quinti, erit proportio b g ad o a, ſicut g s ad o y. Sed o a eſt æqualis ipſi b a per circuli diffinitionem, & g s eſt æqualis ipſi f k per triceſimamquartam primi, erit ergo per ſeptimam quinti ꝓportio b g ad b a, ſicut f k ad o y. Item quia ut prius quaſi in principio patuit, linea i h eſt minor medietate lineæ o h, & linea o h eſt tripla lineæ h t: erit ergo linea i h minor quàm linea h t, & quàm ipſius medietas. Sed linea h t eſt minor quinta parte lineæ h d, ut prius declaratum eſt, ergo linea i h eſt minor quàm linea c d: ſed linea n d eſt maior quàm c d, ergo i h eſt multo minor quàm n d: eſt autem m i minor quàm i h: ergo m i eſt multo minor quàm n d, & quoniam z h eſt æqualis ipſi h d, ut præmiſſum eſt: patet quod punctum i cadet inter duo puncta h & z, ergo & punctum m cadit inter duo puncta h & z. Item illud quod fit ex ductu e z in z d, ſuppoſitum eſt æquale eſſe quadrato ſemidiametri a d, igitur illud quod fit ex ductu e m in m d, eſt minus quadrato a d, eſt autem id quod fit ex ductu e m in m d æquale quadrato lineæ contingentis circulum, qui m g, per triceſimam quintam tertij, quadratum ergo lineæ m g, eſt minus qnadrato lineæ a d, ergo linea a d eſt maior quàm linea m g. Igitur linea m g eſt minor quàm linea a g, æqualis ipſi lineæ a d, cum ſint ſemidiametri eiuſdem circuli. Et quia duo trigona a g m & m g k, habent unum angulum a m g communem. Sed & angulus a g m eſt rectus per decimam ſeptimam tertij, & angulus m k g eſt rectus per diffinitionem perpendicularis. ergo per triceſimam ſecundam primi, illa trigona ſunt æquiangula, ergo per quartam ſexti eſt proportio lineæ m k ad lineam k g, ſicut lineæ m g ad lineam g a ſed linea m g eſt minor quàm linea a g, ut iam patuit, ergo linea m k eſt minor quàm linea k g. Sed linea k g eſt minor quàm linea o y, per decimamquartam tertij, & linea h d eſt minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea o y, & quia per præmiſſa & per decimam ſextam ſexti eſt proportio lineæ a h ad lineam h d, ſicut lineæ h d ad lineam h t. Cum itaq; linea h q ſit medietas lineæ h d, erit per decimam quintam quinti proportio lineæ a h ad lineam h q, ſicut lineæ h d ad medietatem lineæ h t, patuit autem ſupra quod linea h t eſt magis quàm dupla lineæ k f: & linea h d eſt minor quàm linea o y, eſt ergo maior proportio medietatis lineæ h t ad lineam h d, quàm lineæ f k ad lineam o y, per nonam primi huius,

ius, eſt ergo per undecimam quinti, & per 5. primi huius, proportio q h ad a h, maior ꝙ f k ad o y. Item linea a q, ſecat circulũ e b d, ſit punctus ſectionis x, & ducat̃ corda d x, quæ ꝓpter æquediſtantiã arcuũ h q, d x, erit æquediſtans cordæ h q, per 43. primi huius, & per 28. primi, erit per 29. primi, & per 4. ſexti, ꝓportio h q ad a h, ſicut d x ad a d, ſed ꝓportio h q ad h a, eſt maior ꝙ f k ad o y, erit ergo proportio d x ad d a, maior ꝙ f k ad o y, eſt aũt ex p̃miſſis f k ad o x, ſicut g b ad a d, eſt ergo maior ꝓportio x d ad d a, ꝙ b g ad g a, ſed d a eſt æqualis ipſi g a, quia ſemidiameter, ergo per 10. quinti, corda x d eſt maior ꝙ corda b g, ergo per 27. tertij, erit arcus d x, maior arcu b g, ꝓducatur item linea a q, extra circulum ad punctũ s, donec per 3. primi, fiat a s æqualis lineæ a i, & copulentur lineæ s i, quæ per 7. quinti, & per ſecundã ſexti, erit æquediſtans lineæ h q, ergo per 29. primi, & per 4. ſexti erit ꝓportio s i ad h q, ſicut i a ad a h, eſt autẽ præoſtenſum qđ eſt proportio i a ad a h, ſicut t q ad q h, ergo per 9. quinti, linea s i eſt æqualis lineæ t q, cum ipſaꝝ ambaꝝ ad lineam q h, eadẽ ſit proportio quæ lineæ i a ad lineam a h. Quia uero numerus aſſumendaꝝ lineaꝝ excedit multipliciter numerum literaꝝ latinarũ, ne forte fiat intricatio in nominibus ipſaꝝ literaꝝ, mutetur figura, & qm̃ linea nouiter aſſumpta, quæ eſt a s, poſita eſt æqualis lineæ a i, fiat circulus ſuper centrũ a, ſecundũ ipſatum quantitatẽ, & loco s, ponatur litera n, ſitq́; circulus d g b, ſimilis priori circulo qui d b e, & ꝓducantur lineæ a b & a g, uſq; ad circulũ exteriorem in puncta c & r, & ſint lineæ a b c, & a g r, permutenturq́; lineæ a i & a s, ita ut linea a d i, ſit loco lineæ a x s, & loco lineæ a d i, ſit linea a f n, ponaturq́; loco literæ s, litera n, & loco literæ x, ponatur f eritq́; ut præoſtenſum eſt arcus d f, maior arcu g b. Sit ergo arcus b m æqualis arcui d f, quod fiet per ultimã ſexti, ſi prius per 23. primi, ſuper a terminũ lineæ a b, fiat angulus æqualis angulo d a f, qui ſit b a m, ꝓducatur quoq; linea a m, ad exteriorẽ periferiam in punctum u, & ſit a m u, ducant̃ etiã lineæ i b, i g, i m, n m, quæ producantur uſq; ad exteriorẽ circulũ, & cadit in punctũ z, & ducant̃ lineæ z a, z g, cũ itaq; arcus b m, ſit æqualis arcui d f, addito cõmuni arcu d m, erit arcus m f, æqualis arcui d b, ergo per 46. tertij, erit angulus n a m, æqualis angulo i a b, quia itaq; trigonoꝝ n a m, i a b, duo latera unius ſunt æqualia duobus lateribus alterius, & angulus angulo, ergo per 3. primi, erit linea n m, æqualis lineæ i b, & angulus m n a, æqualis angulo i b a, remanet ergo per 13. primi, angulus n m u, æqualis angulo i b c. Et cũ in præmiſſa proxima figuratione linea a h, fuerit poſita æqualis ipſi lineæ a q, erit trigonoꝝ q a m, & a h b, duo latera a q & a m, æqualia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m eſt æqualis angulo h a b, erit ergo p 4. primi, linea q m, æqualis lineæ h b, & angulus q m a, æqualis angulo h b a, remanet ergo angulus q m n, æqualis angulo h b i, & angulus q m u, æqualis angulo h b c, per 13. primi, & quia lineæ a n & a i, ſunt æquales per diffinitionẽ circuli, & linea a q eſt æqualis ipſi a h, ex hypotheſi. Remanet linea n q, æqualis lineæ i h, quia itaq; angulus n m u, eſt æqualis angulo i b c, & angulus i b c, ut p̃oſtenſum eſt, æqualis eſt angulo h b a, angulo uero h b a, eſt æqualis angulo q m a, erit angulus n m u, æqualis angulo q m a, patet aũt quod linea m z, tota eſt extra circulũ, ꝗa cum linea contingens circulũ ducta à puncto b, cadet inter puncta i & h, ut præoſtendimus, & quia eſt eadem remotio puncti b, à puncto h, quæ puncti m, à puncto q, qm̃ oſtenſum eſt, quod linea b h, eſt æqualis lineæ q m, & linea i h, eſt æqualis lineæ n q, patet qđ contingens ducta à puncto m, cadet inter puncta n & q, igit̃ cũ linea q m, cadat ſub linea contingente, patet per 15. tertij, qm̃ ipſa ſecat circulũ, eſt ergo tota linea m z, extra circulũ, qm̃ linea q m z, poſita eſt eſſe linea una recta, propter qđ etiã erit per 15. primi, angulus q m a, æqualis angulo u m z, ſed angulus n m u, oſtenſus eſt eſſe æqualis angulo q m a, erit ergo angulus n m u, æqualis angulo u m z, ergo per 8. huius, forma puncti n, reflectit̃ à pũcto ſpeculi m, ad uiſum exiſtentem in puncto z, & erit per 11. huius, locus imaginis punctus q. Item quia angulus n m u, eſt æqualis angulo u m z, erunt per ſuppoſitionem primi huius lineæ n m, z m, æqualiter diſtãtes à diametro a u, ergo per 7. tertij, ipſæ ſunt æquales. Ducantur itaq; lineæ n u & z u, quæ per 4. primi, erunt æquales cõmuni exiſtente linea m u, ambobus trigonis n m u, & z m u, ergo per 27. tertij, arcus n u, eſt æqualis arcui u z, ergo per

26.tertij,angulus n a u,eſt æqualis angulo u a z.Sed ex pmiſſis patet qđ angulus n a u, eſt æqualis angulo i a c,erit ergo angulus i a c, æqualis angulo u a z, angulus uero b a

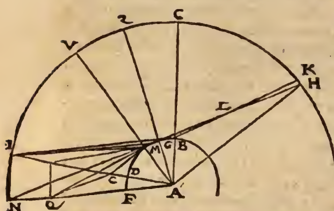


g,aut erit æqualis angulo g a m,aut minor aut maior,ſit primo æqualis, ſi igitur ab angulo i a b,ſubtrahatur angulus b a g,& ab angulo z a u angulus g a m,remanebit angulus i a g, æqualis angulo z a g,& quia duo latera i a & a g ſunt æqualia duobus lateribus z a & a g,ergo per 4. primi,erit linea i g,æqualis lineæ z g, & angulus i g a,æqualis angulo z g a, ergo per 13.primi,angulus i g r, eſt æqualis angulo z g r, fiat itaq; ſup g terminũ lineæ a g, angulus æqualis angulo i g r,per 23.primi, qui ſit angulus t g a, ducta linea g t,ſuper lineã i a,erit ergo angulus t g a,æqualis angulo z g r. Si igit̃ linea t g pducatur ad periferiam circuli,palam per 15.primi,q̃m ipſa perueniet ad punctum z,linea eñ z g & t g,coniunctæ in puncto g,fiunt linea una per 14. primi,eſt ergo t g z linea una recta,forma ergo puncti i,reflectit̃ à puncto ſpeculi g, ad uiſum exiſtentem in puncto z,& locus imaginis eius eſt punctum t,palam itaq; q̃m ad uiſum exiſtentem in puncto z,reflectuntur formæ duorum punctoꝝ n & z,à duobus punctis ſpeculi ſphærici conuexi quæ ſunt m;& g,& loca imaginum ſunt puncta t & q, igitur per 11.huius, linea t q,erit imago totius lineæ m:pbatum eſt autẽ ſupra, quod linea t q eſt æqualis lineæ y i,palam ergo,q̃m accidit in his ſpeculis imaginem eſſe æqualẽ rei uiſæ, quod eſt unum ppoſitoꝝ. Quod ſi angulus b a g,fuerit maior angulo g a m,abſtrahatur b a g ab angulo i a b,& angulus g a m,ab angulo z a u,æqualis angulo i a b. Remanebit ergo angulus z a g,maior angulo i a g. Sic ergo angulus k a g, æqualis angulo i a g, erit quoq; angulus k a g,minor angulo z a g,per 23.primi, ducta linea à centro ad circumferentiam in punctum k,& copuletur linea k g, punctum ergo k, erit altius puncto z, & punctum m,altius puncto g,linea ergo k g, ſecabit lineam z m.Sit ut ſecet ipſam in puncto l,& producatur k g,ſuper lineam i a,in punctum t,fiat quoq; deductio ut ſtatim in proxima linea t g,palam ergo qđ uiſui exiſtente in puncto l,reflectetur ad ipſum forma puncti n,à puncto m,& locus imaginis q,& ſimiliter ad ipſum reflectet̃ forma puncti i,à puncto g,& locus imaginis erit t,ſecundũ priorem probationem,erit quoq; linea t q,imago lineæ y i,quæ eſt æqualis ipſi,ut ſupra oſtenſum eſt,& ſic ſequitur idem ppoſitum quod prius. Si uero angulus b a g,fuerit minor angulo g a m,erit ut ſupra angulus z a g,minor angulo i a g.Sic ergo angulus o a g, ducta linea a o,ad periferiã circuli æqualis angulo i a g,erit ergo angulus o a g,maior angulo z a g, eſt ergo punctum o inferius puncto z,& producatur linea o g,quæ incidat lineæ i a,in puncto t, palã itaq; quod forma puncti reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto o, à puncto ſpeculi g, linea itaq; o g,aut ſecabit lineam z m q,extra circulum ſpeculi, aut non, ſi ſit poſſibile ſecet ipſam extra circulũ,ſi in puncto ſectionis fuerit uiſus,reflectent̃ ad ipſum duæ formæ punctoꝝ n & i,à punctis ſpeculi m & g,& loca imaginum erunt puncta q & t,& tota linea q t,imago totius lineæ y i,& erit per præmiſſa æqualis ei,patet itẽ hoc qđ prius q̃m imago rei uidebitur in hoc ſitu æqualis ipſi rei.Si forte linea o g, ſecet lineam z m q, intra circulum ſpeculi,tunc non poteſt accedere probatio præmiſſa, ſed extra totalem hanc ſuperficiem eſt poſſibile inueniri punctum,in quo poſito uiſu reflectant̃ ad ipſum formæ duoꝝ punctoꝝ n & i,à duobus punctis ſpeculi,& ipſorum imagines erunt puncta q & t,q̃m eñ ut patet ex prius præoſtenſis,angulus n a z,eſt duplus angulo n a u, æquali angulo i a b,ut patet ex pmiſſis,& angulus i a o, eſt duplus angulo i a g,eſt aũt angulus i a b,maior angulo i a g,in angulo g a b,& quia angulus g a b, eſt ex hypotheſi minor angulo m a g,patet quod angulus g a b,eſt minor medietate anguli m a b,totus uero angulus m a b, eſt per ultimam ſexti,æqualis angulo n a i, q̃m arcus d f, eſt æqualis arcui m b,ergo angulus g a b,eſt minor medietate anguli n a i,angulus ergo n a z,exce-

dens

dens angulum i a o, in duplo anguli g a b, non excedet ipſum in angulo maiori ꝙ ſit an gulus n a i, duo ergo anguli n a i, & n a z, ſunt maiores tertio, qui eſt i a o, & duo anguli n a z, & i a o, ſunt minores tertio, qui eſt n a i, & duo anguli i a o, & n a i, ſunt minores ter tio, q eſt n a z, ſunt ergo iſti tres anguli n a i, n a z, & i a o, quoꝝ quilibet duo ſunt mino res tertio, omnes aũt tres ſimul 4. rectis ſunt minores, qm̃ anguli ſuper centrum a, 4. re ctis ſunt æquales, ipſos impoſſibile eſt euacuare, ut patet, igitur per 23. undecimi, poſſi bile eſt ex illis fieri unum angulum ſolidũ, fiat ergo ille ſuper cẽtrum a, per eandem 23. undecimi, & ſit linea s a, eleuata ſuper ſuperficiem circuli in puncto a, taliter ut angulus i a s, ſit æqualis angulo i a o, & angulus n a s, ſit æqualis angulo n a z, angulus uero n a i maneat ut eſt in ſuperficie circuli immotus, fiat itaꝗ linea a s, æqualis alicui linearum a n, uel a a, uel a o, quæ om̃es ſunt æquales, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, & pro ducantur lineæ t s, q s, quia itaꝗ angulus t a s, eſt æqualis angulo t a o, ut patet ex p̃miſ ſis, & duo latera t a & a o, ſunt æqualia duobus lateribus t a & a s, & angulus t a o, eſt æ qualis angulo t a s, ut patet ex præmiſſis, erit per 4. primi, baſis t s, æqualis baſi t o, & to tus triangulus toti triangulo, erit ergo angulus o t a, uel g t a, æqualis angulo s t a. Simi liter & q anguls q a s, eſt æq̃lis angulo q a z, & duo latera duob. laterib. erit ergo, ut prius angulus z q a, qui eſt m q a, æqualis angulo s q a, diuidat itaꝗ angulus t a s, per æqualia per lineam a y, ex 9. primi, & ſit y punctus, in quo linea diuidens angulũ, ſecat lineam t s, palã cũ angulus i a g, ſit medietas anguli i a o, ut patet ex p̃miſſis, erit angulus t a g, æ qualis angulo t a y, ſed & angulus g t a, oſtenſus eſt æqualis angulo y t a, & quia duob trigonis y t a, & g t a, latus t a, eſt cõmune, erit per 26. primi, trigonus y t a, æqualis trigo no g t a, qm̃ latus t y, erit æquale lateri t g, & latus a y, æquale lateri a g, erit ergo pũctus y, in ſupficie ſpeculi ſicut & punctũ g, cũ ambo æqualiter diſtent à centro ſpeculi, qđ eſt a, & quia angulus t a g, eſt æqualis angulo t a y, erit angulus i a g, æqualis angulo i a y, & latera lateribus ſunt æqualia, qm̃ i a eſt cõmune, & a y eſt æquale ipſi a g, ergo p 4. pri mi, erit angulus a g i, æqualis angulo a y i, & linea i y, ꝑducta erit æqualis lineæ y g, & ꝑducatur a y, extra ſpeculũ uſq ad punctũ p, reſtat ergo angulus i g r, æqualis angulo i y p, uerum cũ linea t s ſit æqualis lineæ t o, ut ſupra patuit, & t y æqualis ipſi t g, reſtat li nea g o, æqualis lineæ y s, duo ergo latera a y & y s, ſunt æqualia duobus lateribus a g, & g o, & baſis a s, eſt æqualis baſi a o, ergo p 8. primi, trigonoꝝ a y s, a g o, anguli æq̃s late ribus cõtenti ſunt æquales, angulus ergo a y s, eſt æqualis angulo a g o. Reſtat ergo per 13. primi, angulus s y p, æqualis angulo o g r, igiĩ duo anguli i g t, & o g r, æquales ſunt duob angulis i y p, s y p, uerũ linea a s, ſecat ſupficiẽ cõuexã ſpeculi, ſit pũctus ſectiõis e, tria ergo puncta q̃ ſunt e y d, ſunt in ſupficie cõuexi ſpeculi, lineæ ergo à centro ſpeculi qđ eſt a, ad illa tria pũcta, ꝑductæ ſunt æquales, q uero trigonũ t a s, eſt p ſecundã 11. totũ in eadẽ ſupficie, patet qđ iſta tria puncta d y e, q̃ ſunt in laterib illius trigoni ſunt in eadẽ ſupficie, ergo linea e y d, eſt p 9. tertij, arcus circuli magni ſphæræ ſpeculi, cuius cẽtrũ eſt a cẽtrũ ſpeculi, eſt aũt i ſupficie reflexiõis cõmunis ſectio ſupficiei ſpeculi & refle xiõis t s p, p p̃timã huius, ergo forma pũcti i, reflectiẽ ad uiſum exiſtẽtẽ i pũcto à pũcto ſpeculi y, & locus imaginis eſt punctũ t. Similiter diuiſio angulo n a s, p æq̃lia p lineã a x, ductã ſup q s, in punctũ x, & ꝑductã extra ſpeculũ ſupficiẽ in punctũ σ, demonſtrabiẽ pdicto mõ, q linea q x, erit æq̃lis q m, & a x æq̃lis a m, & liea x s, æq̃lis m z, & duo angu li n x o, & s x o, erũt æq̃les duob angulis n m u, & z m u, & ita forma pũcti n, reflectẽ ad uiſum exiſtentẽ in pũcto s, à pũcto ſpeculi x, & locus imaginis eſt punctũ q, & ita ut prius formæ duoꝝ punctoꝝ n & i, reflectunẽ à duob pũctis ſpeculi x & y, ad uiſum ex iſtentẽ in pũcto s, & erit linea t q, imago lineæ i n, eſt aũt linea t q, æq̃lis lineæ i n, patet ergo ꝓpoſitũ, ut prius. Itẽ ſi à pũcto i, ducaẽ ꝑpendicularis ſup lineã n a, illa cadet iter pũcta n & q, nõ extra punctũ n, qa cũ p 42. primi huius, angul i n a, ſit acutus, ſi caderet extra punctũ n, fieret acutus extrinſecus recto, & ita maior p 16. primi, qđ eſt ipoſſibi le, cadet ergo illa ꝑpendicularis circa punctũ n, faciet ergo illa ꝑpendicularis angulũ re ctũ, ſup lineã n q, quã reſpiciet linea i n, ergo p 46. primi, erit linea i n, maior illa ꝑpẽdicu lari, ergo illa ꝑpẽdicularis erit minor ꝙ linea t q, q̃ eſt æqualis lineæ i n, pũctus itaꝗ li neæ n q, i quẽ cadit illa ꝑpẽdicularis, q ſit k, reflectiẽ ad uiſum i pũcto s, exiſtente ab aliq̃ puncto

puncto ſpeculi,& locus imaginis ſuæ erit in linea n a,per 11.huius,erit remotior à centro ſpeculi,qđ eſt a,ultra punctū q,ꝙ ſit ipſum punctū q,ut patet per 17.huius, quanto ẽm remotiora ſunt puncta quorũ formæ reflectunť à ſpeculis ſphæricis conuexis, tanto loca imaginū magis accedunt ad centrū ſpeculi,ſed punctus i,illius perpendicularis reflectitur ad uiſum à puncto ſpeculi y, & locus ſuæ imaginis eſt punctū t, quæcunq; uero linea ducitur à puncto t,ad aliquod punctum lineæ n q,ultra q,propius ad punctum n,ut linea t k,illa cū opponať angulo obtuſo,ut patet, erit per 19. primi, maior ꝙ linea t q,ergo etiā erit maior ꝙ linea i n,quæ eſt maior illa perpendiculari,cuius imago uiſui occurrit,patet ergo ꝙ imago illius ꝑpendicularis erit maior ipſa perpendiculari, & idẽ accidit,quæcunq; linea ducatur à puncto i,ad lineā n q,inter illam perpendicularẽ i k & linea i n,erit ẽm ſemꝑ linea i n,maior illa linea per 46.& per 19.primi,& imago illius lineæ ſemꝑ erit maior ꝙ linea q t,& ita ſemper erit imago ipſius maior ꝙ ipſa,quod eſt ꝓpoſitum. Poſſunt aūt hæc clarius patefieri, quia ẽm forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto z,à puncto ſpeculi m,& locus imaginis eſt punctū q,patet qđ linea reflexionis quæ eſt z m q,ſecat circulum, ſit punctū ſectionis e, patet ergo quod contingens ducta à puncto z,ad circulū qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, nō poteſt cadere in punctū m, quia per 21.huius,angulus a m z,oportet qđ ſit maior recto, quod eſſet contra 17.tertij, ſi linea z m,eſſet circulum contingens, non poteſt cadere in punctum e,quia ibi ſecat & nō contingit,cadet ergo in aliquod punctū arcus m e, & ꝓducta ad lineam n a,cadet altius ꝙ punctū q,quoniam punctus in quem cadit,dicitť finis contingentiæ,qui ſit n,& eſt meta imaginum,ut patet per diffinitionẽ,& puncta ſub illo puncto l,qui eſt meta imaginum exiſtentium non poterunt reflecti ad uiſum,ſuperiora uero illa poterunt reflecti,igiť perpendicularis ducta à puncto i, ſuper lineā n q,ſi ceciderit altius puncto n,qui eſt meta imaginū,poteſt reflecti ad uiſum punctus ille lineæ n q,in quẽ ipſa perpendicularis cadit,& erit ut p̃miſſum eſt imago perpendicularis maior ipſa perpendiculari. Si uero perpendicularis cadat in ipſum pūctum ii,qui eſt meta imaginū,uel inferius illo,tunc forma puncti nunꝙ cadit perpẽdicularis nec reflecteť,quare nulla erit imago ipſius perpendicularis,ueruntamẽ qm̃ ii finis contingentiæ eſt inferior ꝙ linea i n,& plus ad centrum, erunt inter punctū, qui eſt finis contingentiæ ii,& punctū n, infinita puncta,quorũ quodlibet reflectitur ad uiſum,& imago cuiuslibet erit ſuper lineā n q, & cuiuslibet lineæ ductæ à puncto i, ad quodlibet illorum,erit imago maior illa linea, cuius eſt imago, patet ergo propoſitum longis ambagibus certius perquiſitum.

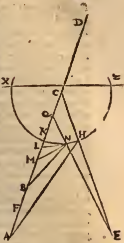


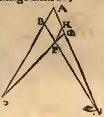
XXXIX.

In omni diſtantia qua certa quantitas rei à uiſu poteſt comprehendi,imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo ſphærico conuexo minor uidetur quàm forma rei extra.

Sit a b linea uiſa,& ſit z x,arcus circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi,cuius centrum d,ſitq; e centrum uiſus,& reflecteť forma puncti a,ad uiſum e,à puncto reflexionis h,arcus z x,& forma puncti b,à puncto n, intelligaturq; linea a b,ꝓduci intra ſpeculū,aut ergo ipſa tranſit centrū ſpeculi, aut non. Sit aūt primo qđ tranſeat,& ducatur linea a b d,ducať quoq; à puncto n, linea contingens circulū,quæ ſit n l,& à puncto h ducatur cōtingens,quæ h m,& ducantur lineæ incidentiæ & reflexionis,quæ ſint b n,e n,a h,e h,ꝓducanturq; lineæ reflexionis e b & e n, donec cadant in ꝑpendiculare a d,& incidat linea e h,in punctum t,& linea e n,in punctum

ctum q, palam ergo per 11. huius, quoniam t eſt locus imaginis formæ puncti a, & q eſt locus imaginis formæ puncti b, dico quod linea a b eſt maior ꝙ linea q t, patet enim ex 12. huius, quia ꝓportio a d ad d t, eſt ſicut a m ad m t. Similiter per eandẽ ꝓportio b d ad d q, eſt ſicut ꝓportio b l ad l q, ſed a d eſt maior ꝙ b d, & d t eſt minor ꝙ d q, ergo per 9. primi huius, maior erit ꝓportio a d ad d t, ꝙ b d ad d q, ergo per 11. quinti, maior erit ꝓportio a m ad m t, ꝙ b l ad q l, ſecetur ergo linea a m, in puncto f, per 3. primi huius, ita ut proportio f m ad m t, ſit ſicut h l ad l q, & ita cũ m t ſit maior ꝙ l q, erit per 14. quinti, f m maior ꝙ b l, ergo per 8. quinti, erit f m ad t m maior ꝓportio ꝙ b l ad t m, erit ergo minor ꝓportio b l ad m t, ꝙ b l ad l q & multo magis erit minor ꝓportio b l ad m t, ꝙ b l ad q l, ſecẽt ergo m t in puncto k, taliter ut ꝓportio b m ad m k, ſit ſicut b l ad l q, palam ergo per naturã proportionis, & per 8. quinti, q̃m punctus k neceſſario cadet ĩtra pũcta m & q, linea enĩ l q, minor eſt ꝙ m q, & linea b l eſt maior ꝙ linea b m, cũ igitur ſit ꝓportio f m ad m t, ſicut b l ad l q, & ſicut b m ad m k, erit per 19. quinti, ꝓportio f b ad k t, ſicut b l ad l q, ſed b l eſt maior ꝙ l q, ergo f b eſt maior ꝙ k t, ſed f b eſt minor ꝙ a b, & k t eſt maior ꝙ q t. Si ergo f b eſt maior ꝙ k t, ergo multo fortius a b eſt maior ꝙ q t, & hoc eſt propoſitũ. Si uero linea a b, producta nõ perueniat ad centrum d, ducatur à puncto a, linea ad centrũ d, quæ ſit a d, & à puncto b ducatur b d, & locus imaginis a ſit punctus g, locus imaginis b, ſit punctus p, & ducatur linea p g, erit ergo linea p g, imago lineæ a b, dico quia a b eſt maior ꝙ p g, aut enĩ p g eſt æquediſtans lineæ a b, aut nõ, ſi fuerit æquediſtans, palã quia p g eſt minor ꝙ a g, per 29. primi, & per 4. ſexti, cũ enĩ ſit ꝓportio a b ad p g, ſicut a d ad d g & a d, ſit maior ꝙ d g, erit a b maior ꝙ p g. Si uero linea p g, nõ ſit æquediſtans ipſi a b, ꝓducatur uſq; quo cõcurrat cũ a b, & ſit punctus cõcurſus z, & à puncto p ducatur æquediſtans a b, quæ ſit p h, angulus ergo p g h, ſi ſit rectus uel maior recto, erit per 18. primi, latus p h, maius latere p g, ſed p h eſt minus ꝙ a b, per 4. ſexti, ergo p g eſt minus ꝙ a b, ſi angulus p g h fuerit acutus, maior tñ angulo p h g, adhuc ſequitur idem qđ prius: quod aũt angulus p g h, ſit minor angulo p h g, hoc non poteſt accidere, niſi cũ tanta fuerit rei à ſpeculo diſtantia, ꝙ illa diſtantia ipſi etiam uiſui uideretur minor ꝙ ſit ſecundum ueritatem, tunc autẽ poteſt imago uideri maior ꝙ forma per ſe uiſui occurrens, ut patet per præmiſſam, patet ergo propoſitum.

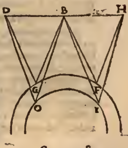




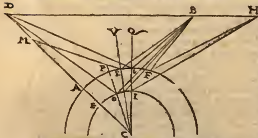
XL.

In minoribus ſpeculis ſphæricis cõuexis eiuſdẽ rei apparẽt idola minora.

Sint duo puncta ſpecula ſphærica conuexa ſuper idem centrum t, collocata, exempli cauſa quorum maioris circulus cõmunis ſibi & ſuperficiei reflexionis ſit a g, minoris uero ſit e i, fiat quoq; reflexio formæ alicuius uiſibilis ut ipſius h d, ab utroq; illorũ ſpeculorũ ita ut forma pũcti d reflectatur à puncto g, circuli ſpeculi maioris. ſ. ipſius a g, ad uiſum qui ſit b. Si itaq; idem uiſibile d reflectatur ad uiſum b ab aliquo puncto circuli e, ſpeculi minoris ut à puncto o, non eſt poſſibile ut linea reflexionis, quæ ſit o b, cadat in pũctum g ſpeculi circuli maioris: detur enim ut cadat in punctũ g, & reflectatur ad uiſum b, & ducatur linea d g, ut prius, manifeſtum itaq; p 8. huius, q̃m linea à centro ſpeculi t, ad punctũ g producta diuidit angulũ d g b, per duo æqualia, quæ producta ſit t g q, & q̃m forma puncti d, incidit pũcto ſpeculi minoris quod eſt o, ducatur linea t o, à centro ſpeculi, hæc diuidet angulum d o b, per æqualia, & produ-



cta ſit t o p, quia itaq; angulus d g b, extrinſecus eſt ex hypotheſi angulo d o b, in trigono d o g, palam per 16. primi, qm̄ ipſe eſt maior illo, ergo medietas anguli d g b, eſt maior medietate anguli d o b. & ita angulus q g b, maior eſt angulo p o g, ſed angulus o g t eſt æqualis angulo q g b, per 15. primi, ergo angulus p o g, extrinſecus erit æqualis angulo o g t, intrinſeco in trigono t o g, quod eſt contra 16. primi, & impoſſibile: nō ergo tranſibit linea reflexionis o b punctū g, ſed neq; ultra punctum g, uerſus punctum a, ad aliquod aliud punctum ſpeculi maioris incidere poteſt, ſi eñ hoc ſit poſſibile ſit ut ad punctum r incidens reflectaī linea d o ad b, palam autē per 17. huius, cum a pūctus lineæ d a, cadat in ſuperficie ſpeculi & reflectaī ab illo puncto cui incidit, & punctum d, reflectitur a puncto g, quia quodlibet ipſoꝝ lineæ d a, reflectitur ab aliquo punctoꝝ arcus a g, & fiunt ꝓpinquiora centro ſpeculi, quod eſt t, quia reflectuntur à puncto remotiori à centro uiſus, quod eſt b, aliquod ergo punctoꝝ lineæ d a, reflectetur à puncto r ad b, ſit illud m, & accidet idem impoſſibile q̄d prius, ductis lineis m r, r b, t r, uel ſit forma puncti d, reflectitur à puncto ſpeculi maioris quod eſt g, & item per reflexionem à puncto ſpeculi minoris quod eſt o, incidet puncto ſpeculi maioris, quod eſt r, à duobus ergo punctis maioris ſpeculi quæ ſunt g & r, reflectitur forma unius puncti ad uiſum b, conciduut ergo radij à duobus punctis huius ſpeculi reflexi, quod eſt contra 15. huius, & impoſſibile: non cadet ergo radius reflexionis à pūcto o, ſpeculi minoris in aliquod punctu n arcus a g, ſpeculi maioris, à quo fit reflexio formaꝝ punctoꝝ lineæ a d, ſed directe peruenit ad uiſum in punctū b, trans aliquem punctoꝝ arcus circuli ſpeculi maioris, circa punctum g. Similiterq; ſit ut punctus b, lineæ d a, ex alia parte uiſus b, q; ſit punctū d, reflectaī ad uiſum b, ab aliquo puncto ſpeculi maioris quod ſit f, eritq; f per 17. huius, ex alia parte puncti g, reflectaturq; forma puncti h, à puncto i, minoris ſpeculi ad punctum b, fiet quoq; reflexio à pūcto i ad b, ſimiliter ut prius, quia ergo angulus g b f, ſub quo apparet idolū in maiori ſpeculo eſt maior q̄ angulus o b i, patet per 40 quarti huius, qm̄ in maiori ſpeculo maius apparet idolum q̄ in minori, formæ eñ magnæ coanguſtanī circa centra minorum ſpeculoꝝ, q̄ circa centra maiorum, unde fiunt



ſemꝑ maiores in ſpeculis maioribus, uniuerſaliter autē in omni ſitu proportionato rerū ad ſpecula poteſt patere ꝓpoſitum per 46. primi huius, qm̄ partes diametrorū circuli maioris ſunt maiores & minoris minores, & fiunt ex conſequenti imagines maiores & minores ut patet per 11. huius, patet ergo propoſitum.

XLI.

In eodem ſpeculo ſphærico conuexo centro uiſus immoto exiſtente imago rei approximatæ ſuperficiei ſpeculi uidetur maior, & ſecundum eandem lineam elongatæ minor.

Quoniam eñ ut patet per 11. huius, imagines punctoꝝ rei uiſæ uidentur in kathetis ſuæ incidentiæ & imagines rerum uiſaꝝ inter kathetos incidentiæ ſuoꝝ terminorū katheti uero punctoꝝ terminalium rei à ſpeculi ſuperficie elongatæ cōtinent angulum minorē, & approximatæ maiorē per 34. primi huius, linea eñ æqualis & æquediſtans baſi trigoni uicinior angulo ſupremo maiori angulo ſubtenditur, & qm̄ mutata reſecādum locum, mutaī ipſius imago in omni ſpeculo, ut patet per 28. quinti huius, patet qđ imago rei elongatæ fit minor, unde & uidetur minor, & approximatæ ſuperficiei ſpeculi fit maior, unde & uidetur maior, quod ſecundum præmiſſa in proxima præcedente uidetur ſub maiori angulo contento in centro uiſus ſub lineis reflexionum ipſoꝝ punctorum

ctorum terminalium illius rei, ut patere poteſt per 34. primi huius, & per 23. huius, patet ergo propoſitum, & per hæc & per præmiſſam poteſt patere, quòd ſi ſit proportio elongationis rei uiſæ à ſuperficie ſpeculi maioris ad elongationem à ſuperficie ſpeculi minoris, ſicut exceſſus imaginum quæ proueniunt in illis ſpeculis excedentes ſe ſecundū proportionem diametrorum ſpeculorum, poſſibile eſt in ſpeculo maiori plus elongato à re uiſa, & in ſpeculo minori plus approximato eidem rei æqualem imaginem uideri eiuſdem rei quæ aliàs in ſpeculo maiori appareret maior, & in ſpeculo minori minor, ut patet per præmiſſam, & hoc eſt notatu dignum.

XLII.

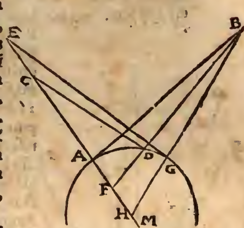
In ſpeculo conuexo ſphærico dextera rei uiſæ apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra.

Hæc non requirit aliam demonſtrationem ab illa quæ ſimilem paſſionem declarat in ſpeculis planis, unde eodem modo demonſtrandum, nec aliter oportet in maiori.

XLIII.

Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes à ſpeculis ſphæricis conuexis, reuerſæ apparent.

Eſto ſpeculum ſphæricum conuexum a d g, cuius centrū m, incidatq́ ſuperficiei ſpeculi perpendiculariter altitudo quæ ſit e a, cuius altius punctum ſit e, & ſit centrum uiſus u, reflectaturq́ punctus a, à puncto ſpeculi qui ſit a, & ſit linea reflexionis quæ a b, reflectatur quoq; forma puncti altitudinis e, à puncto ſpeculi g, ſitq́ linea reflexionis g b, & alter punctus lineæ e a, qui ſit t, inferior puncto e, reflectatur ad uiſum b, à puncto ſpeculi d, & ſit linea reflexionis d b, producatur itaq; linea altitudinis e a, ultra punctū a, palamq́ ex hypotheſi, et per 72. primi huius, quòd ipſa tranſibit centrū m, & producatur linea reflexionis u g, intra ſpeculū, & quia lineæ e a & b g, ſunt in eadem ſuperficie reflexionis per 24. quinti huius, palā cum non ſint æquediſtātes, ut patet per 9. huius, quia concurrent, concurrant itaq; in puncto h, ſed & b d linea reflexionis concurrat cum linea e a, producta in puncto f, & quoniā per 11. huius puncta h & f, ſunt loca imaginum punctorum e & t, palā quod linea h f eſt imago lineæ, & ſimiliter quoq; de alijs punctis lineæ e a demonſtrandū.

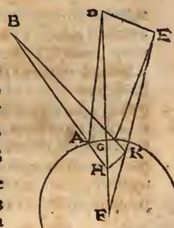


Eritq́ imago lineæ e a, linea a h, reuerſa ergo uidetur altitudo, quod enim ſupremū eſt uidetur infimum & econuerſo, patet enim per 23. huius, quoniā ſuper unum kathetum incidentiæ ſignatis duobus punctis, erit locus imaginis puncti à centro ſpeculi propinquioris remotior à centro ſpeculi, & remotioris propinquior, remotior itaq; uidebitur à centro m imago puncti t, quæ eſt f, quòd imago puncti e, quæ eſt h, palam itaq; eſt propoſitū primum, & eodem modo eſt de profunditatibus demōſtrandū. Infimum enim punctum reflectitur ad punctum imaginis ſupremum, & econuerſo. Media quoq; puncta modo medio reuerſe diſponuntur, propoſitum autem eſt hoc.

XLIIII.

Obliquarum longitudinum idola à conuexis ſpeculis reflexa apparent ſuæ propriæ diſpoſitionis.

Eſto longitudo d e, oblique incidens ſpeculo ſphærico conuexo quod ſit a g, & eius centrum f, & ſit altius punctū d quàm e, punctum à ſuperficie ſpeculi dati. Sitq́ centrum oculi b, & reflectatur punctus d ad uiſum b, à puncto ſpeculi a, & punctus e, à puncto g, & à puncto d ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, quæ per 72. primi huius, neceſſario tranſibit centrum ſpeculi quod eſt f, quæ ſit d f, & ſimiliter ducatur kathetus e f, ducanturq́ lineæ reflexionum b a & b g, & producantur intra ſpeculum, concurratq́ b a cum d f, in puncto h & b g, cū e f, in puncto k, & ducatur linea



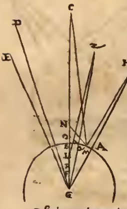
 h k, erit

h k, eritq́; per 11. huius, linea h k imago lineæ d e, eſt autē linea k h, oblique ſe habens ad uiſum b, ſicut linea d e ad ſpeculū, q̄m per 23. huius punctū e, quod eſt propinquius centro ſpeculi, imago quæ eſt k, remotior fit à centro ſpeculi f, & punctū h, quod eſt imago puncti d, remotioris à cētro ſpeculi fit propinquius centro ſpeculi, quod patet per hoc, q̄m alicuius puncti katheti d f, tantū diſtantis à puncto f, quātū punctū e, locus imaginis eſt remotior à cētro f, ꝙ locus imaginis pūcti d, ꝑ 23. primi huiꝰ, eſt itaq; h remotius à cōuexa ſuperficie ſpeculi apparens, & punctum k ꝓpinquius eidem ſuperficiei, Sic aūt & punctus d fuit remotior à ſuperficie ſpeculi, & punctus e propinquior, patet ergo ꝓpoſitum, q̄m obliquæ longitudines apparent illius diſtantiæ à ſuperficie ſpeculi, cuius ſunt ſecundum ueritatem in ſua propria diſpoſitione.

XLV.

Duobus punctis rei uiſæ æqualiter diſtantibus à centro ſpeculi ſphærici conuexi, & inæqualiter à centro uiſus in eadem ſuperficie uel diuerſis, erunt imago & finis contingentiæ puncti remotioris à centro uiſus remotiora à centro ſpeculi, quàm imago & finis contingentiæ puncti propinquioris: ex quo patet quod punctorum æqualiter diſtantium à centro ſpeculi & à centro uiſus, imagines à centro ſpeculi æqualiter diſtabunt.

Sint t & d duo puncta æqualiter à puncto g, centro ſpeculi remota, & ſit e centrum uiſus, & ſit cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi, circulus a b, cuius centrum erit punctum g, per primam huius. Sitq́; punctū d, ꝓpinquius uiſui, q eſt e, ꝙ punctum t, & ducantur duo katheti incidentiæ à punctis t & d, ad centrum circuli g, qui ſint t g & d g, ſecetq́; kathetus t g, ſuperficiem ſpeculi in puncto b, fiatq́; angulus e g d, ſuper lineam t g, æqualis angulo qui ſit t g z, & angulus e g t, æqualis angulo qui ſit t g h, ꝑ 23. primi, ſecetq́; linea h g circulum in puncto a, & ſumatur per 20. uel 22. huius, in circulo punctū a, quo forma puncti t, reflectatur ad punctū z, quod ſit punctum q, palā ergo quod forma puncti t nō refertur ad punctū h, ab aliquo puncto arcus b q, non enī à puncto b, quoniā cum ille ſit in katheto incidentiæ, palā per 10. huius, quia reflectitur in ſeipſum & nō ad punctū h. Sed neq; à puncto q, q̄m ab illa forma puncti t reflectitur ad punctum z, quocunq; uero puncto ſumpto in arcu b g q, linea à puncto h, ad illud punctū ducta ſecabit lineā q z. igit̃ ad illud punctū ſectionis reflectit̃ forma puncti t, à pūcto aliquo arcus b q, & ad idem punctus ſectionis reflectitur à puncto q, ergo forma puncti t, reflectitur à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi ad unum punctū qđ eſt impoſſibile, & contra 16. huius, reſtat ergo ut forma puncti t, reflectatur ad punctum h, ab aliquo puncto arcus q a. Sit illud punctum m, & à puncto m ducatur linea cōtingens circulū per 16. tertij & ꝓducat̃ uſq; ad kathetū g t, & ſit m n, eritq́; punctus n, finis contingentiæ puncti t, reſpectu puncti h, & à puncto q ducat̃ linea cōtingens circulum, q̄ ꝓducta ad kathetum t g, ſit q o, hoc ergo neceſſario cadet ſub linea n m, ꝑ 60. primi huius, & ꝓducat̃ linea z q, donec cadat ſuꝑ kathetū g t, in puncto p, cadet aūt per 9. huius, & erit per 11. huius, punctus p locus imaginis formæ puncti t, erit ꝗq; per 12. huius, ꝓportio g t ad p g, ſicut t o ad o p, ergo per 16. quinti, erit permutatim ꝓportio g t ad t o, ſicut g p ad p o, ſed maior eſt ꝓportio g t ad t n, ꝙ ad t o, ꝑ 8. quinti, cū t n ſit minor ꝙ t o, ut patet ex p̄miſſis, maior erit ꝓportio g t ad t n, ꝙ s p ad p o, eſt aūt per 8. quinti, maior ꝓportio g p ad p o, ꝙ ad p n, ergo multo maior eſt ꝓportio t g ad t n, ꝙ g p ad p n, q̄m p o minor eſt ꝙ p n, diuidat̃ ergo ꝑ 119. primi huius, linea g n ī pūcto l, taliter ut ſit ꝓportio t g ad t n, ſicut g l ad l n, eritq́; g l maior ꝙ g p, nō æqualis neq; minor ꝑ 8. quīti, eritq́; per 16. quinti, ꝓportio t g ad g l, ſicut t n ad l n, ergo per conuerſam 13.

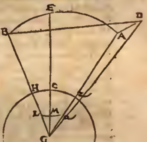


huius,erit punctũ l,locus imaginis puncti h. Sint ergo lineæ h g,e g,z g, æquales inter ſe,& g f ſit æqualis s p,& s p æqualis lineæ g o,cũ igit angulus e g d,ſit æqualis angulo t g z,erit ex principio primi huius,remotio puncti d,à puncto e,ſicut remotio puncti z, à puncto t,q̃m cum puncta d & t ſunt eiuſdem diſtantiæ à cẽtro ſpeculi quod eſt g, erũt lineæ d g & t g æquales,erit ergo per 23.huius,imago formæ puncti d,reſpectu uiſus e, eſt eleuata in katheto g d,quantũ imago puncti t,eleuata eſt reſpectu puncti z,in katheto g t,erit ergo locus imaginis formæ puncti d,in puncto f,ſicut locus imaginis formæ puncti t,eſt in puncto p,cũ lineæ g f & g p, ſint æquales, & ſimiliter finis contingentiæ puncti d,reſpectu puncti e,erit eiuſdem altitudinis cuius eſt finis contingentiæ puncti t reſpectu puncti z,erit ergo per p̃miſſa finis contingentiæ puncti d,in puncto s. Verum quia angulus e g t,æqualis eſt angulo t g h,& linea h g æqualis eſt lineæ e g,erit per ultimam ſexti,ꝓpter æqualitatem angulorũ æqualitas arcuum interiacentiũ kathetum t g, & lineas h g & e g,erit ergo p p̃miſſa punctus l,locus imaginis puncti t,reſpectu e, ſicut eſt reſpectu h,& erit punctus n, finis cõtingentiæ reſpectu puncti e,ſicut & reſpectu pũcti h,imago ergo pũcti remotioris ab e, centro uiſus, remotior eſt à cẽtro ſpeculi q̃ imago puncti ꝓpinquioris,& finis contingentiæ puncti remotioris remotior eſt ab eodem centro q̃ finis cõtingentiæ ꝓpinquioris,& hoc eſt ꝓpoſitum. Ex quo patet quod ſi puncta uiſa in ſpeculo ſphærico conuexo æqualiter diſtent à centro ſpeculi, & à centro uiſus,quod imagines ipſorũ à centro ſpeculi æqualiter diſtabunt,nec eñ ut patet ex p̃miſſis fit diuerſitas in locis imaginum,cum fines contingentiarũ ſemper ſint æqualiter à centro ſpeculi diſtantes ſecundum quos accidit diſtantia imaginum à centro ſpeculi, quod eſt g,patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

Imago arcus concentrici ſpeculo ſphærico conuexo diametro uiſuali erecta ſuper ſuperficiem incidentiæ uidetur curua, & ſemper æquediſtans arcui cuius eſt imago.

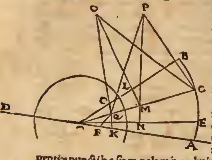
Eſto a b arcus oppoſitus ſpeculo ſphærico conuexo,in quo cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit circulus h t z, & ſit g centrũ illius arcus a b,& ſimiliter centrum ſpeculi,q̃m ex hypotheſi arcus uiſus & ſpeculũ ſunt concentra,ſitq; d centrum uiſus,& ducãtur lineæ d g,a g,b g,& ſumatur in arcu a b,punctus e,quocũq; modo & ducatur linea e g,erit itaq; ſuperficies a g b,ſuperficies incidẽtiæ in qua erit linea e g,& linea d g, eſt diameter uiſualis quæ ex hypotheſi eſt erecta ſuper ſuperficiem a g b,erit ergo p diffinitionem lineæ ſup ſuperficiem erectæ anguli d g a, d g b, d g e, recti & oẽs æquales. Sed & latera lateribus æqualia ſunt, q̃m d g eſt æquale ſibiipſi,& alia latera ſunt æqualia per diffinitionẽ circuli,ergo per 4.primi,baſes illorũ triangulorum ſunt æquales,omnia ergo puncta arcus a b,eiuſdem diſtantiæ ſunt à centro uiſus,quare imagines omnium illorũ punctorum eiuſdem diſtantiæ erũt à cẽtro ſpeculi p corollariũ p̃miſſum. Sitq; q m l,imago arcus a e b,erit igit linea g q,æqualis lineis g m & g l.quare p 9.tertij,linea q m l,erit arcus circuli cuius centrũ erit punctũ g,erit ergo cõuexitas ipſius reſpectu centri g,nõ reſpectu ſupficiei cõuexæ ſpeculi ſiue loci reflexionis,& q̃m curuitas arcus a b,reſpexit cõuexitatẽ ſupficiei ſpeculi ut cõcentrica ipſi ex hypotheſi,patet qđ idẽ arcus eſt concentricus ſuæ imagini,ergo p 73.primi huius,patet q imago æquediſtat arcui uiſo q̃m eſt ſemp in ſupficie incidentiæ,eſt eñ ſemp imago cuiuslibet puncti in katheto ſuæ incidentiæ p 11.huius,oẽs aũt katheti illius ſunt in ſupficie incidentiæ, patet ergo propoſitum.



XLVII.

Imago arcus concentrici ſpeculo ſphærico conuexo diametro uiſuali ſuperficiei incidentiæ oblique incidente uidetur curua, non æquediſtans arcui cuius eſt imago,niſi perpendiculari ducta à uiſu ſuper aliquem punctum uiſu arcus incidente.

Diſponantur omnia ut in p̃cedente theoremate, niſi quod diameter uiſualis quæ eſt d g, nō ſit erecta ſed oblique incidens ſuperficiei a b g, dico qđ imago arcus a b, uidetur curua, ducatur eñ perpendicularis à puncto d, ſuper hanc ſuperficiem per 11. undecimi, cū itaq; illa perpendicularis ſit minor omnibus lineis ductis à puncto d, ad hanc ſuperficiē per 21. primi huius, erit angulus rectus quē continet hæc ꝑpendicularis uerſus punctū g, minor quolibet angulo uerſus punctū g, imaginato, quē continet alia linea à

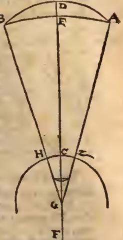


puncto d ad ſupficiem illam ducta per 16. primi, & linea à puncto d, ad ſupficiem illam ducta quanto remotior erit ꝑpendiculari, tāto maior erit & maiorem angulum continebit uerſus g, quia minorem continet uerſus ꝑpendicularem ꝑ 21. primi, ſi ergo hæc ꝑpendicularis nō cadat in arcum a e b, ſed ultra ipſum, tunc erunt oēs lineæ ductæ à puncto d, ad hunc arcum declinatæ in ꝑtem unā, & remotiores maiores & minorem angulū contingentes uerſus punctum g, q̃ ꝓpinquiores perpendiculari. Si ergo ſumantur tria puncta in arcu a b, quæ ſint a c b, & finis contingentiæ puncti b, ſit l, & finis contingentiæ puncti b c, ſit m, palam ꝑ 44. huius, quia ex eo ꝙ punctum c, eſt ꝓpinquius uiſui d, q̃ punctus b, erit punctus m ꝓpinquior centro g, q̃ punctus l, ſunt autē lineæ g b & g t, æquales ex hypotheſi, & per diffinitionē circuli, eſt ergo linea t m, maior q̃ b l, ſit autem q imago puncti c, & ſit t imago puncti b, & ducat̄ linea q t, & ducant̄ lineæ t b & m l, quæ quidē ꝓductæ concurrent, quia ſi à puncto m ducat̄ linea æquediſtans lineæ c b, illa ſecabit ex linea g b, lineam æqualē ipſi m r, ꝑ ſecundam ſexti, eſt autē e m maior q̃ b l, concurrant, ergo lineæ t b & m l, in puncto o, & qm̄ per 9. huius, ꝓportio eſt lineæ g t ad g q, ſicut lineæ c m ad q m, erit per 16. quinti, permutatim ꝓportio g t ad c m, ſicut g q ad q m, & ſimiliter erit g b ad b l, ſicut g t ad t l, ergo per 134. primi huius, cū lineæ g c & g b, angulariter coniunctæ ſint proportionaliter diuiſæ, & à punctis ſectionū ducant̄ lineæ concurrentes, qui c o & m o, palā qđ linea q t, cōcurret cū linea c b, m l, & erit ipſarum concurſus in puncto o: finis contingentiæ uero puncti e, ſit o, & quoniam punctus n, per 44. huius, demiſſior eſt puncto m, erit ut prius e n, linea minor q̃ linea c m, productis ergo lineis e o & n m, patet ut prius quod concurrent, ſit ergo punctus concurſus p, & ducatur linea q p, & procedat donec ſecet lineam e g, in puncto f, & producatur linea o q, uſq; ad lineam e g quā ſecet in puncto k, palā quoq; propter hoc quod punctus n, eſt demiſſior puncto m, quia punctum k erit ſuperius q̃ punctum f, & linea g q, minor erit q̃ f g, patet aūt per 123. primi huius, quoniam proportio lineæ g e ad e n, eſt ſicut lineæ g f ad f n. Sed finis cōtingentiæ eſt punctus n, locus ergo imaginis erit punctus f, per 12. huius, igitur linea f q t, erit imago arcus circuli e t, erit linea curua non recta, ut pote arcus illis tribus punctis ꝑ 5. quarti, circūſcriptus, nō erit aūt ille arcus æquediſtās arcui ſpeculi neq; arcui uiſo, qm̄ ut patet lineæ t b & q t, & f e, ſunt inæquales, ꝓpter qđ remanent lineæ g t, g q & g f, inæquales. Similiter q̃q; demonſtrandum ſi ꝑpendicularis ducta à puncto d, cadat ex alia ꝑte arcus a b, citra ipſum, tūc eñ ſimilis erit ꝓportio, patet ergo ꝓpoſitū primū. Si uero ꝑpendicularis ducta à puncto d, ſuꝑ ſupficiem incidentiæ cadat in medio arcus a b, lineæ à puncto d, ex diuerſis partibus ad arcū ductæ æqualiter diſtantes à ꝑpendiculari erūt æquales, & æquales angulos cōtingentes uerſus punctum g, & imagines ipſaꝝ æq̄liter diſtabūt à centro g, & fines contingentiaꝝ, ſimiliter imago itaq; æq̄diſtabit arcui a b, & arcui ſpeculi, qm̄ imago figurabitur ſuꝑ centrū ſpeculi qđ eſt g, & erit illis concentrica ꝑ 73. primi, hoc poteſt ꝓbari p̄dicto mō de utraq; parte arcus ꝑ ſe ſecundū qđ diuidit̄ à ꝑpendiculari, ꝙ eius imago ſit linea curua modo p̄dicto æq̄diſtans arcui uiſo ꝓpter æq̄litatē lineaꝝ à centro ſpeculi & arcus uiſui ad loca imaginū ꝓductaꝝ, qđ eſt ꝓpoſitū. De imagine eñ arcus a c poteſt ſecūdū p̄miſſa idem patere.

Imago

XLVIII.

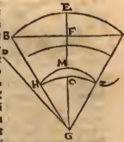
Imago arcus ecentrici circulo, qui eſt cōis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſpeculi ſphærici conuexi ſecundū mediū eius punctū propinquioris cētro ſpeculi uiſu exiſtente extra ſuperficiem incidentiæ, uidetur maioris curuitaris ꝗ̄ arcus eidem circulo ſpeculi æquediſtantis.



Eſto arcus uiſus b e a, circulusq́; cōis ſuperficiei reflexionis & ſpeculi arcus ſit h z, cuius centrū ſit g, ſitq́; arcus b e a ecentricus arcui h z, ſint tñ iſti arcus in eadē ſuperficie, & ſit e medius pūctus arcus b e a, propinquior centro g, ſitq́; uiſus extra ſuperficiem incidentiæ. Dico ꝙ imago arcus b a erit curua, & maioris curuitatis ꝗ̄ alterius arcus concentrici ipſi ſpeculo. Ducatur enim linea à centro ſpeculi quod eſt g, ad centrū arcus b a, quod ſit f, productaq́; linea g e, palam per 7. tertij, quoniā ipſa eſt breuior oībus lineis à cētro g ad cētrū a d b ꝑductis, & qm̄ arcus b e eſt æqualis arcui e a, palam per eandem 7. qm̄ linea g a æqualis eſt lineæ g b. ductisq́; lineis g a, g b, ſecundū ipſaꝝ quantitatē deſcribatur arcus à centro g, palamq́; per præmiſſa, qm̄ arcus deſcriptus ſecundū ſui pūctum mediū magis diſtabit ab arcu h z, ꝗ̄ arcus b e a. Sit ergo deſcriptꝰ arcus b d a, & ducat̃ linea g a, ad mediū punctū illius arcus, qui erit æqualis g b, excedit ergo arcus b d a, arcum b e a. Manifeſtum aūt ex præcedentibus, quia imago arcus b d a eſt curua uiſu qualitercunq; ſe habente ad ſuperficiem reflexionis: puncta ergo cōia iſtis duobus arcubus, quæ ſunt a & b, habebunt imagines ſuas ſitas uniformiter prioribus: ſed tñ punctum d ſit remotius à centro g ꝗ̄ punctū e. eius imago erit propinquior centro ſpeculi ꝗ̄ imago puncti e. & ita cuiuſlibet puncti arcus g d a imago, eſt propinquior centro imagine puncti ſibi correſpondētis in arcu g e a, quare uidebitur imago arcus a c b curuior imagine arcus a d b, & hoc eſt propoſitum. Et ſecundū hunc modum in alijs ſitibus arcuū & ſpeculoꝝ poteſt fieri demonſtratio, qñ uiſus nō fuerit in ſuperficie incidentiæ, ſed extra illam.

XLIX.

In ſpeculis ſphæricis conuexis uiſu nō exiſtente in ſuperficie lineæ rectæ æquediſtantis ſpeculo, imago uidetur curua.



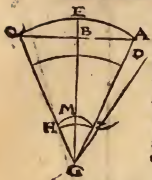
Sit linea recta uiſa a b, & ſit ſpeculi ſphærici conuexi centrū g. erit ergo ſuperficies incidentiæ a g b, extra quā ſit centrū uiſus quod ſit d, ſitq́; linea a b æquediſtās ſpeculo, hoc eſt lineæ contingenti arcū circuli, qui eſt cōmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſuperficiei ſpeculi ſecundum medium punctū illius arcus. Dico ꝙ imago lineæ rectæ a b curua uidetur, ducant̃ enim lineæ rectæ d g, à centro uiſus ad centrū ſpeculi, & lineæ g b, g a, à centro ſpeculi ad terminos lineæ a b. Hæ autem lineæ a g & b g cum linea a b æquediſtant ſpeculo, palā ꝙ ſunt æquales per 26. tertij, & per 4. primi, fiat ergo circulus concentricus ſpeculo ſecundū quātitatem illarū lineaꝝ, quæ ſit a e b, cadet ergo linea a b intra illum circulum, eritq́; per 45. uel 46. huius imago arcus a e b curua. Sit ergo imago arcus a e b arcus z t h, ita ꝙ imago puncti a ſit z, & imago puncti e ſit t, & imago puncti b ſit h, & ducatur linea g e ſecans rectā a b in puncto f, palā ergo ꝙ punctus e eſt in eadem linea cū puncto f, ſed remotior à centro g, erit ergo per 23. huius imago puncti e propinquior centro ſpeculi, ꝗ̄ imago puncti f, cōmuni utroq; punctoꝝ quæ ſunt a & b, imagines ſunt eædem. Sit itaq; punctus m imago puncti f, erit ergo z m h imago a b lineæ rectæ. patet aūt ꝙ linea z m h eſt linea curua, cū linea z t h ſit curua, & omnium punctorum lineæ rectæ quæ a f loca imaginū or

dinen

dinentur ſecundum conuenientem ſibi proportionem inter puncta h & m, reſpectu arcus h m, patet ergo propoſitum, reſectiſq; lineis a f & b f æqualiter, eadē eſt demōſtratio.

L.

Lineæ rectæ nō æquidiſtantis ſpeculo, quæ producta non contingeret uel ſecaret ſuperficiem ſpeculi ſphærici conuexi uiſu non exiſtente in ſuperficie incidentiæ, imago uidetur curua.

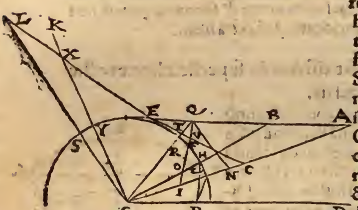


Diſponantur omnia ut in præcedente, niſi ꝙ linea a b nō æquediſtet ſpeculo, nec contingat nec ſecet ſpeculū, ſed tantū obliquetur ſuper ipſum, palam ergo ꝙ lineæ g b & g a productæ ſunt inæquales. Sit ergo a g minor q̄ g b, & fiat circulus ſuper centrū g, ad quantitatē lineæ a g, minoris, q̄ ſit a e q, & ducatur g b ultra b, uſq; quo cadat in circulū in punctū e, patet autem ex 45. uel 46. huius, qm̄ imago arcus a e eſt curua, pūctus autem imaginis a ſit z, punctus uero imaginis e ſit m, erit quoq; z m. imago arcus a e, & quoniam imago puncti b, eſt remotior à centro imagine puncti e, per 23. huius, patet ꝙ erit imago lineæ a b, curua, quod etiā p pūcta media arcꝰ a e & a b, faciliter poterit oſtēdi, patet ergo propoſitum, reſecta quoq; linea a b, ex qua cunq; ſui parte ſemper eadē eſt demōſtratio quæ prius.

LI.

Imago lineæ rectæ, quæ producta contingeret ſpeculum ſphæricū conuexum, uiſu non exiſtēte in ſuperficie incidentiæ, ſemper uidetur curua.

Sit diſpoſitio quæ prius, ita tamen, ut linea a b producta contingat ſpeculum in pūcto e, & ducantur à centro ſpeculi, quod ſit g, lineæ g b & g a, ſitq; ut ſuꝑficies incidentiæ, quæ ſit a b g ſecet ſpeculum in arcu, e h, & ſit d centrum uiſus, ſitq; ſectio communis ſuꝑficiei reflexiōis in qua ſunt lineæ g a & g d, & ſuperficiei ſpeculi arcus z p. Cōmunis uero ſectio ſuperficiei reflexionis in qua ſunt lineæ g h & g d, & ſuperficiei ſpeculi ſit arcus h p. Palā ergo per ea quæ demōſtrata ſunt in 16. huius, quod forma puncti b reflectitur, ad uiſum d ab aliquo puncto arcus h p. Si ergo à puncto illo ducatur linea contingens arcum h p, illa ſecabit lineam b g, & finis contingentiæ erit punctus illius ſectiōis. Sit punctus ille m, palam eſt, quod ſi à puncto m ducatur linea contingens arcum e h, quod illa cadet circa punctū e, per 16. primi huius. Quoniā linea a b producta, eſt cōtingens circulum in pūcto e, et punctus b, eſt altior pūcto m. Cadat ergo cōtingens à pūcto m ducta in f, & hæc contingens producta in continuum & directū, per eandē 60. primi huius ſecabit lineā a e, ergo ſecet in pūcto t, & ex alia pte ſecabit



lineā g a, per 14. primi huius. Cū illæ omnes lineæ erāt in una ſuꝑficie, ſecet ergo ipſam in puncto t, fiat quoq; ſupra g terminum lineæ b g, angulus æqualis angulo b g d, per 23. primi, qui ſit angulus b g s, cadēte pūcto s in periferiā circuli, & ꝑducat̄ linea g s, ad æqualitatem lineæ g d, quæ ſit g l. Erit ergo per 25. tertij arcus s h æqualis arcui h p, ſicut ergo reflectitur forma puncti b, ad uiſum in puncto d, ab aliquo puncto arcus h d, ſic reflectetur ad punctum l, ab aliquo puncto arcus h s, & erit reflexio a puncto f, ſicut in arcu h p. fit reflexio à puncto, à quo ducitur contingens ad punctum m, quoniā illi arcus neceſſario ſunt æquales, ut patet per 59. primi huius. Et quoniam à puncto m, uenit utraq; illarum linearum contingentium, palam quod ipſæ ambæ ſunt æquales per 5. octaui primi huius. Ducantur ergo lineæ b f, & l f. Similiter quoq; forma puncti a, reflectitur per 16. huius ad uiſum d, ab aliquo puncto arcus z p. Verum in triangulo curuilineo h z p, duo arcus h z & z p, ſunt minores tertio, per 27. tertij, & per 20. primi. Sed ar

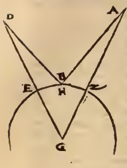
cus h p, eſt æqualis arcui h s. Igitur arcus z p, eſt minor arcui z s. Reſcindatur ergo arcus z s, ad æqualitatem arcus z p, quod poteſt fieri auxilio 33. tertij, ſit ergo factũ in puncto y, & ducatur linea g y, quæ producta ad æqualitatẽ lineæ g s, ſecabit neceſſario lineam f l, ideo quia linea g d, eſt æqualis lineæ g b, quia itaq; linea illa ſecat angulum l g z, ergo ſecabit etiã baſem ei ſubtenſam per 29. primi huius. Secet ergo in puncto y, & ſit linea g y k æqualis lineæ g d, palam ergo, quoniã ſicut forma puncti a reflectitur ad uiſum d, ab aliquo puncto arcus z p, ſimiliter eadem forma puncti a, reflectitur ad k, ab aliquo puncto arcus z y, ſed non reflectetur a ad k, niſi ab aliquo puncto quod eſt circa pũctum f, ex parte puncti z. Si non dicatur quod a puncto f, uel ab alio puncto arcus f x, reflectitur forma puncti a, ad punctum k, ſit ut fiat illa reflexio à puncto f, palam ergo quod tunc linea ducta à puncto reflexionis f, ſecabit in aliquo puncto lineam b f. Quia linea contingens circulum in puncto e, trãſit per punctũ b, ad illud ergo punctũ cõmunis ſectionis illarũ linearũ a f & b f, reflectetur pũctus k, & ad idem punctũ à pũcto f, reflectetur pũctus l, & ita duo puncta in his ſpeculis reflectẽtur ad idem punctũ ab eodem puncto f, & ex eadem parte diametri uiſualis, quod eſt contra 19 huius. Sed neq; ab alio puncto arcus f y, quoniã tũc ut prius linea ducta à puncto a ad punctũ reflexionis ſecabit lineam b f, ſit punctũ ſectionis u, ad illud ergo punctũ u, reflectetur forma pũcti k & forma puncti l, & ita duo puncta eiuſdem diſtantiæ à centro propoſiti ſpeculi qđ eſt pũctũ g, quoniã ambæ l g, k g, ſunt æquales ipſi g d, ex hypotheſi, & reflectẽtur ad idem centrũ uiſus ex eadem parte diametri uiſualis, quæ ab illo puncto ſectionis lineæ b f, quæ eſt u, eſt ducibilis ad punctũ g cẽtrũ ſpeculi. Erunt ergo per 18. huius angulus l g u æqualis angulo k g u, totũ ſuæ parti, quod eſt impoſſibile, non ergo reflectitur forma puncti a ad punctũ k, ab aliquo puncto arcus f y, reſtat ergo ut pũctus a, reflectatur ad punctum k, ab aliquo puncto arcus z s, alio quàm punctum f, ſi igitur ab illo puncto ducatur linea cõtingens circulum, illa producta neceſſario ſecabit lineam a z, & cadet intra puncta z s c per 60. primi huius, ideo quod punctus s, reſpectu diametri g a demiſſior eſt quolibet puncto arcus z s, & ita linea contingens à puncto s, quæ eſt f o, altior eſt alijs contingentibus à punctis arcus z f, ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n, & ducatur linea m n, quæ quidem linea cum tranſeat per arcũ trianguli b m t, & producta diuidat angulum b m t, per 15. primi. Quoniã & ipſa diuidit angulum g m t, ut patet ex præmiſſis, q̃a ergo diuidit b m t, ergo neceſſario ſecabit baſem b t, per 29. primi huius. Secet ergo ipſum in puncto q, & ducatur linea g q, ſit autem y imago puncti a, et ſit o imago puncti b, & r ſit imago puncti q, palam autem ex 43. huius. Cum punctum b ſit propinquius puncto g, cẽtro ſpeculi quàm punctũ a, erit ergo imago puncti b remotior a puncto g q̃ y imago puncti a, ducatur ergo linea o z, quæ per 11. huius, erit imago lineæ a b, palam etiam per 12. huius, & per 16. quinti, quod proportio a g ad a n, eſt ſicut g i, ad i n, & proportio b g ad b m, per eandem, eſt ſicut g o ad o m, cum ergo lineæ a g & b g, diuidantur ſecundum proportionem ſimilem utraq; ipſarum in duobus punctis, & a punctis diuiſionum ducantur lineæ, quarũ ſcilicet g q & m n concurrant ad idem punctum q, tertia quæ eſt i o, neceſſario concurret ad idem punctum per 124. primi huius. Linea ergo i o producta cadet ſuper punctum q, eſt ergo linea i o q linea recta Igitur linea i o r, non erit recta, ſed linea i o r, eſt imago lineæ a q, quare palã quod imago lineæ a q, erit curua. Poſito autẽ b loco puncti q, & alio puncto lineæ a b, poſito loco puncti b, eodem modo penitus probatur. Quoniam imago lineæ a b eſt curua, & hoc eſt propoſitum.

LII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta ſecaret circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, non tamen per centrum uiſu non exiſtente in ſuperficie incidentiæ uidetur curua.

Manente priori diſpoſitione, ſit ut linea a b, producta circulum e b z, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſpeculi, ſecet in pũcto e, & punctus reflexionis formæ pũcti b, ad punctum i, ſit punctũ f, & ſit m finis contingentiæ, lineæ cõtingẽtis circulum e

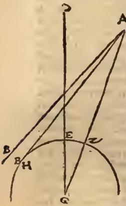
bz, in puncto f productæ ad lineã b g. Reflectetur itaq; b ad d, ab aliquo pũcto arcus h p, ſicut in præcedente propoſitiõe præmiſſum eſt. Arcus quoq; ab illo puncto reflexionis uſq; ad punctum h, aut eſt æqualis arcui h e, aut maior aut minor. Si æqualis, cum per præmiſſa in præcedẽti arcus ille ſit æqualis arcui h f, ideo quia à puncto m, productæ lineæ cõtingentes pertingũt ad arcus æquales per 58. primi huius. Sit ergo q punctus ipſius circuli, in quem cadet contingens ducta à pũcto m ex parte e, igitur linea a e tranſit per punctũ q. & ita linea m q, ſecat lineam a e, trans punctum e, quoniam utrũq; punctorũ e & q, eſt in periferia circuli, & eſt punctũ unũ. Si uero arcus ille ſit minor arcu h e, ſecabit linea q m lineam e a, ultra pũctũ q, ſicut ſecet ipſam in puncto t, ut efficiatur triangulus ducta linea e q. Si uero arcus ille fuerit maior arcu h e, ſecabit linea m q lineam a e, circa punctũ q, quodcũq; iſtorũ accidit iteretur probatio præmiſſæ, & eodem modo penitus probabitur, q̃ imago lineæ a b eſt curua, quod eſt propoſitum.



LIII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta trãſiret centrũ circuli, q̃ eſt cõmunis ſectio ſupficiei incidentiæ & ſpeculi ſphærici conuexi, cẽtro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie, uel extra illã, non tamen in illa linea, ſemp uidetur recta.

Diſponentur omnia ut in præcedẽtibus, niſi quod hactenus locuti ſumus de paſſionibus harũ linearũ uiſu non exiſtente in ſuperficie incidentiæ, & nunc uiſum ſupponimus qñq; eſſe in ſuperficie incidẽtiæ, qui ſit ut prius in pũcto d, & ducatur linea g d, cõcurratq; linea a b protracta cũ circulo e h z, tranſiens ipſius centrũ g, palã ergo quod angulus illarũ linearũ a g, et d g., cadet ſuper g, centrũ ſpeculi, uidebiturq; imago lineæ a b, una linea recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineæ a b, cũ ipſa ſit in kateto ſuæ incidentiæ diſpoſita, apparebit in ipſa linea a b producta ad centrum g, per 11. huius, erit ergo imago illius totius lineæ rectæ, ſicut et ipſa linea a b producta, eſt linea recta, patet ergo propoſitum.



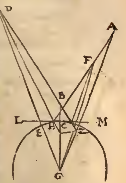
LIIII.

Lineæ rectæ declinatæ à cẽtro circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ, & ſpeculi ſphærici conuexi, centro uiſus exiſtente in eadẽ ſuperficie incidentiæ, ita q̃d declinatio lineæ ſit ad partem aliam à uiſu, & ſit tangens ſuperficiem ſpeculi, tantum imago unius puncti uidetur.

Ordinentur omnia ut prius in 51. huius, & ſit linea a b declinata ſuper circulum e h z ita quod non contingat centrũ eius. Sitq; uiſus d in ſuperficie incidentiæ, & ſit declinatio lineæ ad partẽ aliam, ab illa in qua eſt uiſus, ut ſi uiſus ſit in parte dextra, decliner punctum a ad ſiniſtrũ, uel econtrario, & linea pertingat ad ſuperficiem ſpeculi, dico q̃d tantum unius puncti lineæ a b, imago uidebitur. Sumatur enim per auxilium 16. huius, pũctus circuli, à quo reflecti poſſit aliquid ad uiſum, qui ſit h, & ſumatur aliqua linea reflexionis punctorum a b, lineæ declinatæ, ut puncti b, & illa cadat forſitan ſuper hanc lineam reflectionis d h, quod ſi fuerit, non uidebitur quædam imago lineæ huius declinatæ quæ a b, niſi ſecundum ſolum illũ punctum b, quod patet ducto kateto incidentiæ à pũcto a, qui ſit a g, tunc enim arcus interiacens punctum h a, quo reflectitur forma pũcti b, & punctum ſectionis circuli e h z, per katetum a g quod ſit z, continet omnia pũcta reflexionis formarum punctorum lineæ a b, ut oſtenſum eſt in propoſitione 50. huius, producta ergo à centro uiſus ad centrum ſpeculi linea quæ ſit g d, ſecans circulũ

e h z

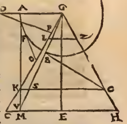
e h z, in puncto e, ſi ſumatur in arcu circuli, qui e h, circa hanc lineam d h punctus, à quo reflectitur ad uiſum aliquis punctus lineæ declinatæ a b, ſed ille pũctus reflectitur à pũcto aliquo arcus h z prius aſſignati, qui eſt terminus lineæ ſuæ reflexionis, cum linea ſuæ reflexionis ſit ultra lineã reflexionis formæ puncti b, & ita ille punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem uiſum à duobus punctis arcus ſpeculi, quod eſt impoſſibile, & contra 16. huius, non ergo reflectitur ad uiſum ab aliquo puncto arcus e h, interiacentis lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpoſitam uiſui & ſpeculi. Item ſi aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflectetur ad uiſum ab aliquo puncto arcus e h, interiacente lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, cum illa puncta, omnia ſint in eadem ſuperficie incidentiæ, ſicut & centrum uiſus, tunc patet per primam 11. quod omnes lineæ reflexionum ſunt in eadem ſuperficie linea ergo incidentiæ ipſius pũcti ſecaret lineam incidẽtiæ formæ puncti b, forma ergo puncti illius ſectionis reflecteretur ad eundẽ uiſum d, à duobus punctis, ſcilicet, à puncto h. ſ. puncto reflexionis formæ puncti b, & ab alio puncto dato, quod totum eſt impoſſibile, & contra 16. huius: non ergo reflectitur aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, ad uiſum d, ab aliquo puncto arcus e h diſcooperti, licet autem reflectatur quilibet punctus lineæ a b, ab aliquo puncto arcus h z, prius ſumpti, non tamen uidebitur, cum ſit in linea reflexionis quæ occultatur uiſui, per præcedentia puncta lineæ ſolidæ, & ita linea adiacens lineæ reflexionis formæ puncti b, non uidetur uiſu ſic diſpoſito, ut præmiſſum eſt, patet ergo propoſitum.



LV.

Lineæ rectæ declinatæ à centro circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſpeculi ſphærici conuexi, centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ ſit ad partem uiſus, ſiue ſit tangens ſuperficiem ſpeculi ſiue non, nullius puncti imago uidetur.

Sit diſpoſitio quæ ſupra, & ſumatur a b linea declinata ut proponitur, & eius declinatio ſit ex parte uiſus d, dico quod nullus punctus illius lineæ uidebitur. Detur enim quod aliquis punctorum illius lineæ poſſit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacens lineam reflexionis non impeditam per corpus lineæ interiacentis uiſum & ſpeculum & lineam d g, à cẽtro uiſus ductam ad centrum ſpeculi, & ducatur linea ab illo puncto ad punctum arcus ſumptum, hoc unum ſecabit lineam reflexionis, & punctus ſectionis reflectitur ad uiſum à duobus punctis ſpeculi, quod eſt impoſſibile. Si uero dicatur quod punctus ſumptus in linea a b, reflectitur à puncto arcus circuli, qui eſt ſub illa linea a b, hoc erit impoſſibile, quia totus ille arcus occultatur per lineam interpoſitam uiſui, & ſpeculo abſcindente oẽs lineas reflexionum ſuorum punctorum, & præterea ſecundum hanc diſpoſitionem uiſus eſt ex parte anguli minoris lineæ oblique ſpeculo incidentis, reflexio uero ſolum fit ex parte anguli maioris, ut patet per 33. quinti huius, non eſt ergo poſſibile aliquod punctorum illius lineæ reflecti ad uiſum ſic ſituatarum, nullius ergo puncti illius lineæ a, imago uidetur, quod eſt propoſitum.



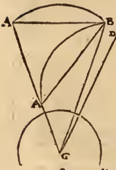
LVI.

Lineæ rectæ obliquæ nõ tangentis ſuperficiem ſpeculi ſphærici conuexi

uiſu

uiſu exiſtente in ſuperficie incidentiæ, ita quod obliquatio lineæ ſit ad partem aliam à uiſu, modicum imaginis uidetur, & erit imago ſemper curua.

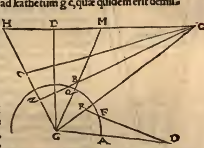
Diſponantur omnia ut in præcedentibus, ſitq́ linea a b, obliquata ſuper ſuperficiem ſpeculi, ita quod producta centrum eius non tranſeat nec tangat ſuperficiem ſpeculi, ſed diſtat punctus b aliqualiter ab illa in aere exiſtens, ſitq́ uiſus d, incidentis illius lineæ a b, dico quod modicum imaginis lineæ a b, uiſui occurret, ducatur enim linea d b, ſuper ſuperficiem ſpeculi incidens in punctum c circuli e h z, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſuperficiei ſpeculi: à puncto quoq́ c, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ ſit l o y, & ſuper c tantum lineæ m c, fiat angulus æqualis angulo d c l, ſecans lineam a b, in puncto f, & à puncto f ducatur kathetus f g ad centrum ſpeculi, & ducatur kathetus b e, palam itaq́ quod forma puncti f, reflectitur ad uiſum d, à puncto c per 20. quinti huius, eritq́ locus imaginis in linea f g, ſimiliterq́ forma puncti b, cum non habeat aliquod obſtaculum reflectetur ad uiſum ab aliquo puncto ſpeculi, & locus imaginis erit in linea b g per 11. huius, & quia propter interpoſitionem lineæ ſolidæ quæ f b, alia puncta lineæ a b, non poſſunt reflecti ad uiſum, niſi puncta lineæ b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta, à punctis ſectionũ linearum reflectorum punctorum b & f, & kathetorum b g & f g, quæ eſt res modica, patet quod imaginis lineæ a b, pars modica uidetur, quod eſt propoſitum. Augetur tamen illa quantitas imaginis ſecundum quod centrum uiſus in eadem ſuperficie declinat plus ad ſuperficiem ſpeculi, unde ſi uiſus perueniat inter ſuperficiem ſpeculi & punctum b, totius lineæ a b uidebitur imago, tunc enim cadit hæc linea a b inter lineam reflexionis formæ puncti a, & inter productum katetum a ultra lineam a b, & ſi taliter ſituetur hæc linea a b, ut cadat inter lineam reflexionis d c, & inter lineam per punctum reflexionis puncti b, tranſeuntem ad centrum ſpeculi, poterit uideri imago totius lineæ. Videbitur autem imago totius lineæ a b, uel partis eius ſemper curua, quod poteſt oſtẽdi per modũ 50. huius, & minuitur curuitas imaginis huius lineæ, ſecundum quod magis acceſſerit ad lineam tranſeuntem ad centrum per punctũ reflexionis formæ puncti b, uniuerſaliter uero quidquid interpoſitum uiſui & ſpeculo, impedit peruentum formarum punctorum ſpeculi ad uiſum, illius imago nõ uidebitur in his ſpeculis. Hæc autem quæ hic propoſita ſunt, intelligenda ſunt de lineis occurrentibus uiſui in arcu circuli, qui apparet uiſui, utpote in arcu qui interiacet duas contingentes ductas à centro uiſus ad ſpeculum, quoniam ille ſolum opponitur uiſui per 5. huius, linearum uero concurrentium cum ſpeculo in parte circuli occulta uiſui in aliqua poteſt eſſe equediſtans lineæ contingenti, & illa non uidebitur, ſimiliter eſt conterminalis illi æquediſtanti, & illa non uidebitur, ſimiliter & conterminalis illi æquediſtanti, quæ cadet ſub æquediſtante penitus occultabitur uiſui, ſed linea terminali æquediſtanti cadens ſuper ipſam ex parte illa, poterit uideri, & hæc experimentantium induſtriæ ex præhabitis principijs relinquimus demonſtranda, erunt tamen hoc modo uiſarum linearum rectarum imagines ſemper curuæ.



LVII.

Viſu exiſtente in ſuperficie incidentiæ lineæ rectæ non concurrentis cum ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi, ſed æquediſtantis lineæ interiacenti centrum ſpeculi & uiſus, uel concurrentis cum illa extra ſpeculum ex parte uiſus, imago uidebitur curua.

Sit d centrum uiſus, & g centrum ſpeculi, & h e, ſit linea uiſa. quæ quidē linea nō cōcurrat cum circulo qui eſt cōmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſpeculi, ſed ſit æquediſtans lineæ d g, uel ſecet eam ex parte d, ſit quoq; a b circulus qui eſt cōmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ uel reflexionis, in qua ſunt lineæ d g & h e, & ſuperficiei ſpeculi ꝑpoſiti, & producať linea h g, in qua ſit punctus z, imago puncti h, punctus quoq; circuli à quo reflectitur forma puncti h, ad uiſum d ſit b, ducaturq́; à puncto b, linea circulū cōtingens, quæ ſecet lineā h g, ſuper punctū t, eritq́; punctus t finis contingentiæ, ducatur etiā linea g b, quæ producta neceſſario continet cū linea h e. Si eñ h e fuerit æquediſtans d g, concurret quidam per ſecundā primi huius. Si uero d g concurrat cū h e, multo fortius g b cōcurret cū eadem ꝑ 29. primi huius, cōcurſus quoq; ille aut erit in linea h e, aut ultra hanc lineam, ſi ultra concurrat in puncto m. Ducať quoq; linea m g, quæ erit kathetus incidentiæ puncti m, erit imago puncti m, ſitq́; q imaginata quoq; linea à puncto reflexionis formæ puncti m, ad lineam g m, producta, finis contingentiæ ſit punctus g, & ducatur linea z q, copulans loca imaginū. Similiter ducatur linea t s, copulās fines contingentiarum, ſit quoq; ut linea d g, ſecet circulum a b, in puncto a, & producatur à puncto a, linea contingens circulum quæ ſit a b, palā itaq;, qm̄ arcus a b, eſt minor quarta circuli, cū uiſus d uideat ex circulo minus medietate ꝑ 3. huius, q̄re angulus a g b, eſt acutus per ultimam ſexti, & angulus u a g eſt rectus per 17. tertij, igiť linea a u cōcurret cum linea g b, per 14. primi huius, cōcurrat ergo in puncto u. Dico quia punctus u, cadet ultra punctum s, quia cū per 17. huius, punctus m reflectiť ab aliquo puncto arcus a b, & punctus a, ſit demiſſior illo puncto reflexionis formæ puncti m, erit finis contingentiæ lineæ ductæ à puncto a contingentis circulum altior fine contingentiæ illius puncti, per 60. primi huius, & ita erit punctus s, demiſſior puncto u. Protrahať ergo linea t s, donec cōcurrat cū linea u a, cōcurret aũt per 14. primi huius, & ſit concurſus in puncto k, & ducatur linea g k, quæ producta cōcurret cum h m, per ſecundā, uel per 29. primi huius, ſit concurſus in puncto c, pūctus itaq; c reflectiť ad uiſum d, ab aliquo puncto arcus a b, quod patet per 47. quæ demonſtranda ſunt in 16, huius, ſit lineæ punctus f, à quo ducatur linea contingens ſpeculū uſq; ad kathetum g c, quæ quidem erit demiſſior ꝙ linea a k, & ſit f o, ſecans lineam g c, in puncto o, qui ſit finis contingentiæ g d, per 60. primi huius, erit punctus o demiſſior pūcto k, ſunt eñ puncta k & o, fines contingentiarum, producať quoq; linea d f, uſq; quo cadat ſuper g c kathetū, cadet aũt per 9. huius, ſit ergo ut cadat in punctū r, & producatur linea z q, uſq; ad lineam g c, & cadat in punctum l, dico qm̄ punctum l, eſt altius ꝙ punctū r, linea eñ h c & c k, & z l, aut ſunt æquediſtantes aut concurrunt, ſint primo æquediſtantes,



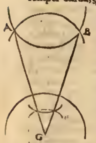
cum ergo hæ lineæ æquediſtantes ſecent lineam c g i, ſuper tria puncta c k l, & ſecent utrāq; lineam m g & h g, & cū ſit proportio lineæ h g ad h c, ſicut lineæ g z ad z c, per 9. huius, & per 16. quinti, & ſimiliter cū ſit ꝓportio lineæ m g ad m s, ſicut g q ad q s, erit eadē ꝓportio g c ad c k, q̄ g l ad l k, per 2. ſexti, ſed palam per 11. huius, qm̄ r eſt imago puncti e, linea eñ d f, eſt linea reflexionis concurrens cum katheto c g, in puncto r & o, eſt finis contingentiæ, eſt ergo per 12. huius, & per 16. quinti, proportio g c ad c o, ſicut g r ad r o, ſed minor eſt proportio g c ad c k, ꝙ g c ad c o, per 8. quinti, & ita erit minor proportio g l ad l k, ꝙ g r ad r o, erit ergo econtrario conuerſim per 6. primi huius, minor proportio l k ad g l, ꝙ r o ad g r, eſt ergo minor proportio linea o r ad g r, ꝙ k l ad g l, ergo coniuncti m ꝑ 15. primi huius, minor ꝓportio eſt o g ad r g, ꝙ k g ad l g, ſed k g eſt minor ꝙ o g, ergo per 8. quinti, l g eſt minor ꝙ r g, eſt ergo punctus r demiſſior puncto l, ſed z q l eſt linea recta, ergo linea z q r, eſt linea curua, ergo imago lineæ h e, eſt curua, erit ergo probare quod, imago lineæ

h e, rectæ ſit curua. Si uero lineæ h m, t z, & z q, non ſunt æquediſtantes, concurrãt ergo, & erit cõcurſus, aut ex pte d, aut ex parte h, ſit ex parte d, & concurrat in puncto c, erit ergo per 5. huius z q t, linea recta, quare z q r erit curua, eſt ergo imago lineæ h e, rectæ curua, demonſtratione completa ut prius, hoc ergo eſt propoſitum.

LVIII.

Omnis arcus circuli in cuius ſuperficie incidentiæ fuerit centrum uiſus imago ſenſibiliter apparens intra ſpeculum ſphæricum conuexum uidetur ſemper curua.

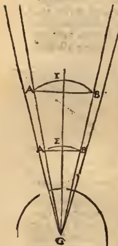
Sit arcus uiſus a b, & ſit centrum ſpeculi punctum g, & centrũ uiſus pũctum d, ſitq́; hoc centrum uiſus in ſuperficie incidentiæ, quæ eſt a b g, dico qđ imago arcus a b, uideť ſemper curua, qa ſenſibiliter intra ſpeculũ uideť, ducatur eñ corda a b, palamq́; ex præmiſſis ,ppoſitionibus, qm̃ imago cordæ a b, ſecundum omnem ſui ſitũ, reſpectu ſpeculi uideť ſemper curua, niſi ſolũ tunc qñ ipſa ſit in katheto incidentiæ unius ſuæ extreminatis, ut cum ipſa eſt perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem pertranſiẽs eius centrum, tunc eñ ipſius imago uidetur recta, ut patet per 52. huius, arcũ uero a b, eſſe i katheto incidẽtiæ ſuaꝶ extremitatum eſt impoſſibile, cũ quilibet ſuoꝶ punctorum diuerſum habeat incidentiæ kathetũ, ergo nunq̃ uidebiť imago arcus taliter diſpoſiti in linea recta, qm̃ ſemp loca imaginũ diuerſoꝶ punctorũ in diuerſis ſunt kathetis, curuitas uero imaginis poteſt faciliter concludi ſecundum modum quo in præcedentibus in lineis rectis uſi ſumus, & coadiuuabit ad hæc 44. huius, patet ergo propoſitum.



LIX.

Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum cum locus ipſarum eſt intra ſpeculum ſphæricũ cõuexũ uel extra ipſum, cõnuexitati arcuum ſit contraria ſecundum ſitum.

Eſto qđ arcus a b reſpiciat ſecundũ ſui concauũ uel conuexum centrum ſpeculi ſphærici conuexi, qđ ſit punctum g, dico quod cõuexitas ipſius imaginis erit cõntraria ſecundum ſitum conuexitati ipſius ſpeculi, qm̃ imago totaliter eſt intra ſpeculum, uel totaliter extra, uel ſecundũ partem intra, ſecundũ partem extra, & ſecundũ partem in ipſa ſuperficie ſpeculi, loca eñ imaginum punctoꝶ remotioꝶ à ſupficie ſpeculi fuerint ,ppinquiora centro ſpeculi, & loca pũctoꝶ ,ppinquoꝶ ſpeculi ſuperficiei fuerint remotiora à centro ſpeculi, ut patet per 23. huius, & quia imagines accipiunt continuitatem ſitus ſuarum partium à continuitate rerum, quaꝶ ipſæ ſunt imagines, patet qđ conuexitas ipſarum imaginũ conuexitati ipſorum uiſorum arcuum ſit contraria ſecundum ſitũ, prout etiã oſtendimus per 43. huius, patet ergo propoſitum.



LX.

Imaginum curuarũ eiuſdem arcus uiſi remotioris à centro ſpeculi ſphærici conuexi curuior uidetur.

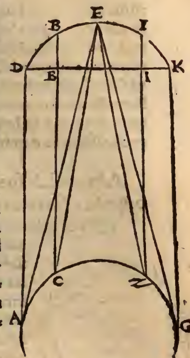
Sit a b arcus, cuius punctus medius ſit e, & cuius arcus imago ſit curua, & eius corda ſit a b, linea recta, ſitq́; centrum ſpeculi g, dico quod accedente linea a b ad ſpeculum, imago eius ſit minoris curuitatis, & recedente ipſa ſit maioris, ducantur enim kathetia g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorũ a & b, per 11. huius, quia itaq́; accedente linea recta a b, ad ſuperficiem ſpeculi, angulus a g b, ſit maior, & recedente ipſa angulus a g b, ſit minor, per 34. primi huius, imago uero puncti e, plus elongati à centro ſpeculi ſit propinquior centro ſpeculi, & imago eiuſdem approximantis ſpeculo ſit remotior à centro, extrema uero puncta illius imaginis ſemper ſunt

in

in katheti a g & a b, patet ergo quod imago arcus a b, remotioris à centro ſpeculi plus coanguſtatur, & approximatis plus ampliatur, & ſecundum hoc ipſius curuitatis modus uariatur modo propoſito, quoniam ipſius remotioris à centro ſpeculi imago fit curuior, & propinquioris fit minus curua, q̄m ipſa ſemper ſit pars circuli maioris in acceſſu ad centrum ſpeculi, & ſit pars circuli minoris in receſſu à centro, & ſecundū quantitatem acceſſus illius & receſſus uariatur quantitas dictarum imaginum, patet ergo ꝓpoſitum.

LXI.

Omnis imago in ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi uiſui occurrens ſemper apparet conuexa.

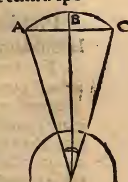


Eſto ſpeculum ſphæricum conuexum a g, ſit centrum uiſus e, & ſit linea recta uel curua uiſa d h, in qua ſignentur puncta b & q, ſitq́ʒ ut loca imaginum iſtorum punctoꝵ ſint in ſuperficie ipſius ſpeculi lineis incidentiæ exiſtentibus ipſis, quæ d a, b c, i z, k g, lineis quoqʒ reflexionis exiſtentibus a e, c e, z e, & g e. Si itaqʒ aliqua illarum linearū reflexionis ſit perpendicularis ſuper ſuperficiē ſpeculi, palam per 72. primi huius, q̄m ipſa tranſibit centrum ſpeculi, ergo per 8. ſecundi, uel per 21. primi huius, illa erit breuiſſima omniū linearum illarum reflexionis, & illi ꝓpinquiores ſunt remotioribus breuiores, patet ergo, q̄m illa imago uidetur curua, quoniam aliqua pars ipſius propinquior eſt uiſui, & aliqua remotior: idem quoqʒ accidit, ſi nulla illarum linearum reflexionis ſit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, q̄m ducta perpendiculari linea à puncto e, ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi, palam quod omnes lineæ reflexionis illi perpendiculari remotioribus ſunt longiores, & ſic iterū imago lineæ rectæ uel curuæ, quæ eſt d k, occurrens uiſui in ſuperficie ſpeculi uidetur ſemper curua, & q̄m eodem modo eſt demonſtrandū de qualibet imagine apparēte in ſuperficie ſpeculi, patet ergo propoſitum.

LXII.

Imago lineæ curuæ ſecundum eius concauitatem reſpicientis ſuperficiē ſpeculi ſphærici conuexi nonnunq̄ʒ uidetur recta.

Sit linea curua a b c, oppoſito ſpeculo ſphærico conuexo ſecundum ſui partem concauam, dico quod nonnunq̄ʒ imago ipſius poteſt uideri linea recta, ducatur em̄ eius corda recta linea quæ ſit a b, palam per plures præmiſſarum propoſitionum lib. huius, q̄m in aliquo ſitu imago ipſius lineæ rectæ uidetur curua curuitate reſpiciēte centrū ſpeculi, quia ergo extremitates lineæ curuæ a b c, quæ ſunt a & c, uidētur in extremitatibus imaginis lineæ rectæ a c, imaginetur ipſi curuæ imagini lineæ rectæ ſic ſubtendi corda intra ſpeculum, Si itaqʒ hoc accidit, quod eſt poſſibile, ſicut curuitas ipſi9 arcus quæ eſt a b, ſit ſimilis curuitati imaginis ipſius cordæ, ita quod eius ſitus uerſi hinc inde ſint ſimiles, palā per 23. & per 43. huius, quod imago lineæ curuæ quæ a b c, erit in linea recta ſubtenſa per modum cordæ ipſi imagini curuatæ, uidebitur ergo linea recta imago ipſius curuæ lineæ a b c, quod eſt propoſitum. Patet hoc etiam aliter, quia enim ut in præmiſſa proxima dictum eſt, omnis imago in ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi uiſui occurrens, ſemper uidetur conuexa centrum ſpeculi reſpiciens ſecundum eius concauitatem, & eiuſdem arcus imago cadens intra ſpeculum reſpiciat centrum ſpeculi ſecundum ſui concauum, cū ergo non eatur ab extremo in extremum ſine medio in huiuſmodi reflexionibus & ſuperficiebus partium eiuſdem imaginis, palam quod illa imago in aliquo ſitu habeat diſpoſitionem rectitudinis, et quia omnia loca imaginum punctorum illius arcus cadent in unam lineam rectam, quem ſitum tamen & uiſus & rei uiſæ & ſpeculi perquirere



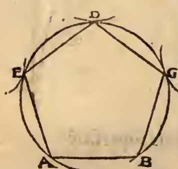
eſſet

eſſet longum & inutile. patebit tñ ſimpliciter ex præmiſſis uia illud perquirere uolenti, per hunc itaq; modum accidit circulum quandoq; uideri ad modũ ſemicirculi & diametri, & ex portione circuli ſit portio reuerſa, ita quod imago rectæ lineæ ſit curuæ, & curuæ lineæ ſit rectæ, & quandoq; ambæ uidentur curuæ ad eandem partem, ſi curuitas arcus uiſi ſit minor curuitate imaginis ſuæ cordæ, & qñq; ad partes diuerſas, ſicut interſectione duorũ circulorũ inæqualium ſuperficies incluſa, & harum imaginum & multa diuerſitas, quã ex præmiſſis principijs diligenti ſolertiæ relinquimus exquirendam. In his itaq; ſpeculis imago lineæ rectæ apparet curua, & lineæ curuæ imago ſemper uidetur curua, & qñq; apparet uiſui curua: & qđ oſtendimus de lineis, accidit etiã in ipſis ſuperficiebus planis cõcauis et conuexis per lineas quæ inſunt illis ſuperficiebus, & idem penitus eſt in lineis longitudinis & latitudinis ipſarũ. Si autẽ ꝓponatur uiſui in his ſpeculis corpus curuum longum, modicum habens latitudinis, apparebit illius corporis curuitas manifeſte, cũ ipſa diſcerni poſſit, per ea quæ ſunt ſupra corpus, aut circa illud aut intra, nõ eñ bene diſcernit̃ curuitas nõ magna, qñ occultæ fuerint extremitates longitudinis & latitudinis, unde in corpore conuexitatis modicæ, & quantitatis magnæ nõ bene diſcernitur eius conuexitas, licet imago ipſius ſit conuexa, cũ non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine, qui termini coadunant non modice comprehenſionem conuexitatis.

LXIII.

A ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi ex diuerſis ſuperficiebus ſphærarũ oppoſita, formæ reflexæ monſtruoſe imaginis uidentur.

Quia eñ diuerſarũ ſphæricarũ ſuperficierũ diuerſa ſunt centra, & locus imaginis cuiuſq; puncti in ſpeculis ſphæricis conuexis per 11 huius, eſt in katheto ſuæ incidentiæ ducta à puncto uiſo ad centrum ſpeculi, hæc autẽ centra diuerſificant̃ in huiuſmodi ſpeculis irregularibus, patet ergo quod formæ diuerſorũ punctorũ in partes diuerſas protrahantur, & qm̃ à tota ſuperficie ſit reflexio, & pũcta reflexa, ſecũdũ loca diuerſificant̃, nõ ſecundum eundem ſitum, patet quod imago tota quæ ex locis talium punctorũ aggregat̃ & unit̃ ſuarũ ptium recipit inordinatũ ſitum, uidet̃ ergo imago in talibus ſpeculis monſtruoſa, & ſit extenſio uniformis aliquarũ ſuarũ partium ſecundum uniformem extẽſionem illarum ſuperficierum, & aliarum partium ſit deformitas ab alijs, unde quædam imaginis partes trahuntur in longum, quædam in latum, quædam in tranſuerſum, ſecũdũ q̃d partes aliquæ ſupficiei ſpeculi reſpiciunt diuerſa centra diuerſarum ſphærarum, patet ergo propoſitum.



LXIIII.

Poſſibile eſt per plura quotcunq; quis uoluerit conuexa ſphærica ſpecula eiuſdem puncti imaginem uideri.

Fiat hæc diſpoſitio quæ in 58. quinti huius, de ſpeculis planis dicta eſt, ſitq; a centrũ uiſus, & punctus uiſus b, & deſcribatur exempli cauſa poligonium æquilaterum & æquiangulum, quod ſit a b g d e, & ad puncta g d e, ſint ſpecula ſphærica conuexa contingentia puncta angulorũ æqualium, & imaginentur lineæ contingentes ſpecula in eiſdẽ punctis, ut in puncto g, linea s k, & qm̃ angulus b g k, eſt æqualis angulo d g l, palam p 20. quinti huius, qm̃ forma puncti b, reflectetur à puncto g, ad punctum d, & eadem ratione à puncto d, ad punctum e, & à puncto e, ad punctum a, hoc aũt eſt qđ ꝓponebat̃.

LXV.

A ſuperficie unius ſpeculi ſphærici conuexi ignem impoſſibile eſt accendi, ex plurium tamen compoſitione poſſibile.

Quoniam eñ ut oſtenſum eſt in 15. huius lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti à diuerſis punctis eiuſdem ſpeculi ſphærici conuexi non ſunt æquediſtantes, attamen in centro unius uiſus non concurrunt, ergo neq; radij ſolares uel alij ſuperficiei huius ſpeculi

culi incidentes in aliquo unq̃ puncto poſſunt concurrere,ſed diſperguntur in ipſo medio,non ergo illi aggregati radij unq̃ corpus aliquod quodcunq; uel ipſum ſit combuſtibile poſſunt incēdere,ut reflectũtur à ſuperficie ſpeculi unius,ex plurium tñ ſpeculoꝝ cōpoſitione poſſet aliqd huiuſmodi effici, ita ut à quolibet illoꝝ ſpeculoꝝ uno puncto reflectetur unus radius ad unum punctũ,cũ alioꝝ ſpeculoꝝ radijs concurrens,& ſic fortificaretur actio radiorum in illo puncto,& ſecundum numerum ſpeculorum fieret numerus radiorum,& unio uel aggregatio radioꝝ uirtutis. Hæc aũt ſpeculoꝝ compoſitio plus eſſet difficilis q̃ utilis,unde tali operi nos nō dignum credimus inſiſti, patet itaq; propoſitum.

LIBER SEPTIMVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

ORdinis realis ſeries nos ammonet,ut qui planorum ſpeculorum & ſphæricorum conuexorum paſſiones proprias prout potuimus tranſcurrimus, nunc ad ſpeculorum columnariũ & pyramidalium proprietates diuertamus. Sunt em̃ ſpeculoꝝ iſtorum aliquæ paſſiones,ex paſſionibus præmiſſorum ſpeculorum conſtantes uel compoſitæ,ſicut & figuræ iſtoꝝ ſpeculorum ex figuris illoꝝ præmiſſoꝝ ſpeculoꝝ aliqualiter cōponunt. Speculũ em̃ columnare cũ ſit pars columnæ rotundæ, ſicut in octaua & in decimaquarta,& in decimaquinta quinti huius declarauimus. Palam ex præmiſſis in primo libro huius ſcientiæ,& in principijs undecimi Euclidis,qm̃ pyramis fit ex tranſitu rectanguli,quod uno ſuoꝝ laterum fixo motis alijs circumducit,quouſq; redeat ad locum unde motus accepit principium. Speculum quoq; pyramidale cauſatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unum lateꝝ rectum angulũ continentium figitur,& alia duo modo præmiſſo quouſq; ad locum unde moueri cœperũt circũducuntur. Vtrumq; ergo iſtoꝝ ſpeculoꝝ,quia ex motu linearũ rectarum ortum habet,palam quia rectarum paſſiones proprias non euadit. In quantum uero illæ lineæ cauſant ſpeculoꝝ figuras cũ circulariter circũferuntur,in tm̃ hæc ſpecula paſſiones circulares,hoc eſt ſphæricas, quaꝝ origo eſt circulus, cōmuniter cōſequũtur,& hoc maxime in ſpeculis colũnaribus euidentius apparet, prout manifeſtabimus in proceſſu. Proprie uero iſtoꝝ ſpeculoꝝ paſſiones ut illæ quæ ſecundum oxigonias ſectiones accidunt, quæ ſolis his ſpeculis,ſiue ſint conuexa, ſiue concaua conueniunt, ex quadam cōmuni natura linearum rectarum,& motus accidũt in illis, hæc ergo ſpecula poſteriorē ordinē recipiunt à plana ſpecula & ſphærica conuexa. Prius uero de his ſpeculis columnaribus & pyramidalibus conuexis proſequemur quàm de quibuſcunq; cōcauis & ſphæricis,propter ſimplicitatē paſſionũ ſpeculoꝝ cōuexoꝝ reſpectu concauoꝝ, ut illarum quæ in alias deſcendunt,quæ uero præmittimus ſunt iſta.

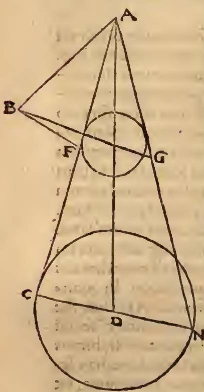
Maius ſpeculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauum dicimus, qđ eſt pars maioris columnæ uel pyramidis & maius quàm eſt pars minoris. Axem ſpeculi columnaris uel pyramidalis, dicimus axem illius columnæ uel pyramidis cuius pars ſpeculum exiſtit. Baſes ſpeculorum ꝓpoſitorum dicimus baſes ſuarum columnarum uel pyramidum quaꝝcũq;. Diametrum uiſualem dicimus lineam à centro uiſus perpendicularem,ſuper ſuperficiem ſpeculi,& ad axem productam,& eadem dicit kathetus reflexionis. Kathetus incidentiæ dicitur ut prius linea perpendicularis ducta à puncto rei uiſæ ſuper lineam quæ eſt cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, utpote ſuper lineam rectam,quæ eſt linea longitudinis ſpeculi,uel ſuper circulum, uel ſuper oxigoniam ſectionem,ſecundum quod ab aliqua iſtarum lineaꝝ reflexio ꝓcedit. Finis cōtingentiæ dicitur punctus in quo alter kathetoꝝ ſecat lineā in puncto reflexionis ſpeculum ſecundum circulum uel ſectionem oxigoniam contingentem.

Metam locorum dicimus ut in ſpeculis ſphæricis punctum uel lineā ultra quam imagines non uidentur.

THEOREMA I.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo orthogonaliter erecto, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie ſpeculi, aut ei continua linea recta à cētro uiſus ducta cum axe ſpeculi in uertice acutum angulum tenente à parte ſuperficiei ſpeculi interiacente ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem ſolum fit reflexio ad uiſum.

Hoc quod hic proponitur uniuerſaliter conuenit ſpeculo columnari conuexo, ſiue ſecundum angulum rectum ſiue ſecundū acutum ſibi incidat linea uiſualis, ſemper eñ ſicut per 78. quarti huius oſtenſum eſt, minus medietate ſuperficiei columnaris uiſui occurrit, & ab illa ſolum fit reflexio ad uiſum, hæc autē ſuperficies ſpeculi columnaris contenta eſt duabus ſuperficiebus à centro uiſus productis ſecundum lineam longitudinis contingentibus columnam, & quoniam huius paſſionis idem eſt demonſtrandi modus in utroque propoſitorum ſpeculorum, difficilius uero in pyramidalibus, ſufficit exempli cauſa ꝓpoſitū in ſpeculis pyramidalibus demonſtrari. Sit itaque ſpeculum pyramidale conuexum, cuius axis ſit a d, & uertex a diameter baſis c n, centrū baſis d, & ſit hæc pyramis erecta ſuper ſuperficiem horizontis, ita quod non inclinetur ſuper illam, & ſit centrum uiſus b, cōcurrat'que linea b a, à uiſus centro ad uerticem ſpeculi producta cum axe datæ pyramidis continens cum ipſo angulum acutum, qui eſt d a b, dico quod ſolum à parte ſuperficiei conicæ huius pyramidis quæ interiacet ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad eandem ſuperficiem, fit reflexio ad uiſum, imaginentur enim ſuperficiem à centro uiſus prodeūtem, quæ ſecet pyramidem orthogonaliter per axem, & palam per 100. primi huius, quoniam communis ſectio illius ſuperficiei, & ſuperficiei pyramidis erit circulus æquediſtans baſi pyramidis. Sit ergo ille circulus f g, à centro uiſus ducant̄ duæ lineæ f g & b g, illum circulum contingentes per 16. tertij, & per 101. primi huius, ducantur à punctis f & g, duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ ſint c f a, & n g a, palam itaque quoniam ſuperficies in qua ſunt lineæ c f a, & linea b f, continget pyramidem. Si enim dicatur quod ſecet illam & non contingit, palam quoniam linea b f, quæ eſt in illa ſuperficie ſecabit circulum f g, & non continget, ducta autem eſt ad contingentiam, ſecare igitur eſt impoſſibile. Superficies ergo illa pyramidem cōtinget, & ſimiliter oſtendēdū eſt de ſuperficie in qua ſunt lineæ n g a, & b g, quoniam & illa pyramidem continget, ſuperficies ergo pyramidis interiacens has duas ſuperficies contingentes uiſui occurret, & ſolum ab hac fiet reflexio ad uiſum, quia ut per 16. ſecundi huius, oſtenſum eſt longior radius ad circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniēs, quaſi linea contingens eſt, patet ergo propoſitum, quoniam in ſpeculo columnari eſt ſimiliter demonſtrandum.

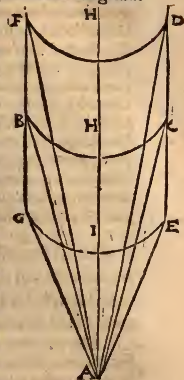


II.

Si à centro oculi ad lineas quæ ſunt termini ſuperficierum ſpeculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uiſui duæ ſuperficies reflexionis producantur, neceſſe eſt per ipſas ambas ſpeculum contingi.

Verbi

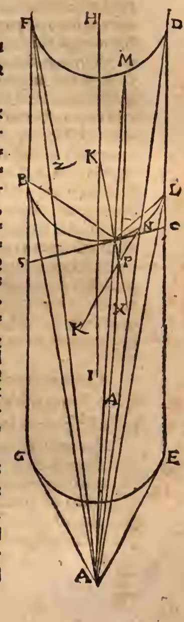
Verbi gratia, Sint conuexo ſpeculo columnari quod ſit d f, e g, duæ lineæ longitudinis, quæ ſint d e & f g, ſintq́ʒ illæ lineæ termini ſuperficiei columnæ ſpeculi apparentis uiſui, ut patet ex præmiſſa, & per 78. quarti huius, & ſit centrum uiſus a, productisq́ʒ lineis a d, a f, a g, a e, erunt ſuperficies trigonæ a d e, & a f g, dico qđ illæ ſuperficies cõtingent columnam. Si em̃ dicatur qđ altera ipſarũ ſecat columnam, ut ſuperficies a d e, planum eſt quod illa ſectio erit ſuper lineam longitudinis d e, in qua cadit illa ſuperficies, & ſimiliter erit procedere ſi ſuperficies a f g, ſecet columnam, & ſit ſectio ſuper lineã f g. Sit ergo ut ſuperficies plana pertranſiens centrum uiſus ſecet columnam æquediſtanter baſibus, eritq́ʒ per 100. primi huius, ſectio communis illi ſuperficiei & ſpeculi circulus, qui ſit b c, hæc ergo tranſit per duas lineas londitudinis d e, & e f g, ducantur ergo lineæ a b & a c, ad hunc circulum, hæ ergo cum ſint in illis ſuperficiebus ſecantibus ſuperficiem columnæ, ſecabunt circulum b c, minus ergo uidebitur de arcu b c, q̃ ſit, illud quod ſub lineis circulum b c, contingentibus à centro uiſus puncto, ſ. a, ductis continetur, qđ eſt contra ea quæ declarata ſunt in 51. quarti huius, & ſimiliter de baſibus colũnæ declarandum. Nõ erunt ergo illæ ſuperficies productæ ad terminos ſuperficiei columnæ apparentis uiſui, ſed citra illas, quod eſt cõtra hypotheſim. Eodem modo quoq́ʒ eſt de ſpeculis pyramidalibus demonſtrandum, & ſequitur idem impoſſibile, q̃d prius per 84. quarti huius, quod eſt contra hypotheſim, patet ergo propoſitum.



III.

Communis ſectio omnium ſuperficierum à uiſu productarũ cõtingentiũ ſpeculũ columnare conuexum, eſt linea tranſiens centrũ uiſus æquediſtanter axi illius ſpeculi.

Quod hic proponit, eſto em̃ axis ſpeculi columnaris conuexi h k i, & baſis ſuperior columnæ circulus f d, cuius centrum ſit h, & inferior baſis circulus g e, cuius centrum i, & communis ſectio alicuius ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi columnaris ſit circulus b l, cuius cẽtrum k, cũ itaq́ʒ axis h i, qui orthogonaliter eſt ſup baſes, ut patet per 95. primi huius, ſit etiã orthogonalis ſup circulũ b l, per 100. & p 23. primi huius, & per eadẽ ſint lineæ longitudinis columnæ d e & f g, orthogonales ſup circulũ b l, ſuperficies ergo contingentes columnam ſecundũ illas lineas d e & f g, erectæ erunt ſup circulum b l, per 18. undecimi, ergo & ſuper ſuperficiem reflexionis ſecantẽ columnam ſecundũ illum circulũ b l, ergo per 19. undecimi, cõmunis ſectio illarũ ſuperficierũ contingentium columnã orthogonaliter erit ſuper illam ſuperficiẽ reflexionis, ergo per 6. undecimi, illarum ſuperficierũ cõmunis ſectio æquediſtans erit axi columnæ q̃ ſuper eandẽ ſupficiem eſt orthogonaliter erecta, ſecant aũt illæ ſupficies ſe in centro uiſus, qm̃ centrum uiſus in omnibus illis exiſtit, ut patet ex hypotheſi de ſupficiebus planis ſpeculum propoſitum cõtingentibus, & de ſupficie reflexionis ex 27. quinti huius, patet ergo propoſitum.



IIII.

Ad quodcunq́ʒ pũctum ſignatũ in ſuperficie apparente ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi à centro uiſus ducatur linea recta, illa producta neceſſario ſpeculũ ſecabit.

Sit diſpoſitio omnimoda pmiſſæ, ſigneturq́ʒ in apparente uiſui pportione ſpeculi, qđ eſt e d, f g, punctus q, & producat̃ linea a q, di-

eo quod linea a q, ꝓducta neceſſario ſpeculũ ſecabit, ꝓducatur eñ à puncto q, linea longitudinis colũnæ quæ ſit q m, per 101. primi huius, hæc itaq; linea erit æquediſtans ambabus lineis longitudinis d e & f g, per 31. primi. Sit quoq; ut ſuperficies aliqua reflexionis ſecet colũnã ultra punctũ q, ſecũdũ circulũ b l, per 100. primi huius, linea ergo q m neceſſario tranſibit per circulũ ſectionis, qui eſt b l, ſecans ipſum in pũcto, ſit ergo illud punctum p, ducaturq; linea a p, hæc ergo quia cadit intra lineas à centro uiſus a, ad circulum b l, ꝓductas illũ cõtingentes, quæ ſunt a b & a l, palã qa ſecabit circulũ, ergo etiã ſupficies à cẽtro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem ꝓtenſa, in qua ſunt lineæ a p & a q, ſecabit ſpeculũ, qa illa ſuperficies ſecabit ſupficiem columnaris ſpeculi ſecundũ lineã longitudinis, quæ eſt m q, palã ergo qm̃ linea a q, ꝓducta ſecabit ſpeculũ: eodẽ modo patet de q̃libet alio dato puncto in ſpeculis q̃q; pyramidalibus cõuexis eodẽ modo demonſtrandum, ducta linea à uertice pyramidis ad punctũ quẽcunq; in illius ſpeculi ſupficie datũ, palã eſt ergo ꝓpoſitũ.

V.

Omnis ſuperficies plana in aliqua linea longitudinis ſuperficiei apparentis uiſui ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingens ſpeculum, ſecat ſuperficies à uiſu productas, quæ contingunt portionis apparentis extremitates, omnesq; illæ ſuperficies inter uiſum & ſpeculi ſupficiẽ extendunt.

Maneat ſuperior diſpoſitio, cõtingatq; aliqua ſupficies plana ſupficiẽ apparentẽ ſpeculi ſecundũ lineã longitudinis, q̃ eſt m o, ꝑ 95. primi huius, ducaturq; ſupficies reflexionis quæ ſit a b l, & in ea ꝓducat̃ linea cõtingens circulũ b l, in puncto p, quæ ſit s p t. palã ergo qđ linea s p t, ſecabit lineas a b & a l, ducat̃ eñ linea p l, quia ergo linea s p t, ſecat angulũ a p l, patet ꝑ 29. primi huius, qm̃ ipſa ſecabit lineã a l. Similiter ducta linea p b, patet qđ linea s p, ſecabit lineã à b, palã ergo, qm̃ lineæ a l & p t concurrent. Sed linea p t, eſt in ſuperficie cõtingente columnã ſecundũ lineã longitudinis m o, linea uero a l eſt in ſupficie cõtingente columnã ſecundũ lineã longitudinis d e, quæ eſt extremitas portionis apparentis, patet ergo ꝓpoſitũ primũ. Sed & oẽs tales ſupficies, qualis eſt ſupficies in qua eſt linea s t, inter uiſum & ſpeculi ſupficiẽ, & nõ extendunt, & de ſpeculi quidem ſupficie patet, qđ ſint illæ ſupficies cõtingentes ipſam ſpeculi ſuperficiẽ, & non ſecantes illã, ſed & patet de centro uiſus. Sit eñ punctũ n, ꝓximũ punctũ ſignabile ſub pũcto l, in arcu l b, & imaginet̃ aliqua ſupficies cõtingens ſupficiẽ columnæ in linea longitudinis, in q̃ ſit pũctus n, hoc ergo neceſſario ſecabit ſupficiẽ reflexiõis q̃ eſt a b l, qm̃ eſt orthogonalis ſuper illã per 18. undecimi. Sit itaq; per tertiã undecimi ſupficiei reflexionis, q̃ a b l, & dictæ ſuperficiei cõmunis ſectionis linea recta, q̃ ſit n r, palam ergo per p̃miſſa, qm̃ linea n r cõtingit circulũ b n, in puncto n, ſed punctũ n demiſſius eſt puncto l, ergo cõtingens linea quæ n r, erit demiſſior linea cõtingente q̃ eſt a b, per 60. primi huius. Nõ ergo ꝑtinget linea n r, ad punctũ a centrum uiſus. Eodẽ modo demonſtrandũ in alijs quibuſcũq; ſuperſciebus taliter cõtingentibus ſupficiem apparentẽ ſpeculi colũnaris. Similiter q̃q; demonſtrandũ eſt de ſupſciebus cõtingentibus ſpecula pyramidalia quæcunq;, patet ergo propoſitum.

VI.

Omnis ſuperficies reflectionis in qua ſunt linea contingens baſem ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiuſdem ſpeculi idẽ ſpeculũ ſecundũ lineam ſuæ longitudinis neceſſario eſt cõtingens.

Hoc patet per modũ ſecundæ huius, qm̃ eadem huius & illius eſt demonſtratio. Sit eñ reſumpta figura p̄cedẽtis ſupficies reflexiõis g a f, in qua ſit linea z f, cõtingens columnam uel pyramidẽ in puncto f, & linea longitudinis columnæ uel pyramidis quæ eſt g f, dico q̃d illa ſuperficies reflexionis continget columnam uel pyramidem, Si dẽt q; illa ſuperficies columnam uel pyramidem ſpeculi ſecet, tunc et linea z f, baſem illius ſpeculi ſecabit, quod eſt contra hypotheſim, palam ergo propoſitum.

Oppſito

VII.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut centrum uiſus non ſit in ſuperficie columnæ uel pyramidis, & punctus rei uiſæ ſit cum uiſu in eadem ſuperficie ſpeculum ſecundum axem ſecante, cõmunis ſectio ſupficiei reflexionis & ſuperficiei apparentis ſpeculi erit linia longitudinis ſpeculi, & ſi illa communis ſectio ſit lineæ lõgitudinis ſuperfiices reflexionis ſecat ſpeculum per axem.

Sit ſpeculũ columnare conuexũ, cuius axis ſit h i, cuius ſuperficiẹs apparens uiſui ſit e d f g, ſitq́; a centrũ uiſus, & b punctũ uiſum, ſecetq́; ſupficies reflexionis in qua per 27. quinti huius, neceſſario ſunt pũcta a & b, ipſum ſpeculũ ſecũdum axem h i, dico qđ cõmunis ſectio illius ſuperficiei reflexionis & ſupficiei e d f g, eſt linea longitudinis ſpeculi, q̃m enim per 93. primi huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei planæ & ſupficiei totius colũnæ ſpeculi eſt quadrangulũ rectangulum ſub duabus lineis longitudinis & duabus diametris baſiũ columnæ contentũ, cum ſuperficies reflectionis tranſeat per centrum uiſus, cui directe in ſpeculo opponitur ſuperficies apparẽs uiſui, per primã huius, patet quod cõmunis ſectio illarũ duarũ ſuperficierũ, erit linea una longitudinis, quæ eſt unũ latus illius trianguli, quod eſt cõmunis ſectio illius ſuperficiei planæ, & ſuperficiei totius columnæ. Sic quoq́; patet per 90. primi huius, de ſpeculo pyramidali, q̃m cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei conicæ ſpeculi uiſui apparentis, ſit unum latus illius trigoni, quoniã eſt communis ſectio huius planæ ſuperficiei, & totius ſuperficiei ipſius pyramidis ſpeculi, quod eſt una linearum longitudinis pyramidalis, patet ergo propoſitum.

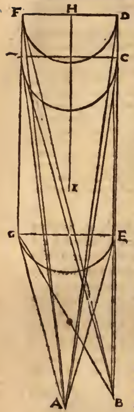
VIII.

Omnium ſuperficierum planarum ſuperficiem ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingentium unica ſuper ſuperficiem reflexionis ſpeculum ſecundum axem ſecantẽ, eſt erecta, ut quæ ſecundũ cõmunem ſectionem illius ſuperficiei & ſpeculi lineam, ſcilicet longitudinis ſuperficiem apparentem ſpeculi per æqualia diuidentem ſpeculum eſt contingens.

Sit ſpeculum columnare conuexũ, cuius apparens uiſui ſuperficies ſit, e d f g, & axis h i, ſitq́; centrum uiſus punctum a, & communis ſectio ſuperficiei reflexionis ſpeculum ſecundũ axem ſecantis & ſpeculi, ſit linea longitudinis quæ m o, per æqualia diuidẽs ſupficiẽ e d f g, cõtingãtq́; ſupficiẽ ſpeculi ſupficies planæ q̃tcũq́;, dico qđ unica illa quæ ſecũdũ lineã longitudinis m o ſpeculũ cõtingit, erecta eſt ſup illã ſupficiem reflexiõis, & qđ oẽs aliæ ſuper ipſam ſunt obliquatæ, ut enim patet p 92. primi huius, linea m o, rectos eſt angulos cõtinens cũ ſemidiamitris baſiũ colũnæ & ſimul cũ ſemidiametris oĩm circulorũ baſibus illis æquediſtantiũ ſecantiũ columnã, ut patet per 100. & per 23. primi huius, palam quoq́; per 96. primi huius, quoniã omnes perpendiculares, quæ intra columnam ducibiles ſunt ſemp ipſam ſupficiẽ cõtingentẽ ſpeculũ neceſſario trãſeũt per axẽ ſpeculi, oẽs uero illæ ppendiculares cadunt in ſuperficie ſpeculũ ſecundũ axẽ ſecante, ergo per diffinitionẽ illa ſuperficies contingens eſt erecta ſup ſuperficiẽ illã reflexionis, omnes ergo aliæ ſuperficies dictã ſuperficiẽ ſpeculi ſecũdũ alias lineas longitudinis cõtingentes ſuper illam ſuperficiem reflexionis ſunt obliquæ, aliter enim illæ ſuperficies contingentes ſe neceſſario interſecarent, ſi ab abliquo puncto lineæ, quæ per 3. undecimi, eſt communis ſectio illarum ſuperficierum, duæ lineæ in illis ſuperficiebus contingentibus ad ſuperficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipſa ſuperficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur, erũt protracti illius trigoni duo anguli recti, quod eſt impoſſibile, non eſt ergo aliqua illarum ſuperficierum ſpeculum contingentium ſuper illam ſuperficiem reflexionis erecta, niſi unica in illa communi ſectione ſpeculum contingens, & eodem modo in ſpeculis pyramidalibus poteſt demonſtratio formari, patet ergo propoſitum.

IX.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari conuexo, ita ut uiſus non ſit in ipſa ſuperficie columnæ, & punctus rei uiſæ ſit cum uiſu in eadem ſuperficie æquediſtanti baſibus columnæ, communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi erit circulus æquediſtans baſibus columnæ.



Eſto columnare ſpeculum conuexum, cuius axis ſit h i, & baſis ſuperior circulus f d inferior baſis circulus g e, & ſit cētrum uiſus punctum a, & punctum rei uiſæ ſit b, ſitq́; ſpeculum directæ uiſui oppoſitum, ut proponitur, dico quod quoniam ſuperficies reflexionis quæ ſit a b c z, ſecabit ſuperficiē propoſiti ſpeculi, taliter quod communis ſectio quæ ſit c z, erit circulus æquediſtanter baſibus ſpeculi, hoc enim patet ex hypotheſi, & per 100. primi huius. uel etiam hoc modo: Ducantur enim duæ lineæ productæ à uiſu contingentes ſpeculum, quæ ſint a z & a c, ſintq́; z & c puncta contingentiæ oppoſita adinuicem in eadem ſuperficie, & ab utroq; illorum punctorum ducantur lineæ ſecundum longitudinem columnæ, quæ ſint d c e & f z g, & quoniam linea d c, eſt æqualis lineæ f z, & linea c e, æqualis lineæ z g, ex hypotheſi & per 25. primi huius, propter æquediſtantia baſium ſpeculi & ſuperficiei reflectionis, palam quia linea z c, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei & ſpeculi, æquediſtabit arcubus baſiū, quæ ſunt d f & g e. Ductis enim rectis lineæ d f, o z, g e, erunt illæ lineæ rectæ æquediſtantes per 33. primi huius, ergo & hæ curuæ, quæ in eiſdem ſunt ſuperficiebus, erunt æquediſtantes & ſunt circulares, quoniam ſunt æquediſtantes in eadem ſuperficie columnari, patet ergo propoſitum.

X

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie columnæ uel pyramidis ſuperficie reflexionis oblique axi ſpeculi incidente, communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi erit oxigonia ſectio.

Eſto ut in præmiſſis ſpeculum columnare uel pyramidale conuexum, cuius axis ſit linea h i, & ſuperficies eius apparens uiſui ſit e d & f g, ſitq́; centrum uiſus punctum a, & punctus rei uiſæ b, ſecetq́; ſuperficies reflectionis ſpeculum oblique tranſaxem, ſcilicet non æquediſtanter baſibus columnæ, dico quod communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi uiſui apparentis eſt pars oxigoniæ ſectionis, quoniam enim ut patet per 103. primi huius, patet ꝙ omnis ſuperficiei ſecantis columnā uel pyramidem tranſaxem non æquediſtanter baſibus & ſuperficiei totius pyramidis uel columnæ communem ſectionem circulum eſſe, eſt impoſſibile, uel etiā lineā longitudinis per 7. huius, cum talis ſuperficies plana nō ſecet pyramidē uel columnam, ſecūdū axis longitudinem, patet ꝙ communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ plana eſt & partis ſuperficiei ſpeculi pyramidalis uel columnaris oppoſitæ uiſui, non poterit eſſe arcus circuli, neq; linea longitudinis, erit ergo pars ſectionis oxigoniæ, quia totam talem ſectionem totius ſuperficiei pyramidis uel columnaris, & ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam diximus oxigoniam ſectionem in 98. primi huius, patet ergo propoſitum.

Com-

XI.

Communi ſectione ſuperficiei reflectionis & ſpeculi columnaris circulo exiſtente, omnes ſuperficies planæ ſpeculum cõtingentes ſuper ſuperficiem reflexionis ſunt erectæ.

Remaneat diſpoſitio quæ præceſſit in 9. huius, & quia per 95. primi huius, omnes planæ ſuperficies columnam contingentes ſecundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92. primi huius, cum omnes lineæ longitudinis rectos angulos cum ſemidiametris baſium contineant, quoniam omnes ſuper illas baſes ſunt erectæ, ergo per 100 & 23. primi huius, illæ lineæ omnes ſunt erectæ ſuper circulum æquediſtantem baſibus columnæ. Hic autem eſt circulus, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, per 9. huius, ergo per diffinitionẽ ſuperficierũ erectarum ſuperficierum ſunt ſuperficies, omnes illæ ſuperficies contingentes columnam ſuper præfatam ſuperficiem reflexionis eriguntur, quod eſt propoſitum.

XII.

Communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis cõuexi, circulum impoſſibile eſt eſſe.

Sit pyramidale ſpeculum conuexum a b c, cuius uertex a diameter baſis b c, ſitq; axis ſpeculi linea a d, eſt ergo per 89. primi huius, punctum d centrum baſis, ſitq; centrum uiſus e, & punctus rei uiſæ ſit f, dico quod forma puncti f, non poteſt reflecti ad uiſum e, ab aliquo pũcto ſpeculi propoſiti, ita ut communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi, cuius centrum ſit k, ſit circulus. Si enim hoc ſit poſſibile, eſto quod reflectatur forma puncti f, ad uiſum e à puncto ſpeculi g, ſitq; circulus g h communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, cuius centrum ſit k, eritq; per 100. primi huius, circulus g h æquediſtans baſi b c, producatur ergo à pũcto g extra ſpeculum linea g m, perpendiculariter ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto g, per 12 undecimi, quia uero ſuperficies baſis non eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto g, ideo quod omnis ſuperficies contingens pyramidem ſecundum lineam longitudinis eſt contingens, ut patet per 95. primi huius, & linea longitudinis obliquè ſuperſtat ſuperficiei baſis, palam quod ſuperficies circuli h g æquediſtantis baſi nõ orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingẽtem in puncto g, producta ergo linea perpendiculari, quæ eſt g m, intra pyramidem, palam quod ipſa non pertingat ad centrum circuli, quod eſt k, ſed cadet ſub illo in aliq̃ puncto axis, qui ſit punctꝰ n, & continebit linea m g n, acutum angulum cum axe uerſus punctum uerticis, ſcilicet angulũ g n a, qui neceſſario eſt acutus per 32. primi. ideo quod angulus g k n eſt rectus per 39. primi, cum angulus a d c, ſit rectus, & quoniam ut patet per 27. quinti huius, punctum m, qui eſt terminus lineæ perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, qui perpendiculariter eſt linea n a m in ſuperficie reflexionis conſiſtere eſt neceſſe, linea ergo h k g, non eſt in illa ſuperficie, palam ergo q̃d formæ puncti f ad uiſum e, non fiet reflexio à puncto ſpeculi e, ut à puncto circuli. Si enim fieret reflexio à puncto g, ut à puncto circuli g h, oporteret neceſſario ſuperficiem circuli g h, perpendiculare eſſe ſuper ſuperficiem planam contingentem ſpeculũ in puncto s, & perpendicularem m g produci ad centrum circuli k, quod eſt impoſſibile per præmiſſa, patet ergo propoſitum.



XIII.

Oppoſito uiſui ſpeculo pyramidali conuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie pyramidis aut ei continua, punctusq; rei uiſæ ſit cum centro uiſus in

eadem

eadem ſuperficie æquediſtanti baſi pyramidis, impoſſibile eſt reflexionẽ fieri ad uiſum.

Exiſtente enim tali diſpoſitione centri uiſus & punctus rei uiſæ reſpectu ſpeculi pyramidalis conuexi, ut proponitur, palam per 100. primi huius, cum ſuperficies reflexionis ſit ſuperficies plana, quia communis ſectio ſui & ſuperficiei conicæ ſpeculi eſt circulus, patet ergo propoſitum per præmiſſam. Eſt enim in illa oſtenſum, impoſſibile eſſe ut communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi ſit circulus; quia ſi ſectio illa communis eſſet circulus, eſſet ipſa per 100. primi huius, æquediſtans baſi ſpeculi, & eſſet ſuperficies illius circuli in ſuperficiei reflexionis, & quia axis a d, eſt ꝑpendicularis ſuper illũ circulũ per 23. primi huius, erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ ſuper illum circulum angulos acutos continentes cum diametris baſis, & ita eſſent illæ lineæ obliquæ ſuper ſuperficiẽ reflectionis, ergo in illa ſuperficie non poſſit duci perpendicularis ſuper lineam longitudinis, ſed per 27. quinti huius, perpendiculariter ducta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum punctum reflexionis, eſt in ſuperficie reflexionis & perpendiculariter ſuper lineam longitudinis, cum quælibet ſuperficies contingens pyramidem contingat illam ſecundam lineam longitudinis, ergo nunquam fiet reflectio ad uiſum in hoc ſitu formæ alicuius pũctorum rei uiſæ ſuperficie reflexionis ſpeculum pyramidale, ut pyramidale contingente, ſi uero ſupficies in qua eſt linea contingens ſpeculi circulum ſecundum aliquod punctum illius circuli ſecet ſuperficiem ſpeculi, tunc eſt poſſibile ab his ſpeculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à ſpeculis pyramidalibus, ſed in quantum ipſorum conuexa ſuperficies communicat cum ſpeculis ſphæricis uel columnaribus conuexis, quorum paſſiones declarauimus in præmiſſis, ut tunc hæc paſſio ad proprietatem ſpeculorum pyramidaliũ acciderit, patet ergo propoſitum.

XIIII.

Superficierum reflexionis, quarum communis ſectio cum ſuperficie ſpeculi pyramidalis, eſt linea recta ſecundum diuerſas uiſus ſituationis, quã doq; ſolũ unã, quandoq; plurimas ad eundẽ uiſum poſſibile eſt applicari.

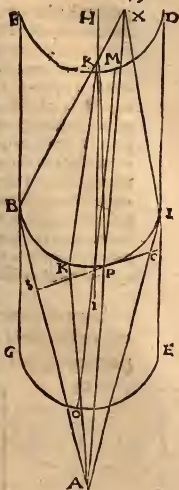
Quocunq; enim modo uiſu taliter diſpoſito, ut minus medietate ſuperficiei conicæ pyramidis uideatur, per 84. quarti, tũc ſolũ unica ſuperficies reflectionis tranſit per uiſum, cuius communis ſectio cum ſuperficie pyramidis ſit linea longitudinis, quoniam unica tunc tranſibit per axem pyramidis, oſtenſum eſt enim per 7. huius, quoniam in omni ſuperficie reflectionis factæ à ſpeculis pyramidalibus, quando communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis ſpeculi, neceſſe eſt eſſe axem ſpeculi, taliter uero diſpoſito uiſui, ut tota pyramis uideatur per 92. quarti huius, non ſolum plures, ſed etiam infinitas ſuperficies reflexionum, quarum communis ſectio eſt linea longitudinis, ut proponitur, poſſunt ad oculum applicari, quoniam tunc centrum uiſus omnibus lineis longitudinis totius ſpeculi eſt commune, & omnes ſe æqualiter habent ad uiſum, cum enim radius uiſualis continuus fuerit axi pyramidis, tota pyramis uidetur per 92. quarti huius, in qualibet ergo ſuperficie reflexionis fit totus axis & linea perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem ad axem tranſiens à puncto reflexionis, eritq; cuiuslibet ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei pyramidalis ſpeculi ſectio linea longitudinis in hoc ſitu, quoniã quælibet ſuperficies, in qua eſt totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum ſuperficie pyramidis per 90. primi huius, patet ergo propoſitum.

XV.

Omnis ſuperficies reflectionis, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi, eſt linea longitudinis ſpeculi, per æqualia diuidit ſuperficiem ſpeculi apparentem.

Eſto ſpeculum columnare conuexum, cuius apparens ſuperficies uiſui, ſit e d f g et axis h i, & ſit centrum uiſus a, ut prius in præmiſſis, patet itaq; per 6. huius, quoniam ſu-

perficies reflexiōis taliter ſecans ſpeculū columnare uel pyramidale ſecat ipſum ſecundum axis h i longitudinem. Sit autem linea longitudinis ſecundum quam illa ſuperficies reflexionis ſecat ſpeculū linea m o, dico quod linea m o per æqualia diuidit ſuperficiem ſpeculi e d f g, uiſui apparentem, patet enim per 25. quinti huius, qđ illa ſuperficies reflexionis eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem columnam in linea m o, ſi ergo in linea m o ſignetur pūctum p, & ducatur linea a p, & à puncto p ducatur linea t p s, in ſuperficie ſpeculum contingente, taliter ut linea s p t, contingat quēdam circulū columnæ æquediſtantē baſibus, qui ſit b l, erit quoqꝫ linea a p ꝑpendicularis ſuper lineam t p s, quoniam ducitur in ſuperficie ſuper illam ſuperficiem erectā, ergo per 18. tertij, linea a p, producta tranſit centrum circuli b l, quod ſit x, ducāturq́ꝫ lineæ a b & a l, quæ ſunt æquales per 58. primi huius, copulenť quoqꝫ ſemidiametri x b & x l, erūt ergo trigoni a b x & a l x æquiangula ꝑ 8. primi, erit angulus p a t æqualis angulo p a s, ergo per 58. primi huius, linea a p diuidit arcum l p b, per æqualia in puncto p, ſed arcus l p b, eſt æquediſtans baſibus columnæ, lineæ quoqꝫ rectæ terminantes ſuperficiem ſpeculi uiſui apparentem æquediſtant lineæ m o, quod patet per 92. primi huius, & ꝑ 28. primi, linea itaqꝫ m o diuiditur per æqualia baſis columnæ, eſt autem linea m o in ſuꝑficie reflexiōis, palam ergo quod illa ſuperficies reflexionis diuidit ſuperficiem ſpeculi apparentem uiſui per æqualia, & quoniam in ſpeculo pyramidali ſiue unica ſiue plurimæ ſint illæ ſuperficies reflexionis, ut patet per præmiſſam, ſemper eadem eſt demonſtratio, patet ergo propoſitum.



XVI.

Omnium ſuperficierum reflexionum ab eodem ſpeculo columnari cōuexo ad eundem uiſum factarum unica eſt, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi, eſt lineæ longitudinis illius ſpeculi.

Sit diſpoſitio figuræ eadem quæ in præcedēti, & quia nunquam cōmunis ſectio ſuꝑficiei reflexionis & ſpeculi propoſiti, eſt linea longitudinis ſpeculi, niſi ſolum ſuperficie reflexionis columnam per axem ſecante per 7. huius, in hoc autem ſitu ſuperficies reflexionis quæ eſt a h i, ſecat ſuperficiem e d f g apparentem uiſui per duo æqualia, ut patet per præmiſſam huius, aut ſuperficies tranſiēs per axem h i, eſt unica, patet ꝙd huius ſolius & ſuperficiei ſpeculi communis ſectio, eſt linea longitudinis ſpeculi. Si autem dicatur quod & illa ſuperficies reflexionis eſt, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi eſt linea longitudinis ſpeculi, ergo per 7. illa ſuperficies ſecat ſpeculum ſecundum axem h i, ducatur ergo in illa ſuperficie linea à centro uiſus ad axem h i, quæ ſit a r k, & ducatur in propoſita ſuperficie reflexionis ſuperficiem apparentem ſpeculi per æqualia ſecante linea a p k, palam ergo quod iſtæ duæ rectæ includent ſuperficiem, quod eſt impoſſibile, patet ergo pro poſitum. Vnica eſt poteſt imaginari ſuperficies in qua ſunt axes columnæ & centrum uiſus & punctus rei uiſæ, & non plures.

XVII.

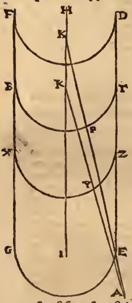
Omnium ſuperficierum reflexionum ab eodem ſpeculo columnari conuexo ad eundem uiſum factarum unica eſt, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi, eſt circulus æquediſtans baſibus columnæ.

Sit diſpoſitio quæ ſupra, ita ut communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi, ſit circulus, quia ergo in omni tali ſuperficie reflexionis linea

perpendicularis erecta ſup ſuperficiẽ cõtingentem ſpeculũ in puncto reflexionis eſt diametro circuli baſibus columnæ æquediſtantis,& nõ poteſt eſſe in ſuperficie columnæ niſi unus circulus æquediſtãs baſibus colũnæ, quæ cũ centro uiſus ſit in eadẽ ſuperficie, palam quia omniũ ſuperficierum reflexionum ab eodem ſpeculo columnari cõuexo ad eundem uiſum factarum unica eius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi,eſt circulus æquediſtans baſibus columnæ. Si eñ dicatur quod ſint plures, ſit communis ſectio unius illarum ſuperficierum & ſuperficiei ſpeculi linea quæ ſit b p t, alterius uero x y z, puncta quoq; in quibus axi columnæ incidunt centra illorum circulorum ſint k & r, & producantur lineæ a k & a r à centro uiſus ad illa puncta,palam ergo per æquediſtantiam baſium ad iſtas,quoniam in trigono a k r duo anguli ad baſem k r, ſunt recti,linea enim h r,cum ſit pars lineæ h i axis columnæ, ſicut eſt recta ſuper baſes columnæ p 92. primi huius,ita & ſuper ſuperficies circulorũ illis baſibus æquediſtantiũ per 23.primi huius,ergo & ſuper diametros illorum circulorũ eſt perpendicularis,ſunt autem illæ diametri in lineis a k & a r, linea ergo k r eſt perpendicularis ſuper ambas lineas a k & a r,quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum.

XVIII.

Superficierum reflexionis quarum communis ſectio cum ſuperficie ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi, eſt ſectio oxigonia, plures ab eadẽ portione apparenti ſpeculi ad eundem uiſum eſt poſſibile applicari.



Fiat ordinatio figuræ, quæ ſupra in 15.huius,ſitq; communis ſectio ſuperficiei reflexionis tranſeuntis per axem h i, linea m o, & cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis æquediſtantis axibus columnæ circulus b p l, palam ex præhabitis, quoniam ab omnibus punctis ſuperficiei columnaris m p b & m p l, poteſt fieri reflexio ad uiſum a ſecundũ partes ſectionis columnaris,quia enim ad quodlibet illorum pũctorum poteſt alius punctus rerum uiſarum incidere,patet quod ad quemlibet illorum punctorũ fieri poteſt reflexio ad uiſum per primam huius,manifeſtum eſt ergo quod partes illarum ſectionum columnarium uel pyramidalium poſſunt eſſe infinitæ, quarum qualibet ſecundum lineam perpẽdicularẽ ſuper axem ſecat columnam uel pyramidem ſpeculi, ut patet p 104.primi huiꝰ,patet ergo ꝓpoſitũ.

XIX.

Linea longitudinis exiſtente communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi, à quocunq; punctorum illius lineæ fiat reflexio ad uiſum, ſemper fit in eadem ſuperficie.

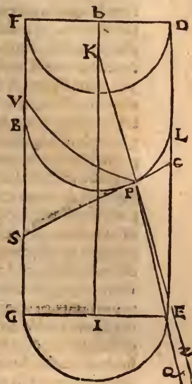
Signata ut in præmiſſa 15.huius, ſuperficie reflexionis circuli ut proponitur, ꝙ ſecet ſuperficiem ſpeculi ſecundũ lineam m o, dico quod à quolibet puncto illius lineæ fiat reflexio ad uiſum, ſemper omnes lineæ reflexionis erũt in eadem ſuperficie a m o. quoniam enim in ſuperficie a m o, eſt per 7. huius, axis h i & unica ſuperficies contingens ſpeculum in illa linea m o, erecta eſt ſuper ſuperficiem reflexionis, ut patet per 8. huius, palam quia quocunq; puncto in illa linea m o, ſumpto perpendicularis ab eo ad axem h i ducta, ſemper erit in eadem ſuperficie axe h i, & erit illa linea orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem ſuperficiem columnæ ſecundum illam lineam m o, quia per 17. tertij illa linea à puncto contactus ad centrum circuli ducta eſt perpendicularis ſuper lineam contingentem circulum ductam in ſuperficie columnam contingentem, ſuperficies ergo m o, h i, eſt erecta ſup ſuperficiem in linea m o ſpeculũ contingentẽ, ſed centrum uiſus eſt in ſuperficie orthogonali ſuper eandem ſuperficiem, quoniam in ſuperficie una eſt centrum uiſus &

linea

lineã m o & axis ſpeculi h i,ut patet per præmiſſã,una ſola autem ſuperficies eſt orthogonalis ſuper illam ſuperficiem contingentem ſecundum lineam m o,quoniam dato oppoſito contingeret duas lineas ſuper punctum unum ad ſuperficiem unam orthogonaliter inſiſtere,quod eſt impoſſibile per 13. undecimi,omnes ergo reflexiones à punctis lineæ m o,factæ ſunt in una & eadem ſuperficie,quod eſt propoſitum.

XX.

Sectione communi ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi, exiſtente circulo,à quocunq; puncto illius circuli fiat reflexio,ſemper fit in eadem ſuperficie.



Fiat figuratio ut in 17. huius, & ſignetur quodcunq; punctũ placuerit in circulo b p t,palam, quoniã ſemper ſemidiameter illius circuli,ducta à pũcto k,cẽtro illius circuli b p t, erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in illo puncto reflexionis dato, erit ergo quælibet talium perpendicularium producta extra ſuper ſuperficiem contingentem columnam in eadem ſuperficie conſiſtens tota per primã undecimi. Eſt aũt illa ſupficies educta extra columnam ſuperficiei reflexionis, quia ergo quælibet talium perpendicularium eſt in ſuperficie illius circuli,& punctum uiſus quod eſt a, ſimiliter eſt in eadem ſuperficie, in hac ergo ſola ſuperficie erit reflexio cuiuſcunq; puncti rei uiſæ facta à quolibet punctorum totius illius circuli uel portionis ſuæ uiſæ, quod eſt propoſitum.

XXI.

Omnis perpendicularis à pũcto reflexionis ſuper ſpeculi columnaris conuexam ſuperficiem erecta producta intra ſpeculum, eſt diameter circuli æquediſtantis baſibus columnæ,& econuerſo.

Sit diſpoſitio figuræ ut prius, Sitq; pũctum reflexionis p,ſiue communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit linea longitudinis uel circulus uel ſectio columnaris,& à puncto p, ducatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in eodem puncto p,quæ ſit p q, dico quod linea p q intelligatur produci intra ſpeculum quod ipſa cadet in punctum k,quod eſt centrum circuli b p l,& erit diameter illius circuli,quia ſi detur quod non, cum conſtet per 17. tertij diametrum k p,perpendicularem eſſe ſuper lineam s t,cõtingentem circulum b p l,in puncto p, & ex conſequenti ſuper ſuperficiem in illo puncto contingentem columnam,in qua per 6.huius,eſt linea s t,cum & linea q p ſit perpendicularis ſuper eandem lineam & ſuperficiem in eodem puncto ſpeculum contingentem, palam quod erunt hæ duæ perpendiculares q p & k p coniunctæ in puncto p,linea una,per 14. primi,ambæ enim illæ lineæ exeunt ab uno puncto p,lineæ s p,& continet quælibet ipſarum angulum rectum cum eadem,& danti oppoſitum etiam accidit ex eodem puncto p ſuperficiei contingentis duas erigi perpendiculares ſuper illam ſuperficiem, quod eſt contra 13. undecimi, producta enim diametro k p, extra ſpeculum, ſi ipſa uero pertingat ad punctum q, ſit ut ipſa pertingat ad punctum z, extra ſpeculum ſuper ſuperficiem contingentem,accidit ergo ipſum p z & perpendicularem q p,eandem ſuperficiem ad idem punctum p, productas perpendiculares eſſe, quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum primum,conuerſa quoq; patet per eundem modum.

XXII.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi, communi ſectione quacunq; linea exiſtente,formæ eiuſdem puncti rei uiſæ non fit reflexio ad uiſum eundem,niſi ab uno tantum illius ſectionis puncto.

Communi enim ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculorum propoſitorum exiſtente linea recta per 7. huius, tunc non fiet reflexio, niſi ab uno tantum puncto illius lineæ, ſicut de ſpeculis planis oſtenſum eſt per 45. quinti huius, ſi uero communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9. huius, tunc ab uno tantum puncto illius circuli fiat reflexio, quemadmodũ in ſpeculis ſphæricis cõuexis oſtenſum eſt per 16. ſexti huius, ſi uero illa communis ſectio fuerit oxigonia, ut patet per 20. huius, tunc eſt hoc propoſitum in ſpeculis propoſitis ſpecialiter demonſtrãdum, fiat ergo diſpoſitio figuræ ut in præmiſſa ꝓxima, ſitqꝫ pars columnaris ſectionis linea, quæ eſt p u, dico quod ab uno tantũ puncto lineæ p u, fiet reflexio ad uiſum in illa ſuꝑficie, dato em̃ quocunqꝫ pũcto alio, palam quoniã perpẽdicularis ab illo puncto reflexiõis erecta ſuper ſuperficiẽ colũnæ, orthogonalis, eſt ſuꝑ lineã lõgitudinis columnæ per illũ punctũ tranſeuntis, quare & ſuper axẽ perpendicularis erit per 29. primi, & erit illa perpendicularis diameter circuli æquediſtãtis baſibus ſpeculi ꝑ præmiſſam, et ſuꝑficies reflexionis & circulus ille ſecat ſe, & linea eis communis eſt diameter illius circuli ꝑ 104. primi huius, & diameter illa eſt perpẽdicularis ſuꝑ ſuꝑficiẽ ſpeculũ in illo pũcto cõtingentẽ, & ſuꝑficies reflexiõis eſt ſecãs illã lineã lõgitudinis colũnæ, ſuꝑ quã fit cõtingẽtia, & eſt declinata ſuꝑ eã, ergo & ſuꝑ axẽ erit illa ſuꝑficies reflexionis declinata, ſed in ſuꝑficie plana ſuꝑ aliquã lineã declinata, ut ſpecialiter patet de ſectione oxigonia per 112. primi huius, non poteſt intelligi niſi una linea orthogonaliter cadens in ipſam lineã uel in ipſum axẽ, qm̃ linea terminãs illã ſuꝑficiẽ, in uno tantũ puncto ſecat illã lineã ſuꝑ quã ſuꝑficies declinatur: ab uno itaqꝫ puncto tantũ illius ſectiõis fiet reflexio. Si em̃ à duobꝰ punctis illius ſectiõis daretur fieri reflexio ad eundẽ uiſum, ſequeretᷓ ꝗd in eadẽ ſuꝑficie illius reflexionis, eſſent duæ lineæ illius ſuperficiei orthogonales ſuꝑ axẽ columnæ, qđ eſſe non poteſt, cum illa ſuperficies ſit declinata ſuper ipſum axẽ, perpendicularis enim ducta à puncto reflexions cadit in circulum æquediſtantem baſibus colunmnæ in punctum axis, & eſt cõmunis ſectio ſuperficiei circuli & huius ſuperficiei reflexiõis per 104 primi huius. Si itaqꝫ fieret reflexio etiam ab alio puncto, tunc iterum perpendicularis ducta à puncto illo reflexionis, eſſet per proximam propoſitionem diameter alterius circuli illi primo circulo æquediſtantis & caderet in punctum axis, in quod non cadet ſuꝑficies reflexiõis. In omnibus ergo huius reflexionũ ſuperficiebus ab uno tantũ puncto lineæ communis fit reflectio in eadem ſuperficie reſpectu eiuſdem uiſus, quamuis reſpectu duorum uiſuum poſſit fieri reflexio à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi, ut à duobus diametris circuli terminis, quæ eſt perpendicularis ſuper ipſam ſectionem, ita tamen ſi diameter illa ſit æqualis diſtãtiæ circulorum, uel minor, ab uno uero uiſu hæc fieri non poteſt, quoniam ab illo ſemper uidetur minus medietate columnæ ſpeculi per 78. quarti huiuis, patet ergo propoſitum, quod nos demum particularius proſequemur, oſtendentes quod in his ſpeculis quacunqꝫ linea cũ ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi exiſtente, ab uno tantum puncto totius ſpeculi fiet reflexio ad uiſus.

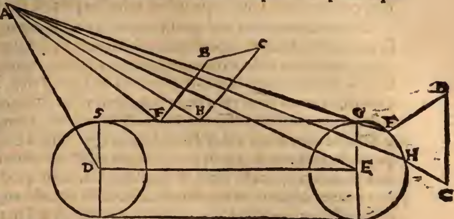
XXIII.

Linea uiſa non exiſtente in eadem ſuperficie in qua eſt centrum uiſus & axis ſpeculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi, ſi linea uiſa reſpectu baſis ſpeculi fuerit altior uel baſſior cẽtro uiſus, ſiue reflexio fiat à linea longitudinis ſpeculi ſiue à circulo, ſemper fiet ſecundum oxigonias ſectiones ſuperficiem ſpeculi ſecundum puncta illarum linearum continua ſecantes.

Sit linea uiſa ſiue ſit recta ſiue curua, quæ b c, & ſit centrũ uiſus a, ſitqꝫ axis ſpeculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi d e, ducãturqꝫ lineæ a d & a e cõtinẽtes cũ axe d e trigonũ a d e, in cuius ſuperficie nõ ſit linea b c, ſed extra illã, ſiue ſecet trigonũ a d e ſiue nõ, ſecet ipſum, fiatqꝫ lineæ b c reflexio ad uiſum a, à ſuꝑficie ſpeculi propoſiti, palã aũt quod ab uno puncto ſpeculi tota linea b c ad uiſum a reflecti nõ poteſt ꝑ 29. quinti huius, dico quod ſi linea b c reflectatur ad uiſum a, à linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit s g, ut ſi linea b c æquediſtet axi d e, & ſuperficies in qua eſt linea b c ſecet ſpeculum

tranſaxem

tranſaxem orthogonaliter ſuper baſem ſpeculi. Secetq́ ſuperficiem in qua ſunt centrum uiſus & axis ſpeculi qui eſt d e, ita q̃ cõmunis ſectio illarũ ſuperficierũ ſit axis d e, fiet tñ reflexio ad uiſum ſecundũ oxigonias ſexiones, q̃uis fiat à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt s g, palam eñ per 27. quinti huius, q̃m in omni ſuperficie reflexionis oportet ut ſit centrum uiſus, & pũctus cuius forma reflectitur ad uiſum, & punctus ſpeculi, qui eſt pũctus reflexionis. Sit ergo ut punctus d, reflectatur ad uiſum r, à puncto ſpeculi f, & punctus a, à puncto h, & ducantur lineæ a f, h f, a h, c h quia itaq; punctus b, lineæ b c, non eſt in ſuperficie a d e, ex hypotheſi, patet quod ſuperficies ſuæ reflexiõis quæ eſt a f b, ſecat ſuperficiem a d e, ſuper punctum a, & ſup punctum ſpeculi f, ſecat ergo ipſam ſecũdũ lineam a f, & ſecat ſpeculum tranſaxem d e, nõ aũt æquediſtat baſi ex hypotheſi, q̃m illa linea uiſa quæ b c, nõ eſt in ſuperficie a d e, ſed extra illam, ſuperficies ergo b f a, quæ eſt ſuperficies reflexionis tranſuerſaliter ſecat axem d e, q̃m linea uiſa eſt altior uel baſſior cẽtro uiſus ex hypotheſi, cõmunis ergo ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi per 10. huius, eſt oxigonia ſectio. Similiterq́ eſt de puncto c, & quolibet medio puncto lineæ b c, licet itaq; omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad centrum uiſus a, à linea longitudinis ſpeculi, cuiuslibet tñ puncti reflexio ad uiſum fiet ſecundum oxigoniam ſectionẽ. Similiterq́ demonſtrandũ, ſi ſuperficies incidentiæ lineæ b c, orthogonaliter ſecet axem ſpeculi, & ſuperficiem a d e, tunc eñ cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ lineæ b c, & ſuperficiei ſpeculi, fiet circulus æquediſtans baſi ſpeculi, p̃ 100. primi huius, unde ſi fiat reflexio ad uiſum fiet ab arcu circuli æquediſtantis baſi ſpeculi, q̃libet tñ ſuperficies reflexionis tranſiens centrum uiſus ſecabit oblique axem ſpeculi ſecundũ aliquod punctũ illius arcus, licet itaq; omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad uiſum a, ab arcu circuli ſpeculi, fit tñ cuiuslibet puncti illius lineæ reflexio ſecundum oxigoniam ſectionem. Si tñ aliquis punctorũ lineæ b c, fuerit cum centro uiſus in eadem ſuperficie æquediſtanter baſi ſpeculũ ſecante, illius ſolius reflexio fiet ſecundũ circulũ aliorum uero omnium punctorũ reflexio fiet ſecundũ oxigonias ſectiones, & ſic puncta illius ſuperficiei diuerſas afferunt uiſui paſſiones, patet ergo propoſitum.



XXIIII.

In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis centrum uiſus, punctum uiſum, punctum reflexionis, punctũ axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi conſiſtere eſt neceſſe.

Quod centrum uiſus & punctum reflexionis & punctum reflexum ſint in ſuperficie reflexionis, patet per 27. quinti huius. In omni enim ſuperficie reflexionis neceſſario ſunt linea incidentiæ & reflexionis, quæ continent tria puncta prædicta, et ſi ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculũ ſecundum lineam ſuæ longitudinis, palã per 7. huius, qđ totus axis & punctum in quod cadit perpendicularis à puncto reflexionis ducta ſunt in hac ſuperficie. Si uero cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit circulus palam, quia centrum illius circuli, qui eſt punctus axis, ad quod per 21. huius, omnes perpendiculares à puncto reflexionis totius circuli productæ concurrunt, eſt in ſuperficie reflexionis, q̃m tunc totus circulus eſt in ſuperficie reflexionis. Si aũt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit ſexio oxigonia, palam per 10. huius, quia hæc ſectio decliuis eſt ſuper axem columnæ, interſecans axem in puncto cui incidit perpendicularis, producta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem contingentem columnam in puncto ſectio-

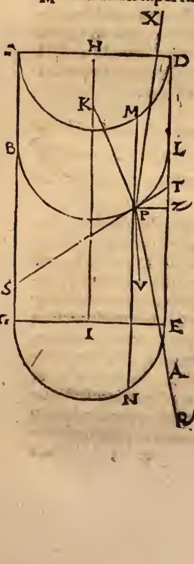
 nis

nis, patet ergo propoſitum ſecundum omnium diuerſitatem ductarum ſectionum.

XXV.

In ſuperficie apparente ſpeculi columnaris conuexi ſiue communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi, ſiue circulus, ſiue oxigonia ſectio, à quolibet puncto poteſt fieri reflexio ad uiſum.

Signentur termini apparentis portionis columnæ ut prius, & ſit illa portio d f g, & ſit p punctus datus in ſuperficie illa apparente, ſitq́ x punctus rei uiſæ, Dico q̃d à puncto p, poteſt fieri reflexio formæ puncti x, ad centrum uiſus quod ſit a. Sit em̃ primo ut ſuperficies reflexionis in qua ſunt puncta uiſa, quod eſt x, & centrum uiſus a, & punctũ à quo fit reflexio quod eſt p, ſecet columnam ſpeculi ſecundũ axem h k i, erit ergo per 7. huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei & ſpeculi linea longitudinis columnæ quæ ſit m p n, ducat̃ itaq́ linea x p, & à puncto p, erigatur linea perpendicularis ſup lineam m n, per undecimã primi, quæ ſit p r z, & ſuper pũctũ p, termini lineæ z p, fiat angulus æqualis angulo x p z, quæ ſit z p q, Si itaq́ centrum uiſus quod eſt a, fuerit in linea p q, palam per 20. quinti huius, cũ angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, qm̃ à puncto p fiet reflexio formæ pũcti x, ad uiſum a, exiſtentẽ in linea p q, q̃d ſi ſupficies reflexiõis ſecet colũnã ſpeculi æq̃diſtanter baſib9, palã, qa cõis ſectio erit circul9 p 9. huius, fietq́ iterũ à pũcto p, reflexio ad uiſum, ducat̃ em̃ p 102. primi huius, circulus æq̃diſtãs baſib9 columnæ tranſiens per punctum p, qui ſit b p l, cuius centrũ ſit k. in cuius ſuperficie extenſa extra ſpeculũ ſi fuerit punctũ uiſum, & ducatur linea x p, quæ ꝓducta ſi tranſeat centrum circuli k, palam cũ axis columnæ h k i, ſit orthogonalis ſuper ſuperficiem illius circuli, ſicut & ſuper baſes columnæ per 100. & per 23. primi huius, qm̃ & ipſe axis h k i, orthogonalis erit ſuper lineã x p, ergo & linea longitudinis columnæ quæ eſt m p, erit orthogonalis ſuper lineam x p, per 29. primi, reflectetur ergo per 21. quinti huius, linea x p, in ſeipſum, & in ea exiſtente uiſui forma puncti x uiſui occurret. Si uero linea x p, ꝓducta non tranſeat centrum circuli k, ſed obliquetur ab illo, tunc copuletur ſemidiameter, quæ k p, quæ ut patet ex p̃miſſis erit orthogonalis ſuper axem h i, erit ergo linea k p, perpendicularis ſup lineam longitudinis, quæ eſt m p, & per 29. primi, erit ergo k p ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ columnam ſuper lineã longitudinis m p, in qua ducatur linea contingens circulũ b p l, in pũcto p, quæ ſit s p t, educaturq́ linea k p, perpendiculariter ſuper illam ſuperficiẽ in punctũ u, ſitq́ ut prius centrũ uiſus qd' eſt a, in linea q p, in eadẽ ſuperficie circuli, & qm̃ in illa ſuperficie circulũ contingente eſt linea s t, erit angulus k p t rectus, ergo & angulus s p u eſt rectus per 15. primi, palã ergo quia angulus a p s, eſt minor recto z, ergo eſt acutus, ergo per 13. primi, angulus a p t eſt obtuſus, reſcindat̃ ergo ab angulo u p t recto angulus æqualis angulo a p u, ꝑ 27. primi huius. Si ergo linea x p, illum angulum contineat, palã per 20. quinti huius, qm̃ à puncto p reflectet̃ forma puncti x, ad punctũ a, centrum uiſus, quod ſi linea x p, illum angulum nõ contineat, tunc ut prius ſuꝑ punctũ p, tm̃ lineæ u p, fiat angulus æqualis angulo x p u, per 23. primi, in linea q̃q́ illum angulum continentẽ poſito centro uiſus a, patet ꝓpoſitũ, & qm̃ perpendicularis k p u, & cũ puncto a, in eadem ſuperficie, per p̃miſſam erit linea a p, in eadem ſuperficie cũ linea x p, & erit hæc ſuperficies ipſa ſuperficies reflexionis & orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem ſecundũ lineam m n, qm̃ perpendicularis p u, quæ eſt in ſuperficie reflexionis erecta eſt ſup ſupficiem ſecundũ lineam m n, ſpeculũ cõtingentem, & eſt in ea circulus b p t, æquediſtans baſibus columnæ, & ſimiliter poteſt demonſtrari de alijs punctis datis in dicta ſuperficie



ficie ſpeculi. Idem quoq; patet ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris, fuerit ſectio oxigonia per 10. huius, qm̃ ut oſtendimus in 21. huius, patet q̃d ſemper perpendicularis ducta à puncto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & eſt ſemidiameter circuli eiuſdem ſecantis ſuperficiẽ ſpeculi æquediſtãtem baſibus columnæ, ductaq; linea in puncto dato ſpeculũ ſecundũ oxigoniam ſectionẽ contingentem, & ꝓducta illa perpendiculari, ſi punctus rei uiſæ eſt centrũ uiſus, cadant in eandem perpendicularẽ, uel in lineas in eadẽ ſuperficie cũ perpendiculari exiſtentes, & æquales angulos cũ ipſa continentes, fiet ſecundum ꝓmiſſa reflexio ad uiſum. patet ergo uniuerſaliter propoſitum in omni ſectione, cõi ſuperficiei reflexionis & ſuꝑficiei ſpeculi columnaris.

XXVI.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi communi ſectione linea longitudinis ſpeculi exiſtente formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ab uno tantum puncto totius ſuperficiei ſpeculi ad unum uiſum fit reflexio.

Eſto ſpeculum columnare conuexũ, cuius axis ſit c t, ſitq; ſuperficies reflexionis a b g, ita ut forma puncti b, reflectat̃ ad a centrum circuli à puncto g ſuꝑficiei ſpeculi, & ſit cõmunis ſectio ſuperficierũ iſtarum linea f g n, quæ eſt linea longitudinis ſpeculi, dico quod forma puncti b, non poteſt reflecti ad centrum uiſus a, ab alio puncto ſpeculi, q̃ à puncto d, ducatur eñ à puncto g perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem columnã ſecundũ lineam f g n, per 12. undecimi, quæ ſit linea g q ſecans lineam a b, ꝓductam inter punctũ uiſum & centrũ uiſus in pũcto q, palam ꝑ 21. huius, qm̃ hæc linea g q, producta intra ſpeculũ ſecat ipſum tranſaxem c d, ſecet ergo in puncto e, &



quia linea longitudinis quæ eſt f n, eſt in ſuperficie reflexionis, palam, qm̃ axis c d. erit in eadem per 7. huius, ergo & punctũ e, erit in illa ſuperficie, cũ itaq; una ſola ſuperficies poſſit intelligi in qua ſunt ſimul omnia puncta a b g & e, & lineæ n f, & c d, palam qđ à ſuperficie totius ſpeculi non poteſt reflecti forma puncti b, ad centrũ uiſus, niſi à linea longitudinis f n, ſed per 45. quinti huius, oſtenſum eſt quod in ſpeculis planis ab uno ſolo puncto fit unius puncti reflexio ad uiſum, ergo & in his ſpeculis nõ poteſt fieri reflexio ab alio puncto, q̃ ab uno ſolo puncto. ſ. lineæ f n, forma ergo puncti b, reflectitur ad uiſum a, ab uno ſolo puncto ſuperficiei totius ſpeculi, quod eſt propoſitum.

XXVII.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi cõmuni ſectione exiſtente circulo baſibus ſpeculi æquediſtante ab uno ſolo puncto ſuperficiei totius ſpeculi formæ eiuſdem puncti rei uiſæ fit reflexio ad uiſum.

Sit diſpoſitio quæ in præcedente, palamq; per 17. huius, qm̃ hac hypotheſi exiſtente ſuperficies reflexionis a b g, erit æquediſtans baſibus columnæ, circulus quoq; qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei a b g, & columnæ cuius axis eſt c d, qui eſt æquediſtans baſibus columnæ ſit g h, cuius centrũ ſit punctum e, dico quod à circulo g h, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei a b g, nõ poteſt fieri reflexio formæ b ad a uiſum, niſi ab uno tantũ puncto g, patuit eñ per 16. ſexti huius, quia in ſpeculis ſphæricis conuexis à circulo ſuꝑ quem fit reflexio, nõ poteſt fieri reflexio niſi ab uno tantũ puncto, ergo nec in iſtis ſpeculis columnaribus fiet reflexio formæ unius puncti rei uiſæ ad uiſum, niſi ab uno tantum puncto quod ſit g. Si uero datur quod ab alio puncto ſpeculi huius, ut à puncto l, ſimiliter fiat reflexio ſicut à puncto g, producatur à puncto dato l, linea l k, per 12. undecimi, perpendicularis ſuper ſuperficiẽ columnæ, hæc ergo ꝓducta cadet orthogonaliter ſuper axem c d, per 21. huius, cadat in punctũ axis, qđ ſit l. Similiter quoq; linea l k.

ut patet

ut patet ex præmiſſis ſecabit lineam a b, ꝓductam inter punctũ rei uiſæ & centrum ui-
ſus, ſecetq́ ipſam in puncto k, quod ſiue fuerit idẽ cũ puncto q, ſiue aliud à puncto q, du-
catur ſemper linea k e, ad centrum circuli g h, eritq́ linea k e, orthogonalis ſuper axem
c d, quoniam eſt in ſuperficie reflexionis orthogonaliter axem c d ſecantem, duæ ergo lineæ
k e & k l, cũ linea e i, parte axis continent triangulũ, cuius duo anguli ſunt recti, quod
eſt impoſſibile, palam ergo quod in tali diſpoſitione non reflectitur forma puncti h, ad
uiſum a, ab aliquo pũcto ſuperficiei totius circuli alio quàm à puncto g, & hoc eſt ꝓpoſitũ.

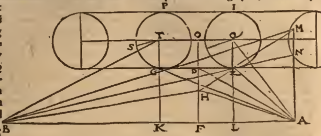
XXVIII.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi communi ſectione
exiſtente oxigonia, formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ab uno ſolo puncto to-
tius ſuperficiei ſpeculi fit reflexio ad uiſum.

Sit ſuperficies reflexionis a b g, cuius cõmunis ſectio cũ ſuperficie ſpeculi columna-
ris ſit oxigonia ſectio tranſiens in ſuꝑficie ſpeculi punctũ g, & ſit b punctus rei uiſæ, & a
centrum uiſus, & g punctus reflexionis, dico quoniam forma puncti b, nõ reflectitur ad cen-
trum uiſus a, ab aliq̃ pũcto totius ſuꝑficiei ſpeculi, niſi à pũcto g, ducatur enim à pũcto a ſuꝑ
ficies æquediſtans baſibus columnæ ſecans ſpeculũ ſecundum circulũ, qui ſit e z l, quod
ſi fiet, ꝓducta enim à puncto a, linea perpendicularis ſuper axem columnæ, per 12. primi,
erit hæc linea perpendicularis erecta ſuper ſuperficiẽ columnæ, quia erit ꝑpendicularis
ſuper lineam longitudinis columnæ cui ipſa incidit per 29. primi, ducatur item ab eodẽ
puncto axis quod ſit q, alia linea rectum continens angulũ cũ axe quæ ſit linea q e, ergo
per 18. undecimi patet, quoniam ſuperficies plana lineas illas a q & q e, imaginata pertranſire
ſuper ſuꝑficiẽ ſpeculi erit orthogonaliter erecta, & quoniam per 4. undecimi, axis ſpeculi ere-
ctus eſt ſuꝑ illam ſuperficiem, patet per 14. undecimi, & per 92. primi huius, quoniam illa ſuꝑ
ficies æquediſtat baſibus ſpeculi, ergo per 100. primi huius, cũ ipſa ſecet ſuperficiem co-
lumnæ æquediſtanter baſibus, patet quod ipſa ſecat ſecundũ circulũ qui ſit e z i, cuius cẽ
trum erit punctũ q, & eodem modo à puncto g, ducatur ſuꝑficies æquediſtans baſibus
ſpeculi quæ ſecet ſpeculũ ſecundũ circulũ s g p, cuius centrum ſit t, & in illo circulo duca
tur ab axe linea ad punctũ g, quæ ſit t g, & hæc per 21. huius, erit ꝑpendicularis ſuper ſu
perficiem contingentẽ columnã in linea longitudinis, in qua eſt punctus g. Linea quoque t
g, ꝓducta cõcurrat cũ linea a b, in puncto k, cõcurret autẽ per 29. primi huius, ideo quia
diuidit angulũ a g b, & puncta g a b, ſunt in eadem ſuperficie reflexionis per 24. huius,
ducatur etiã à puncto g, linea longitudinis ſpeculi per 102. primi huius, quæ ſit g z, ca-
dens inter duas ſectiones æquediſtantes baſibus ſpeculi nunc ductas, & erit per 25. pri-
mi huius, pars axis æqualis lineæ g z, linea t q, & à puncto b, rei uiſæ ducatur linea ꝑpen
dicularis ſuper ſuperficiẽ ſecãtem ſpeculũ ſecundũ circulum e z i, per 11. undecimi, quæ
ſit b h, & ducanẽ duæ lineæ a z & h z, & ducatur à puncto z, in ſuꝑficie illa ad axem ſpe-
culi linea z q, eritq́ hæc linea z q, ꝑpendicularis ſuper axem q t, per 21. huius, ſicut &
ſuperficies e z i, in qua ꝓtrahitur, & erit per eandem 21. huius, eadem linea z q, ꝑpendi
cularis ſuper ſuꝑficiem cõtingentẽ ſpeculũ in puncto z, quia ergo linea q z, educta ex-
tra ſpeculi ſuperficiẽ neceſſario diuidit angulum h z a, eo quod cõcurſu linearum h z & a
z, orthogonaliter ꝓducatur ſuꝑ ſuperficiẽ contingentem, cui ſuperficiei lineæ a z & h z,
oblique incidunt, palam ꝑ 29. primi huius, quia ꝓducta linea z q, cõcurret cum linea a
h, quæ ſubtendiẽ angulo i z h, cõcurrat ergo in puncto l z, dico quoniam forma puncti h, li-
neæ b h, reflectitur ad uiſum a, à puncto ſpeculi z, ducatur enim à puncto a, linea æquedi-
ſtans k g, lineæ quæ ſit a m, hoc utique per ſecundã primi huius, cõcurret cũ linea b g, cum
qua ſua æquediſtans cõcurrit, ſunt enim lineæ a b, b g, k g, omnes in eadem ſuperficie re-
flexionis, ſit ergo punctus cõcurſus linearum b g & a m, punctus m, palam quoque per 6. un
decimi, quoniam linea g z, æquediſtat lineæ b h, cũ utraque ipſarum orthogonalis ſuꝑ ſuꝑficiem
e z i, æquediſtantẽ baſibus columnæ, eſt ergo per 7. undecimi, linea b g m, in eadem ſu-
perficie, cũ ſecet illas duas lineas æquediſtantes. In ſuꝑficie ergo reflexionis quæ eſt a b
g, ſunt tria puncta m z h, item quia linea a n i, eſt æquediſtans lineæ k g, ſed & linea z l,

eſt

eſt æquediſtans lineæ b g, per 33. primi, ſunt em̄ lineæ g z & t q, æquales & æquediſtan-
tes, ut patet ex p̄miſſis, & linea t g ꝓducitur in punctū k, & linea q z æquediſtans lineæ
a m. Sunt ergo per ſecundā primi huius, lineæ l z & a m, in eadem ſuperficie, & in eadem
eſt linea h a, per 7. undecimi, igiť tria puncta m z h, ſunt in eadem ſuperficie in qua ſunt
lineæ l z & a m, & h a, quæ eſt ſuperficies h l, z m, ſed iam patuit ſupra quod ſunt in ſup-
ficie m b h, igitur ſunt in linea cōmuni illis duabus ſuperficiebus, ergo per 3. undecimi,
linea z q m, eſt
linea recta. Cū
itaq; punctus g
ſit punctus re-
flexionis ex hy
potheſi, erit p
20. quinti hu-
ius, angulus a
g k, æqualis an
gulo k g b, ſed
angulus k g b,
p 29. primi eſt
æqualis angu-



lo a m g, cū ſit extrinſecus ad illū, & linea k g æquediſtet lineæ a m, ſed & angulus a g k,
eſt æqualis angulo m a g, per eandem 29. primi, quia eſt illi coalternus, ergo anguli a m
g & m a g, ſunt æquales, ergo per ſextā primi, duæ lineæ a g & m g, ſunt æquales, quia
uero linea g z, eſt erecta ſuper ſuperficiem a h z, ut patet ex p̄miſſis, erit linea g z, ortho
gonalis ſup quālibet lineā ſuperficiei a h z, ductam à puncto z, ergo erit ꝑpendicularis
ſuper lineam z m, angulus ergo m z g, erit rectus, erit quoq; per penultimā primi, qua-
dratū lineæ m g, æquale quadratis duabus lineaꝝ m g & g z, & ſimiliter quadratum li-
neæ a g, eſt æquale quadratis lineaꝝ a z & g z. Sed quadratum lineæ m g, æquale eſt
quadrato lineæ a g, quoniam lineæ m g & a g, ſunt æquales, ablato ergo utrobiq; qua-
drato cōmuni, qđ eſt quadratū lineæ g z. Relinquitur quadratū lineæ m z, æquale qua-
drato lineæ a z. Eſto igitur linea m z, æqualis lineæ a z, ergo per 5. primi angulus a m z
eſt æqualis angulo z a m, ſed per 29. primi, angulus l z h, extrinſecus æqualis eſt angu-
lo a m z intrinſeco, & angul9 z a m, eſt æqualis angulo l z a, per eandē 29. primi, quia il
li anguli ſunt coalterni, ergo angulus a z l, eſt æqualis angulo l z h, forma ergo pun-
cti h, incidens ſpeculo in puncto z, reflectiť ad a centrū uiſus à puncto ſpeculi, qđ eſt z,
ut patet per 20. quinti huius. Si uero dicať quod ab illo puncto g, poteſt forma pūcti b,
reflecti ad uiſum a, illud aliud punctū aut erit in linea longitudinis quæ eſt g z, aut in
alia. Si eſt linea g z, ducať à dato puncto lineæ g z, qđ ſit d, linea perpendicularis ſuper
lineā g z, quæ ad utramq; partē ꝓducta ſit linea o d f, & copulenť lineæ a d & b d, linea
itaq; o d f, per 29. primi huius, neceſſario ſecabit lineā a b, & erit æquediſtās lineæ a m,
per 28. primi, & linea ducta à puncto b, ad illud punctū d, neceſſario cōcurret cū linea a
m, per 2. primi huius, & erit punctus d, & punctus m, in eadem ſuperficie, qm̄ lineæ d f
& a m, cum ſint æquediſtantes ſunt in eadem ſuperficie per 1. primi huius: linea ergo b
d, aut cadet ſuper punctum m, aut ſupra aliud punctum lineæ a m, ſi cadat ſuper punctū
m, eſt ducere à puncto b ad punctum m, duas rectas lineas, ut lineā b g m, & lineam b d
m, quod eſt impoſſibile, qm̄ tunc duæ rectæ lineæ ſuperficiem includerent. Si uero ad a-
liud punctum lineæ a m, ꝙ ad punctum m, incidat linea b d, ſit illud punctum n, & duca
tur à puncto n, linea n z, ad punctum z, & poteſt ꝓbari quod hæc linea n z, cum linea h
z, facit lineam rectam ſicut prius ꝓbatum eſt de linea m z, qm̄ em̄ puncta n z h, ſunt in
duabus planis ſuperficiebus, ergo ſub nullarum cōmuni ſectione, ergo per 3. undecimi,
erit linea h z n, linea recta, & ita à puncto h, erit ducere duas lineas rectas per punctum
z tranſeuntes, & in diuerſa puncta lineæ a m, cadentes, quod eſt impoſſibile per primā
undecimi, palam ergo quod à nullo puncto lineæ g z, poteſt forma puncti b reflecti ad

uiſum a, nõ à ſolo puncto g, ſi dicatur quod extra hanc lineam ſumpto puncto in ſuperficie ſpeculi ab illo poſſit flecti forma pũcti b ad a uiſum, ducat̃ ſup̃ illud punctũ ſpeculi linea longitudinis ſpeculi per 101. primi huius, & à puncto circuli e z i, in quē cadit hæc linea, ꝓbabitur forma puncti h, reflecti ad uiſum a, ſecũdũ p̃dictã ꝓbationē, ſed iam ꝓbatum eſt, quod forma puncti h, à puncto ſpeculi z, reflectitur ad uiſum a, & ita formæ eiuſdem pũcti h, ad eundem uiſum a, à pũctis duobus unius circuli fiet reflexio, qđ eſt contra 16. ſexti huius, et impoſſibile. Super eſt ergo ut à ſolo puncto ſpeculi propoſiti reflectatur forma puncti b, ad uiſum a, palam eñ quia ſi communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris fuerit oxigonia ſectio, quia tunc non fiet reflexio niſi ab uno tm̃ puncto, qm̃ ut patet per 24. huius, in omni ſuperficie reflexionis factæ ab his ſpeculis de neceſſitate oportet ut ſit punctus axis in quē cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis, quæ orthogonalis eſt ſuper lineã longitudinis ſpeculi per punctum illud tranſeuntem, ergo & ſuper axem ſpeculi per 28. primi, qm̃ linea longitudinis columnæ & axis ſemper æquediſtant per 92. primi huius, eſt autē illa perpendicularis cõmuni ſectione oxigoniæ à cuius puncto fiet reflexio & cuidam circulo æquediſtanti baſibus ſpeculi per 104. primi huius, eſt ergo ſemidiameter illius circuli, ſuperficies itaq; reflexionis, & ille circulus ſecant ſe in illa perpendiculari ſemidiametro circuli ſuper periferiã circuli per 21. huius, & ſuperficies reflexionis in qua eſt illa ſectio oxigonia eſt declinata ſuper ſuperficiem circuli, & ſuper illam ſemidiametrũ, quæ eſt perpendicularis à puncto reflexionis ducta ſuper axem per 109. primi huius. Si uero ab eadem oxigonia ſectione fieret à duobus punctis reflexio, eſſet neceſſariũ, ut ĩ illa ſectionis ſup̃ficie poſſent duci duæ perpendiculares ſuper axem ſpeculi, quod eſt impoſſibile, cũ unus uiſus ſemper uideat minus medietate columnæ, & ſimiliter patet per 79. quarti huius, ꝙ duo uiſus uident minus medietate columnæ, quando diameter baſis columnæ maior eſt ꝙ̃ diſtantia oculorum, hoc autem planius declaratum eſt in 22. huius, patet itaq; propoſitum.

XXIX.

Oxigonia ſectione exiſtente cõmuni ſup̃ficiei reflexiõis & ſpeculi colũnaris cõuexi dati pũcti uiſi, ad datum centrũ uiſus punctũ reflexiõis inueniri.

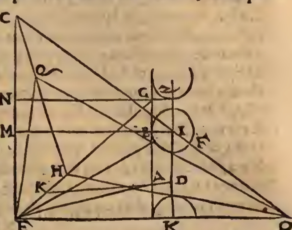
In omni ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi propoſiti exiſtente linea longitudinis ſpeculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, ſicut in ſpeculis planis p̃ 46. quinti huius, oſtenſum eſt. Si uero illa communis ſectio fuerit circulus, tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, ſicut in ſpeculis ſphæricis conuexis oſtenſum eſt per 20. uel 22. ſexti huius. Si autem illa communis ſectio ſit oxigonia qualis proponitur, ſit rei uiſæ datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto ſectionis oxigoniæ ad a centrum uiſus, dico quod poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis, ducatur eñ à puncto a, ut in præcedenti propoſitione ſuperficies æquediſtans baſibus columnæ, quæ ſecabit columnam ſuper circulum qui ſit e 3 i, & ducatur à puncto b, perpendicularis ſup̃ hanc ſuperficiem per 11. undecimi, quæ ſit b h, & per 20. uel 22. ſexti huius, ſicut in ſpeculis ſphæricis cõuexis oſtenſum eſt, inueniatur in hac ſuperficie punctus à quo reflectitur forma puncti h, ad uiſum a, qui ſit punctus 3, & à puncto 3, per 101. primi huius, ducat̃ linea longitudinis quæ ſit 3 g, & ducatur linea h a, & à puncto 3, ducatur perpendicularis ſuper lineam h a, per 12. primi, quæ ſit 3 l, & huic ducatur æquediſtans à puncto a, per 31. primi, quæ ſit a m, & linea h 3, producatur uſq; quo concurrat cum linea a m, & ſit concurſus in puncto m, & à puncto m, ducatur linea ad punctum b, quæ neceſſario ſecabit lineam 3 g, cum ſit in eadem ſuperficie cum illa, quoniam cum linea b h, ſit æquediſtans lineæ g 3, & per 6. undecimi, eo quod ambæ lineæ b h & g 3, ſunt perpendiculares ſuper eandem ſuperficiem e & i, æquediſtantē baſibus columnæ, erit ergo linea h m, in ſuperficie illa; per ſeptimã undecimi, & ita linea m b, erit in eadē ſuperficie, quæ ſi ſecat lineam 3 g, in puncto g, palam ex his quæ in præcedenti propoſitione præmiſſa ſunt, quod punctus g, erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uiſum, hæc omnia pluraq; alia patent p̃ ea q̃ dicta ſunt in p̃cedenti demonſtratione, & hoc eſt ꝓpoſitũ, qm̃ ſecũdũ hũc modũ cuiuslibet dati pũcti ad datũ uiſum pũctus reflexiõis poterit ĩueniri.

Lineæ

XXX.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris conuexi uiſu non exiſtente in eadẽ ſuperficie, reflexio fit à linea longitudinis ſpeculi ad uiſum.

Eſto axis ſpeculi colũnaris conuexi, linea 3 k, & ſit linea uiſa axi æquediſtans, quæ t h, eritq́ centrũ uiſus e, extra ſuperficiem t h, 3 k, dico quod forma lineæ t h, reflectitur ad uiſum e à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei t h, 3 k, & ſuꝑficiei ſpeculi, & quia uiſus e, nõ eſt ĩ ſuꝑficie t h, 3 k, ſit ſuperficies per ipſum uiſum tranſiens ſecans columnã ſpeculi æquediſtanter baſibus, eritq́ hæc ſuperficies ſecans colũnam ſecundũ circulum per 106. primi huius, qui circulus ſit b f, palam ergo cũ linea h t ex hypotheſi æq̃diſtanter axi 3 k, qđ aliquis eius pũctus reflectitᷓ ad uiſum e, ab aliquo puncto circuli b f, ſit ergo hoc à puncto b, punctus quoq́ lineæ t h, qui reflectitur ad uiſum e, à puncto ſpeculi b, ſit q, & ducantur lineæ q b, e b, q e, & ducatur per 100. primi huius, à puncto b, linea longitudinis columnæ quæ ſit a b g, & ducatur à puncto b, ꝑpendicularis cadens ſuper axem 3 k, in punctum l, quæ ꝓducta ad lineam q e, ſecabit ipſam ꝑ ſecũdã primi huius, q̃m illæ duæ lineæ æquediſtant, ut patet ex præmiſſis, q̃m ſuꝑficies e q b, eſt ſuꝑficies reflexionis, patet qđ punctũ b cũ linea e q, eſt in eadẽ ſuꝑficie, ſecet ergo linea b l, ꝓducta ipſam lineam q e, in puncto m, & ſit linea m l, ducaturq́ à puncto



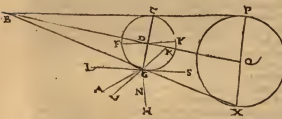
e, linea æquediſtãs lineæ m l, ꝑ 31. primi, quæ ſit e o, & ꝓducatᷓ linea q b, ultra punctũ b, q̃ quia cõcurrit cũ linea m l, palã per ſecundã huius primi, quia ipſa concurret cum eius æq̃diſtante, q̃ eſt linea e o, ſit ergo punctus cõcurſus o, palã aũt per 20. quinti huius, q̃m angulus incidentiæ, q̃ eſt q b g, eſt æqualis angulo reflexionis, qui eſt e b a, anguli uero m b g & m b a, ſunt æquales, qa recti. Relinquitᷓ ergo angulus q b m, æqualis angulo reliquo, q̃ eſt e b m, ſed per 29. primi, angulus q b m, eſt æqualis angulo b o e, q̃nq́ extrinſecus intrinſeco eſt æqualis. Sed & angulus m b e, æqualis eſt angulo b e o, quia coalternus eſt, ergo angulus b o e, æqualis angulo b e o, ꝑ 6. primi, in trigono b e o, latus b e, æq̃le lateri b o. Sumatᷓ aũt & alius punctus in linea t h, qui ſit punctus c, & ducatᷓ linea c a, quia ergo linea t h, æquediſtat lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt a g, per 30. primi, ideo qđ utraq́ illaꝝ eſt æquediſtans axi 3 k, palã ergo per 1. primi huius, qđ lineæ t h & a g, ſunt in eadẽ ſuꝑficie cum linea t h & 3 k, axis ſint in eadem ſuꝑficie, ergo per 7. undecimi, linea q b o, ſecans illas lineas æquediſtantes, quæ ſunt t h & a g, eſt cũ illis in eadem ſuperficie, & ſimiliter linea t o, eſt in eadẽ ſuꝑficie cũ illis, per 1. undecimi, ſunt em̃ puncta t & o, in dicta ſuꝑficie, ſecabit ergo linea t o, lineã a g, ſit pũctus ſectionis g, & ducatᷓ linea e g & e t, qa itaq́ a g, q̃ eſt linea lõgitudinis ſpeculi eſt ꝑpẽdicularis ſuꝑ ſuꝑficiẽ circuli b f, per 8. undecimi, ideo qđ axis 3 k, cui æquediſtat linea a g, perpendicularis eſt ſuper eandẽ circuli ſuperficiẽ per 23. primi huius, cũ ipſa ſit perpendicularis ſuper baſem columnæ, ꝑ 92. primi huius, ſuperficies aũt circuli b f, eſt pars ſuperficiei e o b f, hæc em̃ ſuperficies ſecat columnã æquediſtantẽ baſi, ut patet ex ꝑmiſſis. ergo ꝑ diffinitionem lineæ ſuꝑ ſuꝑficiem erectæ angulus g b o, eſt rectus, & angulus g b e rectus, ergo ꝑ penultimam primi, quadratũ lineæ g o, ualet ambo quadrata lineaꝝ g b & b o, & quadratum lineæ g e, ualet ambo quadrata lineaꝝ g b & b e, & q̃m oſtenſum eſt qđ lineæ b e & b o, ſunt æquales, erunt ipſaꝝ quadrata æqualia, & quadratũ b g utriq́ eſt commune, erit ergo quadratũ lineæ g e, æquale quadrato lineæ g o, & erit igitᷓ per 6. primi, trigono e g o, linea g e, æqualis lineæ g o, ergo ꝑ 5. primi, erit angulus g e o, æqualis angulo g o e, à puncto itaq́ g, ducatᷓ ꝑpendicularis ſuper axem ſpeculi, qui eſt 3 k, per 12. primi, quæ ſit linea g 3, & hæc ꝓducta ultra punctũ g, ad lineã t e, ſit 3 g n, eritq́ linea 3 n, æquediſtans lineæ l m, per 28. primi, q̃m lineæ n 3 & l m, ambæ ſunt perpendiculares ſuper axem 3 k, ſed & linea e o, æquediſtat lineæ l m, ut patet ex ꝑmiſſis, linea ergo 3 n, æquediſtat lineæ

e o,per 30.primi,erit ergo per 29.primi,angulus t g n,exiſtens extrinſecus æqualis angulo g o e,intrinſeco,& angulus n g e,æqualis angulo g e o,quia ſunt coalterni. Sed angulus g e o, oſtenſus eſt eſſe æqualis angulo g o e,ergo angulus t g n,eſt æqualis angulo n g e. Cum ergo linea t g o,& linea n g 3,ſunt in eadem ſuperficie in qua eſt punctus g,puncta ergo a g t, erunt in eadem ſuperficie, ergo in eadem ſuperficie ſunt lineæ e g, o g,t g,per 1.undecimi, forma ergo puncti t,reflectitur ad uiſum e,à puncto ſpeculi g,ut patet per 20.quinti huius,ꝓpter æqualitatem angulorum t g n,& n g e. Sumpto aũt in linea t h,puncto h,eiuſdẽ diſtantiæ à puncto q,& à centro uiſus e,cuius eſt pũctus t,& dicta linea h o,tranſibit hãc per lineã longitudinis ſpeculi, quæ eſt a g,ſit punctum tranſitus a,& ducta à puncto a,linea ꝑpendiculari ſuper axem 3 k,quæ ſit a d, & q̃ ꝓducta ad lineam h e,ſit d k,& ducta linea e a penetrabit ſicut prius,qa duo anguli a b e & a b o,ſunt recti, & latera a e & a o,ſunt æqualia,fiuntq; ut prius duo anguli h a k, & e a k,æquales, forma ergo puncti h,ut ſupra patuit,reflectitur ad uiſum e,à puncto ſpeculi a.Similiter quoq; ſumpto quocũq; puncto lineæ t h,erit ꝓbare qđ ille punctus reflectitur ad e,ab aliquo puncto longitudinis ſpeculi, quæ eſt a g,tota linea ergo t h, reflectitur ab una linea longitudinis ſpeculi,quæ eſt a g,ad uiſum e,qđ eſt ꝓpoſitũ. Et notandum eſt,qđ in hac diſpoſitione figuræ punctum q,lineæ t h, eſt medius punctus illius lineæ, & eſt in eadem ſuperficie cum centro uiſus e,ꝓpter qđ puncta t & h,æqualiter diſtant à uiſu, & ſimiliter puncta reflexionis quæ ſunt g & a,ꝓpter quod patet, quod lineæ g b & g a,ſunt æquales,& tota diſpoſitio figuræ ſit ſecundũ illũ,quod ſi uiſus ſit inferior tota linea t h,quod ſit reflexio à linea a g,prout ſecat plurimas oxigonias ſectiones,ut patet per 13.huius,alias uero quãq; ab aliquo puncto circuli neceſſe eſt fieri reflexionem.

XXXI.

Linea longitudinis exiſtente communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi,à quolibet pũcto ſuperficiei ſpeculi apparentis uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum.

Eſto ſpeculũ pyramidale conuexũ b x p, cuius uertex ſit b,& diameter baſis x p,ſitq; centrũ baſis q.erit ergo linea b q,axis ipſius ſpeculi.Sit quoq; qcunq; datus punctus in ipſius ſuperficie apparente punctus g,& ſit centrũ uiſus a,& punctus rei uiſæ ſit n,dico qđ forma puncti n,reflecti poteſt à puncto g,ad uiſum a:ſi fuerit in ſitu cõueniẽti reflexiõi,circũducatur enim ꝑ 102 primi huius,à pũcto g circulus pyramidi ſpeculi æquediſtans baſi x p, cuius cẽtrũ ſit d,& cuius diameter ſit g c,ſemidiameter g d,q̃ neceſſario erit ꝑpendicularis ſuꝑ axem b q ꝑ 29.primi, eo qđ e x q. ſemidiameter baſis ſpeculi eſt ꝑpẽdicularis ſuper eandẽ axẽ b q,ſicut & alia ſemidiameter baſis in eadẽ ſuꝑficie



exiſtẽs cũ diametro g c æq̃diſtat illi,eſt enim axis b q ꝑpẽdicularis ſuꝑ ſuperficies amborum circulorum x p & g t,ꝑ 23.primi huius,& ꝓducatur linea g b.à dato puncto g,ad uerticẽ pyramidis b,palã ergo ꝑ 32.primi,quoniam angulꝰ g b d eſt acutus,& ſimiliter angulꝰ b g d,eſt acutus,cũ angulꝰ b g d,ſit rectus,in ſuꝑficie quoq; trigoni g b d, ſit linea reflexiõis, q̃ eſt a g,ꝑ 7.huius,& ex hypotheſi erũt lineæ reflexionis a g,& longitudinis b g, & axis b d q in eadẽ ſuperficie,& quoniam angulus b g d eſt acutus, fiat ꝑ 23.primi, angulꝰ b g k, rectꝰ ꝓducta linea g t,ad axẽ,eritq; t g linea perpẽdicularis ſuꝑ lineã longitudinis, q̃ eſt b x, eritq; g r linea in eadẽ ſuperficie cũ alijs lateribꝰ trigoni b g r,ꝑ 2.undecimi, à pũcto quoq; g,ducatur linea cõtingẽs circulũ ꝑ 16.tertij,q̃ ſit linea l g s,eritq; ꝑ 27.tertij,linea l g s perpẽdicularis ſuꝑ diametrũ g c, ducaturq; alia diameter circuli g c, perpendicularis ſuper

diametrum

diametrum g r,quæ extrahatur à puncto d,per undecimã primi, & ſit f k,eritq́ ſicut pr9 diameter f k perpẽdicularis ſuper axẽ b q,erit ergo per 4.undecimi diameter f k perpẽdicularis ſuper ſuperficiem in qua ſunt lineæ g c & b q,eritq́ diameter f k æquediſtãs lineæ contingenti circulum,quæ eſt l g s,per 17. tertij,& per 28. ergo per 8. undecimi, linea contingens circulum g c,quæ eſt s g l,perpẽdicularis eſt ſuper ſuperficiẽ in qua ſunt diameter g c & axi e l q, ergo ꝑ diffinitionẽ lineæ erectæ,angul9 l g r,eſt rect9:ſi ergo imaginemur ſuperficiẽ contingẽtem pyramidẽ,in qua ſit linea l g s,contingens circulũ b c, palam quoniã linea r g,erecta eſt ſuper illã ſuperficiẽ,ſi ergo linea reflexionis quæ eſt a g,tranſiens pyramidem,fiat una linea cũ linea g r,erit ipſa orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in pũcto g,fiet ergo per 21.quinti huius,formæ ſecundũ illã lineam ſuperficiei ſpeculi incidentis reflexio per eandẽ, & ſi punct9 n ſit in illa linea,poterit forma eius reflecti ad uiſum a,à puncto ſpeculi g, per lineã a g,ſi uero linea a g nõ fiat una linea cũ linea g r,palã per conuerſam 14.primi,quod angulus a g l, eſt minor recto uel maior,quoniã ſi erit rectus, tunc lineæ a g & g r,ambæ coniunctæ ſunt linea una ꝑ eandem 14. ſit ergo angulus a g l acutus,& producatur linea r g, in continuum & directum uſq́ ad punctum u,eritq́ linea u g perpendicularis ſuper ſuperficiem cõtingentem ſpeculum in puncto g,& erit angulus u g l rectus per 15.primi,erit ergo angulus u g a acutus,ducatur ergo in eadẽ ſuperficie linea g h, æqualem continens angulum cum linea u g,angulo u g a,per 23.primi.Si ergo punctus rei uiſæ,qui poſitus eſt eſſe n,fuerit in linea h g,palã per 20. quinti huius,quoniã poſſibile eſt à puncto g, fieri reflexionem ad uiſum a,eruntq́ lineæ incidentiæ,quæ eſt n g cũ linea reflexionis quæ eſt g a in eadẽ ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis quod eſt g,reflectetur'q́ forma puncti rei uiſæ ſecundũ punctum n ad uiſum,qui eſt in puncto a,à puncto ſpeculi quod eſt g,& eodem modo de quolibet alio dato pũcto ſuperficiei ſpeculi demonſtrandum,patet ergo propoſitum.

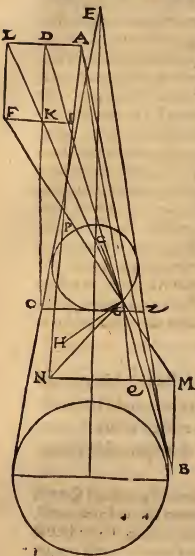
XXXII.

Dato puncto ſpeculi pyramidalis conuexi,à quo fiat reflexio dati puncti rei uiſæ ad datum centrum uiſus à puncto oxigoniæ ſectionis,uel à linea lõgitudinis ſpeculi, poſſibile eſt loca inueniri,in quibus centro uiſus & puncto rei uiſæ collocatis, fiat reflexio ad uiſum ab eodem dato puncto ſpeculi pro ut eſt punctus circuli æquediſtantis baſi.

Sit a centrum uiſus,b punctus rei uiſæ,& ſit g pũctus reflexionis ſuperficiei ſpeculi pyramidalis cõuexi,cuius uertex ſit e,dico quod poſſibile eſt inueniri id quod proponit̃, ducatur eñ pro ut docuimus in 28.huius,ſuper punctũ g ſuperficies æquediſtans baſi ſecans pyramidem ſuper circulũ baſi æquediſtantem per 100.primi huius, quæ ſit p g,cuius centrũ ſit t,& ducatur lineæ a g & b g, a b, & à puncto g ducatur ad centrũ circuli linea g c, & uertice pyramidis,qui eſt pũctus e,ducatur axis e t,& quoniã ſuperficies reflexionũ ſemper eſt erecta ſuper ſuperficiem ſpeculũ in puncto reflexionis contingentẽ,ut patet per 15.& per 8.huius,uel per 25.quinti huius,ducatur in ſuperficie reflexionis linea perpẽdicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculũ in puncto reflectionis, qđ eſt g, quæ ſit h g, & palã per 26.quinti huius,quoniã hæc diuidit angulũ a g b, per æqͣlia,ipſa ergo producta ſecabit lineã a b per 29.primi huius,ſitq́ ergo ut ſecet eam in pũcto z,ducatur quoq́ à puncto e, uertice pyramidis linea lõgitudinis ſpeculi,quæ ſit e g, & huic lineæ e g ducatur æquediſtãs à pũcto a,centro uiſus, quæ neceſſario ſecabit ſuperficiem circuli p g,ſecet ergo ipſum in pũcto n,& ſit a n, & ſimiliter à pũcto b,ducatur linea æquediſtans eidem lineæ e g,quæ ſit b m, ſecans ſuperficiẽ circuli g p in puncto m, quia itaq́ ambæ lineæ a n & b m,æquediſtant eidẽ lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, patet per 30.primi,quia ipſæ adinuicem æquediſtant.ſ.lineæ a n & b m,à pũcto ergo n ducatur ꝑ 31.primi,linea æquediſtans ſemidiametro circuli,quæ eſt g r,ſitq́ illa æquediſtans linea n s, & ducantur lineæ n g,m g,n m,palam itaq́ per 29.primi huius, quia linea t g producta ſecabit lineam n m,ideo quia ſecat angulum m g n, eſt ei tranſuerſim

 ducta

ducta in eadem ſuperficie & lineæ n f & g t ſunt æquediſtantes, ſed linea n m ſecat lineã n f, ergo & ipſa ſecabit per ſecundam primi huius, lineam g t, ſecet ergo in puncto q, palam ergo per eandẽ ſecundam primi huius, quod linea m g producta ſecabit lineam n f, cũ ſecet linea g t, æquediſtantẽ ipſi n f, ſitq́ punctus ſectionis f, & à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ perpendiculari ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in pũcto g, quæ eſt linea h z, & ſit illa æquediſtans linea a l, palam ergo per ſecundam primi huius, quod linea b g concurret cum linea a l, quia ſecat eius æquediſtantem lineam h z, ſit ergo punctus cõcurſus l, ducatur quoq; linea quæ eſt ſectio communis ſuperficiei contingẽti ſpeculi in puncto g, & ſuperficiei circuli p g, quæ ſit linea g o, palam quod linea g o erit orthogonalis ſuper ſemidiametrũ circuli, quæ eſt g t per 17. tertij, ideo quia linea g o eſt contingens circulũ p g, quoniã ipſa ducta eſt in ſuperficie plana contingẽte ſpeculũ in puncto g, & quoniã lineæ n f & g t æquediſtant, erit per 29. primi, linea g o orthogonalis ſup lineam n f æquediſtante lineæ g t, ſumatur etiam linea quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei contingentis ſpeculum in puncto g, palam per ſecundã primi huius, qa ipſa ſecabit lineam a l æquediſtantẽ lineæ g h, ſit ergo pũctus ſectionis d, & erit linea g d perpẽdicularis ſuper lineam a l, per 29. primi, eſt enim linea g d perpendicularis ſuper lineã g h, quia cum linea h g, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem cõtingentẽ in puncto g, erit perpendicularis neceſſario perpendicularis ſuper lineã g d, productã ab eodem puncto in illa ſuperficie per diffinitionẽ lineæ ſuper ſupficiem erectæ, palam autẽ ex prædictis, quoniã linea n f, eſt æquediſtans ſemidiametro circuli p g & g c, ſimiliter quoq; linea a l, eſt æquediſtans lineæ g h. igitur per 15. undecimi ſuperficies in qua ſunt lineæ n f & a l, quæ productæ ultra puncta l & f, neceſſario concurrent per 14. primi huius, quoniam anguli f n a & l a f, ut patet ſunt minores duobus rectis, eſt æquediſtans ſupficiei g t h, ſed & linea e g, æquediſtat lineæ b m, ut patet ex præmiſſis, ergo per primam primi huius, ipſæ ſunt in eadem ſuperficie ſecante prædictas duas ſuperficies æquediſtantes unã ipſarum ſuper lineã e g, aliã uero ſuper lineã f l, ergo per 16. undecimi, communes ipſarum ſectiones erunt æquediſtãtes, erit ergo linea f l æquediſtans lineæ e g, ſed linea a n eſt æquediſtans lineæ e g, ut patet ex præmiſſis, ergo per 30. primi, erit linea f l æquediſtans lineæ a n: uerum ſupficies contingens ſpeculũ in puncto g, ſecat eaſdem ſuperficies æquediſtantes quæ ſunt g t h & n f, & a l, unã earũ ſup lineam e g, ſecundum quam ipſa eſt ſpeculũ contingẽs, & aliam ipſarũ ſuper lineam o d, ergo per 16. undecimi, linea o d æquediſtat lineæ e g, igitur per 20. primi, erit linea o d, æquediſtans lineis a n, & l f æquediſtantibus lineæ e g, & quia linea n f & a l inter quas ducantur lineæ n a, o d, f l, ſunt in eadem ſuperficie, per ſecundam 11. patet quod lineæ a n, q d, f l, ſunt in eadem ſuperficie. ducatur itaq; à pũcto f linea æquediſtãs liniæ l a, per 31. primi, ſecãs lineã o d in pũcto k, & linea a n in pũcto l, eritq́ linea f r, æq̃lis linea l a per 34. primi, & ſimiliter erit linea f k æq̃lis l d, & k i æqualis ipſi d a. Eſt autem per ſecundam 6. proportio i k ad k f, ſicut n o ad o f, ergo per 7. quinti, erit proportio lineæ a d ad lineam d l, ſicut lineæ n o ad lineã o f, & quoniam ex præmiſſis angulus b g z, eſt æqualis angulo a g z, quoniã linea g z diuidit angulum a g b per æqualia per 26. quinti huius, ſed angulus b g z, eſt æqualis angulo g l a, per 29. primi, extrinſecus eñ intrinſeco eſt æqualis, & lineæ h z & a l, ſunt æquediſtãtes, ſimiliter angulus z g a per eandẽ 29. primi, æqualis eſt angulo g a l, qa coalternus, angulus



ergo

ergo g l a æqualis eſt angulo g a l, ergo per 6. primi, lineæ g n & g l ſunt æquales, & linea g d eſt perpendicularis ſuper lineā a l, ut patet ex præmiſſis, trigonũ ergo a g l, diuiſum eſt in duos trigonos æquiangulos & ſimiles ꝑ 31. primi huius, eſt ergo proportio lineæ a d ad lineā d l, ſicut lineæ g a, ad lineā g l. ſed linea a g, ut patet ex præmiſſis, eſt æqualis lineæ g l, eſt ergo linea a d æqualis lineæ d l, ergo & linea n o eſt æqualis lineæ o f, & linea g o eſt per 29. primi, perpēdiculariter ſuper lineā u f, quoniā linea g o, eſt perpēdicularis ſuper lineā g t, ut patet ex præmiſſis per 17. tertij, & lineæ g t & n f æquediſtãt ut præmiſſum eſt, quia itaq; angulus g o f, eſt æqualis angulo g o n, & linea o f æqualis lineæ o n, & linea g o, communis, erit ergo per 4. primi, angulus o f g æqualis angulo o n g, ſed angulus q g m, æqualis eſt angulo o f g, per 29. primi, cum ſit ei extrinſecus, & angulus q g n, æqualis eſt angulo o n g, cum ſit ei coalternus, et lineæ c q & n f æquediſtant ut patet ex præmiſſis, erit ergo q g n angulus æqualis angulo a g m. ergo per 20. quinti huius, à puncto g circuli p g, poteſt forma puncti m, reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto n, non tamen quod ſecundum circulum fiat reflexio ab his ſpeculis pyramidalibus conuexis, ſed ſit ſcilicet quod punctus g cõmunicat circulo, qui eſt ſectio ſphæræ uel columnæ intra ſpeculum pyramidale, imaginare, quoniam ſuperficies contingens circulum p g, eſt erecta ſuper ſuperficiem reflexionis, propter quod neceſſe habet pyramidem ſpeculi in ſui parte ampliorem, ut in ea quæ eſt uerſus baſem ſecare ſecundum æquediſtantiā axis pyramidis ſpeculi, & ſit ſuperficies reflexionis, in qua ſunt centrum uiſus & punctus rei & circulus p g, erecta eſt ſuper illam ſuperficiem contingentem & puncta n & m, ſe reſpiciunt in ſuperficie illius circuli ſecũdum angulos æquales contentos cum diametro ipſius collocato ergo centro uiſus in puncto n, & puncto rei uiſæ in puncto m uel econuerſo, reflectetur ſemper forma ad centrum uiſus corpore ſpeculi pyramidalis non præſtante impedimentum, ut ſi forte lineæ a n & b m, cadant in ipſo circulo baſis, & propter corpus pyramidis ſpeculi non ualeant à puncto g, ad uiſum aliquod reflecti, & hoc eſt propoſitum.

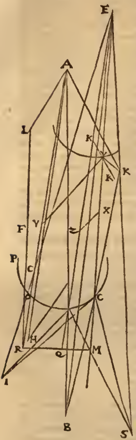
XXXIII.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente linea longitudinis ſpeculi, ab uno tantum puncto ſuperficiei ſpeculi fit formæ unius puncti rei uiſæ reflexio ad uiſum.

Sit diſpoſitio omnino quæ eſt in proxima præcedente, & reflectatur forma puncti b ad uiſum exiſtentē in puncto a, à puncto ſpeculi pyramidalis cõuexi quod ſit g, ita quod cõmunis ſectio ſupficiei reflexiõis & ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, dico quod forma puncti b reflectitur ad uiſum a, à ſolo puncto ſuperficiei ſpeculi, quod eſt g: ſi enim dicatur quod poteſt reflecti ab alio puncto ſuperficiei ſpeculi, tunc illud punctũ aliud aut erit in linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, aut non, ſi ſit in linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, ſit illud punctum x, & ab eo ducatur perpendicularis ſuper ſupficiē contingentē ſpeculũ in illo pũcto ꝑ 12. undecimi, hæc ergo ꝑpēdicularis ſit x i, eritq; linea x z per 6. undecimi æquediſtãs lineæ z g, quæ prius ducta eſt perpēdicularis ſup eandem ſuperficiem, tamen punctũ g & x ſint in eadē linea longitudinis ſecundũ quā ſuperficies illa pyramidē contingit, & quia linea h z & a l, ſunt æquediſtãtes, ut patet per illa quæ dicta ſunt in præmiſſa, erit ergo per 30. primi illa perpendicularis x z æquediſtans lineæ a l, & quia linea e z æquediſtãs lineæ a l, & quia linea x z ſicut & linea z h eſt in ſupficie reflexionis, quæ per 15 & per 6. huius, eſt erecta ſuper ſuperficiem contigentē ſpeculũ in linea e g, erit ergo ꝑ ſecundā primi huiꝰ, linea a l in ſupficie reflexionis huius lineæ perpēdicularis, quæ eſt x z, & erit ſimiliter in ſupficie reflexiõis lineæ ꝑpēdicularis q̃ eſt z g, igit̃ illæ duæ ſupficies reflexiõis lineæ ꝑpēdiculariter ſecãt ſe ſup lineā a l per 19 primi huiꝰ, ſed ſecãt ſe etiā ſup punctũ b, q̃m illud eſt q̃d reflectit̃ ꝑ utrãq;, hoc aũt eſt impoſſibile, quoniā punctũ b nõ eſt in linea a l, oſtēſum eſt eñ prius lineā f l æquediſtãtē eſſe lineæ b m, q̃ duæ lineæ uel cõcurrēt ſi pũctũ b eſſet in linea a l, uel ſequeret̃ pũcta m et n cadere ex una ꝑte lineæ g q, nõ ergo fiet reflexio pũctorũ m & n adinuicē à pũcto g, q̃d eſt cõtra demõſtrata in ꝓmiſſa, reſtat ergo ut à nullo pũcto lineæ lõgitudis, q̃ e g, ꝓ̃tq; à pũcto g, forma puncti b, poſſit reflecti ad centrũ uiſus exiſtens à pũcto a, ſi aũt poſſibile eſt,

ut refle

ut reflectatur forma puncti b ad uiſum a, ab aliquo puncto ſpeculi extra lineam longitudinis g e, ſit illum punctum u, & per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit linea e u c. quæ in puncto c, ſecet periferiam circuli g p, & ſumatur ſuperficies æquediſtans baſi tranſiens per punctum m, palam ergo per 8. undecimi, quoniam linea a n ſecat hanc ſuperficiem, ideo quia linea e g, cui æquediſtat linea a n ſecat eandem ſuperficiem, ſunt autem per ſecundam primi huius lineæ a n & e g in eadẽ ſupficie, cũ ſint æquediſtãter, ſicut ergo in linea a n ſecat illã ſuperficiẽ in puncto y, ſimiliter quoq; linea b m æquediſtãs lineæ e g, ſecabit eandem ſuperficiẽ, ſit quoq; pũctus ſectionis k, & ducantur lineæ k u, y u, a k, & cum illa ſuperficies per 100. primi huius, ſecet pyramidem ſecundum circulum tranſeuntem per punctum u, ducatur à puncto u linea ad centrum huius circuli, quæ ſit r u, & producatur extra ſpeculum, & ſit illud u r, & à uertice pyramidis ſpeculi pũcto ſcilicet e, ducãtur lineæ e k, e y, quæ neceſſario ſecabunt ſuperficies circuli p g, & ſint puncta ſectionũ i & s, & ducãt lineæ i a & s c, ſicut ergo per præcedentem probatum eſt de forma puncti m, quod non impediente pyramide poteſt reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto n à pũcto ſpeculi g: eodem modo probari poteſt de puncto k, quod reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto y, à puncto ſpeculi u, angulus ergo r u y, erit æqualis angelo t u k, & quoniã linea b h æquediſtat lineæ e g, & linea communis ſuperficiei b g, e k, & ſuperficiei circuli p g, eſt linea m g per 19. primi huius, quoniã linea m g, eſt in utraq; illarum ſuperficierum, patet quod linea e k, cum ſit in hac ſuperficie b g e k, & ſecet ſuperficiẽ circuli p g, cadet ſuper lineam communẽ, quæ eſt m g, cadet autem in punctũ ſuperficiei quod eſt o s ut præmiſſum eſt, q̃niam linea e k o, eſt linea una, erit igit̃ linea s m g linea recta, eodem modo cum ſuperficies n y e g ſecet ſuperficiem circuli p g, ſuper lineam n g linea e i concurrat cum linea n g in puncto i per modum præmiſſum, ergo linea i n g, eſt una linea recta, palam quod ſuperficies i c e ſecabit ſuperficiem circuli p g ſuper lineam i t, ſecat autem ſuperficiem huic ſuperficiei æquediſtantem, quæ tranſit per punctũ u ſuper lineam i u, ergo per 16. undecimi, linea i c æquediſtat lineæ y u, ſimiliter ſuperficies u c e ſecet ſuperficies illas æquediſtãtes ſcilicet ſupficies g p t & u y ſuper duas lineas s c & k u, ergo per eandem 16. undecimi lineæ s c & k u ſunt æquediſtantes: ſimiliter ſi ſumatur ſuperficies ſecãs ſpeculum ſuper lineam longitudinis, quæ eſt e o in ſuperficie ſunt puncta r & u: ſunt eñ puncta r u, c m in eadem ſuperficie cum puncto t u t, & aliquis punctus lineæ s g, ſunt in eadem ſuperficie, quia eadem eſt demonſtratio dato alio quocunque puncto lineæ c m.



ſemper enim ſuperficies hoc modo ſecans ſpeculũ ſecundum lineã e c, ſecabit illas ſuperficies æquediſtantes ſuper duas lineas m c & t u, igitur ut prius illæ duæ lineæ m c & r u, ſunt æquediſtantes, igitur per 10. undecimi, angulus s c m, æqualis eſt angulo k u r, & angulus m q æqualis angulo r u y, ſed iam patuit quod angulus k u r, æqualis eſt angulo r u y, ergo angulus s c m, æqualis eſt angulo m q, quare forma pũcti s poteſt reflecti ad uiſum exiſtentẽ in puncto i, à pũcto ſpeculi c, non impediẽte corpore pyramidis ſpeculi ſed iam probatum eſt per præmiſſa, quod forma puncti m, reflecti poteſt ad uiſum exiſtentem in puncto h à puncto g circuli p g, quoniam poteſt reflecti ad punctum n, &

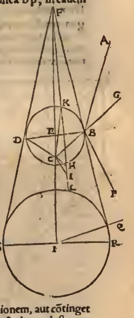
puncta

puncta n & l ſunt in eadẽ linea recta conſiſtentia, ut præoſtenſum eſt, poterit ergo forma puncti m à pũcto ſpeculi g reflecti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto l, & ita punctum s, quod eſt in linea s m g, poteſt reflecti ad uiſum exiſtentẽ in puncto l, à pũcto g, igit̃ forma puncti s reflectitur ad uiſum in punctũ l, à duobus punctis circuli p g, quod eſt impoſſibile, & contra ſedecimã ſexti huius, & cõtra 27. huius ſeptimi, reſtat ergo, ut primũ ſit impoſſibile, ſcilicet qđ forma pũcti b reflecti poſſit ad uiſum exiſtentẽ in pũcto a, ab aliquo alio pũcto ſpeculi, quàm à pũcto g, ab uno ſolo ergo puncto fiet reflexio formæ eiuſdem puncti communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexa exiſtente linea longitudinis ſpeculi, quod eſt propoſitum.

XXXIIII.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente oxigonia, à quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi apparentis uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum, & ab uno uel à duobus punctis tantum.

Eſt o ſpeculũ pyramidale conuexum f k s, cuius uertex f, diameter baſis k s, centrũq; baſis n, erit ergo axis ſpeculi linea f n, ſitq; centrũ uiſus punctus a, dico quod cõmuni ſectiõe ſupficiei reflexiõis & ſpeculi exiſtẽte linea oxigõia, quæ ſit b l, poſſibile eſt à q̃libet pũcto ſpeculi ꝓpoſiti fieri reflexionẽ, alicui9 pũcti uiſi ad pũctũ a, qđ eſt cẽtrũ uiſ9, ſit em̃ pũct9 b dat9 in ſupficie ſpeculi, de quo dubitamur utrũ ab eo poſſit fieri reflexio formæ alicui9 pũcti rei uiſæ ad cẽtrũ uiſus qđ eſt a, ducat̃ ergo à pũcto b linea lõgitudinis pyramidis ſpeculi per 101. primi huius, quæ ſit b f, ducaturq; à puncto b ꝑpendicularis ſuper illam lineã longitudinis extra ſpeculũ, quæ ſit b g, & ſuper punctũ b terminũ lineæ b g fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a b g, quæ ſit g b p ducta linea b p, in eadem ſuperficie reflexionis, pateťq; per 20. quinti huius, quia omnis pũctus rei uiſæ exiſtens in linea b p, reflectetur ad uiſum in punctum a, ſed à ſolo puncto b uel duobus tantũ fiet reflexio ad uiſum exiſtentẽ in puncto a, palã em̃ per 96. primi huius, quod ſi perpendicularis g b, producatur intra pyramidem, quoniã concurret cũ axe f n, ſitq; punctus concurſus e, palam ergo quoniam angulus g e f cũ ſit in ſupficie ſectionis uerſus uerticẽ pyramidis eſt acut9 ꝑ 23. primi, q̃m in trigono b e f angul9 e b f, eſt rect9, circũducat̃ ergo per 102. primi huius à pũcto reflexiõis quod eſt b circulus ſpeculo pyramidali, cuius diameter ſit b d, et eius cẽtrũ e, ſecans axẽ f n in puncto c, & quia ille circulus per 100. primi huius, eſt æquediſtans baſi ſpeculi, palam quia perpẽdicularis g c acutum angulum tenens cum axe f n, declinata erit ſuper circuli illius ſuperficiem, quia linea æquediſtans lineæ g c, ſi producet̃ à puncto n cẽtro baſis ſpeculi, patet quod declinata eſt ſuper baſem pyramidis, ut ſit linea n q producta, ergo linea c d, à puncto axis c, ad circuli periferiam, cum angulus b c ſit æqualis angulo d e c, quoniam uterq; ipſorũ eſt rectus, omnes enim anguli cõtenti ſub ſemidiametris circuli & axe ſe ſunt æquales, & lineæ à centro ad circumferentiam æquales, e c uero linea eſt cõmunis per 4. primi, palam quoniã latus b c, æquale eſt lateri c d. & omnes anguli factorum trigonorum ſunt æquales, quia idem eſt de omnibus lineis à pũcto c ad circuli b d, circumferentiam productis, ſecans ſpeculũ ſecundum oxigoniã ſectionẽ, fiet ergo noua pyramis, cuius baſis eſt circulus b d, uertex c, & axis c e, ſuperficies ergo reflexionis ſecans ſpeculum ſecundum oxigoniam ſectionem, aut cõtinget hanc pyramidem c b d, aut ſecabit, ſi contingat dico quod à ſolo puncto b, quod eſt punctus reflexionis tantum fiet reflexio ſecundum illam ſuperficiem eandem, palam enim quod ſuperficies reflexionis contingat pyramidem ſuper lineam longitudinis illius pyramidis per 95. primi huius, hæc autem erit linea b c, in qua eſt punctum b, à quo duci-



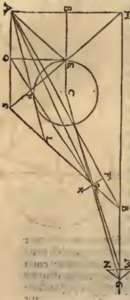
tur

tur linea b c perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea reflexionis b a, à puncto quoq; f, quod eſt uertex pyramidis ſpeculi ducantur lineæ plures ad ſectionem oxigoniã, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexiõis & pyramidis ſpeculi, quæ eſt f k s, omnes itaq; illæ lineæ cadent in ſuperficiem circuli b d, quæ eſt baſis pyramidis intellectæ, q̃m cadant in ipſam ſectionem præter unam ſolam, quæ cadet in punctum reflexionis b, quæ eſt linea f b, à ſolo itaq; puncto b, fiet reflexio ad uiſum. Si enim detur quod ab alio puncto dictæ ſectiõis oxigoniæ, ut à puncto l fiat ad uiſum a reflexio, tunc linea ab illo puncto l ad punctum c, quod eſt uertex pyramidis intellectæ ducta quæ ſit i c, erit ut prius perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 96. primi huius, cum enim illa perpẽdicularis neceſſario ſit in ſuperficie reflexionis in qua eſt ſectio, oportet quod ipſa cadat in punctum c, ergo erit perpendicularis ſuper lineam longitudinis pyramidis ſpeculi per illud punctum i tranſeuntem, quæ ſit f i l, ſit quoq; punctus in quo linea f i, ſecat circulũ b d, punctus r, patet aũt per præmiſſa & per 65. primi huius, quoniam linea c r à uertice pyramidis intellectæ ducta ad illam lineam longitudinis neceſſario eſt perpendicularis ſuper illam, ſicut linea c b eſt perpẽdicularis ſuper lineã longitudinis ſpeculi, quæ eſt f b, quoniam ut patet per 89. primi huius anguli omnium linearum longitudinis cum ſemidiametro baſis & cũ axe ad uerticẽ ſunt æquales, erũt ergo in triangulo c i r duo anguli recti, quod eſt impoſſibile & contra 32. primi, non ergo fiat reflexio ab alio pũcto ſectionis oxigoniæ quæ eſt b i, quàm à puncto b ſuperficie reflexionis pyramidem c b d contingentem.

XXXV.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, centroq; uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus inter ſuperficiem æquediſtanter baſi ſpeculum in uertice contingentem & inter ipſum baſem poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis.

Eſto datũ ſpeculum pyramidale, cuius uertex ſit punctus g, & fiet ſuper ipſum uerticem ſuperficies æquediſtãs baſi pyramidis, quæ ſit m n g, quod fiet ductis à puncto g uertice ſpeculi tribus lineis perpẽdicularibus ſuper axem ſpeculi p̱ undecimã primi, & imaginata plana ſuperficie inter illas lineas extenſa, Sitq; a punctus rei uiſæ, & b centrum uiſus, quæ ſint ambo ſub illa ſuperficie m n g, inter ipſum ſcilicet & baſem ſpeculi, ſitq; exempli cauſſa punctum b, propinquius uertici b ſpeculi g, quàm punctum a, quoniam ſi poſitum fuerit eſſe econuerſo ſemper eadẽ eſt demonſtratio, dico quod eſt poſſibile punctum reflexiõis inueniri, ducatur em̃ à puncto a, quæ eſt pũctus rei uiſæ ſuperficies ſecãs pyramidẽ æquediſtãter baſi ut prius, & ducat̃ à uertice ſpeculi q eſt punctũ g, linea ad pũctũ b, q̃d eſt cẽtrũ uiſus, quæ ſit g b, hæc itaq; linea p̱ducta cadat in ſup̱ficiẽ à pũcto a rei uiſæ ductã æq̃diſtãter baſi pyramidis, cũ illa linea g b, ſit inter ſup̱ficies æquediſtãtes ducta à uertice axis ambas illas ſuperficies tranſeuntis, pũctus ergo in quẽ cadit hæc linea g b, ſit pũctus h, ergo p̱ modũ demõſtrãdi q̃ uſi ſumus in 32. huius demõſtrari poteſt q̃m forma pũcti a reflectet̃ ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto h ab aliq̃ pũcto circuli, q̃d efficit ſup̱ficies ſecãs pyramidẽ ducta à punctis a & h, cuius circuli cẽtrũ ſit pũctũ axis ſpeculi q̃d eſt t, & ſit punctus reflexiõis inuentus in illo circulo pũctꝰ e, & ducat̃ int̃ a punctũ rei uiſæ & cẽtrũ uiſus .ſ, linea a b, & linea lõgitudis ſpeculi, quæ ſit g e & axis pyramidis ſpeculi ſit g t, & ducat̃ à puncto e linea ad centrum ſui circuli quæ ſit e c, hæc enim cadat ſuper axẽ g c p̱pẽdicularit̃ p̱ 100. & p̱ 89. primi huiꝰ, uel p̱ 21. huiꝰ, & ideo q̃d axis g c cũ ſit p̱pẽdicularis ſup̱ baſem pyramidis ſpeculi & etiã erectus ſup̱ ſup̱ficiẽ circuli æquediſtantis illi baſi per 23. primi huiꝰ, eſt ergo p̱ diffinitionẽ lineæ ſup̱ ſup̱ficiẽ erectæ axis



g c perpẽ

g e perpendicularis ſuper ſemidiametrū e c,& erit linea e c erecta ſuper lineam contingē
tem illū circulū in pūcto e per 17. tertij, et hæc linea c e, producta extra circulum ductis li
neis h e & a e, ſecabit angulum ab eis contentum per æqualia, ſcilicet angulum h e a, per
26. quinti huius, ergo per 29. primi huius eadem linea c e producta, lineam h a ductā
ſecabit, cum ſit cum illa in eadem ſuperficie reflexionis, ut patet per 24. huius, ſit ergo
linearum c e & h a punctus ſectionis r y, & quia lineæ g e & e c efficiunt ſuperficiem ſe-
cantē lineā a b, ſit pūctus ſectionis f, & ab illo pūcto f ducatur per 12. primi linea perpē
dicularis ſup lineā lōgitudinis g e, q̄ ſit f q, eritq́ linea f q per diffinitionē lineæ ſuper ſup
ficiē erectæ ꝑpēdicularis ſup ſupficiē cōtingētē pyramidē ſup lineā g e, deinde à pūcto a
ducat̄ linea æq̄diſtās lineæ f q, q̄ ſint linea a l, ꝑducaturq́ linea f q, donec cōcurrat cū axe
g c, in pūcto k, ducatur itē à puncto a linea æquediſtans lineæ r c, quæ ſit a s, & ducatur à
puncto e linea quæ ſit communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ eſt a e h, & ſuperſi-
ficiei cōtingentis pyramidē ſpeculi in linea lōgitudinis quæ eſt g e, & ſit hæc linea e o,
quæ cum ſit perpendicularis ſuper ſemidiametrum circuli, quæ eſt e t, ut patet per 17.
tertij, cōtingit enim linea e o circulum, cuius eſt centrum punctum t, palam quod ipſa
eſt perpendicularis ſuper lineam e r, ergo per 29. primi, erit linea e o perpendicula-
ris ſuper lineam a s, quoniam linea a s æquediſtat lineæ t r, ut patet ex præmiſſis, duca-
tur quoq; linea b q, quæ producta neceſſario concurrat cum linea a l, per 2. primi hu-
ius, quia concurrit cum eis æquediſtante. ſ linea f q, ſit punctus concurſus l, & ducatur à
puncto q linea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei contingentis ſpeculum ſecun-
dum lineam longitudinis g e, & ſuperficiei a b l, quæ ſit q p, quæ per ſecundam primi hu
ius ſecabit lineam a l, quæ ſecat eius æquediſtantem, quæ eſt f k, ſit punctus ſectionis p,
producaturq́ linea h e, donec cōcurrat cum linea a s, concurrit autem per ſecūdam pri-
mi huius, ſit punctus concurſus s, & ducantur duæ lineæ l s & p o, quia itaq; linea r t eſt
perpendicularis ſuper axem g c, & linea f k acutum angulum cōtinet cum axe g c, angu
lus eñ f q g per 32. primi, eſt acutus, ideo quia angulus f q g, ut patet ex præmiſſis eſt re
ctus, ergo per 14. primi huius lineæ r t & f k concurrunt in aliq̄ puncto ultra axem g c,
ſed illarum æquediſtātes lineæ quæ ſunt a l & a s concurrunt in puncto a, ſuntq́ in alia
ſuperficie quàm lineæ r t & f k, quæ ſunt in ſuperficie g e k per primam undecimi, palam
ergo quoniam ſuperficies g a l s eſt æquediſtās ſuperficiei g e k, per 15. undecimi, lineæ
quoq; q e & p o ſunt in ſuperficie contingente ſpeculum in linea longitudinis g e, & ſe-
cāte illas duas ſuperficies æquediſtātes ſuper duas lineas, quæ ſunt q e & p o, igitur linea
q e æquediſtat lineæ p o per 16. undecimi. & quia linea h e producta cōcurrit cum linea
a s in puncto s, erit ergo linea e s in ſuperficie h e g per primam undecimi, & in eadem
ſuperficie eſt linea b l, & hæc ſuperficies ſecat prædictas ſuperficies æquediſtātes, q̄ ſunt
a l g & g e b, in duabus lineis e q & l s, igitur per 16. undecimi linea e q eſt æquediſtans
lineæ l s, ergo per 31. linea p o quæ eſt æquediſtans lineæ q s, ut ſupra patet, erit æque-
diſtās ipſi lineæ l s, erit ergo per ſecundam ſexti, proportio lineæ a o ad lineam o s, ſicut
lineæ a p ad lineam p l. ſed quoniam per 20. quinti huius, angulus h e r eſt æqualis an-
gulo r e a, & angulus s e a æqualis angulo h e r, per 29. primi, quoniam extrinſecus in-
trinſeco eſt æqualis, & angulus e a s, æqualis angulo r e a, quia coalternus, palā quia
angulus e s a eſt æqualis angulo e a s, ergo per 6. primi erit linea e a, æqualis lineæ e s,
quia linea e o eſt perpendicularis ſuper lineam a s, erunt per 31. primi huius, trigoni a e
o & s e o ſimiles, ergo ꝑ diffinitionem ipſorum latera æquos angulos reſpicientia ſunt ꝑ
portionalia, ſed ex præmiſſis patet quod latus a e eſt æquale lateri e s, ergo & latus a o
erit æquale lateri o s, ergo & linea a p eſt æqualis ipſi lineæ p l, & linea p q eſt per 29. pri
mi, perpendicularis ſuper lineam a l, cū ipſa ſit perpendicularis ſuper lineam f k æque
diſtantem lineæ a l, in trigonis ergo q p a & q p l, anguli a d p ſunt æquales, quia recti, &
latus l p eſt æquale lateri p a, latusq́ p q ambobus trigonis q p l & q p a eſt cōmune, er-
go per 4. primi, erit linea a q æqualis lineæ q l, & angulus q l a æqualis eſt angulo q a l,
ſed angulus q l a æqualis eſt angulo b q f, per 29. primi, cum ſit ei extrinſecus, & angu-
lus q a l, æqualis eſt angulo a q f, cum ſit ei coalternus, erit ergo angulus b q f, æqualis

angulo a q f, igitur per 20. quinti huius, forma puncti a reflectitur ad uiſum b, à pũcto ſpeculi q, quod eſt propoſitum.

XXXVI.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, centroq́ uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in ſuperficie ſpeculum æquediſtantem baſi in uertice contingente, poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis

Fiat diſpſitio ut proximæ præcedentis, ſitq́ uertex ſpeculi pyramidalis punctus g, in quo ipſum cõtingat ſuperficies plana, quæ ſit m n g æquediſtãs baſi ipſius, & ſint cẽtrum uiſus & punctus rei uiſæ in ſuperficie m n g, ita quod unum ſit in pũcto m, aliud in puncto n, dico quod poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri, ducantur eñ lineæ m g, n g, m n, & diuidatur angulus m n g per æqualia per lineam a g, palã ergo, per 20, quinti huius, quoniam forma puncti n à puncto ſpeculi g reflectitur ad uiſum o y, palam eſt quod linea m g & axis pyramidis ſpeculi quæ ſit g b, ſunt in ſuperficie ſecante pyramidem, ſuper lineam longitudinis pyramidis, quæ ſit g e, & à puncto q, ducatur perpẽdicularis ſuper hanc lineam lõgitudinis, quæ eſt g e, per 22. primi, quæ ſit q e, ſuper punctũ e ducatur ſuperficies æquediſtans baſi ſpeculi, quæ ſecabit pyramidem uel circulum, per 100. primi huius, linea uero communis ſuperficiei u e g, & huic circulo ſit linea e c, palam ergo quoniam hæc linea cadat ſuper axem ſpeculi in centro circuli, quod ſit c, deinde à puncto m centro uiſus ducatur linea æquediſtans lineæ lõgitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, per 31. primi huius, quæ producta in ſuperficiem illius circuli cadat in punctum b, & ſimiliter a puncto n, qui eſt pũctus rei uiſæ ducatur linea æquediſtãs lineæ g e, quæ producta in dictam ſuperficiem cadat in pũctum a, & ducatur linea b a in ſuperficie plana ſecante ſpeculum ſecundum prædictum circulum, & producatur linea c e, extra ſpeculum, quæ ſecabit neceſſario lineam b a, per 29. primi huius, cum illæ ambæ lineæ in eadem ſint ſuperficie circuli, ſecet ergo ipſum in puncto r, quia uero linea m b, æquediſtat lineæ e g, palam per primã primi huius, qa eſt cũ ipſa in eadem ſuperficie, quæ ſuperficies ſecat ſuperficiẽ m n g, & ſuperficiẽ b e a, ſuper duas lineas m g & b e: ſuperficies uero m g n & b e a ſunt æquediſtantes per 24. primi huius, qm̃ ipſæ ambæ æquediſtãt baſi ſpeculi, ergo per 6. undecimi, linea m g eſt æquediſtans lineæ b e: ſimiliter quoq́ lineæ a n & g e ſunt in ſuperficie ſecãte illas æquediſtãtes ſuperficies ſuper lineas n g & e a, igitur per 16. undecimi, linea n g, æquediſtat lineæ a e, ſimiliter ſuperficies q g e ſecat eaſdẽ ſupficies æquediſtãtes ſecũdũ duas lineas r e & q g, igiť ut pri9 lineæ r e, & q g æquediſtãt, igiť duæ lineæ q g & m g æquediſtãt duabus lineis b e & r e, ergo p 10. undecimi angulus m g q, eſt æq̃lis angulo b e r, & angulus q g n eadẽ ratiõe eſt æqualis angulo r e a, ergo p 20. quinti huius, forma puncti a poteſt reflecti ad uiſum b à puncto ſpeculi e, ſi ergo à puncto a ducať linea æquediſtãs ductæ lineæ q e, & aliæ æquediſtãs lineæ r e, & copulenť lineæ m e & n e, & pducať linea m e donec cõcurrat cũ linea æq̃diſtãte lineæ ducto à pũcto q, & ducãť lineæ cõmunes, ut in pxĩa pcedẽte, & itereť pbatio, ut in illa, patebit qm̃ forma puncti n, poteſt reflecti ad uiſum m à pũcto ſpeculi e, igiť punctus e, erit punctus reflexionis, quod eſt propoſitum.

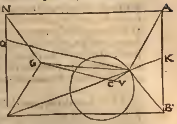
XXXVII.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, & cẽtro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus ultra ſuperficiem æquediſtantem baſi ſpeculum in uertice contingentem, poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri.

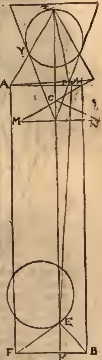
Sit diſpoſitio quæ prius, & ſit b centrũ uiſus, & a pũctus rei uiſæ ultra ſuperficiẽ m g n, ſpeculum in pũcto g, uertice pyramidis cõtingẽtẽ, dico ꝙ eſt poſſibile inueniri pũctũ reflexionis, fiat enim pyramis huic oppoſita, & eſt hæc pyramidis per 91. primi huius poſſibile lineis omnibus longitudinis ſpeculi imaginatis protrahi ultra ipſarum communem ſectionem, quæ ſit in uertice g, eritq́ baſis huius pyramidis æquediſtans baſi pyramidis primæ, ducatur itaq́ à puncto a, qui eſt punctus rei uiſæ, ſuperficies ſecans hanc ſecundam pyramidem æquediſtanter baſibus unius et alterius pyramidum, & qm̃ illæ baſes ad inuicem æquediſtãt, palã per 23 & 24. primi huius, qm̃ illa ſuperficies

æquedi-

æquediſtat ambabus pyramidib9, palā aūt per 106. primi huius, q̄m illa ſuperficies ſecabit pyramidē illam ſecundā ſecundū circulum qui ſit y 3, centrum itaq; uiſus, quod eſt b, aut erit in hac ſuperficie pyramidē ſecante, aut nō, ſi fuit in illa ſuperficie, fiat ductio linearum ab ipſo puncto b, & cōpleatur demonſtratio ſicut i 35. huius, q̄m ad hoc quod fiet reflexio formæ puncti a, ad centrū uiſus b, ab aliquo puncto ſecundæ pyramidis quod ſit z, quo habito cōpleatur demonſtratio ut infra, ſtatim patet qđ ſi punctus b, qui eſt centrum uiſus y, nō fuerit in illa ſuperficie, ducatur à puncto g, uertice ipſius ſpeculi ad centrū uiſus quod eſt b, linea g b, q̄ producatur uſq; quo cōcurrat cū hac ſuperficie circuli y 3, & ſit cōcurſus in puncto d, palā itaq; qđ forma pūcti a, reflectiť ad uiſum exiſtentē in puncto d, ab aliquo pūcto circuli y 3, arcus ſui interioris, ut patuit per 31. huius. Sit ergo ille punctus 3, & ducantur lineæ a 3, d 3, a d, angulum quoq; a 3 d, diuidat linea, p 3 per æqualia, cadetq; punctus p, in linea a d, & ducatur linea a b, & à puncto 3 ducatur linea 3 g, per 101. primi huius, quæ ſit linea longitudinis ſecundæ pyramidis,



palā q̄q; ꝑ 91. primi huius, q̄m eadē linea ꝓducta tranſuerticē pyramidis ſpeculi, erit liea lōgitudinis primi pyramidis ipſius ſpeculi, q̄ ſit liea 3 g e, palā ergo q̄m ſupficies p 3 e, ſecabit lineā a b, ſecet ergo ipſam i pūcto q, & à pūcto q, ꝑ 12. primi, ducať linea ꝑpēdicularis ſup lineā g e, & cadat in punctū e, & erit linea q e, perpēdicularis ſuper ſuperficiē cōtingentem pyramidē ſecundū lineā g e, q̄m linea q e, eſt perpendicularis ſuper curuam ſphæram pyramidis, ut patet ſupra, punctū quoq; e fiat per 102. primi huius, ſuperficies æquediſtans baſi, qui ſit f e h, & ducať à puncto b, centro uiſus linea æquediſtans lineæ 3 e, longitudinis ſpeculi, quæ ſit b q, cōcurrens cū ſuperficie illa f e h, in puncto h, & eidē lineæ 3 e, ducatur à puncto a, rei uiſæ, linea æquediſtans quæ ſit a f, ſecans ſuperficiem f e h, in puncto ſui, qui eſt f, palā itaq; per 1. primi huius, cū linea b h, ſit æquediſtans lineæ 3 e, q̄m illæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie, ſed & puncta b & d, ſunt in eadē linea, quia per 1. undecimi, lineæ d 3 & h e, ſunt in eadē ſuperficie, quæ ſecat ſuperficies illas æquediſtantes. ſ. y 3 & f e h, ſuper duas lineas d 3 & h e, igiť per 16. undecimi, illæ duæ lineæ d 3 & h e, ſunt æquediſtantes, & ſimiliter q̄m ſuperficies ducta per punctū a, ſecat pyramidē ſecundā æquediſtantē ambabus baſibus præmiſſaꝝ pyramidū ſpeculi. ſ. & pyramidis imaginatæ ſecundū circulum y 3, & ſuperficies ducta per lineā quæ eſt ſuperficies f e h, ſecat pyramidem ſpeculi ſecundū circulū æquediſtantem baſi ſpeculi, patet quod ſuperficies in qua ſunt lineæ a 3 & f e, ſunt æquediſtātes per 24. primi huius, lineæ ergo a 3 & f e, ſunt æquediſtātes, patet ergo quod duæ lineæ d 3 & a 3, æquediſtant duabus lineis h e & f e, ergo ꝑ 10. undecimi, angulus d 3 a, eſt æqualis angulo h e f, copuleť quoq; linea h f, & q̄m linea p 3, eſt diuidens per æqualia angulū d 3 a, & erit ipſa per 26. quinti huius, perpendicularis ſuper lineā circulū y 3, cōtingentē in puncto 3, ergo per 18. tertij, linea p 3, ꝓducta trāſibit centrū circuli y 3, ſuperficies ergo p 3 e, ſecat ſpeculum tranſaxem, ſecat ergo ſpeculum ductum per punctum e tranſeuntem, ſit ergo cōmunis ſectio ſuperficiei p 3 e, & illius circuli linea r e, ſicut ergo linea r p 3, tranſit centrū circuli y 3. Similiter linea r e, diuidens angulū h e f, tranſibit centrū alterius circuli ſup quē ſuperficies f e h, ſecat pyramidē ſpeculi æquediſtanti baſi, & quia ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ p 3 & e r, ſecat illas duas ſuperficies æquediſtantes ſuper duas lineas p 3 & r e, igiť per 16. undecimi, lineæ p 3 r e, ſunt æquediſtantes, duæ ergo lineæ a 3 & 3 p, ſunt æq̄diſtantes

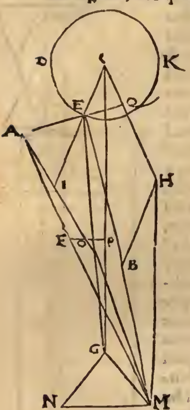


duabus lineis f e & e r, ergo per 10. undecimi, angulus a 3 p, æqualis eſt angulo f e r. Similiter & angulus d 3 p, eſt æqualis angulo r e i, q̄m ſicut totus angulus d 3 a, eſt æqualis toti h e f, ſic medietas medietati, ergo angulus f e r, æqualis eſt angulo h e r, patet ergo per 20. quinti huius, q̄m forma puncti f, ad uiſum exiſtentē in puncto h, à puncto ſpeculi e, ergo ſi à puncto f, ꝓtrahat̃ linea æquediſtans lineæ q e, & alia linea æquediſtans lineæ r e, & lineæ aliæ cōmunes, ut in 35. huius, reiterata demonſtratione illius patebit, q̄m forma puncti a, reflectitur ad uiſum b, à puncto ſpeculi e, quod eſt ꝓpoſitum, quod ſi à puncto q, nō poſſit duci linea perpendicularis ſuper lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a, ad uiſum b, in tali diſpoſitione conſtitutū, aliàs aũt ſemper fiet reflexio ut præoſtenſum eſt, & patet per 14. huius, & per 90. quarti huius.

XXXVIII.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, punctoq́ꝫ rei uiſæ exiſtente ſub ſuperficie ſpeculum æquediſtanter baſi in uertice cōtingente, & cētro uiſus in eadem ſuperficie, poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri.

Permaneat prior diſpoſitio ꝑmiſſæ, & ſit a punctus rei uiſæ, qui ſit ſub ſuperficie n m g, cōtingente pyramidē ſpeculi in uertice g, æquediſtanter baſi, & ſit centrum uiſus in illa ſupficie, dico qđ ad hoc poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis, ſit n centrū uiſus in puncto m, ſupficiei m g n, quæ poſita eſt ſup ſuperficiē cōtingens ſpeculū in puncto uerticis g, æquediſtanter baſi ſpeculi, à puncto a, rei uiſæ, ducat̃ ſupficies æquediſtans baſi pyramidis, quæ per 100. primi huius, ſecabit pyramidem ſuper circulū qui ſit d e k, cuius centrum ſit punctum c, & ducatur axis ſpeculi, qui ſit g c, & à puncto m, centro uiſus ducat̃ ad a, punctum rei uiſæ linea m a, & linea ꝑpendicularis ſuper ductam ſupficiem circuli quæ ſit m h, & à puncto h, ad centrū circuli ducatur linea h t, & à puncto rei uiſæ, quæ eſt a, ducatur ad lineam h t, linea a e q, intra circulū ſecans periferiam circuli in puncto e, eſt ꝓducta taliter ut pars ductæ lineæ intra circulū qui eſt e q, ſit æqualis lineæ q t .ſ. parti diametri interiacente punctum ſectionis & centrū, qđ poteſt fieri per 136. primi huius, & ducat̃ linea t e i, & à puncto h, ducatur in eadē ſuperficie ſpeculū ſecante ſecundū circulū d e k, linea æquediſtans & æqualis lineæ t e, quæ ſit h b, & ducantur lineæ m b & b e, & g s, eritq́ꝫ g e, linea longitudinis ſpeculi, palā q̄m ſuperficies g t e, ſecans ſpeculum tranſaxem, ſecat & lineam a m, ſit ergo punctus ſectionis f, & ducatur à puncto f, perpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi, quæ eſt g e, cadens in punctū o, & ꝓducatur ad axem g t, & ſit f o p, ſecans axem g c, in pūcto p, & ducantur lineæ m o & a o, dico q̄m punctus o q, eſt punctus ſupficiei ſpeculi, cū ſit in linea ſuæ longitudinis, quæ eſt g e, & punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrū uiſus, pūctum m, palam em̄ ex ꝑmiſſis, q̄m linea h b, eſt æqualis & æquediſtans lineæ t e, patet ꝑ 33. primi, erit linea h t æqualis & æquediſtans lineæ b e, ſed linea m h, eſt æqualis & æquediſtans m t, axi g t, ꝑ 25. primi huius, eo quod ipſæ ſunt lineæ æquediſtantes inter ſupficies æquediſtantes ꝓ ductæ, ergo per 33. primi, linea h t, æquediſtat līeæ m g, ergo ꝑ 30. primi, linea m g, æquediſtat lineæ b e, & eſt æqualis illi, palā etiā, quod angulus q t e, eſt æqualis angulo q e t, per 5. primi, ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex ꝑmiſſis ſunt æquales, Sed angulus q e t, æqualis eſt angulo a e i, per 15. primi, angulus ergo q t e, eſt æqualis angulo a e i, ſed angulus q t e, per 29. primi, eſt æqualis angulo i e b, ꝓpter hoc quod lineæ e b & t h, æq̄diſtant, ergo angulus i e b, eſt æqualis angulo i e a, patet ergo ꝑ 29. quinti huius, q̄m forma puncti a, reflectit̃ ad uiſum exiſtentē in puncto b, à puncto ſpeculi e, & cū linea b m æquediſtans ſit lineæ g e, ſi à puncto a, ducat̃ linea æquediſtans lineæ f o p, & linea æq̄- diſtans



diſtans lineæ i t, & iteretur figura ſupra dicta 35. huius, & probatio eiuſdem, palam quia forma puncti a reflectiť ad centrum uiſus exiſtens in punctũ m, à puncto ſpeculi o quod eſt ꝓpoſitum, nec refert queadmodum demonſtraui hoc in ſequenti ꝓxima, ſiue punctum rei uiſæ, ſiue centrũ uiſus ſit in ſuperficie m g n, qm̃ idem eſt modus & ratio reflexionis hinc & inde.

XXXIX.

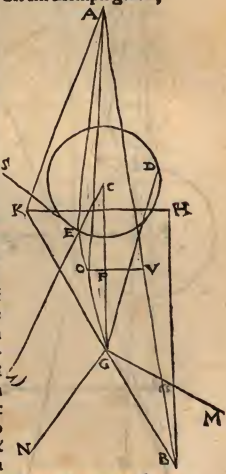
Dato ſpeculo pyramidali conuexo punctoq́ꝫ rei uiſæ exiſtente ultra ſuperficiem ſpeculum æquediſtanter baſi in uertice cõtingentem & centrum uiſus in eadem ſuperficie, poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri.

Remanente diſpoſitione figuræ p̃cedentis, ſit centrũ uiſus in punctum m, ſuꝑficiei, g m n, & ſit a punctus rei uiſæ ultra illam ſuperficiẽ, fiatq́ꝫ pyramis alia, huic oppoſita, & fiat ſuper punctũ a, ſuperficies æquediſtans baſi huius pyramidis, & per ꝓximam p̃cedentem, & inueniať in circulo huius ſuperficiei punctus reflexionis ex punctis interioribus, & ducatur à puncto illa linea ad punctum g, & ꝓducatur taliter in ſuperficie ipſius, ut ipſa fiat linea longitudinis pyramidis ipſius ſpeculi, inuenieturq́ꝫ punctus reflexionis ſecundũ ea quæ p̃miſimus in 37. huius, eiuſq́ꝫ probandi modus penitus, qui prius in eadem 37. & hoc eſt propoſitum.

XL.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo punctoq́ꝫ rei uiſæ exiſtente ſub ſuperficie pyramidem æquediſtanter baſi in uertice contingente, & centro uiſus ſuper eandem, uel econuerſo, poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri.

Diſpoſitione priori remanente, ſit pũctus a, rei uiſæ ſub ſuperficie m n g, & punctus b, centrum uiſus ultra eandem ſuperficiem ſpeculum in uertice g, contingentẽ, uel ecõuerſo, a punctus rei uiſæ ſit ultra ſuperficiem m n g, & b centrũ uiſus ſub ſuperficie m n g, dico quod adhuc poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri. Sit em̃ exempli gratia, punctum a, ſub ſuperficie m n g, & b, ultra illam, ducaturq́ꝫ à puncto a, ſuperficies æquediſtans baſi ſpeculi ſecans per 100. primi huius, pyramidẽ ſpeculi ſuper circulũ qui ſit d e, cuius cẽtrum ſit t, & ducatur axis ſpeculi qui ſit g t, & ducatur linea b g, à puncto ulteriori, in quo eſt centrum uiſus ad uerticem pyramidis, quæ ꝓducta cõcurret neceſſario cum ſuperficie a e d, qm̃ concurrit cũ axe ſuper ipſam erecto. Sit concurſus punctus k, in circulo d e, inueniať per 135. primi huius, punctus qui ſit e, ita ut linea circulũ contingẽs à puncto e, ducta quæ ſit e s, diuidat per æqualia angulũ quẽ continent ductæ lineæ k e & a e, copulenturq́ꝫ lineæ longitudinis quæ ſint g e & g d, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ g e, quæ neceſſario concurret cũ linea k e, concurrente cũ eius æquediſtante quæ eſt g e, per ſecundam primi huius, ſit concurſus in puncto h, palã itaq́ꝫ p primam undecimi, quia punctus h eſt in ſuperficie g e k, qm̃ eſt in linea k g b, quæ ducta eſt in illa ſuperficie, & linea b h, eſt in eadẽ ſuperficie per 1. primi huius, qm̃ ipſa linea b h, eſt æquediſtans lineæ g e, & ducatur linea t e i, à centro circuli t, per punctũ contactus e, palam itaq́ꝫ qm̃ ſuperficies g t e, ſecans ſpeculũ tranſaxem g t, ſecat etiã lineam b a. Secet ergo ipſam in puncto u, & à puncto u, ducatur ꝑpendicularis ſuꝑ ſupeficiem contingentem ſpeculum ſecundũ lineam longitudinis ſpeculi, quæ eſt g e, hæc em̃ ſuꝑficies continget circulum d e, in puncto e, q̃ linea ſit u o p, ſecans ſuꝑficiẽ ſpeculi in puncto o, & axẽ g t in puncto p, & ducanť lineæ a o & b o. Cũ itaq́ꝫ ut patet ex p̃miſſis, angulus a e s, ſit æqualis angulo s e k, & cũ angulus i e s, ſit rectus p 17. tertij, & angulus g e t, rectus palã quod angulus i e a, eſt æqualis angulo t e k, Sed & angulus t e k, æqualis eſt angulo



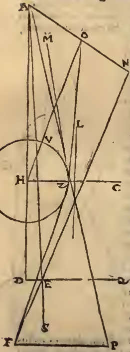
i e h

e ſ h, p 15. primi, ergo angulus a e i, eſt æqualis angulo i e h, poteſt ergo forma puncti a reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto h, à puncto ſpeculi quod eſt e, per 20. quinti. Si ergo à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ u p, & linea æquediſtans lineæ i t, & iteretur ꝓbatio 35. huius, palam quoniam forma puncti a, reflectetur à puncto ſpeculi quod eſt o, punctum lineæ g e, ad uiſum exiſtentē in puncto b, quod eſt ꝓpoſitū, & quoniam ſemper eſt eodem modo demonſtrandū quodcunq; punctorum a uel b fuerit ex quacunq; altera parte ſuperficiei m n g, patet idem quod ꝓponebatur, & imaginendū eſt ita quod in figura ſolida punctum b, cadat in lineam e g, quod in plano non potuimus taliter figurare. Palam itaq; ex pmiſſis ſex theorematibus, cū non ſit poſſibile alio modo ſe habere punctū rei uiſæ ſecundū ſitū reflexibilitatis à ſpeculis pyramidalibus conuexis ad centra uiſus niſi modis ꝓpoſitis, quoniam aut ambo erunt ſub ſuperficie m n g, aut ambo ultra illam, aut ambo in illa, aut unū in illa, aliud ſub illa uel ultra illam, aut unum ſub illa, aliud ultra illam, & omnibus his modis reflexionis punctū eſt inueniri, uniuerſaliter ergo in tota ſuperficie ſpeculi pyramidalis cōuexi quocunq; modo ſe habente rei uiſibilis puncto ad centrum uiſus, punctum reflexionis eſt poſſibile inueniri, quod principaliter quærebatur.

XLI.

Speculo pyramidali conuexo ſuper ipſius baſem erecto poſſibile eſt rectam lineam rei uiſæ & centrum uiſus ſic ſiſti, ut ab una linea longitudinis ſpeculi fiat formarū cum omniū punctorum illius lineæ reflexio ad uiſum.

Sit ſpeculum pyramidale conuexum, cuius uertex ſit a, axis uero a h, linea longitudinis a z, & à puncto z ducatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentē ſpeculum in linea longitudinis, quæ ꝓducta neceſſario concurret cū axe a h, per 96. primi huius, ſitq; linea h z t. ſecans axem a h in puncto h, & eius punctus t, ſit extra ſuperficiē ſpeculi, & erit angulus a z h, rectus, ergo per 32. primi, angulus a h z, eſt acutus, ducatur quoq; à puncto a, uertice ſpeculi linea extra pyramidē ultra ſuperficiē contingentē pyramidē in linea a z, continens angulū acutū cum ſpeculi axe, quæ eſt a h, & cū linea longitudinis a z, quæ ſit a n, lineæ quoq; a h & a z, aut nō ſunt in eadē ſuperficie, ſed in diuerſis, & in ſuperficie h a n, à puncto h, ducatur linea cum axe cōtinens angulū acutū æqualem angulo a h z, quæ linea cōcurret cū linea a n, per 14. primi huius, cū anguli h a n & a h z, ſint acuti ut patet ex pmiſſis, concurrant ergo in puncto o, & ſit linea h o, & facto ſuper punctum z, circulo æquediſtante baſi p 102. primi huius, palā quoniam linea h o, tranſibit ſuperficiem illius circuli, ſicut etiā linea h z c, tranſit per ſuperficiē eiuſdem circuli. Sit enim punctus h, polus illius circuli, ideo quod ſemidiameter illius circuli cū axe a h, cōtinet angulum rectum & anguli a h z, & a h o, ſunt acuti, ut patet ex præmiſſis, ſecet itaq; linea h z c, ſuperficiem illius circuli in puncto z, & linea h o, in puncto u, ducaturq; linea longitudinis ſpeculi quæ ſit a u s, ducatur quoq; linea o z, quæ ꝓducatur uſq; ad punctū f, & quoniam linea o z, eſt ultra ſuperficiē contingentē pyramidē in linea a z, cū linea h z, ſit perpendicularis ſuper illam ſuperficiē, palam quia angulus o z h, eſt maior recto, cū angulus a z h, ſit rectus igitur per 13. primi huius, angulus f z h, eſt minor recto, à puncto ergo z, ducatur linea contingens circulū per 16. tertij. qui ſit z m, cadetq; linea z m, in ſuperficie contingente ſpeculum ſecundū lineam longitudinis quæ eſt a z, eſt ergo linea h z perpendicularis ſuper lineam m z, & à puncto f ducatur linea perpendicularis ſuper lineam a z, per 12. primi, quæ ſit linea f e, cōcurrens cū linea a z, ꝓducta in puncto e, quæ linea f e, ꝓducta concurret



concurret cũ linea a n,ꝑ 14.primi huius,quia cum angulus a e f,ſit rectus,angulus e a n
eſt acutus,concurrant ergo in puncto n,& à puncto e,ducatur linea æquediſtans lineæ
t h,quæ ſit e q,per 31.primi.Itemq́ꝫ ab eodẽ puncto e,ducatur linea æquediſtans lineæ
m z,quæ ſit e l,palã aũt qđ linea m z,eſt perpendicularis ſuper lineã a e, per 22.primi
huius,q̃m ipſa eſt perpendicularis ſuper lineã t h,ut ſuper diametrum circuli quem ipſa
eſt cõtingens in puncto z igitur linea l e,cum ipſa ſit æquediſtans lineæ m z,eſt per 29
primi,ꝑpendicularis ſuper lineam a e.Sunt quoqꝫ lineæ m z & a e,in eadem ſuperficie
per 1.primi huius,cũ ipſæ ſint æquediſtãtes,ꝓducaturq́ꝫ linea q e,ultra punctũ e,et hoc
per 2.primi huius,ſecabit axẽ a h,cũ ipſa ſit in eadẽ ſuperficie cũ linea h t,ꝑ 1.primi hu-
ius,ſecet ergo axẽ in puncto d,eritq́ꝫ angulus h d q,acutus æqualis angulo a h t,per 29.
primi,fiat ꝗꝫ ſuperficies l e d q,ſecãs pyramidem,erit ergo illius ſuperficiei & ſuꝑficiei
pyramidis cõmunis ſectio oxigonia per 103.primi huius,cũ ergo linea a e,ſit ꝑpendicu
laris ſuꝑ lineã f n,& ſuper lineã d q,& ſuꝑ lineã l e,patet ꝑ diffinitionẽ lineæ erectæ ſuꝑ
ſuperficiẽ,q̃m linea longitudinis pyramidis,q̃ eſt a e,erecta eſt ſuper ſuperficiẽ illius ſe
ctionis oxigoniæ,quæ eſt l e d q,& quia linea a e,eſt ꝑpendicularis ſuꝑ lineã f e n, erit
ergo linea f n,in ſuperficie illa ſecante pyramidẽ ſecundũ illam ſectionẽ,fiat ergo ut in
illa ſuperficie ſectionis à puncto f, ducat̃ linea f p,per 31.primi,æquediſtans lineæ e q,
ergo per 9.undecimi,erit linea f p,æquediſtans lineæ z t,uerũ cũ angulus o z t,eſt acu-
tus ideo ꝙd angulus o z h,eſt obtuſus,erit ꝑ 13.primi,angulus t z f,obtuſus, ducat̃ itaqꝫ
à puncto z, linea faciens t z,angulũ æqualẽ angulo o z t,q̃ quidẽ linea ꝓducta neceſſa
rio ſecabit lineã f p,per 2.primi huius, cũ linea f p,ſit æquediſtans lineæ z t, ſecet ergo
ipſam in puncto p,& ducatur linea p e,quæ per 1.undecimi,erit in ſuperficie l d q,erit er
go angulus a e p,rectus,ut patet ex p̃miſſis per diffinitionẽ lineæ ſuꝑ ſuperficiẽ erectæ,
cũ ergo lineæ p z & o z,ut patet ex p̃miſſis,in eadẽ ſuperficie pyramidẽ ſecante, & an-
gulus o z t,æqualis ſit angulo t z p, palã per 20.quinti huius,q͠a forma puncti o, refle-
ctitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto p,à puncto ſpeculi z,uerũ q͠a angulus o z t, per 29.
primi,eſt æqualis angulo z f p,quia eſt extrinſecus illi,& angulus h z f,æqualis eſt angu
lo o z t,per 15.primi.Sed angulus z p f,æqualis eſt angulo p z t,per 29. primi, quia eſt
coalternus,palam quia angulus z f p,æqualis eſt angulo z p f,ergo per 6.primi, latus z,
f,æquale eſt lateri z p,& quia angulus f e z eſt rectus,ideo q͠a linea a e eſt perpendicula
ris ſuper lineã f n,palã per penultimã primi,ꝗa quadratũ lineæ f z,ualet ambo quadra-
ta lineaꝝ e f & e z.Sed eadẽ ratiõe quadratũ lineæ z p,ualet ambo quadrata lineaꝝ e z &
e p,q̃m ut patet ex p̃miſſis,angulus p e z,eſt rectus,quadratũ uero lineæ eſt æquale qua
drato lineæ z f,q̃m ut patet ex p̃miſſis lineæ z f & z p,ſunt æquales,illa ergo duo qua-
drata hinc inde ſunt æqualia,ergo ablato cõmuni quadrato lineæ z e,remanet quadratũ
lineæ e p,æquale quadrato lineæ e f, igit̃ latus f e, æquale eſt lateri p e, ergo ꝑ 5. primi,
angul9 e p f,eſt æqualis,angulo e f p. Sed angulus n e q,eſt æqualis angulo e f p,per 29.
primi,q̃m extrinſecus eſt illi,& angulus q e p,æqualis angulo o p f,q͠a coalternus eſt illi,
angulus ergo n e q & q e p,ſunt æquales,q̃m cũ ſint in eadẽ ſuperficie q̃ eſt p e n, palã ꝑ
20.quinti huius,q̃m forma puncti n,reflectit̃ ad uiſum exiſtentẽ in puncto p, à puncto
ſpeculi ꝙd eſt e.Similiterq́ꝫ diuidat̃ à puncto f,q̃cũqꝫ linea ad aliꝗd punctũ lineæ z e,&
ꝓducat̃ uſqꝫ ad lineã o n,ſemꝑ ꝓbabitur de pctõ lineæ o n,in quã cadit ꝓducta linea ꝙd
ipſa flectet̃ ad punctũ p,à pũcto aliꝗ lineæ z e,quẽ ſecat illa linea,ſimili modo & omniũ
huius lineaꝝ ꝓbatio ſumet initiũ à linea ꝑpẽdiculari,q̃ eſt f e,& à ꝑte lineæ e z,q̃ erit cõ
munis oĩbus illis triangulis,& ita ꝙdlibet pũctũ lineæ reflectit̃ ad uiſum exiſtentẽ pun
cto p,ab aliquo puncto lineæ z e,q͠a de oĩbus eſt eadẽ demonſtratio,ꝙd et patet ꝑ 34.q̃n
ti hui9.Si itaqꝫ q̃cũqꝫ linea recta cuiuſcũqꝫ rei uiſæ,ponat̃ in loco lineæ a o n,et cẽtrũ ui
ſus ſiſtat̃ in pũcto p,ſemper fiet reflexio ad uiſum ab aliꝗ punctoꝝ lineæ a z e,q̃ eſt liea
lõgitudinis ſpeculi,& hoc ꝓponebat̃ faciẽdũ,patet ergo ꝓpoſitũ. XLII.

Cum ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis conue-
xi communis ſectio fuerit linea longitudinis,erunt loca imaginum & diſtan
tia ipſarum à uiſibus,quæ & in ſpeculis planis.

Quando cauſa in diuerſis ſubiectis uniuocatur,& paſſio uniuocabitur, ob hoc nõ repetimus illa hic quæ in ſpeculis planis dicta ſunt in quinto libro huius ſcientiæ, quia utrobiq; in planis, ſcilicet, & propoſitis ſpeculis lineæ incidentiæ & reflexionis incidũt & reflectuntur à lineis rectis, erit utrobiq; locus imaginis in perpendiculari à puncto uiſo ducta ſuper ſuperficiem ſpeculi tantum diſtans à ſuperficie ſpeculi quantum punctus rei uiſæ diſtat ab eadem ſpeculi ſuperficie, ideo quod ſemper imago rei uiſæ uidetur in cõcurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ in omnibus his ſpeculis, ut patet per 37. quinti huius, patet ergo propoſitum.

XLIII.

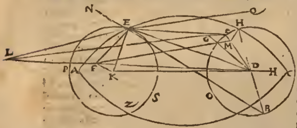
Cum ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi communis ſectio fuerit circulus, erunt puncta reflexionum & loca imaginum, quæ eſt in ſpeculis ſphæricis conuexis.

Erit enim aliquando locus imaginis intra ſpeculum columnare conuexũ, aliquando in ſuperficie ſpeculi, aliqñ extra ſpeculũ, ſecundũ modũ quẽ kathetus incidentiæ & linea reflexionis in diuerſis punctis concurrunt, cuius qui cauſam & demonſtrationẽ quæſierit, recurrat ad ea, quæ in ſexto huius ſcientiæ libro de ſpeculis ſphæricis cõuexis demõſtrata ſunt, nam eadẽ penitus eſt ratio hinc inde, quia & fines contingentiarum & metæ imaginum & loca & eædem proportiones linearum ſunt in illis ſpeculis & in iſtis, patet itaq; per illa propoſitum, nec uiſum eſt nobis dignum in his amplius immorari.

XLIIII.

A puncto ſectionis columnaris cui incidit kathetus incidentiæ ad perpẽdicularẽ ductam à puncto reflexionis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi columnaris cõuexi ducta recta ad axem continente angulum acutum cum eadem erit concurſus katheti incidentiæ cum illa perpendiculari ſub axe.

Hoc quod hic ꝓponitur demonſtrandum patet per 114. primi huius, ut autẽ huic noſtro ꝓpoſito concluſio Mathematica ſenſibiliter applicetur, eandẽ demonſtrationẽ duximus imitandam. Sit ergo a e b c, columnaris ſectio, & ſit e datus pũctus, cui incidit kathetus incidentiæ formæ puncti n, qui ſit punctus rei uiſæ 3 b, ſit punctus reflexionis à quo ducta ſit linea b d, perpendicularis ſuper axem ſpeculi, qui ſit h k ſecetq; kathetus incidentiæ ductus à puncto n, qui eſt punctus rei uiſæ ipſum ſpeculum ſecundum punctũ propoſitæ ſectionis, qui eſt e, dico uerũ eſſe quod proponitur, ducatur em̃ linea e d, ſitq; ita, ut fiat e d b angulus acutus, ſit ergo q e l, linea contingens ſectionem in puncto e & ſuper punctum ſectionis, fiat circulus æquediſtãs baſibus ſpeculi per 102. primi huius, quæ ſit b t o, cuius centrũ ſit d, ducatur à puncto e, linea longitudinis ſpeculi per 101. primi huius, quæ ſit e t, à puncto quoq; d per 11. primi, ducatr̃ linea d g, perpendicularis ſuper lineam b d, in ipſa circuli ſuperficie, palam ergo quod ſuperficies h d g, cum per axem h k, tranſeat, qui per 92. primi huius, eſt erectus ſuper circuli ſuperficiem per 18. undecimi. Superficies uero cõtingens ſpeculum in puncto b, erit æq̃diſtans ſuperficiei h d g, ſpeculũ ſecãti, ideo em̃ quia linea longitudinis ſpeculi ducta à pũcto b, eſt æq̃diſtans axi h k, & linea h t o, circulum contingens ſuper punctũ b, eſt æq̃diſtans lineæ g d, per 29. primi, angulus em̃ g d b, eſt rectus, ut patet ex ꝑmiſſis, & angulus cõtentus ſub linea d b, & ſub linea cõtingente circulũ in puncto b, rectus, ꝑ 17. tertij, ergo illæ ſuperficies æquediſtant per 14. undecimi, igitur ſuperficies in qua ſunt li-



neæ l e & t e,non eſt æquediſtans ſuperficiei h d g,quod patet per 24.primi huius,quũ ſu
perficies contingens ſectionem oxigoniam in puncto b, nõ eſt æquediſtans ſuperficiei
contigenti eandem ſectionem in puncto e,in quo ſunt lineæ l e q, cõtingens ſectionem
& linea longitudinis quæ eſt e t,angulus eñ e d b,ut patet ex hypotheſi eſt acutus,ſuper
ficies ergo h e g,non æquediſtat ſuperficiei l e t,ergo concurret cũ illa,concurrat ergo in
linea l g,& ducatur linea g t,quæ neceſſario erit contingens circulũ b t o,cũ ſuꝑficies in
q̃ ducit̃ linea g t,ipſum ſpeculũ ſit contingens,ducta autẽ linea t d,erit angulus g t d, re-
ctus,per 17.tertij,qũ linea t d eſt diameter circuli,& linea g t, contingit illum circulum
in puncto t,fiat quoq; ut prius ſuper e,punctum ſectionis circulus æquediſtans baſibus
ſpeculi q ſit e s 3 p,et centrũ huius circuli ſit punctus axis, q k,et ducat̃ linea k e,& ducat̃
etiam linea d l,quæ quidem ſecabit ſuperficiem circuli e l p,ſecet ergo illam in puncto f,
quia itaq; punctum d,eſt in ſuperficie ſectionis per 24.huius,cum ipſa ſectionis ſuperfi
cies ſit ſuperficies reflexionis,& punctũ l, qđ eſt punctũ lineæ contingentis ſectionem
eſt in eadem ſuꝑficie ſectionis,ergo per primã undecimi,tota linea d l,eſt in ſuperficie ſe
ctionis,punctum ergo f,eſt in ſuꝑficie ſectionis,ſed ipſum eſt in ſuperficie circuli e 3 p.
Eſt ergo in cõmuni ſectione illaꝝ ſuperficieꝝ circuli & ſectionis,ſed & punctum e,eſt in
ambabus eiuſdem ſuperficiebus,ergo item p 1.undecimi linea e f,ducta erit in ambabus
illis ſuperficiebus,ergo per 19 primi huius,ſecundum lineam e f, ſecant ſe ſuperficies ſe-
ctionis & circuli e 3 p,ducatur itaq; linea k f,& à puncto f,ducatur perpendicularis ſuꝑ-
ficiem circuli b t o,per 11.undecimi,qui ſit f m,cadetq; punctus m in linea d g, ut patet,
& ducat̃ linea t m,palam qũ linea k d,æquediſtans e t,æqualis eſt lineæ f m, per 25. pri
mi huius,ſunt enim lineæ k d & f m,ambæ ꝑpendiculares ſuper ſuꝑficiem circuli b t a, qa
illi circuli æquediſtant per 24.primi huius,utraq; eñ ipſarũ æquediſtat baſibus colum-
næ per 100.primi huius, qũ ergo linea f m,eſt æqualis & æquediſtans lineæ d k,quæ eſt
pars axis,ergo per 33.primi,linea k f, æqualis & æquediſtans eſt lineæ d m,& ſimiliter
erit m f,linea æqualis & æquediſtans lineæ longitudinis quæ eſt e t,per 37.primi,quoniã
linea e t,eſt æqualis & æquediſtans axi k a per 92.primi huius, cũ ſit linea longitudinis
ſpeculi,& erit ut prius linea k e,æqualis & æquediſtans lineæ d t, & linea e f,æqualis eſt
& æquediſtans lineæ t m,per eandẽ 33.primi,uerũetiã ſuperficies k d l g, quia tranſit axẽ
columnæ,& angulus g d b,eſt rectus,orthogonalis eſt ſuper ſuperficiẽ ſectionis oxigo-
niæ, quæ eſt a e b c,per diffinitionẽ ſuperficiei erectæ,& eadem ſuperficies k d l g,ortho
gonalis eſt ſuper ſuperficiẽ circuli e s p,qũ illa ſuperficies k d l, tranſiens per axem, per
18.undecimi,erecta eſt ſuper baſes columnæ,ergo & ſuper ſuꝑficiem circuli e l p, æque
diſtans baſibus erecta eſt in eadem ſuperficie k d l,quia itaq; ducta ſuperficies k d l, eſt
erecta ſuper ſuperficiem ſectionis oxigoniæ & circuli e s p.Eſt ergo orthogonalis ſuper
lineam communem dictæ ſectionis & circuli quæ eſt linea e f, per 19. undecimi, & quia
linea e f,eſt erecta ſuper ſuperficiem k d l,in qua ducta eſt linea k f,igitur p diffinitionem
lineæ ſuper ſuperficiẽ erectæ angulus e f k,eſt rectus,ergo & angulus t m d, eſt rectus p
19.undecimi,latera eñ illos angulos continentia inæquediſtantibus circulorum ſuper
ficiebus ꝓtracta æqualia ſunt & æquediſtãtia,ut patet ex p̃miſſis, cum ergo angulus d
m t,ſit rectus,& angulus g t d,ſit rectus per 17.tertij,in trigono ergo orthogonio d t g,
ducta eſt ab angulo ad baſem perpendicularis t m,ergo per 8.& 16.ſexti, idem quod fit
ex ductu lineæ d m,in g m,eſt æquale quadrato lineæ m t,& qũ linea g t, contingit cir-
culum b t o, cum ſit in ſuperficie contingente ducta ad punctum contingentiæ quod eſt
t,palã quod linea l g,eſt æquediſtans axi k d,quoniã enĩ ſuꝑficies ſecundum lineam lon-
gitudinis ſpeculũ cõtingentes ſunt erectæ ſuper baſem columnæ,ſuperficies ergo per
19.undecimi,earũ cõmunis ſectio quæ in ꝓpoſito eſt linea l g, ſuper eandẽ ſuperficiem
baſium perpendicularis erit,æquediſtabit ergo axi h k,per 6.undecimi,ergo etiã æque-
diſtabit lineæ f m,per 30.primi,quia ergo in trigono l g d,linea f m,æquediſtat baſi l g,
patet per ſecundã ſexti,quoniã ſecat alia latera illius trigoni ꝓportionalit̃. Eſt ergo pro
portio lineæ d f ad f l,ſicut lineæ d m ad m g,ergo permutatim per 16. quinti, erit pro-
portio lineæ d f ad d m, ſicut lineæ f l ad m g, ſed linea d f,maior eſt q̃ linea d m,per 19.

primi,qm̃ in trigono f d m, angulus f m d,eſt rectus per 8.undecimi,ergo & linea f l, eſt maior ꝙ linea m g,ergo idem quod fit ex ductu lineæ f d in f l,maius eſt illo quod fit ex ductu lineæ d m in m g,ergo & quadrato lineæ t m,ſed linea t m,eſt æqualis lineæ e f,ut patet ex p̃miſſis,ergo illud q̃d fit ex ductu lineæ d f in l f,maius eſt quadrato lineæ e f.Eſt ergo in trigono d e l,angulus l e d,maior recto p 30.primi huius,q̃a ſi eſſet rectus, tunc cum linea e f,ſit perpendicularis ſuper lineam d l,eſſet per 8.& per 16.ſexti,idem q̃d fit ex ductu lineæ d f in f l,æquale quadrato lineæ e f.Reſtat ergo ut linea perpẽdicularis ſuper lineam contingentẽ ſectionẽ a e b c,quæ eſt linea q l,ducta à puncto e,cadat ſub linea e d,non perueniens in punctum d,ſit ergo illa ꝑpendicularis linea e b,& q̃a angulꝰ e d b,eſt acutus,& angulus d e u,acutus,qm̃ angulus u e q eſt rectus, ergo per 14.primi huius,lineæ e u & b d,productæ concurrent in puncto aliquo ſub axe h k,& ſub concurſu lineæ e d, cum linea b d,quod eſt euidens,patet ergo propoſitum.

XLV.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis ſectionis pyramidalis ſuper ſuperficiem ſpeculi pyramidalis conuexi cum katheto incidentiæ puncto remotiori à uertice ſpeculi ꝙ ſit punctus reflexionis incidentiæ ſub axe ſpeculi concurrere eſt neceſſe,dum tantum linea à puncto incidentiæ katheti ducta ad perpendicularem ſuper axem angulum contineat acutum.

Hæc quoq; ꝓpoſitio patet per 113.primi huius,ut iam facilius pyramidalibus ſpeculis applicetur. Sit ſpeculum pyramidale cõuexum a b g,cuius uertex ſit a,& axis a k,cadatq; in ipſum ſectio oxigonia,à cuius circũferentia formæ punctoꝝ lineæ uiſæ reflectãtur ad uiſum,quæ ſit b f e z punctũ quoq; reflexionis ſit e,& ſit linea e d,exiſtens à pũcto e,quod eſt punctũ reflexionis ꝑpẽdicularis ſuꝑ ſuꝑficiẽ contingentẽ ſpeculũ,q̃ ꝑducta in ſuperficie ſectionis,concurrat quidẽ cũ axe a k,per 14.primi huius,angulus em̃ e a k,eſt acutus,& angulus a e d eſt rectus,concurrat ergo in puncto d,ſitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto ſpeculi e z,q ſit h z,dico qđ kathetus h z,cõcurret cũ perpendiculari e d, ultra punctũ d,ſub axe ſpeculi ducatˀ em̃ linea t z q,quæ contingat ſectionẽ b e f,in puncto z,cũ ſit punctum z, remotius à puncto a,uertice ſpeculi,ꝙ ſit punctum e,ducta quoq; linea z d,angulũ acutum contineat cũ perpendiculari e d,ſuper ipſum axem ſpeculi in quo cadit punctũ d,tranſeat quoq; ſuper punctũ z,ſuperficies æquediſtans baſi ſpeculi,quæ ſecando ſpeculum faciat circulũ r z g,per 100.primi huius,iſte ergo circulus ſecat ſectionẽ b e f in duobus tm̃ locis per 104.primi huius,qm̃ circulus eſt ꝑpendicularis ſuper axẽ a d , & ſectio eſt obliqua ſuper eandem axem , & ducãtur lineæ a z & a e, linea quoq; a e,quæ ex hypotheſi eſt breuior ꝙ linea a z,ideo quod punctum z,remotius eſt à uertice pyramidis ꝙ punctum e,ꝓtrahatur ultra punctum e, donec concurrat cum circũferentia circuli r z g,& ſit concurſus punctus o,ergo punctus o,eſt remotior à puncto a, uertice ſpeculi ꝙ ſit punctus e,eritq; linea a o,æqualis lineæ a z,per 89.primi huius,ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducantur ad circuli circũferentiã. Cum ergo exierit à puncto o,perpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ cõtingentẽ ſpeculũ ſecundum lineam a d, concurret illa linea cum axe a k,ultra punctum d, cui prius data eſt incidere perpendicularẽ e d,per 2.primi huius.Sit ergo punctus concurſus k,erit em̃ linea o k,æquediſtans lineæ e d,per 6.undecimi,ducantur ergo lineæ k z & d z,& q̃a linea k z eſt æqualis lineæ k o,p 65.primi huius,eſt em̃ k polus circuli,ſed linea a d,eſt æqualis lineæ a z,p 89.primi huius,cũ ſint lineæ lõgitudinis unius pyramidis,& linea a k,cõis eſt



ambobus

ambobus illi a trigonis, erunt ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k æq̄ anguli, ſed angulus a o k eſt rectus, ergo & angulus a z k eſt rectus, eſt ergo linea k z perpendicularis ſuper lineam lõgitudinis ſpeculi a z, quæ eſt in ſuperficie contingente ſpeculum, eſt ergo linea k z erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum lineam a z, ergo per 18. undecimi, & ſuperficies z k o eſt erecta ſuper illam ſuperficiem contingentem, & quia à puncto z ducta eſt linea contingens ſectionem quæ eſt c z q, cum ergo ut patet linea k z ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentẽ ſecundum lineã a z & cõmunis ſectio ſuperficiei ſectionis, & illius ſuperficiei ſpeculũ contingentis ſit linea t z q cõtingẽs ſectionẽ, erit linea k z ꝑpendicularis ſuper lineã t z q, erit ergo angulus k z q rectus per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuperficiẽ cõtingentẽ, & quia ut patet ex præmiſſis angulus k z q eſt rectus, trigonũ quoq; a z k erectũ eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ ſecundũ lineã a z cõtingentẽ, & linea h z eſt ſimiliter perpẽdicularis ſuper hãc ſuperficiẽ contingentẽ. Extrahamus ergo à pũcto z cõmunẽ ſectionẽ ſuperficiei circuli r z g, & ſuꝑficiei pyramidẽ ſecundũ lineam a z contingẽtis, hoc aũt per 3. undecimi eſt linea recta, ſit ergo hæc linea z y, eſt palã per præmiſſa ꝙ linea z y cõtingit circulũ r z g, ſit quoq; cẽtrũ huius circuli c, & producatur c z angulus c z y, eſt rectus per 17. tertij, & ducatur à puncto c, quod eſt centrum circuli r z g, linea continens cum linea z c angulum rectum per 13. primi, & ſit linea c f, linea ergo c r, eſt æquediſtans lineæ z y per 28. primi, linea uero c r, eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ a z c per 4. undecimi, ideo quia angulus z c r eſt rectus ex præmiſſis, & angulus z c a, eſt rectus, ideo quia axis a c eſt perpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ circuli r z g, per 89. primi huius, & quia etiam axis eſt perpendicularis ſuꝑ baſem pyramidis, cui circulus æquediſtat, ergo & axis erit erectus ſuper circulum per 23. primi huius, linea ergo z y æquediſtans lineæ c r, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a z c per 8. undecimi, ergo linea a q contingens ſectionem, eſt obliqua ſuper ſuperficiẽ a z c, ergo & ſuper lineam c z, producatur ergo à puncto z in ſectionis ſuperficie extra ipſam ſectionis periferiam linea recta continens cum linea t q angulum rectum per undecimam primi, quæ ſit z b, & quia punctus d per 24. huius eſt in ſuperficie ſectionis in aliquo puncto axis, palam quod ipſum aliud eſt à puncto k, qui eſt punctus axis inferior puncto d extra ſuperficiem ſectionis, ſed punctus z eſt in ipſius ſuperficie, patet ergo quoniam linea k z eſt extra ſuperficiem ſectionis, linea ergo k z ſecat lineam, z h, nec continuatur cum ipſa, quoniam linea z h eſt in ſuperficie ſectionis, & linea k z eſt extra illam, & quoniam lineæ k z & h z ſecant ſe in puncto z, patet quod ipſæ ſunt in aliqua ſuperficie una per 2. undecimi, ſint ergo lineæ z k & z h in alia ſuperficie præter ſuꝑficiem ſectionis, quæ ſecet ſuperficiem ſectionis ſuper lineam p z h in ambabus iſtis ſuperficiebus exiſtentem per 19. primi huius, & ſit z p eadem linea cum z h, quæ eſt producta in ſuperficie ſectionis, linea uero d z, quæ eſt in ſuperficie ſectionis, eſt extra ſuperficiem in qua ſunt lineæ k z & z h, ſed linea z k continet cum linea z q, angulum rectum ideo quia ut prædictum eſt linea k z eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem quæ tranſit lineas a z & z q, & ſuperficies k z h ſecat ſuperficiem d z h, ſuper lineam illis duabus ſuperficiebus communem, per 19. primi huius, quæ eſt h z, una linea d z eſt in ſuperficie ſectionis ut ſupra patet, & ſecatur à linea k z in pũcto z, & pũcta c & q ſunt à lateribus ſuperficiei k z p h, ergo & ſuperficies h z k, ſecat ſuperficiem d z q, differẽtia ergo cõmunis ſuꝑficierũ h z k & d z q, & in ſuꝑficie h z k eſt quoq; illa cõis ſectio linea recta per 3. undecimi, cõtinet ergo illa linea cũ linea z q angulũ rectũ, nã linea z q cũ ſit ꝑpẽdicularis ſuꝑ lineã z h, et ſuꝑ lineã z k, patet ꝑ 4. undecimi, q̄m ipſa eſt erecta ſuꝑ ſuꝑficiẽ h z k, ergo & ſuꝑ lineã z p, & q̄m ſuperficies h z k, ſecat ſuperficiem d z q & declinatio ſuperficiei h z k à ſuperficie ſectionis, cuius pars eſt ſuperficies d z q fit ex parte ſemidiametri z t, erit linea quæ eſt differentia communis his duabus ſuperficiebus media inter duas lineas q z & z d, ergo angulus q z d eſt obtuſus, & h z eſt in ſuperficie in qua ſunt lineæ d z & z q, quæ eſt ſuperficies ſectionis, & continet cum linea z q angulum rectum, linea ergo z h producta intra ſectionem ultra punctum z, ſecabit angulum d z q, & linea h z, concurret cum linea e d ſub puncto d, puncto axis per 14.

primi huius, angulus enim y d e eſt acutus ex hypotheſi, & angulus d z p acutus, kathetus itaq; incidẽtiæ qui eſt h z, cum perpendiculari e d, quæ ducitur à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem, concurret ſub axe & ſub pũcto ipſius axis, qui eſt d, ſit itaq; punctum concurſus p, & hoc eſt propoſitum.

XLVI.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis ſectionis pyramidalis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi pyramidalis cõuexi, cũ katheto incidentiæ puncto ꝓpinquiori à uertice ſpeculi quàm ſit punctus reflexionis incidentiæ ſub axe ſpeculi cõcurrere eſt neceſſe, altioris quoq; puncti kathetus cum eadem perpendiculari concurret remotius ſub axe, dum tamẽ linea à puncto ſuperiori cũ ꝑpẽdiculari ducta à pũcto inferiori ſuper axem angulũ cõtineat acutum.

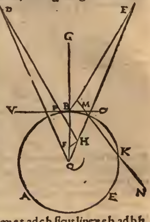
Sit ut in præmiſſa ſpeculum pyramidale conuexum a b g, cuius uertex ſit a, & axis a d, ſitq; in ipſo ſectio pyramidalis, quæ b f e z, punctum quoq; reflexionis ſit e, ſitq; linea e d perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi cõcurrens cum axe a k in puncto d in ſuperficie ſectionis, ſitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à pũcto e, qui ſit h z, cuius punctum z ſit propinquius uertici ſpeculi quàm pũctum e, ita tamẽ quod linea z d, cum linea e d in puncto d contineat angulum acutum, dico quod uerũ eſt quod ꝓponitur, circũducatur eñ à puncto z, ipſi ſpeculo circulus per 102. primi huius r g z, & ducantur lineæ a z & a e, linea quoq; a e ex hypotheſi eſt longior quàm linea a z, patet per 100. & 89. primi huius, quoniam abſcinditur per ſuperficiem circuli r z g, ideo quia pũctum z propinquius eſt uertici pyramidis, quæ eſt a, quàm punctũ e ſit ergo ut abſcindatur in pũcto o, eſt ergo punctũ o propinquius uertici ipſius ſpeculi, quàm e pũctum, eritq; linea a o æqualis lineæ a z per 89. primi huius, cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis ſuper lineam a o, quæ ſit o k, ſecans axem a d in puncto k, erit per 28. primi huius, linea o k æquediſtans lineæ e d, ducantur ergo lineæ k z & d z, & qa linea k z eſt æqualis lineæ k o per 65. primi huius, eſt eñ pũctus k polus circuli k z b g, ſed linea a o eſt æqualis lineæ a z ꝑ 89. primi huius, et linea a k, eſt cõmunis ambobus illis trigonis, erũt ergo ꝑ 8. primi trigoni a d k & a z k æquianguli, ſed angulus a o k, eſt rectus per 29. primi, ideo quia angulus a e d eſt rectus, & linea e d & o k æquediſtans, ergo & angulus a z k eſt rectus, eſt ergo linea k z perpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi a z, quæ eſt in ſuperficie contingentem ſpeculum, eſt ergo linea k z erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum lineã a z, ducta quoq; à puncto z linea cõtingentem ſectionem in puncto z, quæ ſit t z q. Perficiatᷣ demonſtratio, ut in proxima præmiſſa, pateťq; propoſitum nunc ut prius. cadat enim punctus p, quæ ſit communis ſectio katheti incidentiæ ducti à puncto z cũ perpendiculari e d ſub axe a d & ſub puncto d, & ſi in periferia ipſius ſectionis ſignetur punctus ꝓpinquior uertici quàm ſit punctum z, qui ſit pũctus x, ab eo quoq; ducatur kathetus incidentiæ qui ſit x y, qui eodem modo ſi angulus x d e, fuerit acutus demonſtrabitur cõcurrere cum perpendiculari e d ſub axe a d, ſit concurſus in puncto y, dico quod pũctus y remotior erit ſub axe a d, quàm punctum p, non enim ſecabit linea x y angulũ a z p, neq; lineam z p, quoniam kathetus ductus à puncto altiori ulterius protenditur ſub axem, & kathetus angulum rectum continens cum perpendiculari e d concurret cum illa in puncto axis d, reliqui uero katheti horum medij, à quorum punctis incidentiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos, cum perpendicularis e d non ſecabit lineam d p, patet ergo propoſitum.

LXVII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis intra ſectionem oxigoniam ſecante, & à puncto reflexionis ducta contingente, quæ ſecet kathetum, erit totius katheti proportio ad partem ſui reſectam intra ſectionem oxigoniam, ſicut partis extrinſecus reſectæ ad eam quæ utraſq; interiacet ſectiones.

Eſto

Eſto a b c ſectio oxigonia, cuius punctus b, ſit punctus reflexionis, & ſit e punctus rei uiſæ, d centrum uiſus, à puncto quoq; reflexionis quod eſt b, ducatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto b, qui ſit g b q, ducta intra ſpeculum propoſitum in punctum q, & ducatur à puncto e, linea e k perpendicularis ſuper ipſam ſectionem, aut ſuper lineam ſectionem contingentem, ut fuerit poſſibile, ducatur quoq; linea cõtingens ſpeculum in puncto b, quæ ſit t b u, & alia contingens ſectionem in puncto k, duæ itaq; perpendiculares, quæ ſunt g b q & o k, concurrent intra ſectionem ſub axe ſpeculi per tres præcedentes, ſit ergo punctus cõcurſus illarum perpendicularium pũctum q, ſed hoc in propoſito aliter declarandum. Ducãtur enim lineæ e b o b, k b, palam per 29. primi huius, & ex præmiſſis, quoniam linea k m, cadet intra ſuperficiem e k b, & linea b t, cadet intra eandem ſuperficiem, igitur linea b t, ſecabit lineam e k, ſit ut ſecet ipſam in puncto t, & linea k m ſecabit lineam b e, & ſit ut ſecet ipſam in pũcto m. Cũ ergo angulus e k m ſit rectus, ut patet ex præmiſſis, palã quod angulus e k b maior eſt recto, & ſimiliter quod angulus g b t eſt rectus, erit angulus g b k maior recto, palam ergo per 14. primi huius, quoniam duæ ꝑpendiculares g b & e k cõcurrent in aliquo puncto ſuperficiei reflexionis, cum ſint in eadem ſuperficie, ſit ut prius earum cõcurſus in puncto q, ſimiliter ꝙ; angulus d b k, eſt maior angulo recto, qui eſt g b t, qui eſt rectus, ut patet ex præmiſſis, ergo per 14. primi huius lineæ d b & e k cõcurrẽt, ſit ipſarũ concurſus punctus h, igitur per 37. quinti huius, punctus h, eſt locus imaginis formæ puncti e, dico itaq; ꝙd erit proportio lineæ e q, quæ eſt kathetus incidẽtiæ formæ puncti e, ad lineã q h, ſicut lineæ e t ad lineã t h, qa eñ lineæ e k et b e cõcurrunt in puncto e, ducatur à puncto h linea h f æquediſtans lineæ e b, per 31. primi, & qm̃ angulus e b t, eſt per 20. quinti huius, æq̃lis angulo d b u, & per 15. primi, angulus d b u, eſt æqualis angulo t b h, palã ꝙd angul9 e b t, erit æqualis angulo c b h. Reſtat ergo ut angul9 e g b, ſit æqualis angulo h b q, ideo qa anguli c b q & c b g, ſunt recti et æquales, cũ igitur linea c b diuidat angulũ e b h ꝑ æqualia, erit ꝑ 3. texti, proportio lineæ e t, ad c h, ſicut lineæ e b, ad b h, ſed per 29. primi, angulus e b g, eſt æqualis angulo h f b, angulus ergo h f b, eſt æqualis angulo h b f, qm̃ ut p̄oſtenſum eſt angulus e b g, eſt æqualis angulo h b f ergo ꝑ 6. primi, lineæ h b, eſt æqualis lineæ h f, ergo per 7. quinti, proportio lineæ e b ad lineam h f, ſicut ad linea h b, eſt aũt proportio lineæ e b, ad h f, ſicut lineæ e q ad q h, per 4. ſexti, qa ꝑ 29. primi, trigona e q b & h q b, ſunt æquiangula, erit ergo proportio lineæ e b ad h b, ſicut lineæ e q ad q h, erit ergo per 11. quinti, proportio lineæ e t, ad lineam t h, ſicut lineæ e q, ad lineam q h, quod eſt propoſitum.



XLVIII.

In omni ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo, communi ſectione ſuperficie reflexionis & ſpeculi oxigonia exiſtente linea recta interiacens pũctum concurſus duarum præmiſſarum perpendicularium & locũ imaginis maior eſt linea recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit omnimoda diſpoſitio & probatio, ut in præcedente proxima, & quia eſt proportio lineæ e q ad lineam q h, ſicut lineæ e b ad lineam h f, per 4. ſexti, & proportio lineæ e b ad h f, eſt ſicut lineæ e b ad lineam h b, per 6. primi, & 7. quinti, erit proportio lineæ e b ad lineã b h, ſicut lineæ e q ad lineã q h, per 11. quinti, ergo ꝑmutatim ꝑ 16. q̃nti. ꝓportio lineæ e q ad e b, ſicut q h ad h b, ſed linea e q maior eſt ꝙ; linea e b, ꝑ 19. primi, eo ꝙd angul9 e b q maior eſt recto, ut patet ex p̄miſſis, qa angul9 t b q, eſt rect9, ergo linea q h eſt maior ꝙ; linea h b, ꝙd ẽ ꝓpoſitũ, eſt eñ pũctũ q illud in ꝗ cõcurrũt duæ ꝑpendiculares g b q

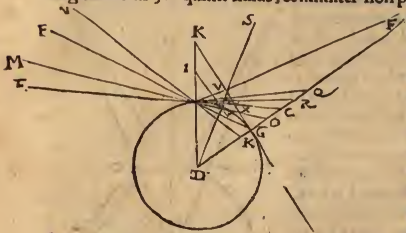
&c b

& e b,quæ eſt kathetus incidentiæ & punctus h locus imaginis formæ puncti e, & punctus b eſt punctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uiſus exiſtens in puncto d.

XLIX.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi exiſtente oxigonia,formaq́ꝫ rei uiſæ oblique ſpeculo incidente,locus imaginum formarum uiſorum punctorum quandoꝗ erit in ſuperficie ſpeculi,quandoꝗ intra ſpeculum,& quandoꝗ extra ipſum.

Quod hic proponitur locum habet,cum punctus rei uiſæ non fuerit in diametro uiſuali perpendiculari ſuper ſuperficiem ſpeculi,tunc enim unius ſolius forma pũcti ſuper lineam perpẽdicularem accedit ad ſpeculum,& ſecũdum eandem lineam reflectetur ad uiſum,utpote pũctus ipſius ꝑpendicularis lineæ,quæ eſt in ſuperficie oculi uidentis, pũctus eñ ultra ſuperficiem oculi ſumptus non poteſt reflecti ſuper hanc ꝑpendicularem, quia non poteſt accedere ad ſpeculum ſuper lineam perpendicularem propter rationẽ aſſignatam in 32. quinti huius, & ſimiliter non poteſt reflecti forma illius puncti ad



uiſum ab alio puncto ſpeculi, quàm à puncto illo cui incidit linea perpẽdicularis,ſi enim daretur hoc poſſe fieri,tunc accideret duas perpendiculares ductas à ſuperficie ſpeculi cõcurrere in cẽtro eiuſdẽ uiſus, ꝙd eſſet contra 6. undecimi, & contra 20.primi huius, & duo anguli trianguli fierent recti, quod eſſet contra 33.primi,& impoſſibile,in tali ergo ſitu perpendicularis reflectitur tantum in ſeipſam,ſit autem nunc ut forma rei uiſæ incidat ſuperficiei ſpeculi non perpendiculariter, ſed oblique, & eſto ut ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculum columnare conuexum,& cõmunis eorũ ſectio ſit oxigonia ſectio,quæ a b g,á cuius punctum a ſumatur linea cõtingens ſectionem, quæ ſit c a t,& ducatur perpẽdicularis à puncto a per 11.primi,ſuper lineam,e t intra ſectionem quæ ſit a d,cadatq́ꝫ punctus d intra ſectionem, palam ergo per 115. primi huius, quod linea d a diuidit ſectionem in duas partes, in quarum utraꝗ eſt punctus unicus in quo pũcto linea ſectionem cõtingens erit æquediſtans lineæ d a,ſit ergo citra unum illorum punctorum alius,qui ſit pũctus g,cuius puncti contingens concurrat cũ linea d a in puncto h extra ſectionem,& ducatur linea perpendicularis ſuper hanc lineam cõtingentem,quæ eſt g h per undecimam primi,perpendicularis ſit g q, ſecans lineam aliam contingentẽ quæ eſt e á t,in puncto t,erit ergo punctum t,finis cõtingentiæ per diſfinitionem,& hæc quidem perpendicularis,quæ g q,neceſſario concurret cum linea h d per 14.primi huius,ideo quod angulus q g h eſt rectus.& angulus g h d acutus, ſit ergo in puncto d ipſarum concurſus,& ducatur linea g a, quæ producatur extra ſectionem uſꝗ ad punctum p,& ducatur linea q a,igitur angulus q a h,.aut eſt æqualis angulo h a p,aut maior aut minor,ſi ſit æqualis,incidit ergo forma pũcti q ſpeculo in pũcto a, & reflectetur ad centrum uiſus exiſtens in puncto p per 20.quinti huius, & locus imaginis punctus g,qui eſt punctus ſectionis oxigoniæ & ſuperficiei columnæ ſpeculi per 37. quinti huius,quoniam in illo puncto cõcurrit kathetus incidentiæ ductus à puncto rei riſæ,quæ eſt q,ſuper lineam contingentem ſectionem in puncto g,cũ linea reflexionis, quæ eſt p a,& quia punctus g eſt in ſuperficie ſpeculi,patet quod tunc uidebitur imago formæ puncti q in ſuperficie ſpeculi,ſi uero in linea g q ſupra punctum a,ſumatur alius punctus ut f,& ducatur linea f a,erit quidem angulus f a h minor angulo h a p. Eſt enim angulus f a h minor angulo q a h,qui eſt æqualis angulo h a p,fiat ergo angulus f a h ſupra terminum b e h a æqualis angulo qui ſit h a n,per 23.primi,& producatur linea n a

intra

intra ſectionem, concurretq́ cum katheto f q g d, & ſit punctus concurſus k, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti f, reflectitur à puncto ſpeculi, quod eſt a, ad uiſum exiſtentem in puncto n, et locus imaginis formæ puncti f, erit in puncto k, & imagines omnium punctorum lineæ, q f, quæ ſunt ultra pũctum q, erunt intra columnã ſpeculi, ut patet per 34. quinti huius, & ex præmiſſis, ſi non inter punctum q & punctum t, qui eſt finis contingentiæ, ponatur punctum aliquod, ut r, & angulus r a h maior angulo q a h, ergo & angulo h a p, fiat ergo ei æqualis angulus, qui ſit h a m, palam quod lineam m a producta cadet ſuper lineam g q extra ſectionem, ideo enim quia linea p a cõtinens cum linea a h, angulum p a h æqualem angulo q a h, cadit in ipſum ſectionem in punctum g, patet quia linea m a, ſecabit lineam g q, extra ſectionem, ſitq́ ut cadat in punctum o, erit ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti k, in puncto o, & omnium punctorum lineæ r q, excepto puncto q, imagines erunt extra ſpeculum intra puncta o & g, ſi autem angulus q a h, fuerit minor angulo h a p, ſecetur ex angulo h a p, angulus h a n, æqualis angulo q a h, per 27. primi huius, palam ergo ut prius quod formæ pũcti q, imago erit in puncto k, & omnium ſuperficierum punctorum lineæ q f, imagines erunt intra ſectionem, ſi uero punctus r, ſumatur inferior puncto q, ita ut angulus r a h ſit æqualis angulo h a p, tunc erit imago formæ puncti r in ſectionis puncti g, quod eſt in ſuperficie ſpeculi & omnium punctorum inter r & q, imagines erunt intra ſpeculum & omnium punctorum inter puncta k & d, imagines erunt extra ſpeculi ſuperficiem, ſi uero angulus q a h fuerit maior angulo h a p, fiat angulus h a m æqualis angulo q a h, palam quod linea m a producta ſecabit ſectionem, linea enim e a t, eſt contingens ſectionem in puncto a, propter quod linea m a producta neceſſario ſectionem ſecabit, ſecet ergo in puncto b, & ducatur linea contingens ſectionem in puncto b, qui concurrat cum linea d b in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim d b l eſt rectus, & angulus l d b acutus, ducta linea d b, eritq́ angulus d l b acutus per 32. primi, cum angulus d b l ſit rectus, eſt ergo per 13. primi, angulus h l b obtuſus, linea ergo l b concurret cum linea h g, ut patet per 69. primi huius, ex parte punctorum b & g, quia quãtum ad hoc eadem ratio eſt in circulis & in ſectionibus, facietq́ cum ipſa angulum acutum, ducatur ergo perpendicularis ſuper lineam l b à pũcto b, & per 11. primi, quæ ſit g s, hæc ergo coniuncta cũ linea d b, fiat linea una per 14 primi, quoniam utraq́ ipſarum cum linea l b, in eodem puncto qui eſt b, continet angulum rectum, & linea b s, ſecabit lineam h g, ſit ut ſecet ipſam in puncto x, & quoniam linea l b protracta concurrit cum linea h g, & angulus s b l, eſt rectus, patet quod linea b s cum linea h g ex parte puncti h, continet angulum acutum per 14. primi huius, erit quoque angulus s x h acutus, ergo & angulus g y b illi contrapoſitus ſimiliter eſt acutus per 15. primi, qa uero linea h g, ſecat lineam q a, ſit punctus ſectionis u, & quoniam angulus h g d, eſt rectus, & linea q a concurrit cum linea f d g in puncto q, quoniam omnes hæ lineæ ſunt in una ſuperficie, palam per 14. primi huius, quod linea h g cum linea, q a, continet angulum acutum ſuper punctum u, qui eſt angulus h u a, quia ergo angulus s x h eſt acutus, & angulus q u g, contrapoſitus angulo h u a, per 15. primi, eſt acutus, patet per 14. primi huius, quod lineæ s b & q u concurrunt, ſit ergo concurſus ipſarum in puncto z, forma itaq́ puncti z, mouebitur ad ſpeculum per lineam z a, & reflectetur per lineam a m, ad uiſum exiſtentem in puncto m, & locus imaginis erit punctus b, & loca omnium imaginum punctorum lineæ z s, ultra punctum z, erunt intra ſectionem & omnium punctorum lineæ z b, quæ ſunt circa z, loca imaginum erunt extra ſectionem, quod eſt propoſitum.

L.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris conuexi, centroq́ uiſus exiſtente in eadem ſuperficie, reflexionem poſſibile eſt fieri à tota linea longitudinis ſpeculi ad uiſum, imagoq́ eius uidebitur recta æqualis rei uiſæ.

Eſto ſpeculum columnare, ut in 30. huius, cuius axi z h, æquediſtat linea recta quæ ſit t h, erit ergo per 30. primi huius, & per 92. primi huius, linea t h æquediſtans lineæ longitudinis ſpeculi columnaris, quæ exiſtens in eadem ſuperficie t h z k, ſit linea a g, dico quod ſi uiſus, cuius centrum ſit e, fuerit in eadē ſuperficie t h z k cū linea t h, & cum axe z k, poſſibile eſt, ut oīa puncta lineæ t h reflectantur ad uiſum e, quoniam per 30. huius, poſſibile eſt, ut puncta reflexionis omnium punctorum lineæ t h, ſint in linea longitudinis columnæ, quæ eſt g a, quia illa linea ſuperficiei reflexionis in qua ſunt uiſus e, & axis z k & linea t h, & ſuperficiei columnæ eſt communis, ut patet per 93. primi huius, uidebitur ergo imago formæ lineæ t h recta, ideo quia quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ t h, erit in eadem ſuperficie cum uiſu & axe, & probabitur loca imaginum punctorum lineæ t h eſſe ſecundum lineam rectam diſpoſita, ſicut in ſpeculis planis per 52. quinti huius, exiſtit probatum de lineis rectis uiſi, patet ergo propoſitum.

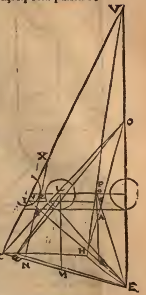
LI.

Lineæ rectæ æquediſtantes axi ſpeculi columnaris conuexi, uiſu non exiſtente in eadem ſuperficie, imago curua uidetur modicæ curuitatis, & minor reuiſa.

Sit diſpoſitio quæ prius in 30. huius, reflectaturq́ forma lineæ t h, à linea lōgitudinis ſpeculi, quæ ſit a g, dico quod imago lineæ t h, uidebitur aliqñ curua, forma enim pūcti eius quod eſt q, ut ſupra patuit reflectitur ad uiſum e, à puncto ſpeculi b, qui eſt punctus circuli b f, linea ergo à puncto q, ducta ad centrū circuli b f, quod eſt l, quæ erit q l, & ipſa eſt kathetus incidentiæ formæ puncti q, quoniam ut patet per 17. tertij, linea q l, eſt ppendicularis ſuper lineā contingentem circulū b f, cuius periferia eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, hic quoq; kathetus q l, ut patet, concurret cum perpendiculari producta à puncto b, quod eſt punctū reflexionis ſuper ipſam ſuperficiem ſpeculi ſuper axē z k, & erit cōcurſus in pūcto axis l, ſcilicet in cētro circuli b f, p 96. primi huius, cōcurrat ergo linea q l cū linea m l, in puncto axis l, producatur ꝗq; linea reflexionis, q̄ eſt e b, quouſq; cōcurrat cū katheto q l, & ſit punctus concurſus c, uidebitur ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti q in puncto c, & eſt punctus c, per 1. undecimi, in ſuperficie in qua ſunt linea q h, & axis z k, eſt linea longitudinis a g. Item forma puncti t, lineæ t h, reflectitur à puncto ſpeculi g, q per 10. huius, eſt punctus ſectionis oxigoniæ cū punctus c ſit altior centro uiſus, quod eſt e, nec ipſa ſunt in eadem ſuperficie. Eſt aūt à puncto t, unā tm̄ ducere ppendicularē ſup ipſam oxigoniā ſectionē, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, uel ſuper lineā cōtingentē ſpeculū in pūcto aliq̄ oxigoniæ ſectionis per 12. primi, ſit ducta, hæc ergo per 114. primi huius, uel per 44. huius, cōcurret cū perpendiculari ducta à puncto eiuſdem ſectionis quod eſt g, ſuper axē z k, quæ eſt linea n g z, eritq; cōcurſus ſub axe, hoc eſt ſub puncto z, qui eſt concurſus ppendicularis, n z, & axi z k, qm̄ ducta linea t z, erit angulus t z n acutus, ideo quod angulus n z y eſt rectus, axe k z producta ultra punctum z ad punctum r y, producatur itaq; linea n z ultra punctum z ad puncto x, & ducatur à puncto g, linea cōcurrēs cum linea n z, producta ultra punctum z in puncto x, concurret autem per 14. primi huius, ideo qa angulus x n t, eſt rectus, uel acutus, & angulus x t n acutus, ſecetq́; linea t x axē k z in puncto y, & producatur linea e g, ultra punctum g, donec concurrat cum linea t x, cōcurrent autem per 29. primi huius, linea enim e g producta ſecat angulum t g x, ergo & baſem t x, quoniam illæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie ut patet, ſit ipſarum ſectio in puncto i, erit ergo punctus i, locus imaginis formæ puncti t, per 37. quinti huius, ſimiliter ducta à puncto h, lineæ t h, quæ ſit orthogonalis ſuper lineam contingentem ſpeculum in aliquo puncto ſectionis oxigoniæ, à qua reflectitur forma puncti h ad uiſum e, per decimam huius, illa concurret cum perpendiculari d a r, ſub puncto d, qui eſt punctus axis per 114. primi huius, uel per 44. huius, concurrat ergo in puncto p, & ducatur linea e a, ultra punctum a, donec concurrat cum linea h p

& ſit

& ſit ſecundum præmiſſos modos punctus concurſus s, erit quoq; ut prius pũctus s imago puncti h, ducatur quoq; linea s r, palam ergo cum linea c i concurrat in pũcto x cum perpendiculari, n z, quæ eſt æquediſtans lineæ e o, quod eadem concurrat cum linea e o, per ſecundam primi huius, concurrat ergo in puncto u, ſimilirer linea h s, cum concurrat cum perpendiculari d r, quæ eſt æquediſtans lineæ e o, concurrat cum linea e o per eandem ſecundam primi huius, ſed quoniam ſitus puncti t lineæ t h, reſpectu puncti e, quod eſt centrum uiſus, idem eſt cum ſiru puncti h, & eadem diſtantia à uiſu, q̃m linea t h, æquediſtat axi z k, & ſimſliter puncta t & h, æqualiter diſtant à puncto q, & ut patet ex præmiſſa in 30. huius, ſitus puncti t & puncti h, ad punctum o, eſt idem, et punctorum i & s reſpectu puncti o, eſt etiam idem ſitus, ut patet ex præmiſſis in præſenti demonſtratione, ergo per primam undecimi, erit linearum c i & h s reſpectu lineæ e o, idem ſitus, lineæ ergo c i & h s concurrent ſuper idem punctum lineæ e o, cõcurrent ergo in puncto u, erit ergo c u h triangulus, & in ſuperficie huius trianguli erit linea i s, axis autem ſpeculi, qui eſt z k, non eſt in hac ſuperficie, uerum linea c h, eſt in eadem ſuperficie cum axe, ut patet ex hypotheſi & per ſecundam primi huius, ergo ſuperficies illa ſecat ſuperficiem trianguli c b h ſuper lineã cõmunem, quæ eſt c h, non ſuper aliam, cum ergo punctus c ſit in ſuperficie lineæ t h, & ſimiliter axis z k, ſit in eadem ſuperficie, & punctus c non ſit in linea t h, ergo non eſt in ſuperficie trianguli t u h, & duo puncta i & s, ſunt in ſuperficie illius trianguli, linea ergo i t s erit curua per primam undecimi, & quia ipſa eſt imago lineæ t h, palam quod imago lineæ rectæ, quæ eſt t h, eſt curua, quod eſt primum propoſitum, ſed eius curuitas modica eſt, quia perpendicularis ducta à puncto c ad lineam i s ad punctũ .ſ. ſectionis lineæ i s, & ſuperficiei circuli eſt ualde parua ſed quanto maior fuerit linea uiſa, quæ eſt t h æquediſtans lineæ longitudinis ſpeculi, tanto imago eius erit minus curua, & quanto minor fuerit linea t h, tanto curuitas erit maior, & quoniam linea i t minor eſt quàm linea t q, & linea s c, minor quàm linea h q, quoniam linea i s, à quo modicum declinat linea i t s, cadit inter lineas t u & h u, concurrentes in puncto u, & eſt quaſi æquediſtans lineæ t h, ſicut & axi k z, patet ergo quod linea imaginis quæ eſt i t s, minor eſt reuiſa, in qua eſt linca t h, & hoc eſt ſecundum propoſitum, patet ergo totum quod proponebatur.

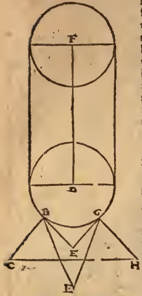


LII.

Superficie lineæ rectæ uiſæ, ſuperficiem in qua eſt axis ſpeculi columnaris conuexi orthogonaliter ſecante, centroq; uiſus exiſtente in utraq; ſuperficie à circumferentia circuli, quæ eſt communis ſectio ductarum ſuperficierũ & ſpeculi fiet reflexio, lineæq; rectæ uiſæ imago erit curua.

Eſto linca t h in ſuperficie plana orthogonaliter ſecante ſuperficiem in qua ſunt centrum uiſus e, & axis dati ſpeculi columnaris, qui ſit d f, ſitq; punctum e in ſuperficie cum linea t h, erit ergo punctum e in linca, in qua illæ duæ ſuperficies ſe interſecant, quod neceſſe eſt eſſe per 19. primi huius, & per primam undecimi, dico quod formæ totius lineæ t h à circumferentia circuli, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei, t h e, & ſuperficiei columnæ ipſius ſpeculi qui ſit g b, fiet reflexio ad uiſum, aut enim centrum uiſus, quod eſt e, erit retro lineã t h, & tunc cum illa linea ſit corporalis eſt diafona, eius denſitas occultabit uiſui ſpeculum, & non fiet reflexio, niſi forte ſolæ formæ capitum lineæ quæ ſunt t & b, appareant & reflectantur ad uiſum à circulo ſpeculi, qui eſt b g, & erit formarum horum capitum imago tendens ad curuitatem, ſicut per 65. ſexti huius, patuit

de ſpeculis ſphæricis cõuexis. Si uero fuerit linea t h, diafona groſſæ diafonitatis, ut criſtallus, de hoc ſermo alter erit in decimo libro huius ſcientiæ, ſed ſi linea t h ſiue exiſtente diafona ſiue non, fuerit uiſus ſub illa intra ipſam .ſ. & ſpeculum, tunc occultabitur pars lineæ t h, ꝓpter interpoſitionem capitis in quo eſt uiſus, pars autem illa lineæ t h, quæ uideri poteſt non obſtante capitis impedimẽto, reflectetur à circulo b g, ad uiſum, eodem penitus modo quem de ſpeculis ſphæricis cõuexis oſtẽdimus ſuo loco, eſt ergo imago lineæ rectæ t h, taliter uiſæ ſemper curua, quod ſi centrum uiſus e, fuerit extra terminos lineæ t h in eadem ſuperficie ut prius, & fiat reflexio ad formæ lineæ t h ad uiſum, uidebitur imago linea t h tota curua, ut patet ſecundum præmiſſa, & hoc eſt propoſitum.



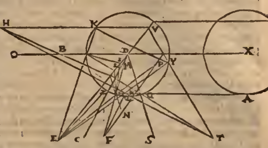
LIII.

Lineæ rectæ uiſæ ſuperficie orthogonaliter axem ſpeculi columnaris conuexi ſecante, centroq́; uiſus nõ exiſtente in eadem ſuperficie, factaq́; reflexione ad uiſum æqualiter diſtantem ab extremis illius lineæ, eius imago uidetur maximæ curuitatis.

Sit ſupꝑficies plana in qua eſt linea t h orthogonaliter ſecãs ſuperficiem, in qua ſunt centrum uiſus e, & axis ſpeculi columnaris conuexi, quod ſit b k g. Sitq́; centrum uiſus e, non in eadẽ ſuperficie cum linea t h, cuius extrema t & h, ſicut ꝓponitur æqualiter diſtent à centro uiſus e, palamq́; per 10. huius, quoniam communes ſectiones omnium in ſuperficierum reflexiõis & ſpeculi, erunt oxigoniæ, & quoniam ex hypotheſi forma pũcti h, reflectitur ad uiſum e, ab aliquo puncto ſpeculi propoſiti, ſit ergo ut hoc fiat à puncto b per 29. huius, & quia punctus t, eiuſdem eſt diſtantiæ à puncto e quod eſt centrum uiſus, cuius eſt punctum h, patet quod forma puncti t, reflectitur ad uiſum e, ab aliquo puncto ſpeculi, ſit illud punctum g, & cum extrema puncta lineæ h t, ſint eiuſdem ſitus & longitudinis à centro uiſus e, erunt etiã puncta reflexionum formarum illarũ punctorum quæ ſunt b & g eiuſdẽ diſtantiæ & ſitus à puncto e centro uiſus, igitur duo puncta b & g, erunt in circulo æquediſtante baſibus ſpeculi, quæ cadet ſemper inter lineam h t & inter ſuperficiem trãſeuntem centrum uiſus e, & ſecantem ſpeculum æquediſtanter baſibus ipſius ſpeculi, quod ideo accidit, quia puncta reflexionũ quæ ſunt b & g, plus declinant ad centrum uiſus ad quod fit reflexio, quàm ipſa puncta h & t, quorum formæ reflectuntur, ſit ergo ille circulus b z g, cuius centrum ſit d, ducantur itaq́; lineæ incidẽtiæ quæ ſunt h b & t g, & lineæ reflexionũ quæ ſunt b e & g e, & à cẽtro d ducãtur perpẽdiculares ſuper lineas circulum b z g, cõtingentes in pũctis b & g, quæ ſint d g & d b o, palã quia per 21. huius, quoniam illarũ perpendicularium partes, quæ ſunt g d & d b ſunt ſemidiametri circuli b z g, & ducatur linea à pũcto d, centro circuli ad centrũ uiſus quæ ſit e d, & producãtur lineæ incidẽtiæ quæ ſunt h b & t g, donec cõcurrant cũ linea e d, cũ aũt pũcta h & t, ſint eiuſdẽ ſitus & diſtãtiæ reſpectu puncti e, & reſpectu centro d, palã quod lineæ h b & t g, habebũt eundẽ ſitũ reſpectu lineæ e d, concurrent ergo in idẽ punctũ illius lineæ d, eſto ꝙd cõcurrẽt in pũctũ b, ducaturq́; linea lõgitudinis columnæ ſpeculi in qua ſit pũctus z, & ſit hæc linea in ſuperficie plana, in qua eſt cẽtrũ uiſus & axis ſpeculi, ſitq́; linea a z & ducantur lineæ l z n & d z c, & quoniã ſuperficies in qua ſunt centrũ uiſus & axis ſpeculi interſecat ſuperficiem in qua eſt linea t h, ſit punctus lineæ t h, in quo hæc ſectio punctus q, & à puncto q, ducatur linea æquediſtans lineæ d z c, cadat quidem hæc linea per 2. primi huius, ſuper axem ſpeculi ex una parte & ſuper lineam l z n ex alia cadat ergo in pũctum n lineæ l z n, palã autẽ per 20. quinti huius, quoniam angulus h b o, q eſt angulus incidẽtiæ formæ pũcti h, eſt æqualis angulo o b e, q eſt angulus reflexionis, ſed angulus

h b o per

b b o, per 15. primi huius, eſt æqualis angulo l b d, q̃m eſt ei contrapoſitus, & angulus o b e, æqualis eſt duobus angulis b e d, & b d e, per 32. primi, cum in triangulo e b d, ipſe ſit extrinſecus angulus ergo l b d, æqualis eſt eiſdẽ duobus angulis. ſ. b e d, & b d e, ſecetur itaq; ex angulo l b d, angulus qui ſit m b d, æqualis angulo b d e, per 27. primi huius. Remanet ergo angulus m b l, æqualis angulo b e d, quia ergo in triangulo e b m, angulus b e m, eſt æqualis triangulo m b l, & angulus b m e, cõmunis utriq; illorũ trigonorũ erit per 32. primi, angulus m b e, trigoni maioris æqualis angulo m b l, trigoni minoris, eſt ergo per 46. proportio lineæ e m ad b m, ſicut lineæ b m ad m l ergo per 16. ſexti, illud quod fit ex ductu lineæ e m in m l, æquale eſt quadrato lineæ b m, ducatur quoq; linea m z, & q̃m angulus b d m, maior eſt angulo z d m, quia ẽm angulus s d e, eſt æqualis angulo o d e. ꝑpter identitatem ſitus punctorũ reflexionũ, quæ ſunt b & g, à centro uiſus e, quæ cauſatur ut præoſtenſum eſt ex identitate ſitus punctorũ uiſorum, qui ſunt h & t, reſpectu uiſus e, angulus uero s d e, maior angulo z d m, nec totum ſua parte ergo & angulus b d m, eſt maior angulo z d m. Sed & duo latera z d & d m, ſunt æqualia duobus lateribus b d & d m, q̃m d b & z d, ſunt ex centro ad circũferentiã, & latus d m eſt commune, erit ergo ꝑ 24. primi, latus m b, maius latere m z, illud ergo quod fit ex ductu lineæ e m in l m, maius eſt quadrato lineæ z m, ſit ergo ductus lineæ e m, in lineam m i, minor q̃ ſit linea m l, æqualis quadrato lineæ m z, & ducantur lineæ l b, i z, e z, & quia trianguli e z m, & z i m, quorũ cõmunis angulus eſt z m i, per 6. ſexti, ſunt æquianguli, ꝑpter laterum ſuorũ proportionalitatem ex 16. ſexti, quæ continent illum communem angulum, erit ergo angulus m z i, æqualis angulo z e i, eſt ergo angulus m z l, qui eſt maior angulo m z i, maior angulo z e d. Sed q̃m angulus m b d, conſtitutus eſt æqualis angulo b d m, erit linea m d, æqualis lineæ m b, per 6. primi. Sed linea m b eſt maior q̃ linea m z, ut patet ex ꝑmiſſis, ergo linea m d, eſt maior q̃ linea m z, ergo per 18. primi, erit angulus m d z, maior angulo m z d, igitur angulus d z l, maior eſt duobus angulis e d z, & z e d, angulus enim d z l, continet angulũ m z l, maiorẽ angulo z d e, q̃m angulus m z i, qui eſt pars anguli m z l, æqualis eſt angulo z e d, ut ſupra patuit. Item præter angulum m z l, cõtinet angulum d z l, & angulũ d z m, maiorẽ angulo m d z, angulus uero n z e, eſt æqualis angulo d z l, per 15. primi, & angulus e z c, per 32. primi, æqualis eſt duobus angulis z d e & z e d, eſt ergo angul9 n z o, maior angulo e z c, ſecet ergo ex angulo n z c, ꝑ 27. primi huius, angulus æqualis angulo e z c, qui ſit z c f, ducta linea z f, quæ quidem concurret cum linea n q, per 2. primi huius, q̃m concurrit in puncto z, cum linea c d, æquediſtante lineæ n q, concurret ergo ſuper punctum f, cũ ergo angulus f z c, ſit æqualis angulo e z c, palam per 20. quinti huius, q̃m reflectetur forma puncti f, ad uiſum e, à puncto ſpeculi e, ſed forma puncti q, reflectitur ad uiſum ab aliquo puncto lineæ longitudinis ſpeculi tranſeuntis per punctum z, reflectitur ergo à pũcto quod eſt ultra punctũ z, q̃a ſi detur ut reflectatur à pũcto quod ſit circa punctũ z, ꝑpinquius puncto e, q̃ ſit punctũ z, tunc linea ducta à puncto q, ad illum punctum reflexionis ſecabit lineam f z, ille ergo punctus ſectionis reflectet ad uiſum e, à duobus punctis lineæ longitudinis ſpeculi, qui eſt z a. ſ. à puncto z, & ab alio puncto dato, quod eſt impoſſibile, per 26. huius. Sumatur ergo punctus reflexionis formæ puncti q, ultra punctũ z, & ſit punctus k, à quo reflectatẽ forma pũcti q, ad uiſum e, & ducatur linea incidentiæ quæ ſit l k, & linea reflexionis quæ e k, & producatur linea e k, donec concurrat cum linea n q, concurret autẽ linea e k, cum



bb 3 linea

linea n q,per 2.primi huius,quia concurret cum linea d c,æquediſtante lineæ n q, hæc em̄ in eadem ſuperficie eſt inter puncta e & k,cōcurrunt itaq; lineæ e k & n q,& ſit punctus concurſus p,erit ergo per 37.quinti huius,punctus p,locus imaginis formæ puncti q,ſed pūctus h,reflectit̄ ad uiſum e,à puncto ſectionis oxigoniæ,cū non ſit in eadem ſuperficie cū uiſu e,ſi ergo à puncto h,ducatur kathetus incidentiæ formæ puncti h, qui erit linea perpendicularis ſuper lineam rectam contingentē ſectionem oxigoniam in aliquo puncto ipſius ſectionis,palam quia kathetus ille concurret cū perpendiculari o b d, ſub axe per 44.huius,concurrant ergo in puncto aliquo,ſimiliter à puncto t, eſt ducere unum kathetum incidentiæ,lineam.ſ.perpendicularē ſuper ſectionem oxigoniam, à cuius ſectionis puncto reflectitur forma puncti t, ad uiſum e,quæ ſicut prius concurret cū perpendiculari s g d, ſub axe,& q̄m ſemidiameter b d,& g d,non poſſunt eſſe linea una, ut patet per 78.quarti huius,palam per 112.primi huius,q̄m reflexio formarum punctorū h & t,fit ex hypotheſi,& per 23.huius,à duobus punctis duarum ſectionū columnarum ſcilicet lineā z d,pductam tranſſpeculum ſe interſecantium per 24.huius,& per 1.undecimi,& 19.primi huius,& q̄m puncta h & t,lineæ h t,ſunt eiuſdē ſitus reſpectu lineæ e d ideo em̄ quod illa puncta h & t,ſunt eiuſdē ſitus reſpectu uiſus e,ex hypotheſi, linea uero e d,quia diameter uiſualis eſt in eadem ſuperficie cū axe ſpeculi & centro uiſus,habēt ergo puncta h z t,eundē ſitū reſpectu lineæ e d,& puncta ſectionis ſimiliter p quæ tranſeunt katheti incidentiæ ducti à punctis h & t, & hæc omnia accidunt propter identitatem ſitus punctorum h & t,reſpectu uiſus e,& reſpectu lineæ e d, palam ergo quod illi duo katheti à puncto h & t,ducti ſup illas ſectiones,quorum ut patet ex p̄miſſis quilibet concurrit cū linea e d,ambo cōcurrent in eodē puncto lineæ e d,concurrant ergo in puncto u, quia linea e b,pducta cōcurret cū linea h u,ſit punctus cōcurſus r,concurratq; linea e g, cum linea t u, in puncto y,& ducat̄ linea r y,palā ergo per 37.quinti huius, quia punctū r eſt imago formæ puncti h, & punctum y,eſt imago formæ puncti t, habemus quoq; triangulū e r y,& extra ſuperficiē huius trianguli eſt punctum z,ſuperficies ergo huius trianguli altior eſt q̄ linea e p, ſi centrum uiſus fuerit altius q̄ linea h t,& eſt baſſior ſi centrum uiſus fuerit baſſius q̄ linea h t,eſt ergo punctus p,ſemper extra illam ſuperficiē linea ergo r p y,eſt ſemper curua per 1.undecimi,ſed ipſa imago lineæ t h ut patet p 37. quinti,eſt ergo imago lineæ h t,modo propoſito ſituatæ reſpectu centri uiſus & ſpeculi columnaris conuexi ſemper curua curuitate non modica,quod eſt propoſitum.

LIIII.

Lineæ rectæ uiſæ non æquediſtantis axi ſpeculi columnaris conuexi, cuius ſuperficies oblique ſecat axem, imago uidetur curua diuerſæ curuitatis ſecundum diuerſitatem ſui ſitus.

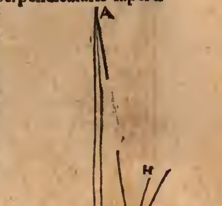
Quia em̄ per 51.huius,patet quod linea recta æquediſtans axi ſpeculi columnaris conuexi imaginē habet non rectam ſed curuā,licet modicæ curuitatis, lineæ uero cuius ſuperficies orthogonaliter ſecat axem ſpeculi uiſu non exiſtente in eadem ſuperficie cū linea uiſa,imago ſemper uidetur curua per proximā p̄miſſam,palam per eandem,q̄m lineæ inter has duas ſitæ,quæ magis accedūt ad uiſum lineæ æquediſtantis lineæ longitudinis columnæ,habebuntur imagines plus accedentes rectitudini, lineæ uero quæ plus appropinquant lineis,quarum ſuperficies orthogonaliter ſecant axem plus accedunt in ſuis imaginibus ad curuitatem,& augmentatur uel minuitur curuitas imaginum ſecundum acceſſum uel receſſum linearum ad alterum iſtorum ſituum,& hoc eſt propoſitū.

LV.

Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici ſpeculi pyramidalis conuexi oblique ſuper axem reflectitur ad centrum uiſus intra illam & ſuperficiem ſpeculi conſtitutum à linea longitudinis ſpeculi,imagoq; ipſius uidetur curua modicæ curuitatis cuius conuexitas eſt ad uiſum.

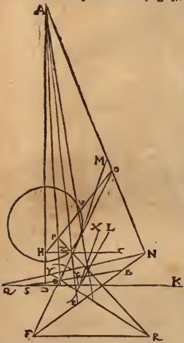
Sit ſpeculum pyramidale conuexū a b g,cuius uertex ſit a,& cuius axis ſit a d,ſigneturq;

turq́; in ſup̃ficie conica eius linea longitudinis utcūq; contingit,quæ ſit a z,per 101.primi huius,ducaturq́; punctum z, ſuperficies æquediſtans baſi pyramidis, hæc ergo per 106.primi huius,ſecabit pyramidē ſpeculi ſecundū circulū qui ſit z u,& ducat̃ per 11.primi,à puncto z,perpendicularis ſuper lineam longitudinis z a, quæ ꝑducta ad axem ſpeculi, quæ eſt a d,cadat in punctum h,concurret autem cū axe per 96.primi huius,uel per 14.primi huius,ideo quia angulus d a z,eſt acutus,& à puncto z ducatur linea contingens circulū z u,per 16.tertij,quæ ſit z m,& ducat̃ à puncto a,linea continens cū utraq; lineaꝝ a z & a h,angulum acutū,quæ ſit extra ſuperficiē cōtingentē pyramidē ſuper lineam a z,hoc em̄ eſt poſſibile,cū angulus h a z,ſit acutus.Sit ergo illa linea a n,& in ſup̃ficie in qua ſunt lineæ a n & a h,ducatur à puncto h,linea continens cum linea a h, angulum æqualem angulo z h a,per 23. primi huius, hæc ergo linea concurret cum linea a n, per 14.primi huius,ideo quod ut patet ex præmiſſis,duo anguli n a h,& a h z,ſunt acuti. Sit ergo punctus concurſus o,linea itaq; h o, ſecabit circumferentiam circuli z u, ideo em̄ quod angulus a h o,eſt æqualis angulo a h z,oportet quod lineæ z h & o h,ſint in eadem ſuperficie,ſecet ergo linea h o,periferiā circuli in puncto u,& ꝑducatur linea lōgitudinis ſpeculi quæ a u, & extrahatur linea perpendicularis h z,extra ſpeculum ad punctum c,& ducatur linea o z,& ꝑducatur in continuū & directum,& ſit o z f, & producatur linea a z,ad punctū e,angulus ergo f z h,eſt acutus,per 15.primi,quia linea o z, cū linea t z,continet angulum acutū.Eſt em̄ angulus a z c,rectus,& quia linea o z, ſecat ſuperficiē contingentē ſpeculū ſuper lineā a z,ſuper quā erecta eſt linea h z, ut patet ex p̄miſſis, angulus, itaq; a z h,exiſtente recto,angulus o z a,eſt acutus,ergo per 15. primi, relinquitur ut angulus e z f,ſit acutus,à puncto ergo f,ducatur perpendicularis ſuper lineam a e,per 12.primi,& ꝑducatur in continuū & directū donec concurrat cū linea a o,in puncto n, cōcurret autē linea f e,cū linea a o, per 14. primi huius, ideo quia angulus e a o eſt acutus, & angulus a e n,rectus,& ducat̃ à pūcto e,linea e d,æquediſtans lineæ z h,erit ergo per 8. undecimi,linea e d, perpendicularis ſuper ſuperficiē contingentē pyramidē ſecundum lineā a e, cum linea z h,ſit perpendicularis ſuper eandē ſuperficiem, & ducatur à puncto e,linea e l æquediſtans lineæ z m, & imaginetur ſuperficies,in qua ſint lineæ e l et e d,ſecare pyramidē,erit quoq; cōmunis ſectio huius ſup̃ficiei & ſup̃ficiei conicæ ipſius ſpeculi ſectio oxigonia p̃ 103.primi huius,q̃m illa ſuperficies l e d, eſt obliqua ſuper axem a d. Sit ergo illa ſectio d e c, linea uero m z, quæ eſt contingens circulū z u,eſt perpendicularis ſuper lineam a e, per 22.primi huius.Ideo quia axis a h,erectus eſt ſuper ſuperficiem illius circuli per 89.primi huius,& linea z m, eſt perpendicularis ſuper illius circuli diametrū per 17.tertij, eſt ergo linea z m, erecta ſup̃ ſuperficiē a z h,ut patuit in 41.huius, q̃m ſuperficies circuli,& ſuperficies a z h,ſunt adinuicē erectæ, ergo linea l e, æquediſtans lineæ z m,per 8.undecimi, eſt perpēdicularis ſup̃ ſuperficiē a d e,ergo angulus a e l,eſt rectus,q̃d tamē facilius patet per 29.primi,quia em̄ angulus a z m,eſt rectus,erit & angulus a e l,rectus.Sed angulus a e n eſt rectus, & ſimiliter angulus a e d,eſt rectus per 29.primi.Ideo quia angulus a z h,eſt rectus,& linea e d, æquediſtat lineæ z h,ergo per 5.undecimi,lineæ n e,l e,d e,ſunt in eadē ſuperficie ſectionis, & linea a e, eſt erecta ſuper ſuperficiē illius ſectionis,cū omnes illæ lineæ cū linea a e,concurrant ad angulos æquales & rectos,ergo linea f n,eſt in ſuperficie ſectionis,ꝓtrahatur itaq; linea d e,in continuū & directū uſq; ad punctum k,& extrahat̃ à puncto f, linea æquediſtans lineæ d e k,quæ ſit f r,hæc ergo linea æquediſtabit lineæ h z,per 30.primi, & producatur à puncto z,in ſuperficie o z h,linea recta continens cū linea z c, angulū æqualem angulo o z c,qui eſt acutus per 13.primi,quia ut ſupra patuit,angulus o z h, eſt ob-



tuſus

tuſus, hæc ergo linea cõcurret cum linea f r, per 2. primi huius, quia ſecabit lineam 3 h, æquediſtantẽ lineæ f r, & eſt in ſuperficie eius, quia linea 3 f, eſt in ſuperficie eius. Oẽs aũt lineæ æquediſtantes ſunt in eadem ſuperficie per 1. primi huius, concurrat ergo in puncto r, & ſit angulus r 3 c, æqualis angulo o 3 c, & quia angulus o 3 c, eſt æqualis angulo 3 f r, per 29. primi, quia eſt extrinſecus illi, & angulus c 3 r, æqualis eſt angulo ſibi coalterno, qui eſt angulus 3 r f, palã quod angulus 3 f r, eſt æqualis angulo 3 r f, ergo per 6. primi, lineæ 3 f & 3 r, ſunt æquales. Et quia linea f e n, eſt in ſuperficie ſectionis, & linea f r, eſt æquediſtans lineæ c d, quæ eſt in ſuperficie ſectionis. Eſt ergo per 2. primi huius, & per 7. undecimi, linea f r, in ſuperficie illius ſectionis, ꝓducatur quoq; linea r e, erit ergo linea r e, ſimiliter in ſuperficie ſectionis per 7. undecimi, & qm̃ ſuperius declaratũ eſt, quod linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e a, eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſectionis, uterq; ergo angulus a e r, eſt rectus per diffinitionẽ lineæ ſuꝑ ſuperficiẽ erectæ, quadratum ergo lineæ f 3, ualet duo quadrata linearũ 3 e & f e, ꝑ 46. primi. Similiter quadratum lineæ 3 r, ualet duo quadrata linearũ 3 e & e r. Sed quadratũ lineæ 3 f, eſt æquale quadrato lineæ 3 r, quia & linea lineæ eſt æqualis ex p̃miſſis. Eſt autẽ amborũ cõmune quadratum lineæ 3 e. Relinquitˀ ergo quadratũ lineæ f e, æquale quadrato lineæ e r, erit ergo linea f e, æqualis lineæ r e, ergo ꝑ 5. primi, duo anguli e r f, & e f r, ſunt æquales. Sed angulus n e r, eſt æqualis angulo e f r, per 29. primi, quia eſt ei extrinſecus, & angulus k e r, eſt æqualis angulo e r f, quia eſt ei coalternus. Sũt ergo anguli n e k, & k e r æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto r, à puncto ſpeculi e, & forma puncti o, reflectiˀ ad uiſum exiſtentẽ in puncto r, à puncto ſpeculi 3, & omnis linea ꝓducta à puncto f, ad aliquod punctum lineæ o n, ſecabit lineam 3 e, patet quoq; ſecundũ præmiſſa quod illa linea erit æqualis lineæ ꝓductæ à puncto r, ad idẽ punctum, quia linea a e eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ, in qua ſunt lineæ r e & f e, quæ eſt ſuperficies ſectionis, & duæ lineæ f e & r e, ſunt æquales, omnes ergo lineæ extractæ à punctis f & r, ad aliquod unum punctum lineæ 3 e, ſunt æquales iterandu modũ ꝓbandi quo uſi ſumus prius, patet ergo qđ forma omnis puncti, q eſt in linea o n, cõuertetur ad uiſum exiſtentem in puncto r, ex illo puncto ſpeculi quod ſecatur in linea 3 e omnis quoq; linea extracta ex uertice pyramidis, qui eſt a, cadensq; obliq; ſuper axẽ pyramidis ſpeculi, q eſt a d, ita ut angulos acutos contineat cũ axe a d, & cũ linea lõgitudinis quæ eſt a 3, uel alia quocũq; p̃miſſo modo demonſtrari poteſt, quia aliqua pars ipſius reflectiˀ ad uiſum tunc diſpoſitũ reſpectu illius uiſibilis ut nunc eſt diſpoſitũ punctum r, reſpectu lineæ o n. Similiterq; patet, ꝙ in hac diſpoſitione formæ punctorum totius lineæ a o n, reflecteñˀ ad uiſum in puncto r exiſtentẽ, & ſi punctus r, ulterius ꝓducaˀ in maiori diſtantia à puncto 3, & augmentabiˀ quantitas lineæ a o n, ſecundũ illud, & huius quidẽ ſimile demonſtratũ eſt per 41. huius, nunc uero hoc p̃miſimus in hoc propoſito theoremate, ut ſtudioſus indagare ea quæ ſequuntur facilius poſſit. Omnibus itaq; ex his ſuo modo diſpoſitis cõtineˀ linea n d, ſecabit ergo linea n d, circumferẽtiã ſectionis, nam duo puncta d & n, ſunt in eadem ſuperficie ſectionis, & punctũ n, eſt extra circũferentiã ſectionis, d uero eſt intra illam, ſecet ergo linea n d, circũferentiã ſectionis in puncto e, & quia triangulus a h o, eſt totus in eadem ſuꝑficie,



per

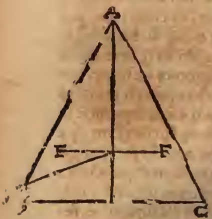
per 21.undecimi,palam quoniam linea n d.erit in ſuperficie trianguli a o h.per 1.undecimi,puncta enim d & m,ſunt in lineis a o & a h,ergo & linea n d, eſt in ſuperficie eadē cum illis,erit ergo punctus c, in ſuperficie trianguli a o h. Similiter etiam duo puncta a & u,ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h,ut patet ex præmiſsis,quoniam linea h o,ſecabat periferiam circuli 3 u, in puncto u,ſic enim notauimus punctum illud, tria ergo puncta quæ ſunt a & u & c,ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h, ſed puncta a b c,ſunt omnia in ſuperficie ſpeculi,ergo tria puncta a u c,ſunt in linea communi,quæ eſt linea recta per 90.primi huius.Fiat enim ſectio ſecundum axem ſpeculi, ergo puncta a u c, ſunr in linea recta,protrahatur ergo linea a u,recta ad punctum c,& producatur linea r 3,ultra punctum 3,quæ ſecabit lineam o h, per 29.primi huius, ideo quia lineæ r 3 & h o, ſunt in eadem ſuperficie,& linea r 3,quæ ſecat angulum f 3 c,ſecat angulum eius contra poſitum, qui eſt h 3 o, ergo & baſem illi ſubtenſam quæ eſt h d,neceſſario ſecabit,ſecet ergo ipſam in puncto p. Eſt ergo punctus p,in ſuperficie trianguli a o h, producatur quoq; linea a p,& protrahatur ultra p,ſecabit ergo lineam d n,per 29.primi huius,ſecar angulum d a n,ſecet quoq; ipſum in puncto g,& quia punctus f,non eſt in ſuperficie contingente pyramidem ſpeculi tranſeuntem per lineam a 3 e,ſed oblique incidit eidem,ut pateret ex præmiſsis. Eſt autem in ſuperficie ſectionis,& quoniam ſuperficies ſectionis nō eſt erecta ſuper ſuperficiem a d e,per 103.primi huius,pater per 4.undecimi,quia neceſſario erit angulus a e d acutus,quoniam angulus a e f eſt rectus,angulus ergo d e n,per 13.primi,eſt obtuſus,ergo angulus e d n,eſt acutus,per 32.primi,cadir ergo in triangulo amplígonio, qui eſt d e n, & ſit linea e x i,contingens ſectionem in puncto c, per ea ergo quæ præmiſſa ſunt in demonſtratione 4.quinti huius, & etiam ex eo quoniam angulus d e x eſt obtuſus,palam quod perpendicularis extracta ex puncto c,ſuper lineam c x,contingentem ſectionem ſecat angulum d c x, & quod concurret cū linea e d ſub puncto d, hæc ergo perpendiculariter ſecet lineam e d,producta ultra punctū d,in puncto r,perpēdicularis ergo extracta ex puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem ſecabit lineam e d,ultra punctum ſ,remotius à puncto d,ꝙ ſit punctum ſ, ſiue iſta perpendicularis cum linea e d, concurrant ultra circumferenriam ſectionis uel intra illam: perpendicularis enim exrracta à puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem non ſecabit angulū d e x,ſicut linea perpēdicularis ducta à puncto c,ſecat angulum illum, ut enim patet per 46.huius,& per 113.primi,erit illa perpendicularis remotior à linea n e,ꝙ ſit linea n d e, hæc ergo perpendiculariter ſecat axem ſpeculi,qui eſt a d,in puncto altiori ꝙ ſit punctū d,ſit ergo perpendicularis extracta à puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem in puncto ſuæ incidentiæ linea n q,& linea r e,ſecat lineam n e,in puncto e,qui eſt punctus circumferentiæ ſectionis,& eſt in ipſius ſuperficie,& ſimiliter linea n q,eſt in ſuperficie ſectionis. Si ergo linea r e,quæ eſt linea reflexionis extrahatur motiuum & eirectum, palam quod ipſa ſecabir lineam n q,per 29.primi huius,quoniam ipſa protracta ſecat angulum q e n, ſecabit ergo baſem q n in trigono n e q, ſic ergo n t,ſecet ipſum in puncto x. Item quia punctum e,quod eſt in ſuperficie ſectionis eſt exrra ſuperficiem trigoni a n d, quod trigonum ſecabit ſuperficiem ſectionis,quia ſuperficies a n d,non eſt ſuperficies ſectionis,cum ſicut patet ex præmiſsis,punctum a,ſit extra ſuperficiem ſectionis,& linea a e ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſectionis,& punctus e,eſt in circumferentia ipſius ſectionis, eſt autem linea n c d,communis ambabus illis ſuperficiebus trigoni,ſcilicet a n d, & ſectionis,ergo per 19.primi huius,linea n c d,eſt communis ſectio illarum ſuperficierum,ſcilicet trigoni a n d,& ſectionis linea n q,concurrit cum ipſa ſectione ultra punctū e,ut ſupra declaratum eſt,ergo linea n q,eſt ultra ſuperficiem trigoni a n d,ſed linea a p g eſt in ipſa ſuperficie trigoni a n d,punctus ergo y,qui p 37.huius,eſt locus imaginis formæ puncti n,cum ipſe ſit communis ſectio lineæ reflexionis,quæ eſt r e,& katheri incidētiæ formæ puncti t,quæ eſt linea n q,erit ultra lineam a p g,uiſui itaq; exiſtente in puncto r,& forma alicuius rei uiſæ reflexa ad centrum uiſus in puncto r, à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt 3 e, ut nunc in præcedentibus oſtenſum eſt, quod forma puncti o, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto r,à puncto ſpeculi 3,& forma puncti n,à pūcto

ſpeculi e,tunc punctus p,erit locus imaginis formæ pūcti o,per 37.quinti huius, quoniã ipſum punctū p,eſt cōmunis ſectio lineæ reflexionis 3 r,& katheti incidētiæ forma pūcti o,qui eſt linea o h,& punctus y,eſt locus imaginis formæ pūcti n,forma uero pūcti a, uidebitur in ſuo loco ꝓprio,qa eſt in uertice pyramidis,& erit imago lineæ a o n, linea trãſiens per pūcta a p y,ſed hæc linea eſt cōuexa,qa punctū y,eſt ultra lineã a p g, ſit ergo illa linea imaginis curua,quæ eſt linea a p y,iam aūt patuit ꝙ formæ omniū pūctorū lineæ a n,reflectãtur ad uiſum exiſtentē in pūcto r,à linea lōgitudinis ſpeculi,ꝗ eſt a e, lineæ ergo reflexionū ꝑ quas reflectūtur illæ formę ſunt oēs in ſuꝑficie trianguli r a e,oēs ergo imagines pūctoꝝ lineæ a n,ſunt in hac ſuꝑficie,ergo linea a p y,ꝗ eſt cōuexa,eſt in hac ſuperficie,& pūctus p,q eſt locus imaginis formæ pūcti o,& ꝓpior cētro uiſus qui eſt punctus r,q̃ ſit pūctus y,q eſt locus imaginis formæ pūcti r, ꝓpter ꝙ erit conuexitas huius imaginis reſpiciēs centrū uiſus,eritq́ cōuexitas parua,& diameter huius imaginis,ꝗ diameter eſt linea a y,erit maior q̃ ſit linea a n,cuius imaginis eſt ipſa diameter, erit aūt illius diuerſitatis exceſſus in modica quãtitate,imagines ergo linearū ꝗ extrahūtur ex uerticibus pyramidaliū ſpeculorū cōuexorū oblique ſuꝑ axē ſpeculi,cōprehendūtur à uiſu,à talibus ſpeculis ſecūdū lineã lōgitudinis ſuæ reflexæ,& apparēt cōuexæ,& hoc eſt ꝓpoſitū.

LVI.

Omnis forma lineæ rectæ æquediſtantis latitudini ſpeculi pyramidalis conuexi uiſu exiſtente extra eius ſuperficiem ſpeculum æquediſtanter baſi ſecantem reflectitur ad uiſum ſecundum oxigonias ſectiones,imagoq́ ipſius uidetur curua maximæ curuitatis,cuius conuexitas eſt ad uiſum.

Eſto ſpeculum pyramidale cōuexū,cuius uertex ſit a,diameter baſis b c, eſt ergo ipſius latitudo trigonū a b c,ſitq́ centrū uiſus d, & linea recta uiſa ſit e f, æquediſtans ſuperficiei trigoni a b c,ſitq́ centrū uiſus d,extra ſuperficiem,in qua linea e f,exiſtēte per ipſam ſecaretur ſpeculū æquediſtanter ſuæ baſi,dico ꝙ forma lineæ e f, reflectitur ad uiſum d, ſecundum oxigonias ſectiones ſpeculi ſuperficiē ſecantis,nō enim poteſt reflecti ſecundum lineam longitudinis ſpeculi,quoniam tūc oportet ut cōcurret cū axe ſpeculi uerſus uerticem per 41.huius,& quod oblique incidet eidem,cuius oppoſitum dicit hypotheſis,à ſuperficie uero iſtorū ſpeculorū ſecundum circulum non fit reflexio per 12.huius,oportet ergo de neceſsitate ut harū linearū reflexio cum ſit ad uiſum fiat ſecūdū oxigonias ſectiones,& quoniã katheti incidentiæ qui ſunt perpendiculares ſuꝑ per illas oxigonias ſectiones, qui ſunt perpendiculares ſuꝑ lineas illas ſectiones cōtingentes cū lineis reflexionum,concurrunt enim in eadē linea æquediſtãte lineæ uiſæ,ſed in lineis diuerſis,ideo imagines talium linearū ſic diſpoſitarū reſpectu ſuperficierum iſtorū ſpeculorū uidentur curuæ, ſicut de ſpeculis columnaribus oſtendimus in 53.huius.Sunt aūt imagines harū linearū multum curuæ, ita ut ipſarū curuitas ſit manifeſta ſenſui, ſitq́ cētrum illarum imaginum extra ſuperficies,in quibus eſt conuexitas formarum harū linearum,fiantq́ diametri imaginum harum linearum multo minores ipſis lineis, quod accidit propter augmentum ſuæ curuitatis,patet ergo propoſitum.



LVII.

Linearum rectarum ſuperficiebus ſpeculorum pyramidalium conuexorum non ſecundum concurſum cum uertice axis neq́ æquediſtanter latitudini ſpeculi,ſed inter hæc oblique incidētium imagines ſunt curuæ diuerſæ curuitatis ſecundum modum quo plus participant ſitibus extremis.

Quod hic ꝓponitur ſatis euidentē habet cauſam,lineæ eñ rectæ applicatæ his ſpeculis neq́ ſecundū lineam longitudinis ut in 41.& 55.huius, neq́ æquediſtanter latitudini ſpeculi,ut in præmiſſa medio mōdo ſecūdum quod plus approximant uni ſitui uel alteri

partici

participant modos curuitatis,unde illæ quæ plus approximant in ſuo ſitu lineis exiſten tibus in longitudine ſpeculi,habent formas minus cõuexas,quæ uero plus approximãt lineis in æquediſtantibus latitudini ſpeculorũ,habent formas magis manifeſte cõuexas, ſed tortuoſe tamẽ,quia quæ appropinquãt plus uertici ſpeculorum, habent formas ſtri ctiores & cõuexiores,quæ uero appropinquant plus baſi ſpeculi,habent formas amplio res,ueruntñ omniũ illorum imaginũ cõuexitas erit manifeſta,patet ergo propoſitum.

LVIII.

Omnis forma rei uiſæ in ſpeculis pyramidalibus conuexis uidetur pyramidalis ſimilis ſpeculi pyramidalitati.

Quod hic proponitur patet p 40.ſexti huius,qm̃ ibidem monſtratum eſt in ſpeculis ſphæricis conuexis,quod quanto minus fuit illud ſpeculũ,tanto minores erunt circuli cadentes in ſuperficie ipſius,& ſic imagines erunt propinquiores centro,& ideo erũt minores,ſimiliter quoq; ſectiones cadentes in aliquo ſpeculo pyramidali,illæ quæ ſunt propinquiores uertici ſunt minores & ſtrictiores,& ſic locus imaginis erit propinquior pũcto in quo cum axe ſpeculi concurrunt perpendiculares ductæ ſuper ſuperficies contingentes ipſa ſpecula in punctis reflexionum oxigoniarum ſectionũ,à quarum punctis fit reflexio ad uiſum,erunt ergo illæ imagines minores,ſectiones uero oxigoniæ q̃ ſunt propinquiores baſi habent contrariã diſpoſitionem alijs ſuperficiebus,qm̃ ipſæ ſunt ampliores,ut patet per 116.primi huius,unde loca imaginũ fiunt remotiora à puncto in quo concurrunt p̃dictæ perpendiculares ductæ ſup ſuperficies contingentes ipſa ſpecula in punctis reflexionum,fiunt ergo imagines maiores, & ,ppter hoc accidit quod imagines formarũ uiſarũ in ſpeculis pyramidalibus cõuexis fiunt pyramidales ſimiles pyramidalitati ſpeculorum,quod enim ex formis fuerit propinquius uertici ſpeculi, erit ſtrictius & quod fuerit propinquius baſi erit latius,omnino enim forma rei uiſæ quæ comprehẽditur per reflectionem ab aliquo ſpeculorum facta aſſimilabitur ſuperficiei ſpeculi à qua reflectitur illa forma,ut patet per 38.quinti huius,reliquæ uero oẽs fallaciæ quæ accidunt uiſui ex ſpeculis columnaribus conuexis,accidunt etiam iſtis,unde non eſt iterum talibus immorandum,econuerſo etiam quæcunq; fallaciæ accidunt in ſeculis his pyramidalibus,accidunt etiã in ipſis columnaribus,excepta pyramidatione imaginum , qm̃ oxigoniæ ſectiones columnariũ ſpeculorũ, quæ ſunt eiuſdẽ decliuitatis ſuper axem columnæ,omnes ſunt æquales , & pars omnis talis ſectionis cacumen ſpeculi reſpicientis eſt ſimilis parti ſibi æquali in eodẽ ſitu reſpicienti baſem ſpeculi,quod non eſt in ſectionibus oxigonijs pyramidũ,quæ ut oſtenſum eſt per 116.primi huius , omnes ad partem baſis pyramidum dilatantur, ſecundũ quod circuli ipſas æquediſtanter baſibus ſecantes ſunt maiores,qui circuli omnes in columnis ſunt æquales,patet itaq; propoſitum.

LIX.

In ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maiora uidentur idola,reiq; uiſæ propinquioris imago uidetur maior.

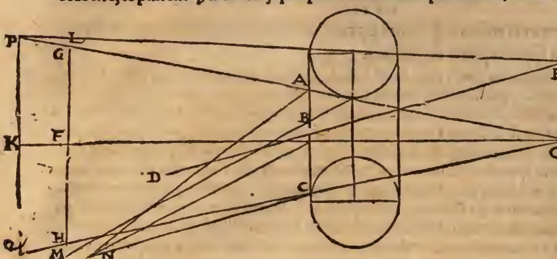
Propoſitæ paſſiones aliæq; q̃ plures cõmunes ſunt his ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus & ſpeculis ſphæricis cõuexis,unde iſtarũ paſſionum ſicut & aliarũ communium idem hinc demõſtrandi eſt modus,uerum ſi in propoſitis his ſpeculis fiat communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſectio oxigonia,quæ nõ accidit in ſpeculis ſphæricis,cũ in illis ſolum ſint circuli,tũc in his quæ in hoc noſtro libro præmiſimus, hic erit in ipſis ſectionibus ut illic in circulis demonſtrandum,patebitq; propoſitum ingenio diligenti.

LX.

Poſſibile eſt ſpeculum columnare uel pyramidale conuexum taliter ſiſti, ut intuens uideat in aere extra ſpeculum imaginem rei alterius non uiſæ.

Sit ſpeculum columnare conuexũ,cuius linea longitudinis ſit a b c,quod erigatur ſuper baſem ſuam in loco aliquo domus cõuenienter amplæ,ita ut linea a c,cuius medius punctus ſit b,erecta ſuper pauimentũ domus,ducaturq; linea contingens ſpeculum in puncto b,perpendiculariter ſuper lineam a b,quæ ſit d b e, quæ ſecundum puncta d & e

tangat parietes domus, & illa puncta ſignentur in ipſis domus parietibus. Superficies itaqꝫ in qua eſt linea d b e, quæ eſt orthogonalis ſuper axem ſpeculi, palam qm̄ ſecat ſpeculum ſecundū circulū per 100. primi huius, ſup punctū itaqꝫ d, parietis domus ſignato puncto f, ut ꝓpinquius, cōuenienter poſſit fieri, ducat̄ à puncto f, linea æquediſtans lineæ ſpeculi, quæ eſt a b c, cuiuſcunqꝫ quantitatis placuerit, quæ ſit g f h, & eius medius pūctus ſit f, copuletur'qꝫ linea f b, quæ producatur ultra punctum f, trans murum in puncto k, & perforetur paries ſecundū lineā g f h, itaqꝫ ergo ex alia parte ſupficiei muri maior fiat exciſſio rimæ parietis ꝙ uerſus ſpeculum, ſicut conſueuit fieri in feneſtris domorum, fiat'qꝫ totalis illa exciſſio rimæ ſecundum extenſionem lineæ b f k, ſit'qꝫ illa rima f k l, & à puncto ſpeculi, quod eſt b, ducatur linea erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, quæ erit perpēdicularis ſuper lineam d b e, quæ educta extra ſpeculū ſit b m, angulo quoqꝫ k b m, fiat ſuper punctum b, terminum lineæ m b, angulus æqualis, qui ſit m b n, ducta linea b n, à punctis quoqꝫ g & h, quæ ſunt extrema puncta lineæ g f h, ducātur lineæ ad ſpeculum quæ ſint g a & h c, quæ ꝓductæ cōcurrant in puncto o ſuperficiei circuli ſecantis ſpeculū in puncto b, ducatur'qꝫ linea b o, facta quoqꝫ tali reſectione lineæ b n, per 3. primi, ut ipſa fiat æqualis lineæ b o, dico quod ſi in puncto n, ponatur centrum uiſus, quòd ad ipſum reflectetur forma lineæ g f h, à linea longitudinis ſpeculi, quæ a b c, hoc autem patet per 30. huius, forma quoqꝫ totius lineæ g f h, uidebitur extra ſpeculū. ſ. intra ſpeculū & inter lineam g f h. ſ. citra punctum d, lineæ d e, cōtingens ſpeculū in puncto b, ut patet per 49. huius. Si itaqꝫ lineæ o g & o h, ꝓducantur trans murū in puncta, & copulet̄ linea una quæ ſit p k q, in q̄ tabula aliqua depicta ordinetur ultra murū, ita ut media linea formæ in illa tabula depictæ ſituetur ſuper lineam p k q, taliter'qꝫ diſponat̄ quod per uiſum exiſtentē in pūcto n, uel citra illud uideri nō poſſit forma depicta in tabula, uidebit̄ tn̄ uiſu ſic diſpoſito imago illius formæ in aere reflexa à ſpeculi ſuperficie columnaris. Simili quoqꝫ modo diligens intuitor poteſt ſiſtere ſpeculū pyramidale cōuexū in centrū uiſus per 41. & p 49. huius: à ſpeculis uero ſphæricis conuexis adeo regularis reflexio nō fiet ut à ꝓpoſitis ſpeculis, patet ergo ꝓpoſitum. Secundū hunc itaqꝫ modū ſtudioſus percuntator inuigilet, quoniā hoc quod hic præmiſimus in præſenti theoremate exempli cauſa fecimus, ut ex huius libri ſeptimi diffuſiore uia perquiſitionis diuerſi artifici pateat animæ diligenti.



LIBER OCTAVVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

NOtificatis aliqualiter paſſionibus ſpeculoꝝ planoꝝ & conuexoꝝ regulariū ut ſphæricoꝝ columnariū & pyramidaliū, supereſt nunc ut de ſpeculorum cōcauoꝝ proprietatibus aliqua cōſcribamus, ſicut de illis in quibus plus reſultat reflexionum diuerſitas & mirabilis diffuſio naturaliū formarum uiſuum'qꝫ aſpicientium deceptio multiformis. Specula uero concaua regularia prout in quinto huius ſciētiæ libro propoſitiōe octaua declarauimus, ſunt tantū tria, ſcilice-

ſcilicet ſphæricũ,columnare & pyramidale,inter quæ primo de ſphæricis concauis in præſenti libro tractabimus,utpote de illis quorum paſſiones ueluti ſimpliciores alijs in reliqua concaua ſpecula deſcendũt.Et quoniam principia communia his ſpeculis ſphæricis concauis & ſphæricis conuexis,in principio ſexti libri ſcientiæ huius præmiſimus, ideo ipſa, ut ex præmiſſis ſuppoſita,hic non reiteramus,ea tamen quæ propria ſunt his ſpeculis duximus explicanda.

Imaginem conuerſam dicimus,quæ totalem ſitum rei uiſæ uariat,ut ſi caput intuentis,quod eſt ſurſum,uideatur deorſum,& ſecundum hoc totus ſitus partium imaginis reſpectu ſitus partium rei uiſæ uarietur.

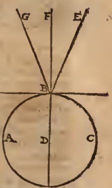
THEOREMA I.

Oppoſito uiſui ſpeculo ſphærico concauo, communis ſectio baſis pyramidis uiſionis & ſuperficiei concauæ ſpeculi,erit circulus ſphæræ quandoq; magnus quandoq; minor illo.

Quandoq; enim tota ſphæræ concauæ ſuperficies uidetur,quandoq; pars eius maior,quandoq; minor,ut patet per 72.quarti huius, ſecundum hoc ergo illa communis ſectio baſis pyramidis uiſionis & ſuperficiei ſpeculi uariatur,cum autem ſuperficies baſis pyramidis ſit ſuperficies plana,& ſuperficies concauorum ſpeculorum ſit ſphærica, patet per 110.primi huius,quod ipſorum communis ſectio ſemper eſt circulus, hoc ergo quandoq; eſt circulus magnus,ut quando tranſit centrum ſpeculi,quandoq; minor circulo magno, ut cum non tranſit centrum ſpeculi,ſed cadit extra illud,patet ergo propoſitum.

II.

Communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui neceſſe eſt circulum magnum uel arcum circuli magni ſuæ ſphæræ eſſe, ex quo patet,quod omnis ſuperficies reflexionis ſecat ſphæram ſpeculi concaui per æqualia.



Huius propoſiti theorematis nõ eſt alia demonſtratio, quàm quæ facta eſt ſupra in primo theoremate ſexti libri huius. ubi idem proponitur de ſphæricis ſpeculis conuexis,& quia ſphæræ concauitas ſic reſpicit centrum,ſicut & ipſius conuexitas & ſuperficies reflexionis, eſt ſuperficies plana erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi,per 25.quinti huius, patet propoſitum,quoniam idem erit modus demonſtrandi hic qui ſupra.Eſto enim ſpeculum ſphæricum concauum a b c,cuius centrum d, & ſit centrum uiſus g,reflectaturq; forma puncti e ad uiſum g, à puncto ſpeculi b,dico quod ſuperficiei reflexionis,quæ eſt e b g & ſuperficiei ſpeculi communis ſectio eſt circulus a b c.Sit enim ſuperficies plana contingens ſphæram in puncto b,à quo puncto erigatur linea f b ſuper ſuperficiem ſpeculum in illo puncto b contingentem per 12.undecimi huius,hæc ergo cadet neceſſario in ipſa ſuperficie reflexionis per 26.quinti huius, & eadem linea f b producta ultra punctum b neceſſario tranſibit centrum ſphæræ per 72.primi,quæ eſt d,producta quoq; ſit diameter ſphæræ, ergo & circuli magni illius ſphæræ, & quoniam hæc diameter communis eſt ſuperficiei reflexionis & ipſi ſphæræ,palã ergo propoſitũ.

III.

In omni ſuperficie reflexionis,à ſpeculis ſphæricis concauis centrum uiſus centrum ſpeculi,punctum reflexionis,punctum uiſum, terminumq; diametri uiſualis à centro uiſus per centrum ſphæræ ducti,ad ſphæræ ſuperficiem conſiſtere eſt neceſſe.

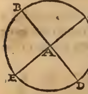
Cum ſuperficies reflexionis contingat lineam incidentiæ & reflexionis,palã quoniam continet punctum rei uiſæ, cuius forma reflectitur in punctum reflexionis à quo reflectitur,& centrum uiſus ad quod reflectitur,& quoniam cõmunis ſectio ſuperficiei

reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui,eſt circulus magnus per æqualia diuidens ſphæram perpræmiſſam, palam, quia in qualibet ſuperficie reflexionis eſt centrũ ſpeculi,quia quælibet ipſarum tranſit centrum ſphæræ ipſius ſpeculi,cum quælibet illarum ſuperficierum ſit erecta ſuper ſuperficiem planam ſpeculum in puncto reflexionis contingentem per 25.quinti huius,& per 1.undecimi,producta diametro uiſuali per centrum uiſus & centrum ſphæræ,terminus illius diametri neceſſario erit in eadem ſuperficie,cum alijs duobus ſuis punctis,prædicta ergo 5.puncta neceſſario ſunt in omni ſuperficie reflexionis,quæ fit à propoſitis ſpeculis,& hoc eſt propoſitum.

IIII.

Centro uiſus uel puncto rei uiſæ in centro ſpeculi ſphærici concaui exiſtẽte,à quolibet puncto fiet reflexio in ſe ipſum,ex quo patet, quod in hoc ſitu uiſus non comprehendet,niſi ſe tantum,& quod punctus rei uiſæ exiſtens in centro ſpeculi non reflectitur aliqualiter ad uiſum.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum,cuius centrum ſit a, & ſignetur in ipſo aliquis ſuorum magnorum circulorum,qui b c d e,& centrum uiſus in centro ſpeculi, quod eſt punctum a,dico quod à quocunq; puncto fiet reflexio ad uiſum,ſemper oportet ut reflectatur radius in ſe ipſum:dato enim quòd à puncto b,fiat reflexio ad centrum ſpeculi a, in quo eſt centrum uiſus,palam ergo per 72.primi huius,quoniam linea u a,quæ eſt linea reflexionis,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto b,ſed omnis perpendicularis in ſe ipſam ſemper reflectitur per 21.quinti huius, ſi ergo linea b a eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi,palam quia linea incidens fuit perpendicularis, & eadem cum linea b a,dato enim oppoſito, ſequitur angulum incidẽtiæ inæqualem eſſe angulo reflexionis quod eſt contra 20.quinti huius,& impoſſibile,linea itaq; a b,reflectitur in ſeipſam, ut ipſa eſt facta linea b a,& quoniam in hoc ſitu uiſus,omnes lineæ incidentes ſuperficiei ſpeculi,ſed ſemidiametri ipſius,palam quoniam omnes anguli incidẽtiæ ſunt inter ſe æquales,per 43.primi huius, qa ſunt anguli ſemicirculorum,reflectũtur ergo neceſſario in ſeipſos,uidebiturq; in tota ſuperficie ſpeculi forma aſpiciẽtis oculi una forma,& apud ſuperficiẽ ſpeculi apparebit,& nulla alia forma,tunc uidebitur reflecti ad uiſum,& ex hoc patet, cum uiſus fuerit in centro a,quod ipſe uidebit ſe a quolibet puncto ſpeculi dati perpendiculariter,& quod nihil aliud uidebir per reflexionẽ à ſuperficie ſpeculi,quoniã ab uno puncto ſpeculi ad centrum plures perpendiculares duci non eſt poſſibile, ut patet per 20. primi huius, ſimiliter neq; punctus rei uiſæ exiſtens in centro uiſus reflectitur ad uiſum ſed ſolum in ſeipſum,quoniam omnes lineæ incidentiæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſpeculi,unde non reflectentur niſi in ſeipſas,& hoc eſt propoſitum,& hæc quidem dicta ſunt non præſtante impedimentum uiſui capitis denſitate. Si ergo centrum uiſus hominis uidentis conſtitutũ,fuerit in diametro ſphæræ ſpeculi concaui, & in centro eius,cum quælibet linea à uiſu ad ſuperficiem ſpeculi ducta ſit perpendicularis ſup ipſam,tunc ut prius demonſtratum eſt,comprehendet uiſus ſe ipſum,& non comprehendetur forma alicuius puncti ſpeculi,niſi puncti portioni circuli interiacentis lineas longitudinis pyramidis uiſualis,quæ à centro ſpeculi intelligitur protendi,quoniam forma cuiuslibet alterius puncti cadet in ſpeculis ſuper lineam à uiſu declinatam, & neceſſario reflectetur ſuper illam lineam declinatam,quare linea reflexionis non tranſibit per centrum ſpeculi,& ita non pertingat ad centrum uiſus,patet ergo propoſitum.



V.

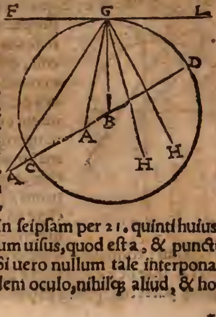
Centro uiſus exiſtẽte in aliqua ſemidiametro ſpeculi ſphærici concaui extra centrum ſpeculi,impoſſibile eſt ad uiſum reflecti formam alicuius punctorum illius ſemidiametri oblique ſpeculo incidentem,reliqua uero ſemidiameter eſt poſſibile.

Hoc quod hic proponitur euidenter declaratur, ſi enim centrum uiſus fuerit in ſemidiametro aliqua propoſiti ſpeculi, ſed non in centro, non comprehendet uiſus formam alicuius puncti ſemidiametri, in qua eſt oblique ſpeculo incidentem, quoniam angulus quem efficient duæ lineæ, quarum una ducatur à puncto ſumpto in illa ſemidiametro, & alia à centro uiſus in idem ſpeculi punctum, non poterit diuidi per lineam perpendicularem ab illo puncto ſpeculi ductam, cum illa perpendicularis tendatur ad centrum ſpeculi, ſecundum formam alicuius puncti alterius ſemidiametri coniunctæ ſemidiametro, in qua eſt centrum uiſus, ad complendam diametrum ſpeculi, in qua conſtitutus eſt uiſus oblique ſpeculo incicidentem, percipere poteſt uiſus, utpote formam illius puncti, à quo ducta linea incidentiæ ad aliquod punctum ſpeculi, ab eodem puncto ſpeculi ducta linea reflexionis ad uiſum, angulus ab illis lineis contentus diuiditur per æqualia, per lineam ab illo puncto reflexionis ad centrum ſpeculi productam, hæc enim eſt proprietas reflexionis in omnibus ſpeculis, ut angulum à linea incidentiæ & linea reflexionis contentam diuidat perdendicularis à puncto reflexionis ducta per æqualia per 26. quinti huius, ille ergo punctus poterit in ſpeculo uideri, & non eſt niſi unicus talis punctus in quibuſcunque diametri ſpeculi conſiſtens, qui ab uno circulo ſpeculi ad uiſum reflecti poſsit, quoniam centro ſpeculi ad quod terminatur perpendicularis ducta à puncto reflexionis & centro oculi exiſtentibus fixis, erit punctus ab uno circulo ſpeculi reflexus ſemper unus, à diuerſis uero circulus ſpeculi diuerſa puncta diametri poſsibile eſt reflecti, patet ergo propoſitum.

VI.

Poſito uiſu extra centrum ſpeculi ſphærici concaui à quolibet puncto ſpeculi poteſt fieri formæ alterius reflexio ad uiſum, niſi ſolum ab illo puncto cui incidit diameter uiſualis.

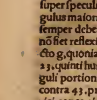
Eſto per ſecundam huius, communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui circulus magnus, qui ſit g d c, cuius centrum ſit b, & centrum uiſus ſit a, & ducatur a b à centro uiſus per b centrum ſpeculi diameter uiſualis, quæ ſit a b d incidens ſuperficiei ſpeculi in puncto d, dico quod à quolibet puncto ſpeculi dati poteſt fieri reflexio formæ puncti alterius rei uiſibilis ad uiſum a, niſi à ſolo puncto d, ſit enim datus alius punctus qui ſit g, ducatur ad ipſum ſemidiameter b g, & continuetur linea reflexionis quæ ſit g a, & ducatur linea f g l, contingens circulum magnum ſpeculi tranſeuntem puncta g d c, palam per 15. tertij, quia angulus b g f & b g l ſunt recti per 42. primi huius quoniam angulus b g a, erit acutus, cadit enim linea a g inter diametrum, & lineam contingentem f g l, quæ eſt extrà ſpeculum, ubicunque ponatur eſſe centrum uiſus ſiue intra, ſiue extra circulum g c d, conſtituatur quoque per 23. primi, in eiuſdem circuli ſuperficie ſuper lineam l g ad punctum g, angulus æqualis angulo f g a, quæ ſit h g l, erit ergo angulus h g b, æqualis angulo b g a, & quoniam angulus contingentiæ eſt minimus angulorum per 15. tertij, palam quod ab angulo b g l, recto abſciſo quocunque angulo acuto rectilineo, ſemper linea illũ acutum angulum continens cadet intra circulũ g c d, quoniam ſolus angulus contingentiæ cadet extra circulum: poſito itaque quocunque puncto uiſibili in linea h g, ſemper fiet reflexio formæ alicuius ſui puncti ad uiſum a, & eodẽ modo de quolibet alio ſpeculi puncto extra punctum d, dato demonſtrandum, ſed & à puncto d fit reflexio, cum enim linea a d ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculũ in puncto d, quia linea a d reflectitur in ſeipſam per 21. quinti huius. Si ergo aliquod interponatur non diafonum inter centrum uiſus, quod eſt a, & punctũ ſpeculi d, nulla fiet reflexio ad uiſum impediente medio. Si uero nullum tale interponatur, ſolius puncti ſuperficiei oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilque aliud, & hoc eſt propoſitum.



VII.

In ſpeculis ſphæricis concauis ſi ſupra periferiam uel extra ponatur centrum uiſus, oculus non uidetur, niſi per diametrum ſpeculi reflectatur.

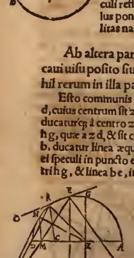
Sit ſpeculi concaui ſphærici circulus magnus a b g, ſitq; centrum uiſus in puncto b, ſuper ſpeculi periferiam, & ducantur lineæ b a & b g, non per centrum, & quoniam angulus maioris portionis, ut patet per 43. primi huius, eſt maior, angulus uero reflexionis ſemper debet eſſe æqualis angulo incidentiæ, ut patet per 20. quinti huius, palam quia nõ fiet reflexio ſecundam lineam a b, ſed fiet ad partẽ maioris anguli, & ſimiliter eſt de pũcto g, quoniam non fiet reflexio ſecundam lineam b g, ſed ad partem anguli maioris per 23. quinti huius, ſi enim forma puncti b, à punctis a & g, reflectetur in ſe ipſum, tunc anguli portionum ad punctum a, & ad punctum g, eſſent æquales, quod eſt impoſsibile, & contra 43. primi huius, per diametrũ tamen cuiuſcunq; circuli magni totius ſpeculi ſphærici concaui poteſt uiſus incidens reflecti in ſe ipſum, quoniam omnium ſemicirculorum eiuſdem circuli, anguli ſunt æquales per eandem 43. primi huius, ſed tunc non fiet reflexio in unius puncti ſuperficiei ſpeculi diametraliter incidentis, ut ſecundum lineam b c, quæ non percipitur, quia indiuiſibilis eſt, & omne quod uidetur diuiſibile eſt, quia ſub angulo uidetur per 18. tertij huius, alij uero puncti incidentes oblique reflectuntur ad partem anguli maioris, & nõ perueniunt ad uiſum niſi illi quorum reflexiones lineæ incidunt ſuperficiei uiſus, & figurantur in illo puncto rei uiſæ ſitibus permutatis, quod autem non reflectitur, non uidetur, in his itaq; ſpeculis ſphæricis concauis, ſi ſuper periferiam ſpeculi, uel extra ponatur centrum uiſus, non uidetur oculus niſi per diametrum ſpeculi reflectatur, idem enim accidit ſi extra periferiam ſpeculi propoſiti oculus ponatur, & eodem modo demonſtrandum, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat, patet ergo propoſitum.



VIII.

Ab altera parte productæ diametri extra circulum ſpeculi ſphærici concaui uiſu poſito ſiue in tranſuerſali diametro, ſiue extra illã, ſiue citra illam, nihil rerum in illa parte diſpoſitarum poſsibile eſt uideri.

Eſto communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui circulus a g d, cuius centrum ſit z, & producatur ſemidiameter z g, extra ſpeculum ad punctum h, ducaturq; à centro z per undecimam primi, alia diameter perpendiculariter ſuper lineã h g, quæ a z d, & ſit centrum uiſus in puncto b ab altera parte diametri h g, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ h g per 31. primi, quæ ſit linea b e, incidens ſuperficiei ſpeculi in puncto e, dico quod nulla rerum uiſibilium poſitorum ab illa parte diametri h g, & linea b e, in qua ſcilicet eſt uiſus, poteſt uideri, detur enim ſi ſit poſsibile, ut punctus q, ab illa parte poſitus ad uiſum exiſtentem in puncto b, reflexus ualeat uideri. Incidatq; forma puncti q ad punctum ſpeculi, quod eſt e, producta linea incidentiæ, quæ ſit q e, & à puncto e contingens circulum per 16. tertij, quæ ſint p e o, & ducatur linea e z, ſi ergo forma puncti q, à puncto ſpeculi e, reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto e, eſt palam per 20. quinti huius, quoniam angulus q e o, erit æqualis angulo b e p, ſed angulus b e p eſt maior angulo recto, quia per 17. tertij, eſt angulus z e p, rectus, ergo & angulus q e o, eſt maior recto, quod eſt contra 13 primi, palam ergo quod forma puncti q, non reflectitur à puncto e ad uiſum b, ſed neq; ab aliquo alio puncto, arcus e d, quoniam idem accidit impoſsibile, ſed ſuper terminum lineæ z e per 23. primi, conſtituto angulo æquali angulo b e z, poſsibile erit punctorum lineæ productæ, quæ ſit r e, formas à puncto e, reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto b, idem quoq; patet uiſu poſito in puncto t, citra diametrum a d, producta linea c k, uel poſito ipſo in



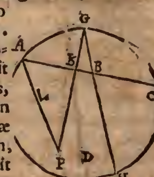
ſo in

ſo in puncto m diametri a d, ducta linea m n, copulatis quoqꝫ lineis z k, z n, & facta deductione ut prius, patet ergo propoſitum.

IX.

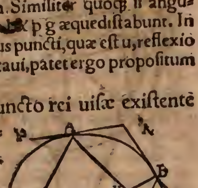
In concauis ſpeculis ſphæricis ſi inter centrum ſpeculi & periferiam fuerit punctum rei uiſæ, poſsibile eſt ut quandoqꝫ in centro unius uiſus à diuerſis punctis ſpeculi lineæ reflexionis concurrant.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum, cuius maior circulus ſit a g, centrum quoqꝫ ſit punctus d, & ſit punctum rei uiſæ b conſtitutum inter centrum d & periferiam circuli a g, fiatqꝫ reflexio formæ puncti b, à puncto ſpeculi quod ſit a, & à puncto ſpeculi quod eſt g, dico quod lineæ incidentiæ quæ ſunt b a & b g, poſſunt reflecti ad centrum unius uiſus in puncto uno exiſtentis, ſit enim primo ut linea b g reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto p, producantur quoqꝫ lineæ incidentiæ à punctis a & g, ad aliam partem periferiæ, quæ ſint lineæ a t & g h, hæ ergo lineæ aut ſunt æquales, aut inæquales, ſint primo æquales, erit ergo arcus a g c per 27. tertij, æqualis arcui g c h, erit ergo per 43. primi huius angulus proportionis qui eſt t a g, æqualis angulo portionis qui eſt b g t, ſed & angulus h g t eſt æqualis angulo p g a, per hypotheſim, & per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & angulus t a g ſit æqualis angulo l d i, relinquitur ergo æqualibus angulis hinc & inde ablatis, ut angulus h g p ſit æqualis angulo c a l. Sit autem punctus in quo linea p g ſecat lineam c a, punctus r, angulus ergo p r c, per 16. primi, maior eſt angulo p g h, ergo & angulo l a c, quia ergo angulus p r a, cum angulo p r t eſt æqualis duobus rectis per 13. primi, patet quod angulus p r a cum angulo r n l minor eſt duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ g p & a l concurrent, ſit concurſus punctus p. Si itaqꝫ in puncto p, ponatur centrum uiſus, palam quod ipſe uidebit formam puncti b reflexum à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt a & g; eſt ſimiliterqꝫ demonſtrandum ſi lineæ a c & g h fuerint inæquales, uel ſi linea a c ſit maior quàm linea g h, tunc enim per 43. primi huius, angulus portionis qui eſt c a g, erit maior angulo portionis qui eſt h g c, remanetqꝫ per modum quo præceſsimus prius angulus h g p maior angulo c a l, fietqꝫ angulus p r b maior angulo h g p & maior angulo l a r, ergo ut prius lineæ g p & a l concurrent, ſitqꝫ cōcurſus punctus p, & eſt idem quod prius, quod ſi linea a c fuerit minor quàm linea g h, tunc per modum quo uſi ſumus prius, erit angulus l a c minor angulo p g h, ſed & angulus p a b, maior eſt angulo p g h. Si itaqꝫ angulus l a c, ſit maior angulo p r b, concurſus fiet ut prius linearũ a b & p g ad punctum p, per 14. primi huius, Si uero angulus l a c ſit maior angulo p a b fiet idem per 14. primi huius, concurſus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam ſpeculi, unde tunc non fiet reflexio ad uiſum. Similiter quoqꝫ ſi angulus l a c fuerit æqualis angulo p r b, tunc per 28. primi, lineæ a b & p g æquediſtabunt. In nullo ergo pũcto concurrent, nunquam ergo fiet formæ unius puncti, quæ eſt u, reflexio ad unum centrũ uiſus à duobus punctis ſpeculi ſphærici concaui, patet ergo propoſitum



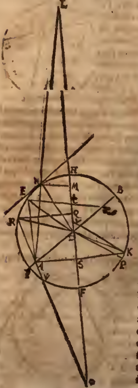
X.

Lineæ reflexionis à ſpeculis ſphæricis concauis puncto rei uiſæ exiſtentẽ in periferia ſpeculi uel extra illam, nonnunquam in uno centro uiſus à diuerſis punctis ſpeculi concurrunt.



Sit ſpeculum ſphæricum concauum g a b f, ſitqꝫ punctum rei uiſæ g, quod ſit conſtitutum in aliquo circumferentiæ puncto, quod eſt punctum g, ſitqꝫ u t g punctum rei uiſæ, reflectatur à duobus punctis arcus g a b, quæ ſint puncta a & b, fiatqꝫ reflexio formæ puncti g, à puncto ſpeculi b ad punctum e, & à

puncto a ad punctum l, dico quod lineas reflexionum quæ ſunt b e & a l, poſsibile eſt cõcurrere, ducantur itaq; lineæ contingẽtes ſpeculum in punctis a & b, contingatq; ipſum linea k a p in puncto a, & linea k b f in puncto b, & ducantur lineæ e b & b g & l a & a g. Sit quoq; ut lineæ a l & g b, ſecent ſe in puncto h, quia itaq; omnes anguli conſtituti ſuper punctum b ſunt æquales omnibus angulis conſtitutis ſuper punctum a, per 13. primi, & per 20. quinti huius, angulus e b f, eſt æqualis angulo k b g, & angulus l a k, æqualis eſt angulo p a g, & anguli contingentiæ omnes ſunt æquales per 15. tertij, angulus uero g a b maioris portionis circuli, maior eſt angulo g b f minoris portionis per 43. primi huius, ergo angulus k b h, maior eſt angulo p a g, ergo angulus e b f maior eſt angulo k a b, propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20. quinti huius, palam ergo quia angulus e b g minor eſt angulo l a g. Sed angulus l a g eſt minor angulo g h l, per 16. primi, angulus ergo g h l eſt maior angulo g b e, ſed angulus l h g cũ angulo b h l, ualet duos rectos per 13. primi, ergo anguli g b e & b h l ſunt minores duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ a l & b e concurrent, ſit concurſus punctus e. Si itaq; centrum uiſus fuerit in puncto e, patet quod à duobus punctis ſpeculi fiet ad ipſum formæ puncti reflexio g, quod ſi extra periferiam ponatur punctus g, accidit hoc idem, & eadem eſt demonſtratio, non eſt tamen hoc uniuerſale, quia poſsibile eſt non concurrere, ut ſi anguli g b e & g h l ſint æquales uel maiores duobus rectis, tunc enim lineæ b e & a l non concurrent, uel ſi concurrant hoc erit retro ſpeculum, ubi uiſus conſtitutus retro ſpeculum formas reflexas non poterit uidere, patet ergo propoſitum.



XI.

Locus imaginum formarum à ſpeculis ſphæricis concauis reflexarum, quandoq; eſt in puncto reflexionis, quãdoq; eſt ultra ſpeculum, quandoq; inter uiſum & ſpeculum, quandoq; in ſuperficie ipſius uiſus, quandoq; retro uiſum.

Quando enim forma puncti rei uiſæ uidetur ſecundum kathetum ſuæ incidentiæ, tũc enim neceſſario imago uidetur in ipſa ſuperficie ſpeculi in puncto ſcilicet ſuę reflexionis, quando uero formæ obliquæ incidunt ſuperficiebus propoſitorum ſpeculorum, tunc diuerſificantur loca imaginum ut proponitur. Ad quod declarandum ſit a centrum uiſus, & punctus d centrum ſpeculi ſphærici concaui, & ducatur ſuperficies plana per hæc duo puncta, quæ erit ſuperficies reflexionis, quoniam ipſa eſt orthogonalis ſuper quamlibet ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum punctum illum ſuperficiei ſpeculi, cui incidit diameter uiſualis. Secabit ergo ſuperficiem ſpeculi dati, & erit communis ſectio illarum ſuperficierũ circulus magnus per ſecundam huius. Sit ergo ille circulus h b f g, & ducatur linea à centro uiſus ad centrum ſpeculi, quæ ſit a d, & à puncto a ducatur ad circuli periferiam linea maior quàm linea a d, quæ ſit a e & à puncto d, ducatur ad circulum linea æquediſtans lineæ a e, quæ ſit d h & producatur linea a d ex utraq; parte ſui ad circumferentiam in puncto I & b, taliter ut compleatur diameter i a d b, & ducatur linea d e, quia itaq; linea a e, eſt maior, quàm linea a d, palam per 18. primi, quoniam angu-

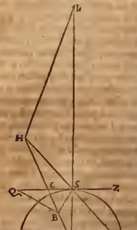
lus

lus e a d, eſt minor angulo a d e, eſt ergo per 32. primi, angulus a e d, minor angulo recto, ſiue angulus a d e fuerit rectus uel obtuſus, uel acutus, ſed per 29. primi, angulus e d h, eſt æqualis angulo a e d, quia ſunt coalterni. Eſt ergo angulus e d h minor recto, ſuper punctum quoqꝫ e lineæ d e, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a e d, qui ſit d e t, palam itaqꝫ quoniam linea e t cadit intra circulum, quoniam ſi caderet extra circulum fieret ille angulus aut rectus, ſi linea producta circulum contingeret, aut obtuſus, ſi ſecaret: quod totum patet ducta linea contingente circulum in puncto e, patet per 16. tertij, & quia hoc eſt poſsibile, ut patet ex præmiſsis, palam quia linea t e, cadet intra circulum, ſecabitqꝫ lineam d h, ſitqꝫ punctus ſectionis t, & erit linea e t æqualis lineæ d t per 6. primi, ſunt enim anguli e d t & t d e æquales, & quoniam angulus a d e, maior eſt angulo a e d per 16. primi, palam quia angulus a e d maior eſt angulo d e t, ergo per 14. primi huius, linea e t non æquediſtat lineæ a b, concurrant ergo, ſitqꝫ punctus concurſus z, deinde à puncto a ducatur ad arcum e h, linea a n, quæ concurrat cum linea a e in puncto a, & inter ipſam lineam d h, ſibi æquediſtantem producatur, palam per ſecundam primi huius, quia concurret cum linea d h, ſit ergo punctus concurſus l, & ducatur linea d n, & ſuper punctum n lineæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a, per lineam m y, quæ ſit m n d, & quia angulus d n a, eſt acutus per quadrageſimam ſecundam primi huius, erit etiam angulus d n m acutus. Ideo enim, quia angulus in ſemicirculo eſt rectus per 30. tertij, omnis angulus contentus à quacunqꝫ linea & termino diametri, palam quod eſt acutus, concurret ergo linea n m cum linea d h, ſit concurſus in puncto m, ducatur etiam à puncto a, linea ad arcum e i f, quæ ſit a g, & ducatur linea d g, fiatqꝫ angulus q g d, æqualis angulo d g a, & quoniã ut prius angulus d g a, eſt acutus per 42. primi huius, erit etiam angulus q g d acutus, cõcurret ergo linea g q, cũ linea d h ſit concurſus in puncto q, palam quoqꝫ cum linea g a, concurrat cum linea a e, quoniam per ſecundam primi huius, concurret cum linea d h illius æquediſtante, ſit concurſus punctus ex parte puncti f, angulus enim g a d eſt maior angulo e a d, ergo per decimamquartam primi huius, ad partem maiorem angulorum fiet concurſus, ſecetqꝫ linea g o periferiam circuli in puncto y. Sitqꝫ arcus g y maior arcu g h, quod autem linea g q, cadit inter puncta d & h, palam ſatis eſt ex præmiſsis, ſed & idem patere poteſt ex hoc, quia cum arcus quem ſecat linea, g o ex circulo h b, f g, qui eſt arcus g y ſit maior arcu g h, producatur linea g d ad periferiam circuli in pũctum p, eritqꝫ arcus h p maior arcu y p, ergo per 32. ſexti, erit angulus h g d maior angulo a g d, ſed angulus q g d eſt æqualis angulo a g d, ut patet ex præmiſsis, ergo angulus h g p, eſt maior angulo a g d, linea ergo g q, diuidit angulum h g d, ergo per 29 primi huius, diuidit & baſem d h, cadet ergo punctum q, inter puncta d & h, tunc à puncto a ducatur ad arcum f b, linea a k ſecans lineam d f in puncto ſ, ita ut ſit linea k ſ maior quàm pars diametri, quæ eſt ſ d, hoc autem facile per ſeptimam tertij, ut ſi linea d f diuidatur per æqualia in puncto aliquo, & linea a k ducatur per illum punctum, aut per punctum alium uerſus punctũ d, hæc itaqꝫ linea a k, ſic ducta, ducatur linea d k, palã ergo per quadrageſimamſecundam primi huius, quod angulus d k a eſt acutus, fiat ergo ſuper punctum k terminum lineæ d k, angulus d k a, angulus æqualis qui ſit d k u, ut itaqꝫ per decimamoctauam primi, angulus k d ſ, ſit maior angulo d k ſ, ideo quia linea ſ k eſt maior quàm linea d ſ, erit ergo angulus k d ſ maior angulo d k u, palam ergo per decimamquartam primi huius, quia linea u k concurret cum linea d h, ſit ergo concurſus in puncto u, palam itaqꝫ per uiceſimam quinti huius, & ſecundum prædicta, quod forma puncti t, à puncto ſpeculi e, reflectitur ad uiſum, qui eſt in puncto a, kathetus quoqꝫ incidentiæ formæ puncti t, eſt linea t d, quæ per 72. primi huius, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum, cum ſit tranſiens per eius centrum, & ipſa eſt æquediſtãs lineæ reflexionis, quæ eſt a e, nunquam ergo concurret cum illa, apparebit ergo imago formæ puncti t in ipſo puncto reflexionis quod eſt e, forma uero puncti z, reflectitur ſimiliter à puncto e, ad uiſum exiſtentem in puncto a, kathetus quoqꝫ ſuæ incidentiæ qui eſt b z d, ductus à puncto z, per centrum ſpeculi concurrit cum linea reflexionis, quæ eſt a e in puncto a, locus itaqꝫ imaginis formæ puncti z, per 37. quinti huius, erit centrum ui

ſus quod eſt a, forma uero puncti m à pũcto ſpeculi, quod eſt n, reflectitur ad uiſum a, & perpendicularis ducta à puncto m, quæ eſt kathetus incidentiæ, qui m d, concurrit cum a n, linea reflexionis in puncto l, quod eſt ultra ſpeculum, & forma puncti m, habet locũ imaginis in puncto l ſub ſpeculo, forma uero puncti q, peruenit ad punctũ ſpeculi quod eſt g, & ex puncto g reflectitur ad uiſum a, & locus imaginis ſuæ eſt in puncto o, quod eſt ultra uiſum, & forma puncti u peruenit ad punctũ ſpeculi quod eſt k, & reflectitur ad uiſum in puncto a, & kathetus ſuæ incidentiæ quæ eſt perpendicularis, ab eo ducta trans centrum ſpeculi d, eſt linea u d, concurrens cum linea a k, linea reflexionis in puncto ſ, locus itaq; imaginis ſuæ eſt punctum ſ, quod eſt inter uiſum & ſpeculũ, palam itaq; ex prædictis cum imaginum à ſpeculis ſphæricis concauis reflexarum quædam uideantur in ſuperficie ipſius ſpeculi, ut in ipſo puncto reflexionis, quædam uidentur ultra ſpeculũ, quædam inter uiſum & ſpeculum, quædam in ſuperficie ipſius uiſus, quædam citra uiſum, quod eſt propoſitum, & ſi centrum uiſus ſit extra circulum ſpeculi, uel in circumferentia ipſius, idem accidit, & eodem modo eſt demonſtrandum, quoniam ſemper linea a e ſit maior quàm linea a d, & accidunt omnia, ut prius, patet ergo quod proponebatur.

XII.

Imaginum reflexarum à ſpeculis ſphæricis concauis diuerſa fit à uiſu comprehenſio ſecundum ſuorum locorum propriam diuerſitatem.



Remaneat diſpoſitio præcedentis in tota forma figurationis, cum itaq; locus imaginis fuerit ultra ſpeculum, ut in puncto l, aut inter uiſum & ſpeculũ ut in puncto ſ, tunc quia formas ſibi oppoſitas ſemper perfectius acquirit uiſus, cõprehenditur ueritas illius imaginis. Cum uero locus imaginis fuerit in puncto reflexionis, ut cum perpendicularis ducta à puncto rei uiſæ æquediſtat lineæ reflexonis, ... enim locus imaginis eſt in puncto e, quia cũ pũctus e, per 3. ſecundi huius, ſit punctus naturalis diuiſibilis ſenſibilis, utpote capax imaginis formæ rei ſenſibilis, quæ eſt diuiſibilis, cũ ſit naturalis ſumpto uiſui medio puncto intellectuali, erit imago cuiuſcunq; illius puncti ſenſibilis, pars quæ fuerit ultra mediũ punctum ſumptũ apparens ultra ſpeculum, & imago partis alterius quæ fuerit citra punctum mediũ apparebit inter uiſum & ſpeculum, & cũ totalis forma ſecundũ partes ulteriores ſui ſphæræ ſpeculi, & citeriores uerſus uiſum ſemper uideatur una & cõtinua, neceſſario forma illius puncti ſenſibilis proximi puncto intellectuali uidebitur in ipſius ſuperficie ſpeculi in puncto ſ reflexionis, aliæ quoq; partes formæ ſenſibilis circumiacẽtis illud punctum uidebũtur ab illo puncto declinare modo dicto, quædam ad uiſum & intra ſpeculum, quædam ultra ſpeculum, uerum in imaginibus, quarum locus eſt punctus a, quod eſt centrum uiſus, ueritas ipſarum non comprehenditur, unde ſæpius accidit error uiſui in formis ſic uiſis. Ad huius autem maiorem euidentiam, ut non ſolum demonſtratio, ſed etiam experientia doceat quod præmiſimus, erigatur ſuper ſuperficiem ſpeculi ſphærici concaui, ſtipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui ſit maior medietate ſemidiametri ſpeculi, & circa caput huius ſtipitis ponatur centrum uiſus, & dirigatur uiſualis radius ad punctum ſpeculi, cuius diſtantia à ſtipite ſit maior quàm diſtantia centri uiſus à diametro per ſtipitem tranſeuntem, apparebit quoq; imago illius ſtipitis ultra uiſum, nec erit certa apprehenſio formæ ipſius, imò apparebit, quaſi curua, cum tamen ſtipes ſit formæ

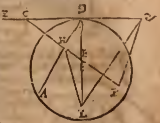
lineæ

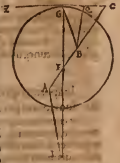
lineæ rectæ,ex quo patet quod in his ſpeculis nõ comprehenditur uetitas imaginis, niſi cuius locus fuerit ultra ſpeculum aut inter uiſum & ſpeculum,ut hæc patere poſſunt per experientiam ſitum ſtipitis & uiſus uarie diuerſificanti,& accidit eidem quod cum centrum uiſus fuerit in perpendiculari per lignum tranſeunte,non plene comprehendet formam illius ligni,patet ergo propoſitum.

XIII.

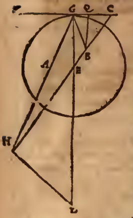
In ſpeculo ſphærico concauo eſt proportio katheti incidentiæ ad rectam à centro ſpeculi ad locum imaginis productam, ſicut lineæ à puncto rei uiſæ ad finem contingentiæ ductæ ad lineam à fine cõtingentiæ ad locum imaginis productam.

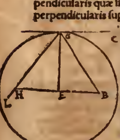
Eſto ſpeculum ſphæricum concauum,cuius centrum ſit e,& ſit b punctus rei uiſæ,& ſit a centrum uiſus,& ſit g punctus reflexionis,& contingat linea z g,circulum qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis,& ſpeculi in puncto g,ducaturq́; linea e g,à puncto reflexionis ad centrum ſpeculi,& linea incidentiæ,quæ b g,& kathetus incidentiæ,qui ſit linea e b,qui productus concurrat cum linea z g,in puncto t,concurrent autẽ per 14.primi huius,cum ſint in eadem ſuperficie reflexionis per 3.huius, & per 1.undecimi,& cũ per 17.tertij,angulus e g 3,ſit rectus & angulus uero g e b ſit acutus.ſit ergo punctus t,finis contingentiæ,ut patet ex principio ſexti libri huius,educatur q́; que extra circulum linea reflexionis, quæ ſit a g, kathetus itaq; e b,concurret cum a g,linea reflexionis extra punctum g,quæ eſt punctus reflexionis,& hæc ideo,quia lineæ e d & a g, ſunt duæ lineæ rectæ,quarum a g ſecat lineam z g,in pũcto g,& ſit angulus a g t obtuſus, quoniam angulus e g t eſt rectus,linea uero e b,ſecat lineam z g,in puncto t,& ſit angulus e t g acutus,per 32. primi,non ergo concurrunt lineæ e b & a g,in puncto g,aut igitur lineæ a g & e b, cum nõ ſunt æquediſtantes,ut patet ex hypotheſi,concurrent ultra punctum g,aut intra puncta g & a,ſit ergo ut concurrant ultra punctum g,& ſit concurſus in puncto h,qui erit locus imaginis per 37.quinti huius,dico quod eſt eadem proportio katheti e b, ad lineam e h, interiacentem centrum ſpeculum,& punctum concurſus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ,qui eſt locus imaginis, quæ eſt proportio lineæ b t,interiacentis punctum rei uiſæ,& finem contingẽtiæ ad lineam t h,quæ interiacet finem contingentiæ, & punctus concurſus lineæ reflexionis cum incidentiæ katheto incidentiæ qui eſt locus imaginis formæ puncti b,qui eſt punctus rei uiſæ,producatur enim perpendicularis quę e g,ultra ſpeculum,& à puncto h,qui eſt locus imaginis formæ puncti b, ducatur linea æquediſtans lineæ incidentiæ,quæ b g,per 31.primi,quæ neceſſario per 2. primi huius,concurret cum producta linea e g,cum ſua æquediſtans,quæ b g,concurrat cum eadem,ſit punctus concurſus l, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ g h,quæ ut prius neceſſario concurret cum linea z t, per ſecundam primi huius,cum linea g h, concurrat cum eadem,ſit concurſus punctus q,& quoniam angulus b g e, eſt æqualis angulo a g e,per uigeſimam quinti huius,ſed angulus b g e, eſt æqualis angulo g l h.per uigeſimamnonã primi,& angulus a g e, æqualis eſt angulo l g h,per 15 primi, erit ergo angulus g l h,æqualis angulo h g l,ergo per 6.primi,erit linea l h,æqualis lineæ g h. Similiter q́; angulus b g q,æqualis eſt angulo a g z,quia cũ anguli e g z & e





g q,ſint æquales,quia recti,& anguli b g e & e g a,ſint æquales. Remanent anguli reſidui æquales,ſed & angulus a g z,æqualis eſt angulo b q g,per 20.primi,angulus ergo b g q, æqualis eſt angulo b q g,ergo per 6.primi,linea b g,eſt æqualis lineæ b q,proportio itaq; lineæ b g,ad h l,eſt ſicut lineæ b q,ad lineam h g,per 7.tertij,ſunt enim antecedētia & cōſequentia æqualia inter ſe,quia uero angulus g h t,æqualis eſt angulo t b q, per 29. primi. Sunt enim illi anguli coalterni inter lineas æquediſtantes, & angulus q t b,æqualis eſt angulo h t g,per 15.primi,ſed & angulus h g t,æqualis eſt angulo t b q,per 29.primi,ergo trianguli t q b & g t h ſunt æquianguli,ergo per 4.ſexti,eſt proportio lineæ q b, ad lineam h g,ſicut lineæ b t,ad lineam t h,ſed linea b q,æqualis eſt lineæ b g,ergo per 7.quinti,eſt proportio lineæ b g,ad lineam h g, ſicut lineæ b t,ad lineam t h,ergo per 11.quinti,eſt proportio lineæ b t,ad lineam t h,ſicut lineæ b g,ad lineam h l,quia uero per 29.primi,trianguli h e l,& b e g,ſunt æquianguli,erit per 4.ſexti, proportio lineæ e b,ad lineam e h,ſicut lineæ b g,ad lineam l h,ergo ut prius erit proportio lineæ e b,ad lineam e h,ſicut lineæ b t, ad lineam t h,quod eſt propoſitum,eadem quoq; eſt demōſtratio,ſi locus imaginis fuerit inter a centrum uiſus,& g punctum reflexionis, aut ſi fuerit in pūcto a,aut ultra illā. Si uero linea in pūcto reflexiōis ſpeculū cōtingens,quæ eſt z g,non concurrat cum katheto incidētiæ, qui eſt b e h,ſed ſit ei æquediſtans,ducatur à puncto contingentiæ,quod eſt g, linea perpendicularis quæ ſit g e,ſuper lineam b g h, per 12.primi, eritq; per 29.primi,linea e g, perpendicularis ſuper lineam z g,quia itaq; angulus b e g,eſt æqualis angulo h e g, quia uterq; eſt rectus,& angulus b e g,æqualis eſt angulo b g e p 20.quinti huius,palam per 32.primi huius,quoniam triangulus b g e, æquiangulus eſt triangulo h g e,ergo per 4.ſexti,eſt proportio lineæ b e, ad lineam e h,ſicut lineæ b g,ad lineam g h, quod eſt propoſitum, ut prius,non enim tali facta diſpoſitione eſt alius punctus finis contingentiæ quàm punctum g,quod eſt punctus contingentiæ,ſimiliterq; demonſtrandum ſi locus imaginis fuerit in ipſo centro uiſus, tunc enim punctum b,qui eſt concurſus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ,eſt locus imaginis,fit idem cum puncto a,qui eſt centrum uiſus, nec oportet in illius demonſtratione aliud adijci,niſi quia per 3.ſexti eſt proportio katheti b e,ad lineam e a,ductam à centro ſpeculi ad locum imaginis,ſicū lineæ b g,ad lineam g a,quoniam linea g e,diuidit angulum a g b per æqualia,per 20.quinti huius. Erit ergo ut prius proportio lineæ b t,ad lineam t h, ſicut lineæ b e,ad lineam e a,quod eſt propoſitum,& hoc eſt uniuerſale ad omnes modos imaginum ubicunq; uiſui occurrentium,patet ergo propoſitum.



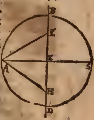


XIIII.

In ſpeculis ſphæricis concauis poſsibile eſt quandoq; reflexionem fieri ſecundum totam periferiam unius circuli.

Sit circulus magnus ſpeculi ſphærici concaui, qui a b g d,cuius diameter eſt b e d,& centrū e,ſignenturq; ſup diametrū b e d,duo puncta ex utraq; pte cētri e, quæ ſint h & z, æqualiter diſtātia à cētro e,erūt ergo lineæ h e & z e æquales,ducatur quoq; à cētro p 11 primi,diameter g e a,perpendiculariter ſuper diametrū b d,& copulētur lineæ h a & z a, quia itaq; in trigonis h e a & z e a,duo latera h e & z e ſunt æqualia ex hypotheſi,& linea e a,cōmunis eſt utriuſq; trigonorū anguli h e a & z e a ſunt ęquales,quia recti palam per 4.primi,q̄niā angulus h a e,eſt æqualis angulo z a e, ergo per 20. quinti huius, puncta h & z,ad ſeinuicē mutuo reflectūtur à puncto ſpeculi quod eſt a,idē quoq; patet ductis lineis h g & z g q̄niā iſtorū punctorum mutua reflexio fiet à puncto g.ſi itaq; fixa diametro b d imag-

b d, imaginemur reuolui trigonum a h z, circa diametrũ b d, linea trigoni.
quæ eſt h z, manente fixa tunc punctũ a, motũ perueniet in pũctum g, & ex
inde reuertetur ad locũ ſuum primũ, motuq; ſuo deſcribet in concauitate
ſpeculi circulũ, à quo totali fiet formarũ punctorũ h & z, ad ſeinuicẽ mutuã
reflexio, quiã ad quemcũq; punctũ illius circuli ducãtur lineæ à pũctis h &
z, ſemper ducta ſemidiametro à centro ad illud punctũ anguli ad punctum
illius circuli erunt æquales, & ita ab illo puncto fiet reflexio per 20. quinti
huius. Si ergo centrum uiſus fuerit in puncto h, reflectetur ad ipſum forma
puncti z, à tota periferia illius circuli. Si tamẽ pũcta h & z, inæqualiter, di
ſtent à centro e, non fiet reflexio à circulo illo, ſed forte fiet ab alio circulo
quem deſcribit motu ſuo punctus reflexionis, patet ergo propoſitum.



XV.

Duobus punctis in una diametrorum ſpeculi ſphærici concaui ſe ortho-
gonaliter ſecantium exiſtentibus ſub inæquali diſtantia à centro impoſsibile
eſt ab aliquo punctorum periferiæ ſemicirculi, in quo eſt punctus à centro re
motior illorum punctorum adinuicem fieri reflexionem, à reliqui uero ſemi-
circuli duobus punctis eſt poſsibile.

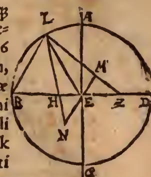
Sit ſpeculi ſphærici concaui circulus magnus, qui a b g d, cuius cẽtrum e, ſecentq; ſe
in ipſo duæ diametri orthogonaliter, quæ ſint a g & b d, in quarum una quæ k d, ſunt duo
puncta h & z, inæqualiter diſtantia à cẽtro e, ſitq; h propinquius centro e, & z remotius,
ſitq; punctus h, in ſemicirculo a b g, & punctus z, in ſemicirculo a d g, dico quod ab ali-
quo punctorum ſemicirculi a d g, non poteſt fieri iſtorũ punctorũ adinuicẽ reflexio, fit
etenim, ſi poſsibile eſt, ut fiat à puncto a, & ducatur linea a h, abſcindaturq; à linea e z, li-
nea æqualis lineæ h e, per 3. primi, quæ ſit e t, & ducatur linea t a, palam ergo per 4. primi
quia angulus h a e, eſt æqualis angulo t a e, ſed angulus e a t, per 29. primi huius, eſt mi-
nor angulo e a z, angulus ergo h a e, eſt minor angulo z a e, non ergo fiet punctorũ h &
z, mutua reflexio à puncto ſpeculi a, per 20. quinti huius, ſed neq; ab aliquo alio puncto
arcus a d g. Sit enim, ſi poſsibile eſt, ut fiat iſtorũ punctorũ reflexio à puncto k, periferiæ
ſemicirculi qui a d g, & ducantur lineæ h k, e k, & z k. Erunt itaq; per 30. quinti huius, an
guli h k e, & z k e, æquales, linea ergo k e, diuidit angulũ h k e, per æqualia, ergo per 3. ſe
xti huius, erit proportio lineæ h k, ad k z, ſicut h e ad lineam e z, ſed linea e h eſt minor q̃
e z, ut patet ex hypotheſi, ergo linea h k, eſt minor q̃ h z, eſt aũt linea h k maior q̃ k z, q
niam eſt maior q̃ linea e k, per 19. primi, ut enim patet angulus h e k, eſt obtuſus maior
angulo h e a recto, ſed linea e k, eſt æqualis lineæ e a, quæ eſt maior q̃ linea k z, ut patet
Eſt ergo linea h k maior q̃ linea z k, & ſequitur ex datis ipſam eſſe minorẽ, quod eſt im-
poſsibile, non ergo fiet reflexio formæ puncti h, ad punctũ z, uel econuerſo ab aliquo pũ
ctorũ arcus a k g, ab aliquibus uero pũctis periferiæ ſemicirculi a p g, mutuã reflexionẽ
iſtorũ punctorũ fieri eſt poſsibile, quoniã eſt poſsibile eſſe aliquod punctũ arcus a b, utpo
te p, ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio lineæ z p, ad lineam h p, ſicut lineæ z
e, ad lineam e h, ergo per 3. ſexti, angulus h p z diuidetur per æqualia per lineam e p, & ſi
militer poſſunt fieri in arcu b g, patet itaq; quod proponebatur, quoniam ab aliquo pun
cto arcus b g, ut à puncto q, ſimiliter poteſt fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

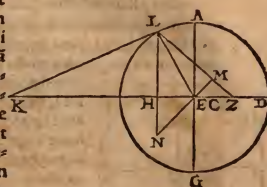
XVI.

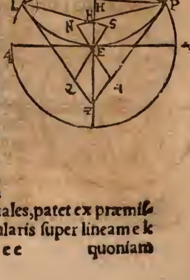
Duobus punctis in una diametro ſpeculi ſphærici ſuperficiei concaui exi
ſtentibus ſub inæquali diſtantia à centro ſpeculi, ſi exceſſus diſtantiarum ad
minorem diſtantiam proportionem habeat, quam pars diametri interiacen-
tis ambo puncta ad partem interiacentem punctum centro propinquius &
ſpeculum impoſsibile eſt à circulo illius diametri illorum punctorum fieri mu
tuam reflexionem.

Sit

flexionis inueniri,ducatur enim diameter a g,orthogonaliter ſuper diametrũ b d, & q̃a
linea ȝ e,eſt maior ꝙ linea h e,ſit linea e t,æqualis lineæ h e,patet p 3.primi,erit linea ȝ t
exceſſus lineæ ȝ e,ſuper lineam h e,quæ ergo eſt proportio lineæ ȝ t, ad lineã h e , eadem
ſit per 3.primi huius,proportio lineæ ȝ h,ad aliam lineam quæ ſit h k , eritqꝫ
ex hypotheſi linea h k,maior ꝙ linea h b,cadet ergo punctũ h extra perife-
riam circuli,à pũcto itaqꝫ k,ducatur linea contingens circulũ a b g d,per 16
tertij,quæ ſit k l,cõtingens circulũ in puncto l,& copulentur lineæ l ȝ & l h,
& l e,& à puncto e,per 31.primi,ducatur linea æquediſtans lineæ k l , quæ
ſit n,ſecans lineam in pũcto m,& linea l h,producatur:hæc ergo p 2. primi
huius,cõcurret cũ linea m e n,quia cõcurrit cũ eius æquediſtante, quæ eſt li
nea l k,ſit punctus cõcurſus n,quia itaqꝫ eſt proportio lineæ ȝ h,ad lineã h k
ſicut lineæ ȝ t,ad lineã e h,uel ad eius æqualẽ lineam,ſcilicet t e per 7.quinti
erit per 18.quinti,coniunctim proportio lineæ ȝ k,ad lineam h k,ſicut lineę
ȝ e,ad lineam t e,eritqꝫ permutatim per 16.quinti,proportio lineæ ȝ k,ad lineam ȝ e, ſi-
cut lineæ h k ad lineam t e,uel ad eius æqualem lineam h e. Eſt autem proportio lineæ k
h,ad lineam e h,ſicut linea k l,ad lineã e n,per 4.ſexti,quoniã trigona h l k,& h n e, ſunt
æquiangula per 29. primi. Ideo quia lineæ k l & n e,ſunt
æquediſtantes,proportio uero lineæ k ȝ.ad lineam e ȝ, eſt
ſicut proportio lineæ k l ad lineã e m,per 4.ſexti,quoniam
trigona k l ȝ & e l ȝ ſunt æquiangula per 29.primi, quia li
nea e m æquediſtat lineæ k l,lineæ itaqꝫ n e & m e, ad lineã
k l,eandẽ habẽt proportionẽ,quoniam ex hypotheſi eſt ꝓ-
portio lineæ k ȝ,ad lineã ȝ e,ſicut lineæ k h,ad lineã h e, er-
go per 9.quinti,lineæ e n & e m,ſunt æquales,linea uero l e
eſt cõmunis duobus trigonis l e n,& l e m,& anguli l e n et
l e m, ſunt æquales,qui ſunt recti per 29.primi, angulus e-
nim k l e, eſt rectus per 17,tertij,ergo per 4. primi,duo an
guli ȝ l e, & e l h, ſunt æquales, ergo per 20. quinti huius,
forma puncti h,reflectitur ad punctum ȝ,uel econuerſo , à
puncto ſpeculi quod eſt l,patet ergo propoſitum. Oſten-
ſum eſt enim,quia fit reflexio mutua datorũ punctorũ in hoc ſitu,& inuentus eſt pũctus
reflexionis quod proponebatur. Ex his itaqꝫ manifeſtũ eſt,quod ſi linea e ȝ,fuerit maior
ꝙ linea e h,& ſit proportio lineæ k ȝ,ad lineam ȝ e, ſicut lineæ k h,
ad lineam e h, quod in omnibus ſpeculis ſphæricis concauis conſti
tutis ſuper centrum e,quorum ſemidiameter fuerit maior ꝙ linea
e h,& minor ꝙ linea e k,fiet mutua reflexio punctorum h & ȝ,ad-
inuicem à duobus punctis communis ſectionis circuli ſpeculi & cir
culi cuius diameter eſt linea e k. Sit enim in linea k h punctus, qui
ſit b,& ſuper centrum e,deſcribatur circulus ad quantitatem unius
ſemidiametri e b,qui ſit a b g d. Sitqꝫ in ſpeculo ſphærico concauo,
& diuidatur linea e k,per æqualia in puncto f,per 10.primi,fiatqꝫ
ſuper centrum f circulus,cuius diameter ſit e k,hæc ergo ſecabit cir
culus a b g d,in duobus punctis per 10.tertij, quæ ſint puncta l &
p,dico quod punctorum h & ȝ,mutua reflexio fiet à punctis l & p,
ducantur enim lineæ k l,k p,e b, e p,erit ergo angulus k l e rectus,
per 30.tertij,ergo per 15 tertij,linea k l contingit circulum a b g d
cum ſit perpendicularis ſuper diametrum ipſius quæ eſt e l , ducta
itaqꝫ à puncto e,linea n e o y,æquediſtanter lineæ k l demonſtrabi-
tur ut prius,quoniam puncta h & ȝ,mutuo reflectentur adinuicẽ,
à puncto k & l. Similiter quoqꝫ ductis lineis ȝ p & h p,& linea q e ſ,
æquediſtante lineæ k p,nam eadẽ eſt demonſtratio hincinde. Sem
per enim anguli incidẽtiæ & reflexionis ad puncta l & p,fiunt æquales,patet ex præmiſ-
ſis quod ſi linea incidentiæ & reflexionis quæ eſt h l,ſit perpendicularis ſuper lineam e k





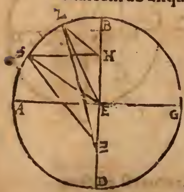


quoniã linea 3 l,neceſſario circulũ cõtingit,cuius diameter eſt linea e k , efficiturq́; tunc angulus 3 l h,maximus illorũ angulorũ,ſecũdũ quos in hoc ſitu poteſt fieri reflexio,ducatur eñi à puncto f,q̃d eſt centrũ circuli k l e p,linea f b,erit p 5.primi,angulus f l e,æqualis angulo f e b,Sed angulus f e l,eſt æqualis duobus angulis e 3 l,& e l 3,p 32. primi, cũ ſit illis extrinſecus in trigono 3 e l,angulus q̃q; f e l,eſt æqualis duobus angulis e 3 l,& e l 3.Sed angulus e l 3,eſt æqualis angulo e l h,remanet ergo angulus f l h,æqualis angulo e 3 l.Sit quoq; angulus h l 3,cõmuniter additus utrobiq;, erit ergo angulus f l 3, æqualis duobus angulis e 3 l & h l 3,ex hypotheſi eſt rectus,patet per 32.primi,q̃d illi duo anguli qui ſunt h l 3,& h 3 l,ſunt æquales uni recto. Angulus ergo f l 3 eſt rectus,linea ergo l 3 cõtingit circulũ k l e m,p 15.tertij. Sequitur ergo idẽ q̃d prius,& hoc eſt notandũ, quod in hac diſpoſitiõe centrũ uiſus & ipſorũ uiſibiliũ ſemper locus imaginis eſt in cẽtro uiſus patet p 37.quinti huius,quoniã ut patet ibi,cõcurrit kathetus incidẽtiæ cũ linea reflexionis,patetq́; ex p̄miſsis,quomodo in hac diſpoſitione de facili inuenitur punctus reflexionis,imò puncta duo quæ ſunt inter ſectiones duorũ circulorũ,patet ergo propoſitum.

XVIII.

Duorum punctorum in eadem diametro ſpeculi ſphærici concaui exiſtentium formis ex aliquo puncto ſpeculi adinuicem reflexis eaſdem ab aliquo puncto alio eiuſdem quartæ illius circuli impoſsibile eſt reflecti.

Sit diſpoſitio quæ in figuris proximis,reflectaturq́; forma pũcti h,ad punctũ z,à puncto ſpeculi l,dico quod impoſsibile eſt,ut formarum illorum punctorum reflexio fiat ad inuicem ab aliquo alio pũcto illius eiuſdẽ quartæ circuli,quæ eſt b a,q̃ à puncto l. Sit enim ſi poſsibile eſt,ut fiat à pũcto ſ,eiuſdẽ quartæ,& ducantur lineæ z l,h l,z ſ,e l,e ſ,quia itaq; angulus z l h,diuiſus eſt per æqualia per lineam e l,patet per 3.ſexti,quia eſt proportio lineæ z l,ad lineã l h. Sicut lineæ z e ad lineã e h,ſimiliter quia angulus z ſ h,diuiſus eſt per æqualia per lineam e ſ. Erit per 3 ſexti,proportio lineæ z ſ,ad lineam l h, ſicut lineæ z e,ad lineam e h,ergo per 11.quinti,erit proportio lineæ z ſ,ad lineam ſ h,ſicut lineæ z l ad lineam l h,ergo per 16.quinti,erit permutatim proportio lineæ z ſ ad lineam z l. Sicut lineæ ſ h, ad lineam l h,ſed linea z ſ eſt minor quàm linea z l,per 7.tertij,ergo linea ſ h eſt minor quàm linea h l,quod eſt contra eandem 7.tertij,quoniam eſt linea ſ h,propinquior centro ſpeculi quod eſt e,quàm linea h l,& quoniam de quolibet pũcto arcus a b,poteſt eadem fieri deductio,patet ergo quod nõ poteſt fieri reflexio ab aliq̃ puncto quartæ circuli ab alio q̃ à puncto l. Similiter quoq; demonſtrandũ eſt in quarta circuli,quæ eſt b g,ſi ab illius aliquo puncto fiat reflexio,patet ergo propoſitum.



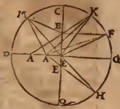
XIX.

Centro ſpeculi ſphærici concaui exiſtente extra lineam connectentem centrum uiſus,& punctum rei uiſæ in diametris diuerſis exiſtentia, & æqualiter diſtantia à centro ſpeculi,ab uno tantum puncto ſemicirculi,in cuius ſemidiametris illa puncta non conſiſtunt,fit reflexio ad uiſum.



Sit ſpeculi concaui circulus a b g,cuius centrũ ſit d, diameter a g, & ſemidiamerer d b,orthogonaliter erigatur ſuper diametrum a g, ſitq́; centrum uiſus punctum z, & punctus rei uiſæ ſit h,& ducatur linea z h,ſecans productam ſemidiametrũ d b,in puncto e, ita q̃d centrũ ſpeculi d,ſit inter lineam z h,& ſuperficiem ſpeculi à qua fit reflexio, diſtentq́; puncta z & h,æqualiter à puncto d,quod eſt centrum ſpeculi propter quod erit linea b d e, perpendicularis ſuper lineam z h,dico q̃d forma puncti h,reflectitur ad uiſum z,ab uno tantum pũcto ſemicirculi a b g,quod eſt b,ducantur enim lineæ d z,d h,z b,& b h,& quia per tertiam tertij, linea d e b, diuidit lineam h z,per æqualia, patet quod duo latera b e & e h, ſunt æqualia duobus lateribus b e & z e,& anguli b e h, &

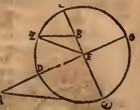
b e z,ſunt æquales,quia recti, ergo per 4.primi,patet quoniã anguli z b e,& h b e,ſunt æquales,ſit ergo p 20.huius reflexio formæ pũcti h, à pũcto ſpeculi b,ad centrũ uiſus q̃d eſt z,dico itaq; q̃d nõ poteſt ab aliquo alio pũcto ſpeculi fieri hæc reflexio. Si enim detur quod fiat à puncto t,ducantur lineæ z t & t h,& à centro d,ducatur ad punctum reflexiõis t,linea d t,quæ producta ad lineam z h,ſecet ipſam in pũcto k, qa itaq; per 20.quinti huius,linea k t,diuidit angulũ z t h,p æqualia, patet per 3.ſexti,quoniã eſt proportio lineæ z t,ad lineam t h. Sicut lineæ z k,ad lineã k h,ſed linea z k,eſt minor q̃ linea z e,ergo & q̃ linea k h. Erit ergo linea z t,minor q̃ linea t h, ſed p 7. tertij linea z t,eſt maior q̃ linea z h,& linea h b maior q̃ linea h t,erit ergo linea z b,minor q̃ linea h b,q̃d eſt cõtra p̃miſſa,& cõtra 4.primi. Nõ ergo reflectetur forma pũcti h,ad cẽtrũ uiſus exiſtẽs in pũcto z,à pũcto ſpeculi t. Similiter q̃q; demõſtrandũ eſt de q̃libet pũcto ſemicirculi a b g,patet ergo propoſitum.



XX.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in diametris diuerſis circuli magni ſphærici ſpeculi concaui, poſsibile eſt reflexionem fieri ab aliquo puncto arcuum interiacentium diametros circuli tranſeuntis per illa puncta, non autem ab aliquo puncto arcuum aliorum.

Circulus qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui, ſit d g t q,& ſit a centrũ uiſus intra ſpeculũ ſphæricũ concauũ,& ſit e centrũ ſpeculi, & ſit b punctus rei uiſæ, & ducatur diameter d a g,per centrũ uiſus a,& ducatur diameter t q, ut contingit,dico quod ſi fuerit b,punctus rei uiſæ in ſemidiametro e t, poteſt fieri reflexio formæ eius ad uiſum a,ab aliquo puncto ſemicirculi d t g,& ab aliquo pũcto ſemicirculi ſibi oppoſiti,qui eſt d q g,ducatur enim à pũcto b,rei uiſæ ad aliquod punctũ ſemicirculi g t d arcus quartæ t d,quod ſit pũctus m,linea incidentiæ quæ ſit b m, & ducantur lineæ b a & m a,& ducatur diameter e m quæ quia diuidit baſem a b,trigoni a m b, diuidit ergo angulũ b m a,p 20.primi huius,producatur ergo ſemidiameter m e,ad partẽ circumferentiæ,quæ opponitur puncto m in punctũ,qui ſit punctus h,arcus g q,& ducantur lineæ b h & a h,ſecabit quoq; linea a h, diametrũ t q. Sit ut ſecet ipſum in pũcto t,& linea h b,ſecabit eandẽ diametrũ t q,in puncto b. Sunt quoq; puncta b & c,ex diuerſis partibus centri e, linea ergo e h,diuidet angulum a h b,per 29.primi huius, quoniam diuideret ei baſem ſubtẽſam,quę eſt b c,dico itaq; quod forma puncti b,poteſt reflecti ad uiſum a,uel ab aliquo puncto arcus interiacentis ſemidiametros e t & e d,in quibus ſunt pũcta a & b,qui eſt arcus t d, & ſimiliter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppoſiti interiacentis alias ſemidiametros illi conterminales,qui ſunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus,qui eſt a g.& quod non poteſt reflecti ab abliquo puncto arcus g t. Si enim hoc dicatur eſſe poſsibile, ſumatur tunc aliquis punctus arcus g t,qui ſit k,propinquius puncto t,& ducantur lineæ a k & k b,producatur linea k b,donec cadat ſuper diametrũ d g in punctũ o,cadet autẽ per 14.primi huius, ideo quia angulus b e d eſt rectus,& angulus k b t eſt acutus,& omnes illæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie,quoniã ergo puncta o & a,ſunt in eadẽ parte centri circuli, quod eſt e, patet q̃d perpendicularis ducta à puncto k,ad centrũ e, non diuidit angulum o k a, & ita forma puncti b,non poteſt reflecti ad uiſum a à puncto ſpeculi quod eſt k. Similiter ſumpto alio puncto quod ſit f,ita ut linea b f,ſit æquediſtans diametro d g,uel quod angulus f b t,fiat obtuſus. Semper enim tunc patebit,quoniã perpendicularis e f,nõ diuidit angulũ b f a, p 29.primi huius,quoniã cadet extra a b,baſem trigoni a b f,nõ ergo poteſt reflecti forma puncti b,ad uiſum a,à puncto ſpeculi f,ergo neq; ab aliquo puncto arcus oppoſiti arcui



g t,qui

g t,qui eſt arcus d q,eodē quoq; modo demōſtrandū ſi b punctus rei uiſæ fuerit in ſuperficie ſpeculi,aut extra ſpeculū,dū tamē punctū a,quod eſt centrū uiſus,ſit intra ſpeculū, & idem erit modus probandi. Similiter quoq; ſi punctus a, centrū uiſus fuerit in ſuperficie ſpeculi ,& pūctus b,fuerit interius uel exterius,idē eſt probandi modus. Si etiā centrū uiſus a, fuerit extra ſpeculū,& pūctus b,rei uiſæ fuerit intra ſpeculū,patet idē quod propoſitū eſt. Ducantur enim à pūcto a,cētro uiſus lineæ cōtingente circulū g t d , per 16. tertij, quæ ſint lineæ a h & a 3 ,& ducantur duæ diametri una uiſualis quæ ſit a e g, & alia quæ ſit t e q, & ſit b pūctus rei uiſæ in diametro t e q,palam itaq; ex præmiſsis,quia reflectitur forma pūcti b,ad uiſum a,ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo pūcto arcus t 3,qa impoſsibile eſt ut reflectatur ab aliquo pūcto arcus 3 d,quoniā ille arcus cadit ſub pūcto cōtingentiæ,& etiā ꝓpter inæqualitatē angulorū,quoniā per 15.tertij,angulus e 3 a eſt rectus,& angulus b 3 e per 42.primi huius,erit minor recto,cui fiūt inæquales oēs anguli cōſtituti ſuper lineā 3 a. Similiter ꝙq; ab aliquo pūcto arcus q g,q eſt oppoſitus arcui t d,poteſt fieri reflexio formæ pūcti b ad uiſum exiſtentē in puncto,ſed ab arcu t g,uel d q nulla fiet reflexio propter ſupradicta,ſimiliterq; permutato puncto b,in aliam diametrū quæ ſit idem diameter t q,idem accidet quod prius,patet ergo propoſitum.

XXI.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in diuerſis diametris circuli magni ſpeculi ſphærici concaui,ſi à centro uiſus ducatur linea æquediſtans diametro in qua eſt punctum rei uiſæ ſecans circulum,erunt omnia loca imaginum punctorum reflexorum ab arcu ſpeculi interiacente terminum diametri rei uiſæ,& illam æquediſtantem extra ſpeculum & loca imaginum reflexarū à reliquo arcus interiacente diametros erunt ultra uiſum,oppoſiti uero arcus loca imaginum erunt inter centrum uiſus & ſpeculum.

Sit diſpoſitio quæ prius,& ducatur à pūcto a,linea æquediſtans ſemidiametro t e,quæ ſit a p,dico quod loca imaginū reflexarum à punctis arcus t p, erunt extra ſpeculum,loca uero imadinū arcus p d,erunt ultra centrū uiſus,qđ eſt a, loca uero imaginū arcus q g,erūt inter centrū uiſus & ſpeculi ſuperficiē, dato enim qđ forma pūcti b,exiſtens in ſemidiametro t e, reflectatur ad uiſum exiſtentē in ſemidiametro t e, ab aliquo pūcto arcus p t, qui ſit m & b,palā per 14.primi huius,qđ lineæ a m & b e, cōcurrent ultra pūcta m & b,extra ſpeculū. Sit quoq; punctus concurſus l, qui p 37.quinti huius,erit locus imaginis formæ puncti b,quod ſi à puncto n,arcus d p,fiat reflexio,patet per eandē 14.primi huius, quoniam linea a n & b e,concurrent ultra puncta a & e, ſit concurſus in puncto ſ,eritq; punctum ſ,locus imaginis formæ puncti b,retro uiſum. Si uero forma puncti b,reflectatur ad uiſum a,ab aliquo puncto arcus q g,quoniā in præmiſſa oſtēſum eſt hoc eſſe poſsibile. Sit ut illa reflexio fiat à puncto arcus q g,quod ſit u,palā itaq; quoniā linea b e,producta diuidit angulū a e u,ergo per 29.primi huius, patet qđ ipſa ſecat baſem a u,ſit ut ſecet ipſam in puncto x, linea itaq; a u,quæ eſt linea reflexionis,& kathetus incidētiæ formæ puncti b, qui eſt b e,ſecat ſe in puncto x,eſt ergo per 37.quinti huius, punctū x,locus imaginis formæ puncti b,& ipſe eſt inter uiſum & ſpeculum ſecundū hoc itaq; loca imaginū diuerſantur,ut etiam declaratū eſt in 10.huius,nunq; aūt eſt poſsibile locū imaginis eſſe in cētro uiſus,niſi cū punctus rei uiſæ & cētrū uiſus in eadē ſunt diametro. Tūc enim facta reflexione,utcunq; ſit poſsibile, ſemper patet qđ linea reflexionis & kathetus incidentiæ cōcurrunt in centro uiſus, quoniam ſolus ille punctus ambabus illis lineis eſt cōmunis,patet itaq; quod proponebatur. Semper enim eodē modo eſt demonſtrandū propoſitum,ſiue punctū a,centrū uiſus ſit intra ſpeculū,ſiue in ſuperficie ſpeculi,ſiue extra ſpeculū, dū tamen linea à puncto a , ducta



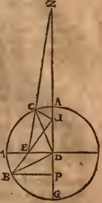
æque

æquediſtanter diametro in qua eſt punctum rei uiſæ ſecet circulum ſpeculi,& non contingat ipſum, forma uero reflexa à puncto p ſecundum lineam p a, ſi punctus cuius forma reflectitur fuerit in ſemidiametro t e, cui æquediſtat linea a p, poteſt uideri in ipſa ſpeculi ſuperficie, ut oſtendimus in undecima & duodecima libri huius.

XXII.

Quilibet punctus diametri circuli magni ſpeculi ſphærici concaui poteſt eſſe locus imaginum quantumcunq; producatur.

Sit a d diameter circuli ſpeculi ſphærici concaui, qui ſit a p m g, cuius circuli centrum ſit d, producaturq; extra circulum, & ſignetur in ipſa punctum z, ſitq; punctus e cẽtrum uiſus intra circulum in ſemidiametro m p, dico quod punctus z, poteſt eſſe locus imaginis, ducantur enim linea e t z, per t pũctum circumferentiæ circuli, & ducatur linea d c, erit angulus e c d acutus, per 43. primi huius, fiat itaq; angulus d c l ſuper terminum lineæ d c, æqualis angulo e c d, per 23. primi, ſecetq; linea c l diametrum d a in puncto l, palam itaq; per 20. quinti huius, quoniam forma puncti l, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e, à pũcto ſpeculi qđ eſt c, & eius imaginis locus eſt in pũcto z, per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto concurrit kathetus incidentiæ, qui eſt d l z, cũ linea reflexionis quæ eſt c e, & aſſumatur punctus diametri a g intra circulum, qui debet oſtendi poſſe eſſe locus imaginis, ut ſi ille pũctus ſit l, palam quia & ipſe erit locus imaginis alicuius formæ, ducatur enim linea e l, & producatur uſq; ad punctum circumferentiæ quod ſit b, & ducatur linea d q, eritq; angulus d b e acutus, per 42. primi huius, fiat ergo æqualis ſibi, qui ſit d b p, palam itaq; per 20. quinti huius, quoniam reflectitur forma puncti p ad uiſum e, à puncto ſpeculi b, & locus imaginis formæ puncti p eſt punctus l, per 37 quinti huius, ſumpto quoq; quolibet puncto alio eadem eſt probatio, patet ergo propoſitum.



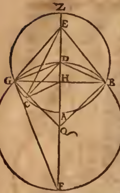
XXIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in eadem circuli magni diametro exiſtentibus punctorum reflexorum à ſpeculis ſphæricis concauis quilibet eſt locus imaginis centrum uiſus, poſsibile eſt ut ab uno tantum ſemicirculi puncto fiat reflexio ad uiſum, uel tantum à quolibet unius alterius circuli determinati puncto.

Eſto circulus ſpeculi ſphærici concaui g z b a, cuius centrum ſit d, & interſecent ſe in ipſo duæ diametri z a & g b orthogonaliter, & ſit in diametro z a punctus e, qui ſit centrum uiſus z h, qui ſit punctus rei uiſæ, ſit in eadem diametro z a, quoniam ubicunque fuerint centrum uiſus, & punctus rei uiſæ in una illius circuli diametro, ſemper poſſunt dictæ diametri taliter produci, ut ſe orthogonaliter interſecent, diametro z a, per puncta e & h tranſeunte, aut ergo linea e d interiacẽs centra uiſus & ſpeculi eſt æqualis lineæ d h aut non. Si ſit æqualis, ita quod illa puncta æqualiter diſtent à centro ſpeculi, ducantur lineæ h g, h b, e g, e b, palam itaq; per 4. primi, quoniam triangulus h g d eſt æqualis triangulo g d e, & æqualis triangulo h d b & triangulo e d b, & ipſorum anguli reſpicientes æqualia latera ſunt æquales, & quoniam angulus h g d eſt æqualis angulo d g e, palam quia angulus h g e, diuiditur per æqualia per lineam g d, poteſt ergo per 20 quinti huius, forma puncti h à puncto ſpeculi g, reflecti ad uiſum in punctum e, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctus e, quod eſt centrum uiſus. Similiterq; poteſt forma puncti h à puncto ſpeculi b reflecti ad uiſum in punctum e, & erit iterum locus imaginis punctum e, per eandem quæ prius. Si itaq; diametro z a ma-



nente immobili, ſemicirculus z g a, imaginetur moueri per ſphæram ſpeculi, aut etiam ſolus triangulus h g e, moueatur fixa manente latere e h palam quia punctus g, motu ſuo deſcribit circulum, & à quolibet puncto illius circuli reflecti poteſt forma puncti h ad uiſum e, & locus imaginis erit ſemper punctus e quod eſt centrum uiſus; quod autem ab alio puncto ſpeculi quàm ab aliquo puncto illius circuli non poſsit forma puncti h, reflecti ad uiſum e, maniſeſtum eſt. Si enim reflecteretur ab alio circulo quàm ab illo quem motu ſuo cauſat punctum g uel punctum b, tunc reflecteretur ab alio puncto illius ſemicirculi a g z. Sit ergo ut reflectatur à puncto illius quod ſit e, & hoc erit extra illum circulum imaginatum in ſuperficie ſpeculi, ducãtur quoqꝫ lineæ h e & e c, eritqꝫ linea e c maior quàm linea e g, per 7. tertij, & erit linea h c minor quàm h g per eandem 7. tertij, non ergo erit proportio lineæ e c ad lineam h c, ſicut lineæ e d ad lineam b d, quæ ſunt æquales, ergo per 3. ſexti, angulus e c h non diuiditur in duo æqualia per lineam d c, non ergo reflectitur forma puncti h ad uiſum e, à puncto ſpeculi c, & eadem eſt deductio ſi ſumatur punctus c inter puncta g & z, in arcu z g, palam itaqꝫ quoniam centro uiſus quod eſt e, à puncto rei uiſæ, quod eſt h, exiſtentibus in eadem diametro, & æqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſemper fit reflexio formæ puncti uiſi ad uiſum modo propoſito, quod ſi quncta ducta in eadem diametro exiſtentia inæqualiter diſtent à cẽtro ſpeculi puncto d, utpote ſi linea e d fuerit maior quàm linea d h, addatur lineæ d h linea h q, p 126. primi huius, taliter ut illud quod fit ex ductu lineæ e q, q h ſit æquale quadrato lineæ d q, erit ergo per 16. ſexti, proportio lineæ e q ad lineam d q, ſicut lineæ d q ad lineam h q. fiat ergo circulus ad quantitatem ſemidiametri d q, cuius centrum ſit q, & quoniam ille circulus interſecat circulum g z b a in duobus locis per decimam tertij, ſunt illa loca ſectionis puncta g & b, ducantur lineæ e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b & quia linea q g, eſt æqualis lineæ q d, per diffinitionem circuli, palam per 7. quinti, quoniam eadem eſt proportio lineæ e q ad lineam q g & ad lineam q d, eſt ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, ſicut lineæ g q ad lineam q h, angulus uero g q h communis eſt utriqꝫ triangulorum qui ſunt e q g, & h q g, ergo per 6. ſexti, illi duo trianguli ſunt æquianguli Erunt quoqꝫ eorum latera proportionalia per 4. ſexti, erit ergo proportio lineæ e q ad lineam q g ſicut lineæ e g ad lineam g h, erit quoqꝫ per 19. quinti, proportio lineæ e d ad lineam d h, ſicut lineæ e q ad lineam d q, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ e d ad lineam d h, ſicut lineæ e g ad lineam g h, ergo per 3. ſexti, linea d g diuidit angulum h g e per æqualia. Igitur per 20. quinti huius, forma puncti h à puncto ſpeculi g, reflectitur ad punctum e, qui eſt centrum uiſus, & eſt punctum e locus imaginis ſuæ, & ſimiliter forma puncti h, à puncto ſpeculi g reflectitur ad punctum e, qui eſt centrum uiſus, & eſt punctum e, locus imaginis ſuæ. Si ergo imaginetur moueri triangulus e g h trans ſphæram ſpeculi linea h e remanente immota, tunc punctus g, deſcribet circulum in ſuperficie concaua ſpeculi, à cuius quolibet puncto reflectetur forma puncti h ad uiſum exiſtentem in puncto e, & ſemper erit locus imaginis punctus e, quod uerò ab alio puncto quàm illius circuli, non poſsit forma puncti h reflecti ad uiſum e, patet ut prius. Si enim ſumatur punctus c inter puncta g & a, erit per ſe primã tertij, linea e c maior quàm linea e g, & linea h c minor quàm linea b g, non erit igitur proportio lineæ e c ad c h, ſicut e d ad d h, per 8. quinti, ergo per 3. ſexti, linea c d non diuidit angulum e c h per æqualia. non ergo reflectetur forma puncti h ad uiſum e, à puncto ſpeculi e. Similiter quoqꝫ ſit punctus c, à quo debeat fieri reflexio cadat in arcum g z, idem ſequitur impoſsibile, patet ergo propoſitum. Sicut autem hic de punctis & circulis mathematicis demonſtrata ſunt, ſic de punctis medijs naturalium imaginum reflexarũ intelligenda ſunt, forma enim puncti h, continua uidetur formis aliorum punctorum & eſt media intelligenda in tota imagine naturali reflexa, & punctus medius totius illius formæ erit in puncto e, quod eſt centrum uiſus, & reflectetur tota forma à loco circulari



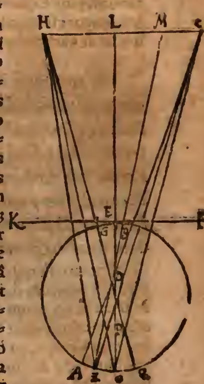
ſpeculi

ſpeculi habente ſenſibilem latitudinem,cuius medium mathematicum eſt circulus prædi ctus,& ſunt puncta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quàm linea d h,in tantum poterit eſſe maior in quantum non reflectetur forma puncti h ad uiſum e à puncto ſpeculi g.prout oſtendimus per 17.huius,ubi enim fuerit proportio,exceſſus lineæ e d ſuper lineam d h,ad lineam h d maior ꝙ lineæ e h ad lineam a h,non poterit forma puncti h reflecti ad uiſum e,per 16.huius,eritq; proportio lineæ e a ad lineam a h maior quàm lineæ e d ad lineam d h.aliàs enim non poterit reflecti forma puncti h ad uiſum in punctum e,quia ſi detur quod poſsit reflecti,ſit ut reflectatur à pūcto g, dico itaq; quod neceſſario ſequitur,ut maior ſit proportio lineæ e a ad lineam h a, quàm lineæ e d ad lineam d h,erit enim ex 42.primi huius,angulus h d g acutus, erit quoq; per eandem 42.primi huius,angulus d g h minor recto,ducatur itaq; à puncto g,linea cōtingens circulum a g z b,quæ ſit g f,hoc ergo neceſſario concurret cum linea e h, per 14. primi huius,cum angulus h d g ſit acutus,& angulus d g f rectus,per 17.tertij, ſit concurſus punctus f,erit ergo per 13.huius,kathetus incidentiæ qui eſt h d ad lineam d e,ductam à centro ſpeculi ad locum imaginis,ſicut lineæ h f ductæ à puncto rei uiſæ ad finem contingentiæ ad lineam f e,ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis,ergo per 5.primi huius erit econuerſo proportio lineæ e f ad f h,ſicut lineæ e d ad lineam d h. Sed maior eſt proportio lineæ e a ad lineam a h,quàm ſit lineæ e f ad lineam f h,per 4.primi huius,quoniam æquali linea quæ eſt f a,addita utrobiq; minuitur proportio,igitur maior eſt proportio lineæ e a ad lineam h a,quàm ſit lineæ e d ad lineam d h. Si itaq; forma puncti h reflectitur ad uiſum e,neceſſarium eſt ut proportio lineæ e a ad lineam h a,ſit maior quàm lineę a d ad lineam d h,hóc itaq; cum fuerit erit ex hac diſpoſitione centri uiſus & puncti rei uiſæ ſicut prius demonſtratum , palam ergo ſunt omnia quæ propoſita ſunt,cum centrum uiſus & punctus rei uiſæ fuerint in eadem diametro circuli propoſiti ſpeculi, patet ergo propoſitum.

XXIIII.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus exiſtentibus extra ſpeculum ſphæricum concauum non in eadem diametro circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi non poſsibile ut fiat ad uiſum reflexio niſi ab uno tantū puncto,& unicus tantum imaginis erit locus.

Eſto c punctus rei uiſæ,& h centrum uiſus,& ſit d centrum ſpeculi, & ducantur lineæ h d,c d, h c, ſuperficies itaq; reflexionis,quæ per 3.huius,eſt ſuperficies h d c,ſecat ſuperficiem ſpeculi per ſecūdam huius , ſuper circulum qui ſit e b q g,palam itaq; quod forma puncti c non reflectitur ad uiſum h,niſi ab aliquo pūcto huius circuli, nō enim fit aliqua reflexio extra ſuperficiem reflexionis,producatur itaq; linea h d , ultra centrum d,donec ſecet circumferentiam circuli, & ſit punctus ſectionis a,& producatur linea c d ultra punctum d,ſecans circulum in pūcto q,incidatq; linea h d circulo in puncto g,& linea c d in puncto b, palam ergo per 20.huius,cum ſolum ſit poſsibilis reflexio ab arcubus interiacentibus diametros,in quibus ſunt centrum uiſus, & punctus rei uiſæ,quod forma puncti c ad uiſum exiſtentem in puncto h,non reflectitur ab aliquo puncto arcus q g uel arcus b a, reflectitur itaq; aut ab aliquo pūcto arcus g b,aut ab aliq̃ pūcto arcus q a, diuidatur itaq; angulus c d h per ęqualia per 9.primi,diuidatq; ipſum linea d e l,ſecans circuli periferiam in puncto e,& lineam h c in puncto l, & à puncto e,ducatur linea contingens circulum per 16.tertij, quæ ſit k e f. Si itaq; puncta c & h fuerint ſuper aliam lineam contingentem,ubicunq; conſiſtant,palam quod non eſt poſsibile reflecti formam puncti c ad uiſum h, ab aliquo puncto h g. Si enim à puncto c ducatur linea ad aliquem interiorem punctum huius arcus,linea à puncto h, ad idem punctum ducta cadet ſuper eundem arcum ex



terius & non interius, cum punctum ſit extra ſpeculum, & ita non erit reflexio à parte interiori cõcauitatis, ſcilicet ſpeculi, ipſo corpore ſpeculi impediente, ab arcu uero a q poſſibile eſt, ut fiat reflexio, quoniam lineas ductas à puncto c, & à puncto h, concauitati illius arcus poſsibile eſt incidere, producatur itaq; linea l d, donec ſecet arcũ a q, & pũctus ſectionis z dico quod à puncto z reflectetur forma puncti c ad h centrum uiſus, ducantur enim lineæ c z, h z, ſecetq; linea h z kathetum incidentię, qui eſt c d q, in puncto p, cũ itaq; angulus c d h ſit diuiſus per æqualia, patet ꝙd angulus c d z eſt æqualis angulo h d z, per 13. primi, lineæ itaq; c d & h d, aut ſunt æquales aut non, ſi ſunt æquales, & linea d z eſt cõmunis, erit per 4. primi, triangulus c z d æqualis triangulo h z d, & angulus c z h, eſt diuiſus per æqualia per lineam d z: ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectetur ad uiſum in punctũ h, à puncto ſpeculi z, ſed neq; eſt poſsibile à puncto alio arcus reflecti formam puncti c ad h. Sic enim ſi eſt poſsibile quod reflectatur à puncto o, & ducatur lineæ c o & h o, linea quoq; o d m ducta per centrum ſpeculi, diuidat angulum c o h per æqualia, ſecetq; lineam h c in puncto m, palam ergo per 8. tertij, quoniã linea c z eſt minor quàm c o, & linea h o eſt minor ꝙ linea h z, eſt autem per 3 ſexti, cum angulus c z h ſit diuiſus per æqualia, proportio lineæ c z ad lineam h z, ſicut lineæ c l ad lineam h l, proportio uero lineæ c o ad lineam h o, per eandẽ 3. ſexti, eſt ſicut lineæ c m ad lineam m h, ſed per 9. primi huius, maior eſt proportio lineæ h z ad lineam c z, ꝙ lineæ h o ad lineã c o, ergo per 11. quinti, maior eſt proportio lineæ h l ad lineam l c, ꝙ lineæ h m maioris, ꝙ ſit linea h l ad lineam m c minorem, ꝙ ſit linea l c, quod eſt impoſsibile, ſemper enim eſt minor proportio quantitatis minoris ad maiorem ꝙ maioris ad minorem, quod faciliter patet per 9. primi huius, non ergo fiet reflexio formæ puncti c ad uiſum h, à puncto ſpeculi o. Similiter etiam demonſtrandum, quod à nullo alio niſi à ſolo puncto z, quod eſt propoſitum, quod ſi lineæ c d & h d ſint inæquales, fiat reſectio maioris ad æqualitatẽ minoris, per 3. primi, & ordinetur demonſtratio ut prius, & quoniam forma puncti cuiuſcunq; rei uiſæ in eadem linea exiſtentis ſemper reflectitur ab eodem puncto cuiuſcunque ſpeculi ad uiſum in quocunq; puncto eiuſdem lineæ exiſtentis, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis nõ immutat, ut patet per 20. quinti huius, ſemper enim angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, patet quod quæcunq; iſtarum linearũ fuerit maior ꝙ alia quod non impedietur propter hæc reflexio, & quod tantum ab uno puncto ſpeculi fiet reflexio, & hoc per diligentiam perquirentis ſecundum modum præmiſſum poterit declarari, & quia in tali diſpoſitione cẽtri uiſus, & puncti rei uiſæ ab uno tantum puncto ſpeculi fit reflexio ad uiſum, patet quod unica eſt linea reflexionis quæ h z, unicus eſt ergo locus imaginis, ſcilicet punctus p, in quo eſt linea reflexionis quæ eſt h z ſecat kathetum incidentiæ quæ eſt c d q, patet ergo propoſitum.

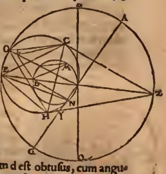
XXV.

Si angulum à duobus diametris circuli magni ſpeculi ſphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto ſectionis circumferentiæ & diametri medij ducantur perpendiculares ſuper alias duas diametros, puncta diametrorum, in quæ cadunt perpendiculares ad ſe inuicem reflectuntur tantum ab illo puncto circumferentiæ, & à puncto ſibi oppoſito, & quodlibet punctum diametri interiacens illa puncta, & centrum ſpeculi reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condiſtanti à centro ab eiſdem duobus punctis, & loca imaginum erunt tantum duo.

Sint circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrum d, duæ diametri a g & b q, & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9. primi, & à puncto ſpeculi cui incidit diameter z p e, ducantur duæ perpendiculares ſuper duas ſemidiametros b d & d g, per 12. primi, quæ ſint e c & e h, palam ergo per 26. primi, quod trianguli e c d & e h d ſunt æquales & ęquianguli, quoniam enim angulus b d g diuiſus eſt per æqualia per lineam d e, & anguli e c d & e b d ſunt recti, & linea e d eſt ambobus illis trigonis cõmunis, patet ergo quod angulus c e d eſt æqualis

angulo

angulo d e h, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto h, à puncto ſpeculi quod eſt e, & eodẽ modo forma puncti h reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto c à pũcto ſpeculi e. Similiterq́; fiet reflexio à puncto z, ductis lineis c z & h z, cum enim ex præmiſsis lineæ c d & h d ſint æquales, & per 13. primi, anguli h d z & c d z ſint æquales, erunt per 4. primi, anguli c z d & d z h æquales, fiet ergo mutua reflexio punctorũ c & h, ad inuicem à puncto ſpeculi quod eſt z, patet autem per 20. huius, ꝙd non reflectetur forma puncti c ad punctũ exiſtentẽ in pũcto h, ab aliquo pũcto arcus a b, uel ab aliquo pũcto arcus g q, nec ab aliquo pũcto arcus a q, nec à pũcto z, per 19. huius, & qm̃ idẽ accidit impoſsibile cõtra 9. primi huius, quod in proxima præmiſſa ducta prius linea c h, quod uero ab aliquo pũcto arcus b g alio ꝙ puncto e, non poſsit fieri reflexio formæ puncti c ad uiſum h, ſic patebit, detur enim quod illa reflexio poſsit fieri à puncto o, & ducantur lineæ c o & h o, d o, fiatq́; circulus ſecundũ quantitatẽ diametri d e, palam ergo per 30. tertij, cũ anguli e c d & e h d ſiunt recti, quoniã ille circulus tranſibit per quatuor puncta quæ ſunt c d h e, cũ itaq; punctus e, ſit cõmunis utriq; illorũ circulorum, & ſit ſuper eandem diametrum e d, contingat circulus maior minorem tantũ in puncto e per 12. tertij, & nõ in alio, circulus itaq; minor qui eſt e c d h, ſecabit lineam d o productã in minori circulo, quoniam ſi non ſecaret, tunc contingeret in puncto o circulum maiorem, & ſic ipſum contingeret in duobus punctis quod eſt impoſsibile. Sit ut ſecet ipſum in pũcto l, & ducantur lineæ f l & h l, quia uero ut patet ex præmiſsis, linea c d eſt æqualis lineæ d h, erit arcus d h circuli minoris æqualis arcui d c, per 27. tertij, ergo per 26. tertij, angulus c l d eſt æqualis angulo d l h, ergo per 13. primi, angulus c l o eſt æqualis angulo h l o, ſed angulus l o c eſt æqualis angulo l o h, per 20. quinti huius, & ex hypotheſi, & latus o l eſt commune ambobus trigonis c o l & h o l, ergo per 26. primi, illi trigoni ſunt æquales & æquianguli, erit ergo linea c o æqualis lineæ h o, quod eſt impoſsibile, ꝙniam per 7. tertij, linea h o eſt maior ꝙ linea h e, & linea c o eſt minor ꝙ linea c e, per eandem 7. tertij, linea uero c e ut præmiſſum eſt, æqualis eſt lineæ h e, eſt ergo linea h o maior ꝙ linea c o, non ergo reflectetur forma puncti c ad uiſum exiſtentem in puncto h à puncto ſpeculi o, ſed neq; ab aliquo alio puncto arcus e b. Similiterq́; eſt deducendum, ſi punctus o, à quo ſupponi tur fieri reflexionem cadat in aliquod punctum arcus e g inter puncta e & g. Reſtat ergo ut forma pũcti c non reflectatur ad uiſum h, ab aliquo puncto arcus b g, niſi à ſolo puncto e, nec ab aliquo puncto arcus a q niſi à ſolo puncto z. Item à puncto e ducatur ut contingit linea e m ſuper partem diametri b q, quæ eſt c d, & ſecetur linea a h pars æqualis lineæ d m, per 3. primi, quæ ſit d n, & ducatur linea e n, palam per 16. primi, quod angulus e m d eſt obtuſus, cum angulus e c d ſit rectus, ab angulo itaq; e m d, per 27. primi huius, reſecetur angulus rectus, qui ſit d m p, & ducatur linea m p, hæc ergo erit æquediſtans lineæ e c, per 28. primi, concurret ergo linea m p, per 2. primi huius, cum linea e d, cum qua concurrit ſua æquediſtans, quæ eſt e c. Sit concurſus punctus p, & ducatur linea n p, & fiat circulus ſecundum quantitatem diametri d p, eritq́; per 30. tertij, ille circulus tranſiens per quatuor pũcta m d n p, quia cum angulus p m d ſit rectus, & angulus m d p æqualis angulo p d n, & latus p d commune, erit per 4. primi, angulus p n d rectus, cum itaq; arcus d n ſit æqualis arcui d m, per 27. tertij, erit angulus d p n æqualis angulo d p m per 26. tertij, eruntq́; trianguli d m p & d n p æquianguli per 32. primi, & quia linea n d eſt æqualis lineæ d m erit per 4. ſexti, linea m p æqualis lineæ n p, & quia angulus m p d eſt æqualis angulo n p d, erit ergo per 13. primi, angulus m p e æqualis angulo n p e, ergo per 4. primi, linea e p exiſtente communi triangulo n e p, & triangulus m e p, erit angulus n e p æqualis angulo m e p, palam ergo quod forma puncti m, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto n, à puncto ſpeculi quod eſt e, & eorum adinuicem fiet mutua reflexio, ſimiliter à puncto z,

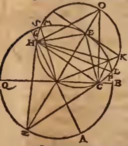


& non ab aliquo alio puncto arcus b a, uel arcus g q per 20. huius necꝫ ab alio puncto arcus b g quàm à puncto e, nec ab alio puncto arcus q a quàm à puncto z. In his enim eſt eadem deductio quæ prius. Palam itaqꝫ ſecundum modum prædictum, quia ſumpto puncto lineæ m d, & ductis lineis ad punctum illud à punctis c d h, & ſumpto puncto ultimo in quo circulus minor ſecabit diametrum, & à puncto ſectionis ductis lineis ad puncta c & h, ſemper formæ illius puncti erit reflexio ad punctum ſibi ſimile lineæ d n, tantundem diſtans à centro ſpeculi quod eſt d, fietqꝫ illa reflexio à puncto ſpeculi e, & à puncto illi oppoſito diametraliter quod eſt punctum z, eruntqꝫ loca imaginum tantum duo, in quibus duæ lineæ reflexionis quæ ſunt e h & z h, concurrant cum katheto incidentiæ qui c d patet ergo propoſitum. Hoc tamen eſt magis euidens ſi diametri b q & a g, ſecent ſe ad angulos non rectos, quoniam tunc loca imaginum cadunt aut retro uiſum, aut inter uiſum & ſpeculum. Si uero illæ diametri ſecuerint ſe ad angulos rectos, tunc ad huc loca imaginum erunt tantum duo, quoniam tunc ut patet per 28. primi, linea reflexionis quæ e h, eſt æquediſtans katheto incidentiæ quæ eſt c d, & uidebitur una imago formæ puncti c, in puncto reflexionis quod eſt e, per 11. huius, reliqua uero uidebitur in puncto x, quod ſit communis ſectio, lineæ reflexionis quæ eſt z k, & kathetus incidentiæ qui eſt c d & ſic loca imaginis diuerſantur ſecundum quantitates angulorum à diametris contentorum, patet ergo propoſitum.

XXVI.

Si angulum à duabus diametris magni circuli ſpeculi ſphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto ſectionis circumferentiæ & diametri medij ducantur perpendiculares ſuper alias duas diametros, quodlibet punctum unius diametrorum ſectarum interiacens perpendiculares & circumferentiam, reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condiſtans à centro, à quatuor tantum circumferentiæ punctis, & ſecundum hæc loca imaginum numerantur.

Sint ut in proxima, circuli qui eſt communis ſectio ſpeculi ſphærici concaui, & ſuperficiei reflexionis duæ diametri b q & a g ſecantes ſe ſuper punctum d, centrum ſpeculi ſphærici concaui, & diameter e z diuidat angulum b d g, ab eis, in centro contentum per æqualia, & ſumatur in ſemidiametro b d punctus c ſupra punctū, in quem cadit perpendicularis ducta à pūcto e ſuper ſemidiametrū b d, & in linea d g, ſumatur eius pars quæ ſit d h æqualis lineæ d c, per 3. primi, & ducantur lineæ c e & h e, dico quod forma puncti c reflectitur ad uiſum exiſtentē in puncto h, à puncto ſpeculi quod eſt e, & à puncto z, ſibi diametraliter oppoſito, non autem reflectitur ab aliquo puncto arcus b a, uel arcus g q, eſt autem neceſſarium formam puncti c, reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto h, ab aliquo puncto arcus e g, & ab aliquo puncto arcus e b, extrahatur enim à puncto c, perpendicularis ſuper lineam c d, per 11. primi, quæ ſit c o, & quia linea c o



eſt æquediſtans perpendiculari ductæ à puncto e, ſuper ſemidiametrum d h, per 28. primi, palam quia linea c o, producta cadet extra circulum ſpeculi non ſecans punctū e, producatur ergo linea d e ultra punctum e, & quia angulus b d e eſt acutus, ideo quia ſemidiameter d e diuidit angulum b d g per æqualia, propter quod uterqꝫ ipſorum eſt minor recto, palam quod linea c o, per 14. primi huius, concurret cum linea d e concurrant ergo in puncto o, & ducatur linea h o, palam itaqꝫ per 14. primi, cum angulus d c o ſit rectus, quod etiam d h o eſt rectus, fiat itaqꝫ per 5. quarti, circulus tranſiens per tria puncta c d h, qui per 30. tertij, neceſſario tranſibit per punctū o, & erit linea d o diameter eius, & ducatur per 16. tertij, linea contingens circulum b a z g in puncto e

quæ

quę ſint k e,& quoniam circulus c d h o,ſecat circulum b a z g,neceſſe eſt ipſum ſecari in duobus punctis per 10.tertij, ſint illa duo puncta l & m,& ducantur lineæ c l,h l,d l,c m, h m,d m,cum itaq; linea recta quæ eſt c d,ſit æqualis lineæ h d,ut patet ex præmiſsis, erit arcus c d æqualis arcui d h,per 27.tertij,erit ergo per 26.tertij,angulus c l d,æqualis angulo d l h,& ita forma puncti c,reflectitur ad uiſum h à pũcto l,& ſimiliter angulus c m d,eſt æqualis angulo d m h,per 26.tertij,ergo forma puncti c,reflectitur ad uiſum h à pũcto m,palam igitur quod forma puncti c reflectitur ad uiſum h, & à punctis e z,l m, & quoniam lineæ reflexionis ſunt quatuor,ſcilicet h e,h l,h m, h z,patet quod in communi ſectione unius cuiuſcunq; ipſarum & katheti incidentiæ,qui eſt c d,ſit locus imaginis,& ſi aliqua illarum linearum fuerit æquediſtans katheto c d,erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11.& 13.huius,loca ergo imaginum ſunt quatuor uicinorum locorum reflexionis,non poteſt autem forma puncti c reflecti ad uiſum h,ab alio puncto præter hoc,detur enim ſi poſsibile eſt,ut fiat reflexio formæ puncti ad uiſum h,à puncto alio ſpeculi præter hæc quatuor,quod ſit punctum f,& ducantur lineæ c f,h f,d f,& groducatur d f,quouſq; concurrat cum linea contingente circulum b a z q in puncto e, & ſit exempli cauſa,punctus concurſus k,qui ſit communis ſectio lineæ e k, & periferiæ circuli d c, h e, concurrent autem lineæ d f & e k,per 14.primi huius, & ducantur lineæ c k & h k, erit itaq; ex hypotheſi,& per 20.quinti huius,angulus c f d,æqualis angulo d f h,ergo per 13 primi,erit angulus c f h æqualis angulo h f k,ſed angulus c h k eſt æqualis angulo f k h, per 26.tertij,arcus enim in quos ad periferiam cadunt illi anguli,ſcilicet arcus circuli c d h o,qui ſunt d h & d c,ſunt æquales,& linea f k eſt communis,erunt ergo per 26. primi, trianguli c k f & h k f æquales, eſt ergo per 4. ſexti, linea c k æqualis lineæ h k,quod eſt impoſsibile,quoniam ut patet per 8.tertij,linea h k eſt maior quàm linea h o,& linea c k, minor eſt quàm linea c o,linea uero c o eſt æqualis lineæ h o,per præmiſſa,& eodem modo deducendum ſi in arcu m g ſit datus punctus f,quoniam idem ſequitur poſsibile dato puncto f,in arcu g b,ubicunq; extra tria puncta m e l,quia ſi punctus k, qui eſt punctus lineæ contingentis cadat extra periferiam circuli m d c o,copulatis lineis à punctis ſectionis lineæ e k,ad periferiam circuli minoris præmiſſo modo erit deducendum,palam ergo quod non reflectatur forma puncti c ad uiſum h,ab aliquo alio puncto quàm ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habens centrum in linea d z,ad modum circuli c d,h o,habentis centrum in linea c o,palam per modum 24. huius,ducta linea c h, quoniam lineæ à punctis c & h ad punctum z,terminum diametri d z ductæ, ſi ad partem aliam ultra puncta c & h fuerint productæ arcus interiacentes earum alteram & diametrũ e d z æquales,qui ſunt p e & ſ e, reſecant ergo æquales angulos cum diametro in puncto z conſtitutum,& eſt poſsibile reflexio quæ fit à puncto z,ad alia uero puncta arcuum uicinorum productæ à punctis c & h,lineæ ſemper arcus inæquales reſecant, & ob hoc inæquales angulos conſtituunt ſuper circumferentiam circuli maioris, & per modum quo uſi ſumus in 24.huius,ſequitur impoſsibile contra nonam primi huius,ut manifeſtatũ eſt per ea quæ præmiſſa ſunt,patet ergo propoſitum,quoniam tantum à quatuor punctis fit reflexio tali exiſtente diſpoſitione, & tantum ſunt quatuor loca imaginum, quod eſt propoſitum.

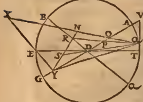
XXVII.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus in eadem ſuperficie circuli magni ſpeculi ſphærici concaui, diuerſis tamen diametris & ſub inæquali diſtantia à centro ſpeculi exiſtentibus in arcu illius circuli interiacente reliquas ſemidiametros in quibus illa puncta non conſiſtunt, punctum reflexionis inuenire, ex quo patet quod ab uno tantum puncto illius arcus fit reflexio in hoc ſitu.

Sit ut prius circulus,qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui a b g q,cuius centrum d,& ducantur duæ diametri a d g & b d q,

ff 2 & dia

& diameter e d z diuidat angulum a, ab alijs duabus diametris contentum per æqualia, ſitq́ c pũctus rei uiſæ poſitus in ſemidiametro b d propinquior centro ſpeculi d, quàm ſit punctus h, qui ſit centrum uiſus poſitus in ſemidiametro g d, dico quod in hac diſpoſitione punctorum c & h, poſsibile eſt in arcu a q punctum reflexionis inueniri, & quod in illo arcu unicus huius reflexionis eſt punctus. Sumatur enim extra circulum linea l y, & diuidatur per 119. primi huius, in puncto m, taliter ut ſit proportio lineæ y m ad lineam m l, ſicut lineæ h d ad lineam d c, & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto n, per 10. primi, & à puncto n perpendicularis n k ſuper lineam y m, per 11. primi, & ſuper punctum l, terminum lineæ y l, per 23. primi, angulus æqualis medietati anguli a d c per lineam f l, erit itaq́ angulus f l y, acutus ſiue angulus a d c fuerit acutus ſiue rectus, uel etiam obtuſus, ſed angulus f n l eſt rectus, ergo per 14. primi huius, linea f l concurret cũ linea n k, concurrunt ergo in puncto f, & per 134. primi huius, à puncto m, ducatur linea ad baſem f l concurrens cum latere n k in puncto k, ſecetq́ lineam l f in puncto c, taliter ut ſit proportio lineæ k c ad lineam c l, ſicut lineæ h d ad lineam b d deinde ſuper punctum d, terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m, qui ſit i d a, ſitq́ punctus circumferentiæ qui eſt a, ſupra punctum z, uel infra illum, & ſuper punctum i, terminũ lineę d i, fiat angulus æqualis angulo c l m, qui ſit m d, ducta linea o i ſecante lineam d a in puncto o, quæ producatur ultra punctum o, & ſuper lineam m, ducatur perpendicularis à puncto h, per 12. primi, quæ ſit h f, & producatur linea r x, quouſq́ ipſa æqualis ſit lineæ r i, & ducantur lineæ h x & h i, palam autem per 120. primi huius, quoniam à puncto m, impoſsibile eſt duci aliam ſuper lineam f l diuidentem eam ſecundum proportionem qua diuiſit ipſam linea m c k, cum itaq́ angulus o d i ſit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m, erit per 32. primi, angulus i o d æqualis angulo l m c, erit ergo per 13. primi, angulus r o h æqualis angulo k m n, & angulus h r o eſt æqualis angulo k n m, quia uterq́ eſt remus, ergo per 22. primi, angulus n k m eſt æqualis angulo r h o, trigona itaq́ n k m & r h o ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, latera ipſorum æquos angulos reſpicientia ſunt proportionalia producatur itaq́ linea i d ultra punctum d, donec concurrat cum linea h f, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim h r i eſt rectus, & angulus r i d eſt acutus, concurſus autem punctum ſit ſ, eritq́ angulus ſ d h æqualis angulo k c f, per 15. primi, erũt ergo trigona f c k & ſ d h æquiangula per triceſimã ſecũdã primi, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ ſ d ad lineam d h, ſicut lineæ f c ad lineam k c, ſed lineæ h d ad lineam d i, per 7. quinti, eſt proportio ſicut lineæ h d ad lineam d b, quoniam per diffinitionem circuli lineæ d i & d b ſunt æquales, eſt ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, ſicut lineæ k c ad lineam c l, ex præmiſsis enim eſt proportio lineæ k c ad c l, ſicut lineæ h d ad lineam b d, eſt ergo per 22. quinti, per æquam ſcilicet proportionem proportio lineæ ſ d ad lineam d i, ſicut lineæ f c ad lineam c l, ergo per 18. quinti, erit coniunctim proportio lineæ ſ i ad lineam d i, ſicut lineæ f l ad lineam l c, ſed cum triangulus d i o ſit æquiangulus triangulo c l m, ut ſupra patet, palam per 4. ſexti, quoniam & proportio lineæ d i ad lineam i o, ſicut lineæ c l ad lineam l m, eſt igitur per 22. quinti, proportio lineæ ſ z ad lineam i o, ſicut lineæ f l ad lineam l m, ergo per 5. primi huius, erit contrario proportio lineæ i o ad lineam ſ i, ſicut lineæ l m ad lineam f l, ſed eſt proportio lineæ ſ i ad lineam i r ſicut lineæ f l ad lineam l n, per 4. ſexti, quoniam triangulus r i ſ, eſt ſimilis triangulo f l n, per 22. primi, cum enim anguli ſ r i & f n l, ſint æquales, quia recti, & anguli r i ſ & n l f, ſunt æquales ex præmiſsis, erit angulus r ſ i, æqualis angulo n f l, igitur per 22. quinti, erit proportio lineæ i o, ad lineam i r, ſicut linea l m, ad lineam l n, erit ergo econtrario per 5. primi huius, proportio lineæ i r, ad lineam i o, ſicut lineæ l n, ad lineam l m, & quoniam linea x i, eſt dupla lineæ i r, & linea y b, eſt dupla lineæ l n, erit per 15. quinti, eadem proportio lineæ x i, ad lineam i o, ſicut lineæ x l, ad lineam l m, ergo per 17. quinti, erit diuiſim proportio lineæ x m ad lineam m l, ſicut lineæ x o ad lineam i o, ducatur itaq́ à puncto i,

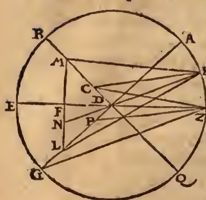


cto i,linea æquediſtans lineis h x,per 31.primi,quæ ſit i u,producatur quoq; linea d a,donec concurrat cum linea i u,concurret autem per 2.primi huius, quæ concurrit cum eius æquediſtante quæ eſt h x,fietq; concurſus punctus u,eritq; triangulus o u i,per 15.& 29 primi,æquiangulus triangulo,h o x,ergo per 4.ſexti,eſt proportio lineæ h o ad lineam o u,ſicut lineæ x o ad lineam o i,eſt autem ut patuit ex præmiſsis proportio lineæ x o ad lineam o i,ſicut lineæ y m ad lineam m l,ergo per 11.quinti,erit proportio lineæ h o ad lineam o u,ſicut lineæ z m ad lineam l m,eſt ergo per eandem 11.quinti, proportio lineæ h o ad lineam o u,ſicut lineæ h d ad lineam d c,ſed quoniam triangulus h r i, æqualis eſt triangulo h r x,per 1.ſexti,quoniam ex hypotheſi linea x r eſt æqualis lineæ r i,& linea h r,eſt perpendicularis ſuper lineam x i,palam quia angulus h x r,eſt æqualis angulo r i h, ergo angulus r h i eſt æqualis angulo u i o,quia per 29.primi,anguli h x i & u i o ſunt æquales,cum ſint coalterni inter lineas x h & u i æquediſtantes, ergo per 3.ſexti,erit proportio lineæ h o ad lineam o u, ſicut lineæ h i ad lineam i u, eſt ergo proportio lineæ h i, ad lineam i u,per undecimam quinti,ſicut lineæ h d ad lineam d c, uerum angulus u i d, ut patet per præmiſſa maior eſt angulo d i h,ſecetur ergo ab angulo u i d,angulus æqualis d i h,per 27.primi huius, & ſit angulus p i d, ſitq; punctus p, in diametro d a,& ducatur linea p t,palam itaq; per 13.primi huius,quod proportio lineæ h i ad lineam i u,conſtat ex proportione lineæ h i ad lineam p i,& ex proportione lineæ p i ad lineam i u, ſed per tertiam ſexti,proportio eſt lineæ h i ad lineam i x,ſicut lineæ h d ad lineam d p,quoniam angulus p i h diuiſus eſt æqualia per lineam d i, igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ eſt proportio lineæ h d ad d c,conſtat ex proportione lineæ h d ad d p, & lineæ p i ad i u, & proportio lineæ h d ad d t, conſtat ex proportione lineæ h d ad lineã d p & ex proportione lineæ d p ad lineam d t, eſt igitur per 13. primi huius, proportio lineæ d p, ad lineam d c, ſicut lineæ p i ad lineam u i,uerum ut ſupra patuit,angulus r i u eſt medietas anguli u i h, quoniam angulus u i r eſt æqualis angulo h x i, per 29.primi,& angulus h x i eſt æqualis r i h,per quartam primi,eſt ergo angulus r i h,medietas anguli u i h, & angulus d i h, eſt medietas anguli p i h. Reſtat ergo ut angulus d i o,ſit medietas anguli p i u, ſed angulus d i o,cum ſit æqualis angulo f l y,eſt medietas anguli p d t,igitur angulus p i u,eſt æqualis angulo p d t, eſt autem ut patet per præmiſſa proportio lineæ d p ad lineam d t,ſicut lineæ p i,ad lineam i u,igitur per ſextam ſexti,trianguli p i u & d p t ſunt æquianguli, igitur per quartam ſexti,illi trigoni ſunt ſimiles,& angulus u p i, æqualis eſt angulo d p t, ergo per 14.primi,linea t p i,eſt linea una recta cum angulo o p t,uterq; tamen illorum angulorum æqualium, qui ſunt u p i,& t p d,ualet duos angulos rectos per 13.primi,quoniam ergo linea t p i,eſt linea una recta, erit ipſa linea incidentiæ formæ puncti t,& anguli t i d & d i h ſunt æquales, ut patet ex præmiſsis, palam ergo per 20.quinti huius,quod forma puncti t, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto h, à puncto ſpeculi, quod eſt i, ſemperq; eadem eſt probatio, ſiue punctus rei uiſæ qui eſt t,ſit extra circulum ſpeculi,ſiue intra,ſimiliter ſiue punctum h, quod eſt centrum uiſus ſit extra circulum ſpeculi ſiue intra,dum tamen diſtent inæqualiter à centro ſpeculi, patet ergo propoſitum, fit enim reflexio ab uno tantum puncto arcus a q, interiacente illos diametros, in quibus puncta h & t non conſiſtunt, & quoniam à puncto m, impoſsibile eſt duci aliam lineam ſuper lineam f l,diuidentem ipſam ſecundum proportionem qua diuiſit ipſam lineam m c k,ut per 120.primi huius manifeſtum eſt,quia non eſt poſsibile in propoſito arcu inueniri aliud pũctum præmiſſæ reflexionis,patet ergo quod proponebatur.

XXVIII.

Si angulum à duabus diametris circuli magni ſpeculi ſphærici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia ab omni puncto arcus interiacentis ſemidiametros primas, in quibus puncta reflexa non conſiſtunt præter punctum,cui incidit diameter angulum diuidens infinita punctorum paria inæqualiter à centro circuli diſtantium reflectuntur.

Sit diſpoſitio figuræ præcedentis,ſecentq́; circulum,qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſphærarum ſpeculi ſphærici concaui duæ diametri,quæ ſunt b q & a g ſuper cētrum d,diuidatq́; diameter e d z,angulum b d g per æqualia,dico quod quicũq; punctus ſumatur in arcu a q,præter punctũ z,ab illo poſſunt reflecti infinita paria punctorũ inæqualiter à centro diſtantiũ. Sumatur enim in arcu a q,punctus h,& ſumatur in ſemidiametro d g,punctus l,& à ſemidiametro b d,ſecetur linea m d,æqualis lineæ l d,& ducantur lineæ l m,l h,m h,d h,ſecabitq́; diameter e z,lineam m l,per 29.primi huius,qui ſecat angulum b d g,cui ſubtenditur linea l m, ſit ergo punctus ſectionis f, eritq́; per 4. primi,& ex hypotheſi linea m f,æqualis lineæ f l,producatur quoq; h d,quouſq; cadat ſuper lineam m l,per 29.primi huius,ſitq́; pũctus ſectionis n,eritq́; linea l n, minor ꝙ linea n m,ideoq; linea d n,ſecat angulum f d l,quia angulus h d z.qui per 15. primi, eſt æqualis angulo n d f,minor eſt angulo a d z,eſt æqualis angulo f d l,uerum cum angulus f d m,ſit æqualis angulo f d l, ex hypotheſi, & angulo q d z,per 11.primi,& angulus m d a, ſit æqualis angulo l d q,& angulus a d h,æqualis angulo n d l,angulus uero m d n, eſt maior angulo n d l,& angulus h d q, eſt maior angulo a d h, ergo totus angulus l d h,eſt maior toto angulo m d h,igitur per 24.primi,linea l h,eſt maior ꝙ linea h m,cũ linea m d,ſit æqualis lineæ d l,& linea d h,communis ambobus trigonis m d h & l d h,erit ergo angulus d h l,minor angulo d h m.quoniã ſi detur quod ſit æqualis,tunc erit proportio lineæ l h,ad lineam m h, ſicut lineæ l n,ad lineam n m,per 3.ſexti,quod eſt impoſsibile per 8.quinti,ſi uero detur quod angulus d h l,ſit maior angulo d h m,ergo per 27.primi huius,ſecet ex angulo d h l,angulus æqualis angulo d h m,& ſequetur impoſsibile,ut prius,producta alia linea ſecante ad lineam l n,per 29. primi huius,eſt igitur angulus d h l,minor angulo d h m,ſecetur igitur ab angulo m d h,angulus æqualis angulo d h l,qui ſit angulus t h d,ergo forma puncti t,per 20.quinti huius, reflectetur ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto l,à pũcto ſpeculi ꝗd eſt h,& linea t d eſt minor ꝙ linea l d,qm̃ eſt minor ꝙ linea d m,ſimiliter ſi ſumãtur in ſemidiametris b g & g d,alia pũcta ꝙ l & m, æqualiter diſtantia à pũctis l & t. Similiter probabitur ꝙ à pũcto h,ſit reflexio punctorũ inæqualiter diſtantiũ à centro adinuicẽ,& de infinitis pũctis in his diametris ſumptis ſemper ſimilis erit proportio,& à quocunq; pũcto arcus a q,præter quod à puncto z, eadem eſt demonſtratio,à puncto uero z,non eſt poſsibilis reflexio propter angulorum t z d & d z l,inæqualitatem,quæ patet per 4.primi,reſecta per 3.primi,linea l d,in puncto p, ad æqualitatem lineæ d t,& copulata linea p z,patet ergo propoſitum,



XXIX.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus intra ſpeculum in diuerſis diametris circuli magni ſphærici concaui exiſtentibus, inæqualiterq́; diſtantibus à centro,ſi ab aliquo puncto ſpeculi arcus ſcilicet interiacentis ſemidiametros,in quibus illa puncta non conſiſtunt,fiat reflexio formarum eiuſdem puncti ad eundem uiſum,ab alio puncto eiuſdem arcus eſt impoſsibile reflecti.

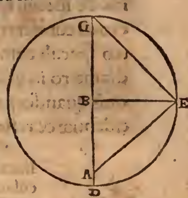
Remaneat omnimoda diſpoſitio theorematis præcedentis,& ſit ut punctus rei uiſæ, qui eſt t.in ſemidiametro circuli d b,à puncto arcus a q,quod ſit h, reflectatur ad uiſum exiſtentẽ in puncto l,ſemidiametro d g,plus diſtantem à centro ſpeculi quod eſt d, quàm punctus rei uiſæ ꝗd eſt t,ſintq́; puncta t & l,ambo intra ſpeculũ, dico quod forma puncti t,ad uiſum l,poſsibile eſt reflecti ab alio pũcto arcus a q,ꝙ à puncto h. Si enim ſit ipſum poſsibile ab alio puncto reflecti ad uiſum l, ſit illud punctum k, & ducantur lineæ t k, l k, d k, l t,t h,l h,& linea n d h,& producatur linea k d,quouſq; cadat in lineam l t, in punctũ p,cadet autẽ p 19.primi huius,ut in præmiſſa oſtendimus,quia itaq; ut patet ex hypotheſi,forma puncti t,reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto l, à puncto ſpeculi h, palam per 20.quinti huius,qm̃ angulus t h l,diuiditur per æqualia per lineam n d h ergo per

per 3.ſexti patet, quoniã eſt proportio lineæ l h ad lineã t h, ſicut lineæ l n ad lineam n t, & ſimiliter cum angulus t k p, ſit æqualis angulo l k p, ex hypotheſi, erit per eandẽ 3. ſexti, proportio lineæ l k ad lineam t k, ſicut lineæ l p ad p t, ſed linea l h eſt maior ꝙ linea l k, per 7. tertij, & linea t h, eſt minor ꝙ linea t k, igitur per 9. primi huius, maior eſt proportio lineæ l h ad lineam t h, ꝙ lineæ l k ad lineã t k, maior ergo erit proportio lineæ l n ad lineam n t, ꝙ lineæ l p ad lineã p t, ꝗd eſt impoſsibile, & cõtra eandẽ 9. primi huius, quocunqꝫ uero alio pũcto ducti arcus h q dato, idem accidit impoſsibile, palam ergo quoniã ab alio puncto arcus a q, ꝙ à pũcto h, eſt impoſsibile formam pũcti t ad l centrũ uiſus reflecti, ergo nec aliquẽ punctorũ æqualiter diſtantiũ à puncto t, & à puncto l, poſsibile eſt ab alio puncto arcus a q, ꝙ à puncto h q reflecti, & hoc eſt propoſitũ. Ex his itaqꝫ duobus theorematibus patet uniuerſalis paſsio, quæ accidit uiſibilibus, & uiſui ſic diſpoſito reſpectu centri ſpeculi ab omnibus punctis arcus a q, quoniam à nullo puncto aliorũ arcuum eſt poſsibilis reflexio punctorũ taliter diſpoſitorũ, ut etiã hoc patet per 27. huius.

XXX.

Centro uiſus intra circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui in eius diametro exiſtente, à quolibet puncto illius ſemicirculi reflectuntur ad uiſum formæ punctorum æqualis uel inæqualis diſtantiæ à centro ſpeculi cum ipſo centro uiſus.

Sit a centrũ uiſus, centrum uero ſpeculi ſphærici concaui ſit b, & ſit a intra ſpeculum, ducaturqꝫ una diametros quæ ſit d a b g, & imaginetur ſuperficies pluna, in qua ſunt puncta a & b, quocunqꝫ modo extenſa, hæc ergo per 69. primi huius, ſecabit ſphæram ſpeculi ſecundũ circulũ qui ſit d l g, dico quod à quolibet puncto alterius iſtorũ ſemicirculorum reflectũtur ad uiſum a, formę punctorũ inæqualiter diſtantiũ à centro ſpeculi cũ ipſo pũcto a. Sumatur enim in alicuius ſemicirculo ꝛ illorũ periferia punctus e, & ducantur lineæ e a & e b, palã itaqꝫ ꝗ niã angulus a e b, erit acutus ꝑ 42. primi huius, & quia cadit in minorẽ arcũ ſemicirculi, ſuper punctũ itaqꝫ e, tantũ lineæ b e, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a e b, ꝗ ſit p e b, & producatur linea p e quãtũ placet, palã itaqꝫ ꝑ 20. qnti huius, qm̃ ꝗdlibet pũctum illius linei reflectitur ad uiſum a, à pũcto ſpeculi qđ eſt e, ducta ꝗqꝫ à centro ſpeculi ꝗd eſt b, ad lineã p e, perpẽdiculari per 12. primi, aut illa perpẽdicularis erit æqualis lineæ b a, ſecundũ quã diſtat cẽtrũ uiſus à cẽtro ſpeculi, aut maior aut minor, ſi fuerit æq̃lis, tũc cũ oẽs lineæ ductæ à cẽtro b ad lineã p e, præter illã perpẽdicularẽ, ſint maiores illa perpẽdiculari ꝑ 18. primi, qm̃ opponũtur angulo recto in illo triangulo, palã ꝗd oẽs lineæ erunt maiores ꝙ linea b a, & ita quodlibet punctũ lineæ p e, excepto puncto unico, in quod cadit perpendicularis ducta à centro b, ſuper lineam p e, inæqualiter diſtabit à centro b cũ puncto a, centro uiſus, ſi uero perpẽdicularis fuerit maior ꝙ linea b a, tunc patet ſecundũ præmiſſa qđ omnia puncta lineæ p e, plus diſtabunt à centro b, ꝙ punctus a. Si autem illa perpendicularis fuerit minor ꝙ linea b a, tunc poſsibile eſt duci à puncto b, duas lineas ex diuerſis partibus perpendicularis æqualis lineæ b a, quod fiet ſubtenſis illis angulis rectis, ex utraqꝫ parte lineis æqualibus lineæ a b, per 16. primi huius, & omnes lineæ aliæ ductæ à centro b, ad lineam p e, aut ſunt minores aut maiores, ꝙ linea b a, palã itaqꝫ ꝑ 28. huius, qm̃ à pũcto e, reflectuntur omnia pũcta lineæ p e ad a centrum uiſus, quorũ diſtantia à centro ſpeculi inæqualis eſt diſtantiæ centri uiſus, quod eſt a, ab eodem centro ſpeculi. Sed ut patet ex præmiſsis, inter hæc ſunt puncta æqualiter diſtantia à centro ſpeculi cum puncto a, ſumpto quoqꝫ quocunqꝫ puncto in toto ſemicirculo illo, in quo ſumptũ eſt punctum e, ſemper eſt eodem modo demonſtrandum, eodem quoqꝫ modo poteſt in alio ſemicirculo circuli d l g, demonſtratio formari, patet ergo propoſitum.

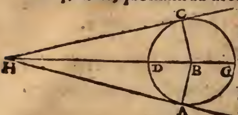


XXXI.

Centro uiſus extra circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis

nis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtēte, ſi à uiſu ducantur duæ lineæ circulum contingentes, & diameter circuli à quolibet puncto arcus interiacentis terminum ultimum diametri & punctum cōtingentiæ præter ꝗ ab illis punctis poteſt fieri reflexio ad uiſum punctorum inæqualiter diſtantium à centro circuli cum centro uiſus.

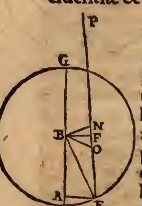
Huius demonſtratio euidēs eſt per præmiſſa, ſit em̄ centrū uiſus h, extra circulū d l g cuius centrū eſt b, ducatur diameter h d b g, patet'ꝗ per 6. huius, quod à puncto g, nō fit aliqua reflexio ad uiſum, ducantur'ꝗ à puncto h, quod eſt centrū uiſus duæ lineæ contingentes circulum d l g, per 16. tertij, quæ ſint h t, & h q, palam'ꝗ eſt per ea quæ dicta ſunt in 24. huius, quoniam ab arcu q d t, nulla fit reflexio ad uiſum exiſtentē in puncto h, ſed



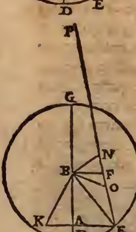
nec ab aliquo punctorū contingentiæ quæ ſunt q & t poteſt fieri reflexio ad uiſum exiſtentem in puncto b, quoniam angulus cōtingentiæ eſt indiuiſibilis, & lineæ q h & t h, ſint circulū contingentes, & ut patet per 42. primi huius, omnis angulus contentus ſub termino chordæ & diametri eſt acutus angulus uero b q h eſt rectus, non ergo fiet ab illis punctis reflexio alicuius formæ ad uiſum in punctū h, à reliquis uero pūctis arcus q g t, excepto pūcto g, poteſt fieri reflexio, demōſtratione 6. & 24. huius repetita, patet ergo propoſitū, ſeruata hypotheſi præmiſſa

XXXII.

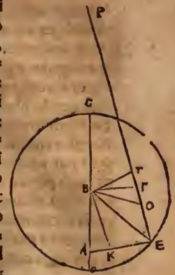
Centro uiſus intra circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtente, facta'ꝗ reflexione ab aliquo puncto circumferentiæ formæ alicuius punctorum inæqualiter diſtantium à centro ſpeculi cum centro uiſus diameter circuli in qua eſt punctus reflexus, cum diametro in qua eſt centrum uiſus facit angulum extrinſecum angulo reflexionis quandoꝗ maiorem, quandoꝗ minorem angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.



Stante priori diſpoſitione 30. huius, ducatur à centro ſpeculi quod eſt b linea b f, perpendicularis ſuper lineam e p, aut ergo linea b a eſt perpendicularis ſuper lineam e a, aut non, ſit primo perpēdicularis, & erunt duo anguli f b a & f e a, æquales duobus rectis per 32. primi, ideo quod in quadrilatero f b a e, alij duo anguli ſunt recti ex hypotheſi, ducatur itaꝗ linea o ſup lineam e f, & erunt duo anguli o b a & o e a, minores duobus rectis, ideo ꝙd angulus b o e eſt obtuſus, & angulus b a e rectus, erit ergo angulus o b g, ꝗ per 13. primi, cum angulo o b a, ualet duos rectos, maior angulo o e a, qui eſt angulus conſtans ex angulo reflexionis & incidentiæ, cum triangulus e b f, ſit æqualis triangulo e b a, quia cū angulus b f e ſit æqualis angulo b a e, q̄m uterꝗ rectus, & angulus b e f, eſt æqualis angulo b e a, per 20. quinti huius, erit per 26. primi, angulus e b a, æqualis angulo e b f, eſt em̄ b e latus utriꝗ illorū trigonorū cōmune, erit'ꝗ p 4. ſexti, latus f b, æquale lateri b a q̄m ipſa reſpiciunt angulos æquales, ſed latus o b, per 18. primi, eſt maius latere b f, ergo & ipſum eſt maius latere b a, ducta uero linea b n, ſuper aliq̄d punctū lineæ f p, erūt per præmiſſa duo anguli n b a & n e a maiores duobus rectis, ſed per 13. primi, duo anguli n b a & n b g, ualent duos rectos, ergo angulus n b g, minor eſt angulo n e a, & linea n b erit per 18. primi, maior ꝙ linea b f, erit ipſa maior ꝙ linea b a. Itaꝗ forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentē in pūcto a, à pūcto ſpeculi quod eſt e, & inæqualiter diſtat à centro ſpeculi quod eſt b, cū centro uiſus quod eſt a, & diameter b n, in qua eſt punctus rei uiſæ quod eſt n, cum diametro a b g, in qua



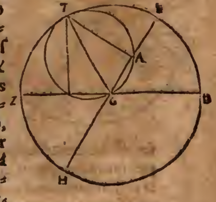
qua eſt centrum uiſus quod eſt a, facit angulum n b g, minorem angulo n e a, qui eſt angulus cõſtans ex angulis incidẽtiæ & reflexionis, diameter uero o b, cũ diametro a b g, continet angulum o b g, maiorẽ angulo o e a, patet ergo propoſitum. Si uero linea b g, non fuit perpendicularis ſuper lineam e a, tunc per 12. primi, à puncto b ſuper ꝓductã lineam e a, ducatur perpẽdicularis quæ ſit b k, quæ quidem ſiue cadat ultra lineã a b, uel citra uerſus punctũ e, ſemper eadẽ ꝓbatio. Sit enim linea b f, perpendicularis ſuper lineam e p, & ſit linea f t, æqualis lineæ a k, & ducatur linea t b, palã itaq; quoniã in trigono f e b, angulus e k b, eſt rectus æqualis angulo f e b trigoni f e b, & angulus k e b, per 20. quinti huius, eſt æqualis angulo f e b, linea uero e b, eſt latus cõmune, ergo per 26. primi, illa trigona f b e & k b e, ſunt æqualia, & erit linea b f, æqualis lineæ k b, ſed linea a k, æqualis eſt lineæ f t, ex hypotheſi, ergo ꝑ 4. primi, in trigonis b t f & b k a, erit linea b t, æqualis lineæ b a, & angulus a b k, æqualis angulo f b t, addito ergo utrobiq; cõmuni angulo f b a, erit angulus k b f, æqualis angulo a b t, ſed duo anguli k b f, & f e a, ualent duos rectos per 32. primi, quia in quadrilatero k b f e, alij duo anguli qui ſunt b f e & b k e ſunt recti, ergo duo anguli t b a & t e a, ualent duos rectos, ſed per 13. primi, angulus t b g, cum angulo t b a, ualet duos rectos, ergo angulus t b g, æqualis eſt angulo t e a, qui eſt angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis, ſi igitur à centro ſpeculi quod eſt b, ad lineam t e, ducatur linea ultra pũctum t, faciet angulum cum diametro b g, ex parte puncti g minorem angulo t e a, quoniam faciet minorem angulum t b g, qui eſt æqualis angulo t e a, & erit illa linea maior quàm linea a b, quia erit ꝑ 18. primi, maior quàm linea b t, quæ eſt æqualis lineæ a b, quælibet uero linea ducta ab aliquo puncto lineæ t e, ad centrum ſpeculi quod eſt b, faciet angulum cũ diametro b g, maiorẽ angulo t b g, ergo & maiorem angulo t e b, et erit quælibet illarũ linearũ minor ꝙ linea b t, ergo erit minor ꝙ linea b a, patet ergo propoſitum.



XXXIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in diuerſis diametris circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus, & inæqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſi ab aliquo puncto circumferentiæ circuli fiat reflexio, impoſsibile eſt diametrum in qua eſt punctus rei uiſæ cum diametro in qua eſt centrum uiſus angulum extrinſecum angulo reflexionis æqualem conſtituere angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.

Sit b centrum uiſus, & centrũ ſpeculi ſphærici concaui ſit g, & ducatur diameter per puncta b & g, quæ ſit z d, ſitq; a punctus rei uiſæ, & eſto ut aliqua ſuperficies plana ſecet ſphæram ſpeculi ſuper circulum z e d, per 69. primi huius, dico ſi forma puncti a, exiſtentis in diametro h g e, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto b, ab aliquo puncto circuli z e d, & ſi inæqualis eſt diſtantia punctorum a & b, à centro ſpeculi quod eſt g, quod diameter a g, cum diametro b g, ex parte puncti d, faciet angulum a g d, quem impoſſibile eſt eſſe æqualem angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis, ſi uero hoc ſit poſsibile ponatur ineſſe, & ſit punctus reflexionis t, ſitq; linea d g, inæqualis lineæ b g, & ducantur lineæ t a, t b, t g, b a, & fiat circulus tranſiens per tria puncta a g b, trigoni a b g, per 5. quarti, tranſibit ergo ille circulus neceſſario per punctum t, ſi enim tranſeat extra punctum t, tunc ductis lineis à punctis a & b, ad aliquod punctum unum illius circuli extra punctum t, & ducta linea b a, erit angulus contentus per lineas ductas ad illud punctum circumferentiæ minoris circuli per 21. primi, minor angulo a t b,

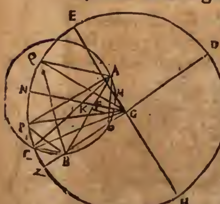


ſed accidit ipſum eſſe æqualem angulo a t b,palã enim per 21.tertij,quoniam ille angulus cum angulo a g b,ualet duos rectos, quoniam oẽs duo anguli quadrilateri inſcripti circulo ex aduerſo collocati, ualent duos rectos,ſed angulus a b g,cũ angulo a g d, per 13.primi,ualet duos rectos,angulus uero a g d,æqualis eſt angulo a t b ex hypotheſi,ergo angulus a g b,cum angulo a t b,ualet duos rectos, erit ergo ille angulus conſtitutus ſuper arcum minoris circuli æqualis angulo a t b,quod eſt contra 21.primi,ſimiliter quoque accidit idem impoſsibile,ſi circulus ille tranſiens puncta illa tria quæ ſunt a g b, non ceciderit in punctum t,ſed citra illud,& erit eadem deductio, quæ prius, reſtat ergo, ut circulus tranſiens per puncta a g b,tranſiet etiam per punctum t, cum itaq; angulus a t g,ſit per 20.quinti huius,æqualis angulo b t g,erit arcus a g,æqualis arcu g a,per 25.tertij,ergo per 28.tertij,erit linea b g,æqualis lineæ g a,propoſita autem eſt eſſe inæqualis. hoc ergo eſt impoſsibile,patet itaq; propoſitum,quoniam angulus a t b,conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis, formæ puncti a, ad centrum uiſus exiſtens in puncto b, ſemper eſt inæqualis angulo contento à diametris,in quibus ſit punctus rei uiſæ, & centrum uiſus extrinſeco illi angulo incidentiæ & reflexionis,quod eſt propoſitum.

XXXIIII.

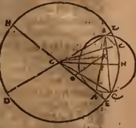
Centro uiſus & puncto rei uiſæ in diuerſis diametris circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus & inæqualiter diſtantibus à centro ſpeculi,ſi à duobus punctis arcus interiacentis diametrum in qua eſt centrum uiſus , & aliam in qua eſt punctus rei uiſæ ſit et reflexio,non erit uterq; angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinſeco angulo cadenti in eundem arcum à ductis diametris contento.

Sit,ut in præmiſſa proxima centrum uiſus b, & punctus rei uiſæ a , centrum ſpeculi ſphærici cõcaui ſit g,& ducatur diameter per centra b & g,quæ ſit 3 d,ſecetq; ſuperficies plana ſpeculum ſecundum diametrum 3 d , eritq; per 69. primi huius,ſectio communis circulus qui ſit e d h 3,ducaturq; diameter e h,in qua ſit punctus rei uiſæ,qui eſt a, ſitq; linea b g,quæ eſt diſtantia centri uiſus,à centro ſpeculi maior q̃ linea a g,dico quod ſi forma puncti a,reflectitur ad uiſum dxiſtentem in puncto b,à duobus punctis arcus e 3, nõ erit uterq; angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo a g d. Sint enim duo puncta à quibus ſit reflexio formæ puncti a,ad uiſum exiſtentem in puncto b,quæ ſunt puncta t & q,& ducantur lineæ b t, g t, a t, b q,g q, a q,ſit itaq; angulus b t a , conſtans ex angulo incidentiæ,qui eſt a t g, & ex angulo reflexionis qui eſt g t b,ſit



minor angulo a g d,qui eſt angulus extrinſecus angulo cadente in arcum e 3,& eſt ipſe angulus a g d, cadens in arcum e d, dico quod angulus a q b qui eſt conſtans ex angulo incidentiæ a q g, & angulus reflexionis g q b, non erit minor angulo a g d, dato tamen quod ſit minor, ducatur linea g n, diuidens angulum e g 3,per æqualia per nonam primi,& ducatur linea a b, continuans punctum rei uiſæ,quod eſt a,cum centro uiſus,quod eſt b,palam itaq; per 29.primi huius,cum linea b n,ſecet angulum b g a, cui ſubtenditur linea a b, quod linea b n, etiam ſecabit lineam a b,ſit punctus ſectionis f,erit ergo per tertiam ſexti, proportio lineæ b g,ad lineam g a,ſicut lineæ b f ad lineam f a, ſed linea b g,ex hypotheſi, eſt minor quàm linea g a, eſt ergo linea b f, maior quàm linea f a,diuidatur itaq; linea a b,per æqualia in puncto k,per 10.primi, & ſiat per quintam quarti,circulus tranſiens per tria puncta quæ ſunt a b t,quia circulus non tranſibit per punctum g,ſed citra illud uiſus puncto a & b, dato enim quod circulus ille tranſeat centrum g,ſequeretur per 22.tertij, angulum a g b, cum angulo a t b, æqualem eſſe duobus rectis,quoniam illi duo anguli erunt ex aduerſo collocati in quadrilatero inſcripto

ſcripto illi minori circulo. Sunt autem illi duo anguli minores duobus rectis, quod patet ex hypotheſi, cum angulus b t a, ſit minor angulo a g d, qui per 13. primi, cum angulo a g b, ualet duos rectos, igitur ille minor circulus non tranſibit per centrum maioris circuli quod eſt g, ſimiliter quoq; dico quod non tranſibit ille circulus minor punctum reflexionis ſecundum quod eſt q, dato enim quod tranſeat punctum q, cum non tranſeat centrum g, ſit punctus in quo linea g ſecat periferiam illius circuli punctus m, quia itaq; anguli a q m & m q b, ſunt æquales per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & ſunt conſtituti ſuper illius circuli circumferentiam, palam per 25. tertij, quoniam arcus a m, æqualis erit arcui m b, quod eſt impoſſibile. Sit enim punctus in quo linea g t, ſecat circulum punctus o, eritq; palam per eaſdem 20. quinti huius, & 25. tertij, quoniam arcus a o, eſt æqualis arcui o b, eſt autem arcus a o maior arcu a m, fiet ergo arcus o b, maior arcu m b, pars ſuo toto, quod eſt impoſſibile, non ergo tranſibit ille circulus per pūctum q, reſtat ergo ut ille circulus tranſeat ultra punctum q ſi enim citra punctum q tranſeat, eadem penitus erit improbatio quæ prius. Ducatur item linea à puncto o ad punctum k, quæ ſit o k, hæc ergo diuidit chordam b a, per æqualia, & ſimiliter arcum b a, ut patet ex præmiſſa, ductis ergo chordis b o, & a o, quæ erunt æquales per 28. tertij, patet per 8. primi, quod linea o k perpendicularis erit ſuper lineam b a, ſed per 19. primi, angulus b a g, maior eſt angulo a b g, eſt enim linea b g, maior quàm linea g a, ex hypotheſi, & per 32. primi, angulus b f g, ualet duos angulos f a g & f g a, & per eandem 32. primi, angulus a f g, ualet duos angulos f b g & f g b, ſed ex præmiſsis angulus a g f, eſt æqualis angulo f g b & angulus f a g, maior eſt angulo f b g, ergo angulus a f g, minor eſt angulo g f b, eſt ergo angulus g f a, acutus, & angulus g f b obtuſus, per 13. primi, ergo angulus n f k eſt acutus per eandem 13. primi, ſed angulus o k b eſt rectus, ut patet ex præmiſsis, ergo per 14. primi huius, linea o k, producta cōcurret cum linea g n, ultra lineam b f, non autem ſub illa, ideoq; ſi concurret cum linea g f, in pūcto k, fierent per primam ſexti, trigona a g k & b g k, æqualia, cum ipſa ſint eiuſdem altitudinis, & eorum baſes, quæ ſunt b k & a k, ſint æquales, ſed & eorum anguli, qui ſunt b g k & a g k ſunt æquales, angulus enim a g b, diuiſus eſt per æqualia per lineam g f in qua cadit punctum k, ergo per 14. ſexti, ſequitur latus b g, fieri æquale lateri a g, quod eſt contra hypotheſim, uel ſequitur per tertiam ſexti, lineam b k, fieri maiorem quàm fuit linea a k, quia rectæ, & contra præmiſſa. Idem quoq; accidit impoſſibile ſi punctus f, cadat inter puncta b & k, fiet enim linea b k, maior quàm linea b f, eſt autem linea b f, per tertiam ſexti, maior quàm linea f a, & ita eſt linea b f, maior quàm linea k a, quod totum eſt impoſſibile, cadet ergo punctus f, inter puncta k & a, fiet ergo linearum o k & g n, concurſus ultra lineam b f.



Facto item circulo tranſeunte per tria puncta, quæ ſunt a q b, tranſibit ille circulus citra punctum q, quoniam ut prius oſtenſum eſt ſi tranſierit per punctum g, fieret per 21. tertij, angulus a q b, æqualis angulo a g d, per 13. primi, quod eſt contra præmiſſam proximam, tranſibit ergo ille circulus citra punctum g, & per 24. quinti huius, & per 25. tertij, linea g q, diuidet arcum illius circuli, qui eſt a b, per æqualia in pūcto qui ſit o, quoniam ipſa diuidit angulum b q a, per æqualia, ducatur quoq; linea k o, quæ ut patet ex præmiſsis diuidit chordam b a, per æqualia, ergo linea k o, concurret cum linea g u, intra lineam f b, & ultra punctum o, quia enim, ut ſupra oſtenſum eſt, linea o k, eſt perpendicularis ſuper lineam b a, punctumq; o, cadit in periferiam circuli minoris, qui eſt a q b, à punctis ergo a & b, copuletur ut prius chordæ b o & a o, pateтq; per 4. primi, quoniam chordæ b o & a o ſunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus a o, eſt æqualis arcui b o, arcus enim b a, diuiſus, per æqualia in puncto o, per lineam g q, lineæ ergo o k & g n, concurrunt in puncto aliquo circa lineam b f, & ultra punctum o, quoniam linea g n, diuidens per æqualia angulum a g b, cadit inter puncta k & o, ut ſupra patuit, linea ergo k o, concurrens cum linea b a, de neceſsitate prius concurret cum linea g a,

ub linea b f, cuius contrarium iam patuit in præmiſsis, oſtenſum enim fuit, quia concurrebat cum linea g a, ultra lineam b f, & ita ſequeretur duas rectas lineas includere ſuperficiem quod eſt manifeſtum impoſsibile. Reſtat ergo ut angulus a q b, non ſit minor angulo a g d, aut quod forma puncti a, non reflectatur ad uiſum in punctum b, à puncto q, quod eſt contra hypotheſim & impoſsibile, eſt ergo angulus a q b, non minor angulo a g d, ex quo ſequitur propoſitum quod in hac diſpoſitione non erit uterq; angulorum conſtantium ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinſeco angulo cadenti in arcum contentum à duabus diametris circuli, in quarum una eſt centrum uiſus, & in altera punctus rei uiſæ, patet ergo propoſitum, quoniam ſemper ſimilis erit improbatio ſumpto quocunq; alio puncto arcus e n, ſed neq; ab aliquo puncto arcus 3 n, poſsibile eſt fieri reflexionem formæ pūcti a, rei uiſæ ad uiſum exiſtentem in puncto b, ita ut angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis factæ à puncto c, & ab illo alio puncto arcus n 3, ſit uterq; minor angulo a g d, remanente enim diſpoſitione figuræ prioris, quæ eſt anguli a t b, ſit ut à puncto arcus n 3, fiat reflexio formæ puncti a, ad uiſum b. Sit itaq; quod angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis qui ſit f r, punctum p, ſic minor angulo a g d, ſicut & angulus conſtās ex angulo incidentiæ & reflexionis, qui eſt ſupra punctum t, minor eſt eodem angulo a g d, ducantur itaq; lineæ a p, b p, g p, ſecabit ergo linea g p, lineam k o, quoniam ut præmiſſum eſt linea g t, diuidit arcum a b, minoris circuli per æqualia in puncto o, per 25. tertij, eſt enim per 20. quinti huius, angulus a t g, æqualis angulo g t b, & eundem arcum diuidit linea k o, per æqualia, & quoniam ut præoſtenſum eſt, patet quod linea k o, concurrit cum linea g n, linea g p, ſecat angulum n g c, cui ſubtenditur linea k o, concurrens cum linea n g, ultra lineam b f, ergo per 26. primi huius, linea g p, ſecabit lineam k o. Sit itaq; punctus ſectionis linearum g p & k o, punctus b, & ducatur linea t p, cum itaq; duæ lineæ g t & g p ſint æquales, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, & per 5. primi, angulus g t p, æqualis angulo g p t, & uterq; acutus per 32. primi, ducta ergo linea perpendiculari à puncto t, ſuper lineam g t, erit illa perpendicularis per 15. tertij, contingens ſpeculi circulum, qui eſt e d h 3, & producta cadet ſuper terminum diametri minoris circuli per 20. tertij, cum angulus quem efficit illa perpēdicularis cum linea t g, reſpiciat ſemicirculum minoris, linea enim t o, cadit ſuper lineam k o, ſitq; angulus t o k, minor recto per 42. primi, linea enim o k, eſt pars ſemidiametri circuli minoris propter hoc quod angulus o k b eſt rectus, & linea k o, producta ſecat circulum minorem tranſiens per eius centrum per 1. tertij, ideo quod ipſa ſecans lineam b a, orthogonaliter & per æqualia ſecat ipſam neceſſario, ergo illa perpendicularis producta concurret cum linea k o, per 14. primi huius, eritq; punctus concurſus in puncto termini diametri circuli minoris per 20. tertij, cum ille angulus in ſemicirculo ſit rectus qui ſit ſuper punctum t, tantum lineæ g t, ſed linea t p, eſt inferior illa perpendiculari ex parte puncti n, igitur quæcunq; linea ducatur à puncto g, centro ſpeculi ad lineam t p, ſecans diametrum o k, illa cadet neceſſario in aliquod punctum lineæ t p, citra perpendicularem, cum igitur linea g p, cadat in punctum p, & ſecet lineam o k, erit punctus p, citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli, cui ſubtenditur illa perpendicularis, facto igitur circulo tranſeunte per tria puncta, quæ ſunt a b p, tranſibit quidem ille circulus per punctum l, quoniam linea p l, ſecabit illum circulum ſicuti priorem circulum a b t, ſecabit linea t o, circulus itaq; a b p, ſecabit circulum a b t, in duobus pūctis a & b, & cum exeat à puncto b, & iterum redeat in punctum p, inferiorem puncto t, cum ſit citra illum circulum uerſus punctum t, neceſſario ſecabit illum circulum in tertio puncto quod eſt contra 10. tertij, & impoſsibile. Reſtat igitur ut forma pūcti rei uiſæ, qui eſt a, non reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto b, à duobus pūctis arcus 3 n, ita ut quilibet angulorum illorum ſit minor angulo a g d, palam ergo quod impoſsibile eſt ut forma puncti a, reflectatur ad uiſum b, à duobus punctis arcus interiacentis eorum diametros qui eſt e 3, ita ut uterq; angulorum conſtantium ex angulis incidentiæ & reflexionis ſit minor angulo a g d, quod eſt propoſitum.

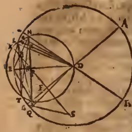
In

XXXV.

In ſpeculis ſphæricis concauis duo puncta qui diuerſis diametris, & inæqualis diſtantiæ à centro ſpeculi exiſtentia à duobus punctis ſpeculi arcus ſcilicet interiacentis ſemidiametros in quibus illa puncta conſiſtunt ad ſe mutuo reflectantur, poſsibile eſt inueniri.

Sit circulus, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrum d, & ſumatur in ipſo duæ diametri, quæ ſint g a & b h, ſecantes ſe in centro d, dico quod poſsibile eſt fieri quod proponitur, diuidatur enim angulus g d b per æqualia, per ſemidiametrum d e, & in ſemidiametro b d ſumatur punctus m ultra punctū, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto e, ſuper diametrū b d, & ſumatur linea n d, in diametro d g, æqualis lineę m d, & fiat per 5 quarti, circulus tranſiens per tria puncta m d n, hoc ergo neceſſario tranſibit ultra punctū e, ſi enim detur, quod ille circulus tranſeat punctū e, ducantur lineæ m e & n e, fietq; quadrangulū d m e n, intra circulum, ergo per 21. tertij, duo anguli iſtius quadranguli ex aduerſo collocati, ut quæ ſunt à puncta m & n, ſunt æquales duobus rectis, quod eſt impoſsibile, dum duo anguli e m d, & e n d, ambo ſunt acuti minoris duobus rectis, ideo quod lineæ e m & e n, cadunt ultra perpendiculares ductas à puncto e, ſuper ſemidiametros b d & g d, ſimilis quoq; fiet deductio, ſi circulus tranſeat citra punctum e, tunc enim anguli illius quadranguli cadentes ſuper punctum m & n, erunt iterum minores rectis, tranſit igitur circulus d m n extra punctum e, ſecabit ergo circulum proportio ipſius ſpeculi in duobus punctis per 10. tertij, ſint illa duo puncta c & l, & ducantur lineæ n c, m c, n l, d l, m l, & ducatur linea m n ſecans lineam e d in puncto f, & lineam c d in pūcto p, cum itaq; ut patet ex præmiſsis linea m d ſit æqualis lineæ n d, & linea p d, communis ambobus trigonis p d m & p d n, & angulus p d m æqualis angulo p d n, palam per 4. primi, quoniā triangulus p m d, æqualis eſt triangulo p n d, erit quoq; angulus f p d æqualis angulo n p d, & uterq; rectus, angulus itaq; p f d eſt acutus per 32. primi, ducatur ergo à puncto f, linea perpendicularis ſuper lineam d c, per 11. primi, quæ producta ad circumferentiā minoris circuli ſit lineæ f k, hæc itaq; ſecabit lineam l n, uel non ſecabit, ſi non ſecet, erit quælibet punctus lineæ l n propinquior puncto n quàm punctus k, ſi ſecet palam itaq; quoniam aliquis punctus lineæ l n, erit inferior puncto k, plus approximans ad punctum n quàm punctum k ſit ille punctus z, & ducatur linea c z, quæ producatur uſq; ad circumferentiam circuli minoris cadatq; in punctum o, arcus itaq; n o, aut eſt minor arcu c l, aut non. Si non fuerit minor abſcidatur ex eo arcus minor arcu l c, & ducatur ad terminum illius arcus linea à puncto c, & erit idem ſicuti ſi arcus n o ſit minor arcui l c, ſit ergo arcus n o minor ꝙ ſit arcus c l, ergo per ultimam ſexti angulus c n l eſt maior angulo o c n. Secetur ergo ex angulo c n l angulus æqualis angulo o c n, qui ſit i n z, cadatq; punctum i in lineam c z, per 29. primi huius, & ſuper punctū c, lineæ m c per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo o c n, qui ſit angulus q c m, cū itaq; angulus c m l ſit maior angulo m c q, quia arcus c l eſt maior arcu n o, ut patet ex præmiſsis, arcus uero n o, determinat quantitatem anguli m c q qui eſt æqualis angulo o c n, palam ergo per 14. primi huius, quoniam concurret linea c q, cum linea l m, ſit itaq; cōcurſus in puncto q, cum igitur angulus l m c ſit æqualis duobus angulis m q c & m c q, per 32. primi, & angulus l n c ſit æqualis angulo l m c, per 26. tertij, ſunt enim conſtituti ſuper eundem arcum qui eſt l c, & cum angulus i n z ex præmiſsis ſit æqualis angulo m c q, erit angulus i n c æqualis angulo m q c, eſt ergo per 32. primi, angulus m c q æquiangulus triangulo i n c, cum angulus o c n ſit æqualis angulo m c q, & ſimiliter triangulus i n z, eſt per 32. primi, æquiangulus triangulo c n z, cum angulus c z n, ambobus illis triangulis ſit communis, & angulus i n c ſit æqualis angulo o c n, eſt ergo per 4. ſexti, proportio lineæ n c ad lineam c q, ſicut lineæ n i ad lineam m q. & ſimiliter eſt proportio lineæ c n ad lineam c z, ſicut lineæ n i ad lineam n z, ſed linea c z, eſt maior quàm linea c q, quod patet per hoc, ſit enim r, pūctus in quo linea c z ſecat lineam k f, angulus itaq; c f r eſt rectus, cum linea f k ſit perpendicularis ſuper lineam c d.

ergo ꝑ 32.primi,angulus f c r eſt acutus,q̄a uero linea d m,ut patet ex præmiſsis eſt æq̄lis lineæ d n,erit per 27.tertij,arcus d m æqualis arcui d n,ergo ꝑ 26.tertij, angulus m c d eſt æqualis angulo d c n,ſed angulus q c m eſt æqualis angulo o c n,ex præmiſsis,fit ergo angulus q c f æqualis angulo f c r,quia ex æqualibus angulis conſtat, angulus ergo q c f eſt acutus,& linea k f eſt perpendicularis ſuper lineam c d, angulus quoq; c f k eſt rectus,ergo per 14.primi huius,linea k f producta cõcurret cum linea c q, ſit punctũ cõ

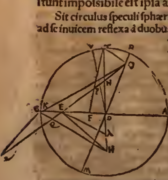


curſus ſ,& linea producta à puncto c,uſq; ad punctum ſ, quod eſt punctum concurſus,cuius pars eſt linea c q, eſt æqualis lineæ c r, quoniam enim illorũ trigonorum anguli ad pũctum f, ſiunt recti ad punctum c, ex præmiſsis ſunt æquales per 32. primi,quoniam illi trigoni c f ſ & c f r ſunt æquianguli,& linea c f communis, reliqua ergo latera quæ ſunt c d & c r,ſunt æqualia per 4. ſexti, ſed linea c ſ eſt maior quàm linea c q,& linea c z,eſt maior quàm linea c r,linea ergo c q eſt minor quàm linea c z, eſt ergo per 8.quinti, minor proportio lineæ n c ad lineam c q, quàm lineæ n c ad lineã c z,igitur maior eſt proportio lineæ l n ad m q, quàm lineæ l n ad lineam n z,quare per 10.quinti, linea m q eſt minor quàm linea n z,ſecetur ergo ex linea n z linea æqualis, lineæ m q,quæ ſit n x, & ducatur linea d x,& quoniam per 22.tertij,angulus l n d cum angulo l m d,ualet duos rectos,& angulus l n d æqualis angulo q m d,ergo per 4.primi,triangulus x n d eſt æqualis triangulo d m q,& linea d x æqualis lineæ d q,& angulus x d n eſt æqualis angulo q d m,& angulus d x n æqualis angulo q d m,ſed angulus d x z eſt maior recto,cum ſit maior angulo d n x,per 16.primi,& angulus d n x eſt maior recto per 30.tertij,quoniam cadit in proportionem minorem ſemicirculo qui eſt d n l,& etiam patet hoc per 21. tertij, quoniam enim angulus l m d eſt acutus,patet quod angulus d n l eſt obtuſus,ergo per 19 primi,linea d z eſt maior quàm linea d x,ergo linea z d eſt maior quàm linea q d, forma ergo puncti q poteſt reflecti ad punctum z, à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt c & l, & puncta q & z,ſunt inæqualis diſtantiæ à centro & in diuerſis diametris, quod patet ideo quod angulus x n d eſt æqualis angulo q d m,addito ergo communi angulo q d x,ſed angulus n d m eſt minor duobus rectis,ergo & angulo q d x,ergo magis angulus q d z eſt minor duobus rectis,ergo duo puncta q & z,non ſunt in eadem diametro,ſed in diuerſis & hoc eſt propoſitum.

XXXVI.

A ſpeculis ſphæricis concauis duobus punctis inæqualiter diſtantibus à centro,& in diuerſis diametris exiſtentibus ad ſe inuicem reflexis à duobus punctis arcus interiacentis illas ſemidiametros in quibus illa puncta conſiſtunt impoſsibile eſt ipſa à puncto alio illius arcus ad ſe inuicem reflecti.

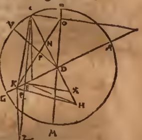
Sit circulus ſpeculi ſphærici concaui a g h,cuius centrũ ſit d,& ſint duo puncta k & o, ad ſe inuicem reflexa à duobus punctis arcus h g,ſitq; punctum k remotius à centro ſpe



culi quod eſt d quàm punctus o,& ſint lineæ g d a & b d m, duæ diametri, in quibus ſunt puncta illa k & o,ſitq; punctum k,in ſemidiametro g d, & punctus o, in ſemidiametro b d,reflectanturq; formæ iſtorum punctorum adinuicem à duobus punctis arcus g b,ut oſtenditur per præcedẽtem,& ſit angulus o d k maior angulo o d a, & ſit c unus punctus arcus b g,à quo fit reflexio,palam ergo ex 34.huius,quod uterq; duorum angulorum conſtantium ex angulis incidentiæ & reflexionis,non erit minor angulo o d a, neq; eſt aliquis illorum angulorum æqualis angulo o d a,ut patet per ea quæ declarata ſunt in 33.huius, alter ergo illorum erit maior angulo o d a, & ducantur lineæ o c,d c,k c,& ex angulo o c k,ſecetur per 27. primi huius, angulus æqualis angulo o d a,

qui

qui ſit c o f, ducta linea c f ſuper diametrū g d, & diuidatur angulus f c k, per æqualia, per 9. primi, ducta linea c e ſuper lineam k f, & à puncto k. ducatur linea æquediſtans lineæ c f, per 31. primi, quæ ſit k z, & quoniam linea c f æquediſtans lineæ k z, concurrit cum linea c e in puncto c, patet quod linea k z concurret cum linea c e, producta per ſecūdam primi huius, ſit ergo linea k z concurrēs cū linea c e in puncto z, & ducatur linea o k, & per 9. primi, diuidatur angulus o d k per æqualia per lineā k o, in puncto p, cū ergo ſit linea k d maior ꝙ linea o d, ut patet ex hypotheſi, & quia per 3. ſexti, eſt proportio lineæ k d ad lineam d o, ſicut lineæ k p ad lineam p o, erit linea k p maior ꝙ linea p o. Item ſit ut linea d c ſecet lineam k o in puncto n, palam quod linea d p it cadet inter duo puncta k & n, nō autē inter duo puncta n & o, quia enim angulus k p d ualet duos angulos p o d & p d o, & angulus o p d ualet duos angulos p d k & p k d, ſed angulus p d o eſt æqualis angulo p d k, & angulus k o d maior eſt angulo o k d, per 19. primi, ergo angulus k p d maior eſt angulo o p d, eſt ergo angulus k p d maior recto per 13. primi, & angulus o p d, eſt acutus, ſed angulus k n d eſt acutus, quod patet ſi fiat circulus tranſiens per tria puncta o c k, per 5. quarti, hic enim tranſibit infra punctū d, quod eſt centrū circuli maioris, quoniam cū angulus o d k ſit maior angulo o d a ex hypotheſi, erunt duo anguli o d k & o c k, maiores duobus rectis, quod eſſet impoſsibile per 21. tertij, ſed ſi circulus ille tranſiret punctū d, uel ſupra punctum d, quoniam eadē eſt demonſtratio, linea uero n d diuidet k c o, arcum illius circuli per æqualia, per 25. tertij quoniam diuidit angulū o c k per æqualia ex hypotheſi, fiet aūt illa diuiſio arcus k o infra punctum d. Si uero ab illo puncto diuiſionis arcus o k, ducatur linea ad mediū punctum lineæ o k, quæ eſt chorda illius arcus o k, erit linea illa perpendicularis ſuper lineam o k, per 8. primi, & cadet illa perpēdicularis inter puncta p & k, cū linea k p ſit maior ꝙ linea p o, & angulus ſuper punctū n, ex parte illius perpendicularis erit acutus, ergo & ex parte p erit acutus, & angulus ſuper punctum p ex parte o, erit acutus, hoc enim oſtenſum eſt ſuperius. Si ergo detur, ꝙd punctus p cadat inter duo puncta n & o, impoſsibile erit perpendicularem illam cadere inter puncta n & p, quia tunc ſecaret lineam d p, & fieret triangulus cuius unus angulus eſſet rectus, & alius obtuſus, quod cum ſit impoſsibile, neceſſe eſt angulum k n d eſſe acutū, ergo per 13. primi, angulus o n d eſt obtuſus, punctū ergo p nō cadet inter pūcta n & o, quoniam cum angulus o n d ſit obtuſus, & ut patet ex p̄miſsis angulo d p k eſt obtuſus, ſequeretur ergo in trigono d n p, duos eſſe angulos obtuſos, quod cū ſit impoſsibile per 32. primi, palam quia pūctus p, non cadet inter pūcta n & o, non cadit etiam in punctū n, ut eſt euidens cadet ergo inter puncta k & n, quia ergo ut patet ex præmiſsis angulus k c d eſt medietas anguli k c o, ſed & angulus k c e eſt medietas anguli k c f, angulus uero k c o maior eſt angulo f c o, in angulo k c f, reſtat ergo ut angulus e c d ſit medietas anguli f c o, ſed angulus f c o eſt æqualis angulo o d a, igitur angulus e c d eſt medietas anguli o d a, cū angulus o d f ualet duos rectos per 13. primi, & tres anguli trianguli e c p, ualēt duos rectos per 32. primi, tres ergo anguli trigoni c c d ſunt æquales duobus angulis o d a & o d f, ablato ergo angulo e d c, hinc inde illis angulis cōmuni, & ablato angulo e c d, qui eſt medietas anguli o d a, reſtat ut angulus c e d æqualis ſit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n, ſed angulus o d p qui eſt medietas anguli o d k cū medietate anguli o d a eſt rectus, eſt autē angulus o d p maior angulo o d n, quod patet per 29. primi huius, cū ſicut patet ex præmiſsis pūctum n, lineę d n cadat inter pūcta p & o, eſt ergo angulus o d p cū medietate anguli o d a maior angulo c o d, cū medietate anguli o d a, patet ergo cū angulus o d k cū medietate anguli o d a ſit rectus, quoniam angulus c e d eſt acutus, quare per 15 primi, ei contra poſitus, qui eſt angulus k e z, eſt acutus, igitur ſi per 12. primi, à puncto k ducatur perpendicularis ſuper lineam c z, illa cadet inter puncta e & z, quia ut patet ex præmiſsis linea k e, non eſt perpendicularis ſuper lineam c e z. Si uero dicatur quod illa perpendicula-



ris ca-

ris cadat ultra punctum e,ſuper lineam c e,tunc cum angulus c e k,per 13.ſit obtuſus,accidit triangulum habere duos angulos,unum rectum & alium obtuſum,quod eſt impoſſibile,per 32.primi,cadet itaq; perpendicularis illa inter puncta e & z, quæ ſit linea k q, hoc autem ſeruato nunc quidem neceſſarium interponimus,ſcilicet quod linea k e,ſe habet ad lineam e f,ſicut linea k d ad lineam d o, eſt enim linea c o, aut æquediſtans lineæ k o,aut concurrens cum illa. Sit primum æquediſtans,erit ergo per 29.primi,angulus o d a,æqualis angulo c o d,eſt ergo angulus c o d æqualis angulo o c f, quoniam ut patet ex præmiſsis,angulo o c f & o d a ſunt æquales. Similiter quoq; lineæ o d & c f,aut æquediſtabunt,aut concurrent. Si æquediſtent,cũ illi cadent inter lineas k d & e o æquediſtantes,palam per 34.primi,quoniam ipſæ erunt æquales. Si uero lineæ o d & c f,cõcurrunt facient triangulum,cuius duo latera erũt æqualia,per 6.primi,quoniam duo æquianguli qui ſunt f e o & d o c ſunt æquales,linea uero f d ſecat illa duo latera æqualia æquediſtãter baſi d o,erit ergo per 2.ſexti,& 18.quinti,proportio unius illorum laterum ad lineam d o,ſicut alterius ad lineam f c,eſt ergo linea c f æqualis lineæ o d,per 9.quinti, ſit autem hæc deductio cum lineæ illæ concurrunt ſub linea k d,quaſi concurrant ſub linea c o,erit eadem probatio,quia fiet triangulus cuius unũ latus eſt linea c o,& alia duo latera æqualia per 6.primi,ut prius,quia linea c o eſt æquediſtans lineæ d f,erit per 2.ſexti, proportio unius illorum duorum laterum ad lineam d o,ſicut alterius ad lineam c f, eruntq; ut prius per 19.quinti,lineæ c f & d o æquales. Item patet quod angulus c d f, eſt æqualis angulo d c o,per 29.primi,ideo quod linea c o data eſt æquediſtans eſſe lineæ k d, ergo angulus c d f eſt æqualis angulo d c k,cum anguli d c o & d c k ſint æquales ex hypotheſi & per 25.quinti huius,ergo per 6.primi,lineæ d k & c k ſunt æquales ,eſt ergo p 7.quinti proportio lineæ c k ad lineam c f,ſicut lineæ k d ad lineam d o,ideo quod antecedentia & conſequentia ſunt hinc & inde æqualia. Si uerò linea c o non æquediſtat , ſed concurrit cum linea k d,aut hoc eſt ad partem puncti g,diametri a g,ſi fiat concurſus ex parte a,ſit hoc in puncto l, manifeſtum ergo per 13.primi huius,quoniam proportio lineæ c k ad lineam c f,cõponitur ex proportione lineæ c k ad lineam c l,& ex proportione lineæ c l ad lineam c f,ſed proportio lineæ k c ad lineam c l,eſt ſicut proportio lineæ k d ad lineam d l,per 3.ſexti, linea enim d c diuidit angulum k c o per æqualia ex hypotheſi,quia uero angulus o d l per præmiſſa eſt æqualis angulo l c f,& angulus ad pũctum l,communis eſt ambobus trigonis



c l f & o d l,patet per 32.primi,quod tertius angulus eſt tertio æqualis,erit ergo per 4.ſexti,proportio lineæ c l ad lineam c f,ſicut lineæ d l ad lineam d o,proportio itaq; lineæ c k ad lineam c f,conſtat ex proportione lineæ k d ad lineam d l,& lineæ d l ad lineam d o, ſed proportio lineæ k d ad lineam d o,conſtat ex eiſdem proportionibus poſita linea d l media per 13.primi huius,ergo proportio lineæ k c ad lineam c f, eſt ſicut proportio lineæ k d ad lineam d o. Si autem linea c o concurrat,cum linea k d ex parte g. ſit concurſus in puncto ſ,& à puncto d,ducatur linea æquediſtans,lineæ k c, quæ ſit d r cõcurrens cum linea c o producta ultra punctum o,in puncto r,igitur angulus k c d æqualis eſt angulo c d r,per 29.primi,ſed & angulus k c d ex hypotheſi æqualis eſt d c o,ergo anguli d c r & d r c ſunt æquales,ergo per ſextam primi,linea d r eſt æqualis lineæ c r , ſed quoniam triangulus ſ c k æquiangulus eſt triangulo ſ r d,per 29.primi , & propter angulũ a ſ d cõmunẽ erit per 4.ſexti,proportio lineæ d r ad lineam ſ r , ſicut lineæ k c ad lineam c ſ, ſed linea d r eſt æqualis lineæ r c,eſt ergo per 7.quinti,proportio lineæ r c ad lineam r ſ,ſicut lineæ k c ad lineam c ſ,ſed proportio lineæ r c ad lineam r ſ,eſt ſicut proportio lineæ d k ad lineam d ſ,per ſecundam ſexti,& per 18.quinti,igitur per 11. quinti,eſt proportio lineæ k c ad lineam c ſ, ſicut lineæ k d ad d ſ,ſed quoniam angulus f c o æqualis eſt angulo o d a , erit angulus o d ſ æqualis angulo f c ſ,per 13.primi,& angulus ad punctum ſ eſt cõmunis,erit ergo triangulus o d ſ æquiangulus triangulo f c ſ, per 32. primi,

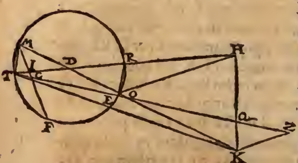
ergo

ergo per 4.ſexti,eſt proportio lineæ c ſ ad e f,ſicut lineæ g ſ ad d o,eſt autẽ proportio li-
neæ k c ad lineã c ſ,ſicut lineæ k d ad lineã d ſ,& eſt proportio lineæ c ſ ad lineam c f,ſicut
lineæ d ſ ad lineã d o,ergo per 22.quinti,erit proportio lineæ k c ad lineam c f,ſicut lineę
k d ad lineã d o. Quia uero linea k z æquediſtat lineæ c f,ut patet ex præmiſsis, erit per
29.primi,angulus k z e æqualis angulo e c f,ſed angulus k e z eſt æqualis angulo c e f,per
15.primi,ergo trigoni k z e & e c f,ſunt æquianguli per 32.primi, ergo per 4. ſexti, erit
proportio lineæ k e ad lineam e f,ſicut lineæ k z ad lineam c f,ſed proportio lineæ k e ad
lineam e f,eſt ſicut lineæ k c ad lineam c f,per 3.ſexti,quia angulus k e f,diuiſus per lineã
c e,lineæ ergo k z & k c,ad eandem lineam c f,eandem habent proportionẽ, ergo per 9.
quinti,linea k z eſt æqualis lineæ k c,ſed ex præmiſsis patet, quod eſt proportio lineæ z
k ad lineã c f,ſicut lineæ z e ad lineam e c,eſt ergo per 11.quinti, proportio lineæ z e ad
lineam e c,ſicut lineæ k d ad lineam d o,ſed linea k d ex hypotheſi eſt maior quam linea
d o,linea ergo z e eſt maior quàm linea e c,hoc qdẽ pro alijs reſeruares, nũc ad ꝓpoſitũ rede
amus,quia uero ut ſupra patuit linea k q,eſt perpẽdicularis ſuper lineam e z,erũt omnes
anguli circa punctũ q recti,ſed angulus e c d eſt acutus,quoniam eſt medietas anguli f c
o,ut ſuperius oſtenſum eſt,ergo per 14.primi huius,linea k q cõcurret cũ linea c d ſit pũ
ctus cõcurſus h,& ducatur linea e h,& à puncto e,ducatur linea æquediſtans lineæ k h,
producta uſq; ad lineam d h,quæ ſit e x,ſecans lineam d h in puncto x,fiatq; per 5.quarti
circulus tranſiens per tria puncta quæ ſunt e c x,& immutatur figura ſi placet propter di
uerſam intricationẽ linearũ,quia itaq; angulus c q h eſt rectus,ut patet ex præmiſsis,erit
per 29.primi,angulus c e x rectus,ergo per 30.tertij,linea x c erit diameter illius circuli
qui eſt e c x,& producatur linea k e,per triangulũ orthogoniũ c e x,& trans circulum ca
dens in punctũ m,circumferentiæ circuli c e x,& ducatur linea m c,& erit angulus c m e
æqualis angulo c x e,per 26.tertij, cadunt enim ambo illi anguli in eundẽ arcum qui eſt
e c,ſed angulus c x e æqualis eſt angulo c h k,per 29.primi,quoniam lineæ e x & k h,du-
ctæ ſunt æquediſtantes,erit ergo angulus c m e æqualis angulo c h k, ſed angulus c h k
maior eſt angulo d h e,quod patet per 29.primi huius, ſecat enim linea h e baſem k d,er
go angulus c m e maior eſt eodẽ angulo d h e,reſecetur ergo ab angulo c m e angulus æ-
qualis angulo b h e,per 27.primi huius,qui ſit angulus f m d ducta linea f m,& pũctus in
quo linea f m ſecat lineam c x,ſit i,palam ergo cum ex præmiſsis angulus i m d ſit æqua-
lis angulo d h e,& per 15.primi,angulus i d m ſit æqualis angulo e d h,quoniam per 32.
primi,triangulus i m d eſt æquiangulus triangulo d h e,ergo per 4.ſexti,eſt proportio li-
neæ h d ad lineam d m,ſicut lineæ e h ad lineam i m,& ſimiliter triangulus c m d ſit ſimi-
lis triangulo k h d,cum ſicut patet ex præmiſsis angulus d h k ſit æqualis angulo c m d,&
per 15.primi,angulus c d m ſit æqualis angulo k d h,& tertius tertio per 32.primi, erit er
go proportio lineæ k d ad lineam d c,ſicut lineæ h d ad lineam d m,eſt autẽ proportio li-
neæ h d ad lineam d m,ſicut lineæ e h ad lineam i m,eſt ergo per 11.quinti, proportio li-
neæ k d ad lineam d c,ſicut lineæ e h ad lineam l m,ſed proportio lineæ k d ad lineam d c
eſt nota,quoniam ſemper una & eadem permanet,quicunq; punctus reflexionis ſit c,in
arcu b g,quia ſemper linea d c,quæ eſt ſemidiameter eſt una,& linea k d,ſimiliter eſt ſem
per una,quoniam ipſa eſt diſtantia alterius punctorũ reflexorũ à centro ſpeculi,linea eti-
am e h,una permanet in quacunq; reflexione,& nõ mutatur eius quantitas,quoniam nõ
mutatur quantitas anguli e c h,qui eſt medietas anguli o d a,qui nõ mutatur,quare linea
i m,ſemper erit una & æqualis,erit ergo punctus circumferentiæ in quẽ cadit lineam i m
producta ultra punctũ i,qui eſt punctus f,ſemper eſt notus & determinatus. Si ergo à tri
bus punctis arcus b g,poſsit fieri reflexio,contingat ducere à puncto f, ad circulum c x e
tres lineas,quarum cuiuslibet pars interiacẽs diametrũ c x,& periferiam circuli ſit æqua
lis lineæ i m,per 9.quinti,quia ſemper erit proportio lineæ k d ad lineam d c,ſicut lineæ e
h ad quamlibet illarum linearũ,patet aũt hoc eſſe impoſsibile,per 133.primi huius,quod
ab eodẽ puncto dato in circumferentiam circuli extra diametrũ per ipſam diametrũ ad
circumferentiam,ita ut pars lineæ interiacentis diametrũ ad reliquam partem circumfe-
rentiæ ſit æqualis datæ lineæ,non niſi duæ lineæ æquales duci poſſunt,quare à duobus tan
tum punctis illius propoſiti arcus fiet reflexio,quod eſt propoſitum.

XXXVII.

Secundum modum datæ lineæ à dato puncto ſpeculi ſphærici concaui ductæ poſsibile eſt duo puncta reperiri, quæ in diuerſis diametris inæqualiter à centro ſpeculi diſtantia ab eodem dato puncto ſpeculi, & uno tantum alio eiuſdem arcus interiacentis ſemidiametros, in quibus illa puncta conſiſtunt ad ſe mutuo reflectantur.

Remaneat diſpoſitio proximæ, ſitq́; datus quicunq; punctus ſpeculi, qui ſit c, proponitur nobis ut inueniantur duo puncta, quæ in diuerſis diametris ſpeculi exiſtentia ab illo dato puncto ſuperficiei ſpeculi, & uno tantũ alio propoſiti arcus puncto ad ſe mutuo reflectantur, ſit enim ut quantacunq; placuerit ſumatur linea z t, quæ per 119. primi huius, diuidatur taliter in puncto e, ut ſit proportio lineæ z e ad lineam e c, ſicut in præcedenti propoſitione prima, ſcilicet eius figuratione, eſt proportio lineæ k d ad lineam d o, & quoniam ex hypotheſi illius linea k d, eſt maior q̃ linea d o, erit linea z e maior q̃ linea e t, diuidaturq́; linea z t per æqualia in puncto q, per 10. primi, & à puncto q, ducatur perpendicularis ſuper lineam z t, per 11. primi, & fiat angulus e c d, æqualis medietati anguli o d a, per 23. primi, erit quidem ille angulus e c d acutus, ergo per 24, primi huius, linea t d, concurret cum perpendiculari ducta à puncto q, ſuper lineam z t, ſit concurſus in puncto h, completum eſt ergo trigonum orthogonium, quod eſt t q h, in cuius altero laterũ rectum angulum t q h continentium quod eſt t q, datus eſt punctus e, poſsibile eſt ergo à puncto e, per 137. primi, duci lineam ad baſem trigoni t q h quæ eſt t h, ex alia ſui parte concurrentem cũ altero laterum rectum angulum continentium, quod eſt q h, producto ultra pũctum q, ita ut tota producta linea ſe habeat ad partem abſciſam baſis, ſicut linea data ad lineam datam, ſic à puncto e, taliter producta linea d e k, ita ut ſit proportio totius lineæ k d ad lineam d t, ſicut lineæ k d ad ſemidiametrũ ſphæræ ſpeculi, ergo per 9. quinti, linea d t æqualis ſemidiametro, punctum ergo d, eſt cẽtrum ſpeculi, & angulo k t d, fiat per 23. primi, ſuper pũctum t, terminum lineæ d t æqualis angulo qui ſit o t d, dico quoniam punctus ſpeculi qui eſt t, eſt punctus reflexionis formę puncti o, ad uiſum exiſtentem in puncto k, uel econuerſo formæ puncti k, ad punctum o, & quod ab illo dato puncto t, & ab uno tantum alio propoſiti arcus puncto, ſit illorum punctorum mutua reflexio, & hæc omnia faciliter patent repetita priori demonſtratione theorematis præcedentis prout huic propoſito eſt neceſſe, patet ergo propoſitum.

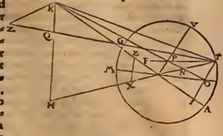


XXXVIII.

Duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus ambobus extra circulum, uel uno intra circulum, & alio extra illum & inæqualiter diſtantibus à centro reſpicientibus arcum ſpeculi à quo fit reflexio, ſi reflectantur ab aliquo puncto arcus oppoſiti illis diametris non eſt ea poſsibile reflecti ab alio puncto eiuſdem arcus.

Sint duo puncta a & b, in diuerſis diametris extra circulũ qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrũ ſit g, ſintq́; illi diametri a e & b d, & ſit punctus reflexionis t, & ducantur lineæ b t, a t, g t, illa itaq; b t ſecabit arcũ circuli ſit punctus ſectionis q, ſed & linea a t, ſecabit periferiam eiuſdẽ circuli, ſit punctus ſectionis m, & qm̃ angulus b t g, æqualis eſt angulo a t g, palam per 25. tertij, qm̃ cadunt arcus æquales, pducãtur ergo diametri t g, ad aliam partẽ periferiæ in punctũ p, & erit arcus q p, arcui m p æqualis, ſi igitur forma pũcti b, reflectitur ad uiſum exiſtentem à puncto a, ab aliquo alio puncto ſpeculi arcus eiuſdem, ſit illud aliud punctũ h, & ducantur lineæ a h, b h, g h, & ſecet linea b h circulum in puncto l, & linea a h in puncto n, producaturq́; ſemidia-

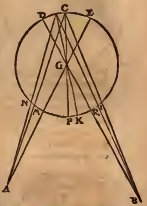
midiameter b g, in punctum circũferentiæ qui ſit k, ſecundũ prædicta itaqꝫ erit arcus l k æqualis arcui n k, ſed habitum eſt prius, quod arcus q p eſt æqualis p m, ſed arcus q p maior eſt arcu l k, & arcus k n maior arcu m p, accidit igitur impoſsibile, ſcilicet minus eſſe maiori æquale, quocunqꝫ uero alio puncto illius arcus d t e dato, idem accidit impoſsibile. Reſtat ergo ut forma puncti b, non reflectatur ad uiſum a, à pũcto h, uel ab alio puncto arcus d t e, oppoſitis diametris in quibus ſunt pũcta a & b præter quàm à pũcto t. Idem quoqꝫ accidit impoſsibile, & eodẽ modo deducendũ ſi unum datorum punctorum ſit in circulo, reliquum uero extra circulum, patet ergo propoſitum.



XXXIX.

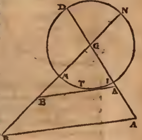
Duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus ambobus extra circulum, ſi linea continuans illa puncta contingat illum circulum, aut tota ſit extra circulum, non eſt poſsibile unum illorum punctorum ad alterum reflecti niſi ab uno tantum illius ſpeculi puncto.

Sint ut in præcedenti theoremate, duo puncta a & b, in diuerſis diametris extra circulũ, q eſt cõmunis ſectio ſupficiei reflexiõis, & ſpeculi ſphærici cõcaui, cuius centrũ ſit g, ſintqꝫ illi diametri l d & n m, ſitqꝫ pũctus a, in ſemidiametro l g, & pũctus b, in ſemidiametro m g, & ducatur linea cõtinuãs pũcta a & b, q̃ ſit a b, & hæc cõtingat circulũ illũ, à q̃ per ſecũdã huius, poteſt fieri reflexio, ſitqꝫ ille cõtactus in arcu circuli q ſit arcꝰ l m, aut ſi linea illa ſit tota extra ſpeculũ, dico q̃d à nulla pũcto arcus l m, interiacẽtis diametros, in quibus ſunt illa pũcta, ſit reflexio formæ unius pũctorũ a & b, ad pũctũ reliquũ. ſumpto enĩ q̃cũqꝫ pũcto in arcu l m, ut pũcto c, ductiſqꝫ lineis a c & b c, ſi linea a c cadat intra ſpeculum, linea b c neceſſario cadet extra ſpeculũ, qm̃ hoc reqrit talis ſitus ſpeculi, & cõuerſo, ſi linea b t cadat in ſpeculo, linea a t cadet extra, ſemp enĩ altera linearũ ab illis duobus pũctis a & b, ad aliud pũctũ ſpeculi ductarũ tota erit extra ſpeculũ, & ſic idem neutrum illorũ punctorũ ad alterũ reflectetur ab aliq̃ pũcto illius arcus l m, ſimiliter q̃qꝫ patet idẽ, ſi linea tota ſit extra ſpeculũ nõ cõtingẽs ipſum, reſpiciat tamen arcũ l m, quia neqꝫ tunc ambæ lineæ a c & b c, cadent intra ſpeculum, ſed ſi una erit intra ſpeculum, reliqua erit tota extra ſpeculum, unde non fiet reflexio ſecundum illam, ab aliquo tamẽ pũcto arcus d n, poteſt fieri reflexio per 27. huius, & ab uno tantũ pũcto illius arcus, ut patet per præcedentem, & ita formarum illorum punctorum reflexio ad inuicem non fiet niſi ab uno ſolo puncto ſpeculi, quod eſt propoſitum.

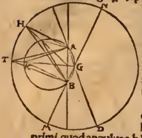


XL.

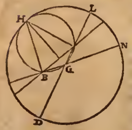
Exiſtentibus duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui inæqualiter diſtantibus à centro, ſi linea continuans illa puncta producta ſecet circulum unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantum puncto ſpeculi uel à duobus, aut à tribus, aut à quatuor poſsibile eſt reflecti, & ſecundum hoc loca imaginum numerantur.



Sint ut ſupra duo puncta a & b, in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui, ita ut punctus a, ſit in diametro l d, & punctus b in diametro m n, ſintq́ꝫ illa puncta inæqualiter diſtantia à centro ſpeculi quod eſt g, & linea a b, ducta ab uno illorum pūctorum ad alterum producta ſecet circulum, dico quod uerum eſt quod proponitur, fiat enī circulus pertranſiens per centrum ſpeculi quod eſt g, & per illa duo ducta a & b, per 54. circulus itaqꝫ ille a b g, aut totus erit intra circulum ſpeculi, aut contingat ipſum intrinſecus, aut ſecabit ipſum. Si totus circulus a b g, fuerit intra ſpeculi circulum, palā per 6. huius, quod unū illorū punctorū reflectetur ad alterū ab aliquo puncto ſpeculi & propoſiti circuli, ut patet per 2. huius, & per 27. quinti huius, ſic ergo punctus reflexiōis t, palamq́ꝫ per 20. huius, quod punctus t, eſt in arcu interiacente diametros in quibus ſunt puncta a & b, qui ſit arcus l m, & ducantur lineæ a t, b t, g t, extra quoqꝫ angulus a t b minor angulo b g d, ſit enim ut ſemidiameter g t ſecet circulū a b g in pūcto f, & ducantur lineæ a f & b f, fientq́ꝫ duo trigona a t b & a f b, ſup unā baſem, quæ eſt a b, palā ergo p 21. primi, qm̄ angulus a f b eſt maior angulo a t b, ſed p 21. tertij, angulus a f b cū angulo a g b, ualet duos rectos, ergo p 13. primi, angulus a f b eſt æq̄lis angulo b g d, angulus ergo a t b eſt minor angulo b g d, quilibet quoqꝫ angulus ſic factus ſup arcū l m, ut ſup pūctū h, erit minor angulo b g d, ab arcu itaqꝫ ſpeculi, qui eſt l m, nō fiet reflexio niſi ab uno tantū pūcto ſpeculi, qm̄ iam oſtenſum eſt p 34. huius, quia nō eſt in huius pūctorū reflexorū diſpoſitiōe poſsibile reflexionē fieri à duobus pūctis ſpeculi, ita ut utercꝫ angulorū cōſtans ex angulo incidentiæ & reflexiōis ſit minor angulo b g d. In hac ergo diſpoſitiōe ab uno tantū pūcto ſpeculi fiet reflexio quod eſt unū ꝓpoſitorū. Si uero circulus a b g, ſit intrinſecus cōtingens circulū ſpeculi, ſit punctum contactus h, & ducantur lineæ a h, b h, g h, quia itaqꝫ angulus a h b, per 21. tertij, cū angulo a g b ualet duos rectos, patet per 13. primi, quod angulus a h b eſt æqualis angulo b g d, quare ab illo puncto contactus non fiet reflexio per 33. huius, angulus quoqꝫ factus ſuper quocunqꝫ aliud punctū arcus circuli ſpeculi erit minor illo angulo, p modum quo iam ſuperius præoſtenſum eſt, quare à duobus pūctis illius arcus nō fiet reflexio per 34. huius, ſed ſolū ab uno pūcto, ſi uero circulus a b g, ſecet circulū ſpeculi, patet ꝙ tantū in duobus pūctis ſecare neceſſe eſt per 10. tertij, & illa duo pūcta a & b, aut ambo erūt extra ſpeculū circuli, aut ambo intra, aut unum extra circulū, aut aliud intra illū, aut unū illorū punctorū in circūferentia circuli & aliud extra illū uel intra illū. Si fuerint ambo extra circulū ſpeculi, tūc patet q̄d linea a b non ſecabit circulū ſpeculi, fietq́ꝫ reflexio ab uno tantū ſpeculi pūcto,

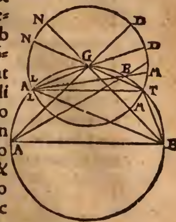


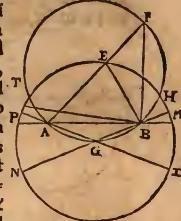
ut patet p p̄cedentē, tūc enim manifeſte patet, q̄d circulus a b g nō ſecabit circulū ſpeculi ſecūdū arcū l m, qm̄ ille arcus interiacet lineas a g & b g, & arcus b g a cadit extra illas lineas in alia pūcta periferiæ circuli ipſius ſpeculi, cū ambo pūcta a & b ſunt extra circulū ſpeculi. ſi uero pūctus b, ſit in periferia circuli ſpeculi uel intra, pūcto a cōſtituto extra, patet tūc q̄d arcus l m, in duobus pūctis nō ſecabitur, ſed arcus b g, tranſibit pūctū aliq̄d arcus l m, q̄d ſit t, ergo angulus factus ſuper arcū l m, erit maior angulo b g d, qm̄ ductis lineis l t, b t & a t, patet ſecundū præmiſſa p 21. tertij, qm̄ angulus l t b eſt æqualis angulo b g d, angulus uero a t h eſt maior illo, patet ergo p 24. huius, qm̄ in hac diſpoſitione ab unico pūcto, uel à duobus pūctis arcus l m, fiet formarū illorū punctorū adinuicē reflexio. Si uero duo pūcta a & b, fuerint extra circulū ſpeculi, & circulus a b g, ſecet circulū ſpeculi, tūc patet q̄d circulus a b g, ſecabit arcū l m in duobus pūctis, quoniam duo ſemidiametri circuli maioris q ſunt g l & g m, ſecāt circulū a u g, in pūctis a & b, & tranſeūtes reſecant ex circulo ſpeculi arcū l m, ſecat ergo circulus a b g, arcum l m, in duobus punctis quæ ſint t & h, & reſtabūt ex ipſo arcu l m, duo arcus in diuerſis partibus ipſius qui ſunt arcus l t & h m, omniſq́ꝫ angulus conſtitutus ſuper arcum circuli ſpeculi, qui

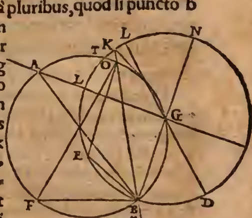


eſt

eſt t b, erit maior angulo b g d, q̄d patet ſi ſuper periferiam ſpeculi, fiat angulus a e b, ille enim eſt maior angulo b g d. producta em̄ linea a e, ad periferiam circuli a b g, in pūctū f. ſi copuletur linea b f, erit per 31. tertij, & per 13. primi, angulus a f b, æqualis angulo b g d, ſed per 21. uel per 16. primi, angulus a e b eſt maior angulo a f b, ergo & angulo b g d, & ſimiliter erit de q̄libet alio pūcto arcus t e h demonſtrandū, ab hoc itaq; arcu t e h, ut patet per 34. huius, poterit fieri reflexio, forſan ab uno tantū puncto, & forſan à duobus, quod ſi fiat reflexio à duobus arcubus l t & h m, qui reſtant ſuper arcum t e, ex arcu l m, & ex diuerſis partibus ipſius circuli a b g, tunc ſecundū præmiſſa omnes anguli ſuper illos arcus conſiſtentes cōtenti ſub lineis à punctis a & b, productis, erūt minores angulo b g d, fiat enim angulus b k a, ſuper punctū arcus b t, & quoniam arcus a t, circuli a b g, eſt intra circulū ſpeculi ſub arcu l t, ſecet linea b k, arcū a t in pūcto o, & ducatur linea a o, patet ergo per 21. tertij, & per 13. primi, quod angulus a o b eſt æqualis angulo b g d, ſed angulus a o b, eſt maior angulo a k b per 16. primi, patet ergo angulus a k b, eſt minor angulo b g d, & ſimiliter de quolibet puncto arcuum l t & h m, eſt demonſtrandum, ergo per 34. huius, ab uno tantum illorum arcuum puncto fiet reflexio, in hac itaq; ſitu fiet reflexio à duobus punctis arcus l m, interiacētis diametros aut forſan à tribus, palam uero per 27. & 29. huius, quod ab uno tantum puncto arcus n d, fiet reflexio, & ita in hoc ſitu aliquando à tribus punctis ſpeculi, aliquando uero à quatuor punctis fiet reflexio. Si uero unus punctorum a uel b, fuerit in periferia circuli, aliud uero intra circulum, & circulus a b g, ſecet circulum ſpeculi, tūc ſecabit arcum l m in uno tantum puncto, qui ſit t, quoniam in loco alterius punctorum l uel m, erit punctum a uel b, exiſtens enim in altera diametrorum n m uel l d, & in pūcto circuli periferia erit in puncto quod eſt communis ſectio illarum, & ſit in puncto b, exiſtente in puncto m, & puncto a, intra ſpeculū, reſtabit unicus tantum arcus totius arcus l m, qui ſit l t, patet itaq; ſecundū præmiſſa ductis, ut prius, lineis a f & b f, ſuper arcum circuli a b g, & lineis a e & b e, ſuper aliquod punctum arcus l m, quod ſit e, quoniam per 21. primi, omnes anguli conſiſtentes ſuper arcum t b, ſunt maiores angulo b g d, ergo per 34. huius, poteſt fieri reflexio à duobus punctis illius arcus, uel ab uno omnes uero anguli arcus l t, erunt minores angulo b g d, ut præoſtenſum eſt prius, & ita cum per 34. huius, ab uno tantum puncto arcus l t, fiet reflexio, ſed & per 29. huius, ab uno tantum puncto arcus n d fiet reflexio, fiet itaq; in hoc ſitu reflexio quandoq; à tribus punctis, quandoq; à quatuor, & non à pluribus, quod ſi puncto b exiſtente in periferia circuli ſpeculi, punctus a ſit extra illum circulum, tunc patet quod circulus a b g, nunquam ſecabit circulum ſpeculi ſecundum arcum l m, quoniam ſemidiameter g m. & periferiæ circuli communis ſectio eſt punctus m, in quo eſt punctus b, ſemidiameter uero g l, procedens ad punctum a, extra circulum ſecat arcum t b, nec ſecatur ab illo, omnes itaq; anguli arcus l m, ſunt maiores angulo b g d, ut patet ex præmiſſis, ergo per 34. huius, ab uno tantum puncto uel forſan à duobus punctis arcus l m, poteſt fieri reflexio punctorum a & b, ſimiliter ad inuicem ab uno puncto arcus n d, fiet itaq; in hoc ſitu reflexio à duobus, aut à tribus punctis ſpeculi & non à pluribus, palā ergo quod puncta inæqualiter diſtantia à centro ſpeculi aliquando ab uno tantum puncto, aliquando à duobus, aliquando à tribus, aliquando à quatuor nunquàm à pluribus reflectantur, ſecundum hæc quoq; loca imaginum numerantur, quemadmodum patuit iam pluries in præmiſſis, & hoc eſt quod proponebatur declarandum.



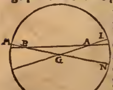




XLI.

Exiſtentibus duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui & æqualiter diſtantibus à centro ſi linea continuans illa puncta ſecet circulum, poſsibile eſt unum illorum punctorum ad alterum reflecti ab uno tantum puncto ſpeculi, uel à duobus aut à quatuor, ſed impoſsibile eſt à tribus & ſecundum hoc loca imaginum numerantur.

Sint ut in præmiſſa duo pũcta a & b, in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui, quæ ſint l d & m n, ita ut punctus a ſit in diametro l d, & punctus b, in diametro m n ſintq́ puncta a & b, æqualiter diſtãtia à cẽtro ſpeculi, & linea a b, ducta a b uno illorũ pũctorũ ad alterũ ſecundũ circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexiõis & ſpeculi, cuius centrũ ſit g, dico q̃d uerũ eſt q̃d ꝓponitur, q̃d enim ab uno tantũ pũcto ſpeculi quandoq́ fiat illorũ punctorũ ad inuicẽ mutua reflexio, patet per 19. huius, & etiã idẽ oſtendi poteſt per modũ 24. huius, linearũ enim inæqualitas in illo ſitu naturã reflexionis nõ immutat, ut declaratũ eſt in 20. quinti huius, quãdoq́ uero fit mutua reflexio iſtorũ punctorũ a & b, à duobus tãtũ pũctis ſpeculi, ut patet per 25. huius, quãdoq́ uero fit reflexio mutua propoſitorũ punctorũ quæ ſunt a & b, à quatuor pũctis circũferentię ipſius ſpeculi, ut patet per 26. huius, à tribus uero tantũ punctis iſtorũ ſpeculorũ formas punctorũ æqualiter diſtantiũ à centro ſpeculi ad ſe mutuo reflecti eſt impoſsibile. Si enim ab aliquibus duobus pũctis unius arcus fiat iſta mutua reflexio diuiſo arcu interiacente illa pũcta per æqualia, & ductis ad illud punctũ lineis, patet per 26. tertij, & per 4. primi, propter æqualitatẽ laterũ g a & g b, quoniã anguli cõſtituti ſuper illud punctũ fiunt æquales, ab illo ergo pũcto fiet reflexio per 20. quinti huius, ſed & fiet ab aliquo puncto arcus oppoſiti illi arcui, palã ergo quod à quatuor pũctis ſpeculi fiet reflexio, & non à tribus, & q̃m ut patet per præmiſſam & ex pluribus ꝓpoſitionibus huius libri, nunq́ fit à tribus pũctis ſpeculi reflexio aliquorũ duorũ pũctorũ adinuicẽ niſi fiat à duobus pũctis unius arcus & ab aliq̃ puncto arcus oppoſiti interiacẽte illos diametros. patet ergo q̃d in hac diſpoſitiõe reflexio fiet ſemꝑ à quatuor pũctis ſpeculi oppoſiti, & nunq́ à tribus, & hoc ꝓponebatur, & quoniã hæc duo p̃miſſa theoremata diſpoſuimus ſecundũ modũ epilogi plurimorũ præmiſſorũ theorematũ, æſtimamus ipſa memoriæ cõmendãda.



XLII.

Si ab uno puncto arcus circuli ſpeculi ſphærici concaui formæ unius termini lineæ totaliter uiſæ ab alio quoq́ puncto eiuſdem arcus formæ alterius termini eiuſdem lineæ fiat reflexio, neceſſe eſt omnia puncta media lineæ uiſæ ab illius arcus punctis medijs reflecti, ex quo patet quod loca imaginum punctorum mediorum cadunt inter imagines punctorum extremorum.

Quod hic proponebatur ſpecialiter, quantũ ad primã ſui partẽ uniuerſaliter eſt præmiſſum in 24. quinti huius, eſto ergo arcus ſpeculi ſphærici cõcaui a f h, cuius centrũ e, & ſit z centrũ uiſus, ſitq́ g r linea uiſa, cuius unus terminus qui g reflectatur à puncto ſpeculi quod ſit f, & illud ſit alius punctus arcus dati, qui eſt a f h, & alter terminus lineæ qui eſt r, reflectatur à puncto h, arcus a f h, dico quod omnia puncta media lineæ g r, reflectẽtur à punctis medijs arcus h f, coaptetur enim linea g t, exempli cauſa diametro ſpeculi quæ ſit o a, cadetq́ intra ſemidiametrum o e, ſitq́ punctus z, quod eſt centrum uiſus in alia diametro eiuſdem circuli, quæ ſit d b, cadens in diametro e b, ducantur lineæ g f, e f, z f, r h, e h, h e, & copuletur linea g z, producaturq́ linea f e, ultra punctum e, ad lineam g z, in punctum m, & ſignetur in linea g r, punctus c, dico quod forma puncti c, reflectetur ab aliquo puncto arcus f h, quod enim reflectatur forma pũcti t, ad uiſum exiſtentem in puncto z, palam cum extremæ lineæ quæ ſunt g & r, reflectãtur ad uiſum exiſtentem in pũcto z, fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus a d, & non ab alio, oſtenſum enim eſt

per

per 20. huius, quod in hoc ſitu à duobus arcubus a b & d o, nõ poteſt fieri reflexio formæ puncti c, ad uiſum exiſtentẽ in puncto z, oportet ergo ꝙd fiat reflexio ab aliquo pũcto arcus a d, quoniam patet ſolũ offerri uiſui arcũ ſpeculi b a d o, per 72. quarti huius, ideo ꝙd centrũ uiſus eſt in puncto z, diametri d b, oſtenſum etiã eſt per eandẽ 20. huius, quod forma cuiuſcũq; puncti ſemidiametri e o, reflectitur ab aliquo pũcto arcus a d, ſit aũt per 27 huius, formæ cuiuslibet puncti lineæ g r, reflexio ad uiſum ad uno tantũ puncto arcus a d cadente inter ſemidiametros, in quibus non conſiſtunt puncta reflexa & ipſum centrum uiſus, forma ergo puncti c, reflectitur ab uno tantũ puncto arcus a d, ad uiſum exiſtentẽ in puncto z, ſi ergo illud punctũ ſit in arcu f h, habemus propoſitum. Si uero nõ, eſto primo ꝙd ipſum ſit in aliquo puncto arcus a f, ſitq́; punctũ u, & ducantur lineæ z n, t n, e u, g u, eſt ergo per 7. tertij, linea g u, maior ꝙ̃ linea g f, ſed per eandẽ 7. tertij, linea z u, eſt minor ꝙ̃ linea z f, ergo per 9. primi huius, lineæ proportio g u, ad lineam z u eſt maior proportione lineæ g f, ad lineam f z, ſed per 3. ſexti, & ex hypotheſi proportio lineæ g f, ad lineã f z, eſt ſicut proportio lineæ g m, ad lineam m z, proportio ergo lineæ g u, ad lineam z u, eſt maior ꝙ̃ proportio g m ad lineam m z, linea ergo quę diuidit angulum g u z, per æqualia, ſecat lineam z m, ſecat ergo lineam z e, per 22. primi huius, angulus ergo g b u, eſt minor angulo e u ʒ, ſed angulus t u e, eſt minor angulo e u ʒ, non ergo fiet reflexio formæ puncti t, ad uiſum ʒ, in puncto ſpeculi u, ut patet per 20. huius, ſimiliter quoq; poteſt fieri deductio de quolibet puncto arcus a f, forma ergo puncti c, nõ reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto ʒ, ab aliquo puncto arcus a f, ſed neq; ab aliquo puncto arcus h d. Sit enim, ſi poſsibile eſt, ut reflectatur ab aliquo puncto arcus h d, ut reflectatur à puncto eius, quod ſit q, & ducantur lineæ ʒ q, e q, c q, r q, i r, & producatur linea e h, ultra punctũ e, ad lineam r ʒ, incidatq́; in punctum n, ergo per 7. tertij, linea ʒ q, eſt maior ꝙ̃ linea ʒ h, & linea q r, eſt minor ꝙ̃ linea r h, eſt ergo per 9. primi huius, proportio lineæ r q,



ad lineam q r, maior proportione lineæ ʒ h, ad lineam h r, ſed per tertiã ſexti, quæ eſt proportio lineæ ʒ h, ad lineam h ʒ, eadem eſt lineæ ʒ n, ad lineam n r, eſt ergo proportio lineæ ʒ q, ad lineam q r, maior proportione lineæ ʒ n, ad lineam n r, linea ergo diuidens angulum ʒ q r, per æpualia ſecat lineam n r, ergo per 32. primi huius, ſecat lineam r e, angulus ergo r q e, eſt maior angulo e r q, angulus ergo t q e, eſt multo maior angulo e q ʒ, non ergo fiet reflexio formæ puncti c, ad uiſum in punctum ʒ, à puncto ſpeculi, quod eſt q, arcus h d: eodemq́; modo deducendum quocunq; puncto arcus h d dato, forma ergo puncti c, non reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto ʒ, ex arcu h d, ſed neq; ex arcu a f, neq; ab aliquo punctorum h uel f, ut per 29. quinti huius, omnia ergo puncta media lineæ g r, reflectuntur à punctis medijs arcus h f, nec poſſunt à punctis alijs reflecti, niſi forte ab alio arcu reflectantur puncta g & r, & ex hoc patet, quia tam lineæ reflexionum pũctorum mediorum quàm katheti ſuarum incidentiarum concurrunt inter loca imaginũ punctorum extremorum, & quia illarum linearum communis ſectio eſt locus imaginis per 27. quinti huius, patet ergo quod loca imaginum punctorum mediorum cadũt inter loca imaginum punctorum extremorum, & hoc eſt propoſitum. Idem enim accidit, ſi res uiſa uel centrum uiſus extra illos ſpeculi diametros collocentur, quoniam ſemper trans illa puncta diametri aliæ duci poſſunt, patet ergo propoſitum.

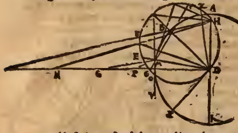
XLIII.

Si duorum punctorum in ſpeculo ſphærico concauo à duobus punctis ad unum uiſum fiet reflexio, ſit quod loca imaginum ſint in eadem ſpeculo diametro, maior erit proportio lineæ interiacentis centrum ſpeculi & locum imaginis remotiorem ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro ſpeculi remotiorem quàm lineæ interiacentis idem centrum

&

& locum imaginis propinquiorem ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro ſpeculi propinquiorem.

Sit ſpeculũ ſphæricũ concauũ, per cuius centrũ tranſeat ſuperficies plana, ſecabit ergo illã ſuperficiẽ ſpeculi ſecundũ circulũ magnũ illius ſphæræ per 69. primi huius, qui a b g, & eius centrũ ſit d, & extrahatur à cẽtro d, linea quocũq; modo placuerit quæ ſit d g, & tranſeat à cẽtro ad circumferentiã in punctũ g, & ducatur à cẽtro d, in ſuperficie illius circuli linea perpẽdicularis ſuper lineam d g, quæ ſit d a, & abſcindatur ab angulo a d g, recto parua particula quocũq; modo cõtingat, & ſit angulus g d e, ita q̃d inter angulum rectũ, qui eſt a d g, & inter angulũ a d e, ſit proportio multiplicitatis relatæ ad angulũ e d g, hoc aũt poteſt fieri, ſi angulus rectus qui eſt a d g, diuidatur per æqualia, & item eius medietas per æqualia, & ſic deinceps quouſq; fiat angulus a d e, multiplex anguli e d g, ut ſi angulus a d e, ſir ſeptuplus angulo e d g, erit rectus a d g ſeq ſeptuplus angulo a d e, & diuidatur angulus a d e, in duo æqualia per lineam d b, per 9. primi, à puncto quoq; d cẽtro ſpeculi extrahatur linea continẽs cũ linea b d, angulum rectũ, per 23. primi, qui ſir angulus b d x, & extrahatur linea a d, ultra punctũ d, ad periferiam, ut cõplcat diametrũ, & ſit linea d k, & à puncto d, ducatur linea d 3, continens cũ linea a g, angulum æqualem angulo e d g, qui ſit angulus a d 3, & à pũcto 3, ducatur ſuper lineam d 3, conſtituens angulum æqualem angulo k d x, qui ſit h 3 d, ducta linea h 3, ad diametrum h d k, hoc autẽ eſt poſſibile, quia enim anguli k d x & a d z, ſunt minores duobus rectis, cõcurrent illæ lineæ quę ſunt a d & 3 h, per 14. primi huius, ſit concurſus punctus h, angulus ergo d 3 h, eſt æqualis angulo k d x, & quia anguli trianguli ualent duos rectos per 32. primi, & angulus a d 3 & 3 d x, & x d k, ualent duos rectos per 13. primi, angulus uero h 3 d, eſt æqualis angulo x d k, & angulus a d 3 cõmunis, relinquitur angulus 3 h d, æqualis angulo 3 d x, & extrahatur à puncto 3, linea 3 l, per 23. primi, continentes cum linea 3 h, angulum æqualẽ angulo h d k obtuſo, qui ſit angulus h 3 l, duo ergo anguli l 3 d & b d 3, ſunt minores duobus rectis, deficiũt enim à duobus rectis in angulo 3 d a, linea ergo 3 l, per 14. primi huius, concurret cum linea d b, ſit concurſus punctus l, & ducatur linea l h, & triangulo h l d, circumſcribatur per 5. quarti, qui ſit circulus d h l, tranſibit ergo ille circulus per punctũ 3, per 31. tertij, q̃a duo anguli l r h & l d h, ſunt æquales duobus rectis, ſunt aũt illi anguli in quadrilatero d h, 3 b, eſt ergo illud quadrilaterũ in circulo, anguli ergo l h 3 & l d 3, ſunt æquales per 26. tertij, cadũt enim in arcũ eundẽ circuli d h l, qui eſt arcus 3 l, ſed ut ſupra oſtendimus angulus 3 h d, eſt æqualis angulo 3 d h, æqualibus ergo angulis q̃ ſunt l h 3 & l d 3, hinc inde ablatis, remanet angulus l h d, æqualis angulo l d x, ſed angulus l d x, eſt rectus, angulus ergo l h d, eſt rectus, abſcindatur quoq; ex linea d e, linea d m, æqualis lineæ d h, & ducatur linea l m, angulus l m d eſt rectus, quia enim angulus b d e, eſt æqualis angulo b d h, quoniam angulus a d e, diuiſus fuit per æqualia per lineam d b, linea quoq; d m, eſt æqualis lineæ d h, ſed latus h d, eſt commune ambobus trigonis l h d & l m d, ergo per 4. primi, linea h l eſt æqualis lineæ l m, & angulus l m d, eſt æqualis angulo l h d, ſed angulus l b d, oſtenſus eſt rectus eſſe, ergo angulus l m d eſt rectus, ergo p 21. tertij, circulus l h d, rranſit per punctum m, & ſecat arcum b e, circuli a b g in puncto compari puncto 3, qui ſit punctus f, eritq; linea l d, diameter circuli l h d, per 20. tertij, & ducatur linea d f, quia itaq; circuli l h d, arcus d m, eſt æqualis arcui d h, per 27. tertij, quoniã lineæ d m & d h ſunt æquales, ſed & arcus d f, eſt æqualis arcui d 3, per 64. primi, relinquitur ergo arcus m f, æqualis arcui h 3, & arcus l 3, æqualis arcui l f, ergo per 26. tertij, angulus l d f, erit æqualis angulo l d 3, ducantur ergo lineæ h b; h f, 3 f, m f, b m, b f, & quia



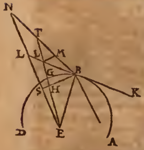
quia angulus l h d eſt rectus, patet quòd angulus b h d eſt acutus, & angulus g d h eſt rectus ergo ꝑ 14. primi huius, linea h b cõcurret cũ linea d g, extra circulũ a b g, cõcurrãt ergo in pũcto q, ſimiliter ꝗꝙ per eadẽ 10. primi huius linea h f, cõcurret cũ linea d g, extra circulũ, ſit cõcurſus punctus n, & producatur linea f b, ultra punctũ b, quouſꝙ ſecet arcũ l z, ſecet ergo ipſum in pũcto r, & ducatur linea r m, angulus ergo f r m, qui eſt in circũferentia reſpicit arcũ f m, & angulus f b m, eſt maior angulo f r m, per 16. primi, eſt enim extrinſecus in triangulo r b m, & angulus f b m eſt in circumferentia circuli a b g ergo ſi linea b m, protrahatur ex parte pũcti m, abſcindet de circulo a b g, arcum maiorem quòdam arcu ſimili arcui f m, circuli l h d, per ultimam ſexti, ſed arcus f m, in ſuo circulo l h d eſt ſimilis duplo arcus f e, in circulo a b g, quoniam duplũ arcus f e correſpõdet duplo anguli f d e, ſuper periferiam ſui circuli conſtituti per ultimã ſexti, & per 29. tertij, eſt autẽ arcus f e æqualis arcui e g, per 25. tertij, ideo quod angulus e d g, eſt æqualis angulo f d e, cũ uterꝙ ipſorũ ſit æqualis angulo a d z, ut patet ex præmiſsis, arcus ergo g f eſt duplus arcui f e, eſt ergo arcus f g in circulo a b g, ſimilis arcui f m, in circulo l h d, ſi ergo linea b m, extrahatur recte in partem m, abſcidet de circulo a b g, arcum ultra pũctum g, maiorem arcu f g, ſi enim caderet in punctum g, fieret angulus f b g, æqualis angulo f r g, extrinſecus intrinſeco, quod eſt impoſsibile, linea ergo b m nõ cadet in punctũ g, ſed ſecabit lineam d g, inter duo puncta g & d, ſecet ergo in pũcto o, producatur quoꝙ linea f m ultra punctũ m, hæc ergo quia ſecat angulũ d m o, patet per 29. primi huius, quia ſecabit lineam d o, ſecet illam in puncto u, & producatur à linea t n b, ultra punctum b, ſecabitꝙ arcum l r, ſecet ipſum in puncto c, & ducatur linea c d, à puncto c, ad centrum ſpeculi, qa ergo angulus b f eſt in circunferentia circuli a b g, erit angulus b f z, medietas anguli b d z, ꝑ 19. tertij, ſed angulus b d z eſt multiplus anguli z d a, ergo angulus b f z, multiplus, ergo per ultimã ſexti, arcus r z, eſt multiplus arcui z h, arcus uero c z eſt maior arcui r z ut totum ſua parte, ergo arcus c z eſt multiplus arcus z h, uel maior multiplo, ducatur itaꝙ linea c h, angulus ergo c h d, & angulus c m d ſunt ęquales duobus rectis per 21. tertij, ſed angulus b m d cum angulo b m e, ualet duos rectos per 13. primi, relinquitur ergo ut angulus c h d, ſit æqualis angulo b m e, ſed angulus z h d, addit ſuper angulum c h d angulus c h z, qui eſt per 26. tertij, æqualis angulo c d z, & angulus c d z, eſt multiplus anguli z d a, per ultimam ſexti, quoniam ut ſupra patet arcus c z, eſt multiplus arcui z h, ergo angulus c h z, eſt multiplus anguli e d g, angulus ergo d h z, excedit angulũ c h d in multiplo anguli e d g, & quia arcus f m d eſt æqualis arcui z h d, per 64. primi huius, remanet arcus f z d, æqualis arcui z f d, ergo erit per 26. tertij, angulus f m d æqualis angulo z h d, ſed angulus c h d, eſt æqualis h m e, ergo angulus f m d, excedit angulum b m e, in multiplo anguli e g d, ſed angulus o m d, eſt æqualis angulo b m e per 15. primi, ergo angulus f m d, excedit angulũ o m d, in multiplo anguli e d g, & quia angulus g o m ualet tantũ angulũ o m d, & angulus o d m per 32. primi, palam quia angulus f m d, excedit angulũ o m g, in multiplo anguli e d g, ſed angulus f m d per 32. primi, excedit angulum m u d, in ſolo angulo e d m, eſt ergo angulus m u d maior angulo m o g, ergo angulus m o u eſt maior angulo m u o, per 13. primi. bis ſumptum, ergo per 18. primi, linea m u eſt maior quàm linea m o, & quia arcus h d, eſt æqualis arcui m d, per præmiſſa erũt duo anguli h f d & m f o æquales, per 26. tertij, formæ ergo punctorũ duarum linearũ h f & f u, ad ſeinuicem reflectantur, & ſimiliter formæ punctorũ linearũ h b & b o, ad ſe inuicem reflectuntur, quoniam per præmiſſa angulus d b h eſt æqualis angulo d b m, per 4. primi, & per hypotheſes præmiſſas, duo ergo puncta quæ ſunt o & u, ad uiſum exiſtentẽ in puncto h, reflectuntur à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt b & f, eſt ergo per 37. quinti huius, punctus q imago puncti o, & punctus n imago puncti u, ducatur ergo ex puncto m, linea æquediſtans lineæ h q, per 31. primi, quæ ſit linea m ſ, & linea æquediſtans lineæ h n, quæ ſit m p, quia ergo angulus h n d eſt maior angulo h q d, per 16. primi, erit angulus m p o, qui per 29. primi, eſt æqualis angulo h n d, maior angulo m ſ o, qui per 29. primi, eſt æqualis h q d, erit ergo punctũ p, inter duo pũcta ſ & u, per conuerſam per 21. primi, & quia angulus h d n eſt rectus, erit per 32. primi, angulus h n d acutus, ergo angulus

m p d eſt acutus, angulus ergo m p ſ eſt obtuſus, per 13. primi, ergo linea m ſ eſt maior ꝙ linea m p, per 18. primi, ſed ex præmiſsis linea m u eſt maior ꝙ linea m o, ergo per 9. primi huius, maior eſt proportio lineæ m ſ, ad lineam m o ꝙ lineæ p m ad lineam m u, ſed proportio lineæ ſ m ad lineam m o, eſt ſicut proportio lineæ q b ad b o, per 4. ſexti, trigoni enim q b o & ſ m o, ſunt æquianguli, per 29. primi, cum linea m ſ ſit æquediſtans lineæ q b, & angulus q o b ſit cõmunis illis ambobus trigonis, & ſimiliter proportio lineæ p m ad lineam m b, eſt ſicut proportio lineæ n f ad lineam f u, per eandem ergo quæ prius erit proportio lineæ q b ad lineam b o, maior proportione lineæ n f ad lineam f u, per 11. quinti, ſed proportio lineæ q b ad lineam b o, ſicut lineæ q d ad lineam d o, & proportio lineæ n f ad f u, eſt ſicut lineæ n d ad d n, per ea quæ ſunt oſtenſa in 13. huius, quorum declarationem cum manifeſta ſit hæc obmittimus propter figurationis multitudinem, palam ergo, quod proportio lineæ q d ad lineam d o eſt maior proportione lineæ n d ad lineam d o, & hoc eſt propoſitum.

XLIIII.

In ſpeculis ſphæricis concauis imagine retro ſpeculum occurrente, maior erit diſtantia imaginis à ſpeculo quàm rei uiſæ.

Eſto ſpeculi ſphærici concaui circulus qui a b g d, cuius centrum ſit e, ſitq́ centrum uiſus z, & punctus rei uiſæ h, fiatq́ reflexio formæ puncti h, ad uiſum z, à puncto ſpeculi b, appareatq́ imago retro ſpeculũ, dico maior erit diſtantia imaginis à ſpeculi ſuperficie ꝙ ipſius rei uiſæ, ducãtur enim lineæ h b incidentiæ, & z b reflexionis, & ducatur kathetus incidentiæ qui ſit e h g t, producatur quoq́ linea reflexionis, quæ z b, donec lineæ e h, & z h, cõcurrãt in puncto t, erit ergo per 37. quinti huius, punctũ t locus imaginis, dico quod linea t b, quæ eſt diſtantia imaginis à ſpeculo, eſt maior ꝙ linea b h, quæ eſt diſtantia rei uiſæ à pũcto reflexionis. Et ſimiliter linea h g eſt minor ꝙ linea g t, ducatur enim linea e b, & à puncto b, ducatur linea contingens circulum in puncto b, per 16. tertij, quæ ſit l b k, quia itaque anguli contingẽtiæ qui ſunt a b k & g b l ſunt æquales per 15. tertij, & anguli z b a & h b g, æq̃les ꝑ 20. q̃nti huius, fit ergo angulus k b z æq̃lis angulo l b h, ſed angulus t b l eſt æq̃lis angulo k b z, ꝑ 15. primi, angulus ergo t b l eſt æq̃lis angulo l b h, ſed angulus l b h eſt acutus, q̃m angulus l b e eſt rectus, ergo & angulus t b l eſt acutus, ſed angulus e l b eſt acutus, q̃m in trigono e l b, angulus e b l eſt rectus, ergo ꝑ 13. primi, angulus b l t eſt obtuſus, angulus itaq́ t b l eſt minor angulo b l t, reſecetur ꝙ ab angulo b l t, angulus æqualis angulo b l h, ꝑ 27. primi huius, qui ſit b l m, q̃a itaq́ angulus m b l eſt æqualis angulo l b h, & angulus b l m, æq̃lis angulo b l h, erũt ꝑ 32. primi, trigona l b m & l b h æqangula, ergo ꝑ 4. ſexti, latera ipſorũ ſunt ꝓportionalia, ſed latus l b, cũ ſit cõmune ambobus eſt æquale ſibiipſi, ergo latus m b eſt æquale lateri b h, ſed linea m b eſt minor ꝙ linea b t, ergo linea h b eſt minor ꝙ linea b t, & q̃a linea l b diuidit angulũ t b h ꝑ æqualia, patet ꝑ 3. ſexti, q̃m eſt ꝓportio lineæ l h ad lineã l t, ſicut lineæ b h ad lineã b t, ſed linea b h eſt maior ꝙ linea b t, ut patet ex p̃miſsis, ergo & linea h l eſt minor ꝙ linea l t, linea ergo g h, eſt multo maior ꝙ linea g t, patet ergo ꝓpoſitũ, & ex his patet q̃d uerũ quarũ diſtãtia ab eodẽ uiſu maior eſt, uel augetur & diſtãtia imaginũ retro ſpeculũ uiſorũ maior eſt uel augetur. Si enim ꝓtrahatur linea b h ultra punctũ h ad punctũ ſ, & ꝓducatur kathetus e ſ, quouſq́ concurrat cũ linea reflexionis z b, in pũcto n, erit punctũ n locus imaginis formæ pũcti ſ, & erit linea b n, maior ꝙ linea b ſ, ut prius patuit, & erũt lineæ b ſ & b n, maiores ꝙ lineæ b h & b t.

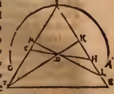


XLV.

In concauis ſpeculis ſphæricis inter uiſum & ſpeculum imagine occurrente, nonnunꝙ minor erit diſtantia imaginis à uiſu quàm ſit ipſius rei uiſæ à ſuperficie

perficie uero ſpeculi quandoq; erit minor, quandoq; maior, quãdoq; æqualis.

Eſto in ſpeculo ſphærico cõcauo circulus magnus a b g, cuius centrum ſit d, & ſit ſemidiameter d b, ſitq́; centrũ uiſus in pũcto e, & linea rei uiſæ ſit z t m, quæ reflectatur ad uiſum à puncto ſpeculi b, ſitq́; linea incidentiæ z b, & linea reflexionis b e, dico quod uerum eſt quod proponitur, ducatur enim per centrũ d ad lineam reflexiõis e b, linea quæ ſit t d h, & eſto ut ipſa ſit perpendicularis ſuper ſemidiametrũ d b, ducatur quoq; ſimiliter à puncto rei uiſæ quod eſt z, linea z d, quæ producta ultra punctũ d, ad lineam reflexionis quæ eſt e b, ſecet ipſam in puncto k, & ſimiliter à puncto uiſo quod eſt m, ducatur linea m d, quæ producta ad lineam reflexionis, quæ eſt e b, ſecet ipſam in puncto l, eſt ergo per 27. quinti huius, punctus k locus imaginis formæ puncti z, & punctus h locus imaginis puncti t, & punctus l locus imaginis puncti m, & palam quia puncta k & h cadunt inter puncta a & h, palam quia cum loca imaginum approximent uiſui, qui eſt in puncto e, quia multo minor erit diſtantia ipſarum imaginũ à uiſu quàm ſit ipſius rei uiſæ, quoniã enim linea d b, ſemper diuidit angulum reflexionis per æqualia, patet quod centrum uiſus & punctum rei uiſæ ſemper collocantur ex diuerſis partibus centri, ducanturq́; lineæ z, eritq́; in trigono k e z, angulus e k z, nonnunq; maior angulus k z e, ergo per 19. primi, erit tũc linea e z, quæ eſt diſtãtia rei uiſæ à cẽtro uiſus maior quã linea e k, quæ eſt diſtãtia imaginis k, à cẽtro uiſus, minus autẽ diſtant à uiſu loca imaginũ quę ſunt h & l, quia uero in trigonis b d t & b d h, duo anguli, qui ſunt b d t & b d h ſunt æquales, q͂a recti ex hypotheſi, & duo anguli h b d & t b d ſunt æquales per 20. quinti huius, cũ ſint anguli incidentiæ & reflexionis, æquales erunt per 32. primi, illi trigoni æquianguli, ergo per 4. ſexti, cum linea b d, ſit æqualis ſibi ipſi, erit linea b t æqualis lineæ b h, æqualiter ergo diſtabunt imago & res uiſa à ſuperficie ſpeculi, ſed linea b k eſt minor quàm linea b h, & linea b z eſt maior quàm linea b c, erit ergo linea b z maior quàm linea b k, erit ergo tunc locus imaginis, & imago propinquior ſuperficiei ſpeculi quàm res uiſa cuius illa eſt imago, & q͂a linea b m eſt minor quàm linea b l eſt autẽ punctus l locus imaginis puncti m, patet quod res uiſa propinquior eſt ſpeculo quàm eius imago, patet itaq; propoſitũ, & ex his patet, quoniã rerũ quæ magis elongatæ ſunt à ſpeculis, & quarũ formæ reflectuntur ad uiſum, ita quod loca imaginũ ſint inter uiſum & ſpeculi ſuperficiẽ, fiũt imagines ipſarũ propinquiores ſuperficiei ſpeculi, & elongatæ plus à centro uiſus. Rerum quoq; quæ ſunt propinquiores ſpeculis, & quarũ formæ reflectuntur ad uiſum, & loca imaginum ſunt inter ſpeculũ & uiſum, imagines plus elongantur à ſuperficie ſpeculi, & fiunt propinquiores ad uiſum.

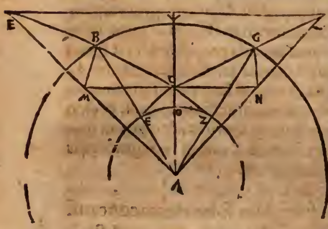


XLVI.

Centro uiſus & re uiſa exiſtentibus intra ſpeculum ſphæricum concauũ in eadem linea recta æqualiter à centro ſpeculi ſecundum ſui extrema diſtante, imago rei uiſæ uidebitur ultra ſpeculum maior re uiſa.

Sit ſpeculum ſphæricũ concauum, cuius centrum ſit a, dico quod ſi centrum uiſus fuerit intra ſpeculũ & ſimiliter linea uiſa, ſitq́; illorũ diſpoſitio modo quo proponitur, uerum eſſe q͂d ꝓponitur, ſecetur enim ſpeculũ per ſuperficiẽ planã tranſeuntẽ per centrũ ſpeculi erit ergo per 69. primi huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei planæ, & ſuperficiei ſpeculi circulus qui ſit b g, & ducatur in hoc circulo linea à centro ſpeculi, ad circũferentiã quocunq; modo cõtingat, & ſit linea a u, quæ diuidatur per æqualia in pũcto o, & à centro a ſecundũ quantitatẽ lineæ a o, deſcribatur circulus qui ſit e z. & in linea o u ſignetur punctus t, utcunq; cõtingat, & à puncto t ducãtur lineæ t n & t m, perpendiculariter ſup lineã a u per 11. primi, & ducatur à pũcto t lineæ t e & t z, cõtingentes circulũ e z, per 16. tertij, & ſint pũcta cõtactuũ e & z, ducãtur quoq; à cẽtro ſpeculi pũcto a, ad puncta contactuũ lineæ a e & a z, quæ productæ ſecẽt ſpeculũ in pũctis b & g, copulẽtur quoq; lineæ t b & t g, & à pũncto t, ducatur linea b m, æquediſtans lineæ a u, per 31. primi, & linea g a, ducatur æquediſtans eiſdem lineis a b & b m, & ducantur à centro ſpeculi ad puncta m & n, lineę a m & a n, quæ producãtur ulterius extra circulũ g b, quia itaq; linea a e eſt

æq̄lis lineæ o u,palā ꝑ eandē,q̄m linea a e eſt æq̄lis lineæ e b,& linea a z,æq̄lis lineæ z g, oēs em̄ diametri circuli e z,ſunt medietates diametrorū circuli b g , ergo illa q̄ interiacet circulos exiſtēs à cētro a,eſt æqua lis ſemidiametro circuli e z,& q̄a linea t e cōtingit circulū minorē qui eſt e z,erit ꝑ 17.tertij,linea t e perpēdicularis ſuꝑ lineam b a, & ſimiliter erit linea t z perpēdicularis ſuꝑ lineam g a,ergo per 4.primi , linea t e exiſtente cōmuni ambobus trigonis b e t & t e a,erit linea b t æqualis lineæ t a,& ſimilter erit linea g t,ęqualis lineę t a,ergo per 5.primi,in trigono t b a,erit angulus t a b,æqualis angulo t b a,& in trigono t g a,erit angulus t g a æqualis angulo t a g,& quia linea b m eſt æquediſtans lineæ a t,erit per 29.primi,angulus m b a,æqualis angulo t a b,quoniam ſunt coalterni,angulus ergo m b a,æqualis eſt angulo a b t,& ſimiliter angulus n g a,æqualis eſt angulo a g t,cū ergo uiſus fuerit in puncto t,& in linea m b,fuerit aliquod uiſibile ut punctū m, tūc forma puncti m,à puncto ſpeculi quod eſt b,reflectetur ad uiſum exiſtentē in pūcto t , & forma puncti n,reflectetur à puncto ſpeculi g,ad uiſum exiſtentē in puncto t; uiſus itaq; exiſtens in pūcto t,cōprehendet formas punctorū n & m,reflexas ad ſe à punctis ſpeculi g & b,cōprehendet ergo eadē ratione & totū lineam n m reflexam ad ſe ex toto arcu g b ut patet per 42.huius,& quia linea m t eſt perpēdicularis ſuper lineam a t,erit angulus m t b acutus,quia enim angulus m t u eſt rectus,ergo per 29.primi,angulus b m t eſt rectus ergo angulus m t b eſt acutus per 32.primi,ergo per 19.primi,erit linea c b, maior ꝙ linea b m,ſed ut præmiſſum & linea c b eſt æqualis lineæ a t,ergo linea a t eſt maior ꝙ linea b m,ſed linea a t & b m ſunt æquediſtantes,ergo per 16.primi huius, linea t b cōcurret cū linea a m,cōcurrant ergo in puncto f,eſt itaq; per 37.quinti huius,punctus f locus imaginis formæ puncti m,eodem quoq; modo linea t g concurret cum linea a n in puncto qui ſit q,& erit punctus q,locus imaginis formæ puncti n,quoniam kathetus incidentiæ formæ puncti m,eſt linea a m,& kathetus incidentiæ formæ puncti n,eſt linea a n, lineæ quoq; reflexionis ſunt lineæ t b & t g,continentur itaq; puncta f & q,per lineam f q,



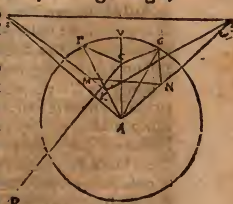
& erit linea t q,diameter imaginis formæ totius lineæ n m,& quia lineæ t e & t z ſunt æquales per 58. primi huius,erunt anguli t a e & t a z æquales , anguli enim t z a & t e a ſunt recti,per 17.tertij,& lineę z a & e a ſunt æquales,quia ſemidiater eiuſdē circuli linea ꝗq; t a eſt cōmunis ambobus trigonis t z a & t e a,ergo per 8.primi, anguli z t a & e t a ſunt æquales,& ſimiliter anguli t a e & t a z ſunt æquales,ergo & angulus t a b,æqualis angulo t a g,ergo per 4.primi,erūt lineæ t b & t g æquales, & quia angulus e t a eſt æqualis angulo z t a , erit angulus u t b, æqualis angulo u t g,relinqtur ergo angulus b t m , æqualis angulo g t n,quoniam anguli u t m & u t n, ſunt æq̄les,quia recti,ſed & anguli b m t & g n t ſunt recti,ergo trigona g t n & b t m ſunt per 32 primi,æquiangula, ergo per 4.ſexti,cū linea t g ſit æqualis lineæ t b,erunt lineæ b m & g n æquales,& linea t m æqualis lineæ t n,ergo per 4.primi.cū anguli n t a & m t a ſunt recti & æquales,erūt lineæ a m & a n æquales,& ſit puncta m & n æqualiter diſtabūt à cētro ſpeculi qđ eſt a,eritq; per 2.ſexti,& per 18.quinti,proportio lineæ a f ad lineam f m, ſicut lineæ a t ad lineam b m,& erit ꝓportio lineæ a q ad lineam q n,ſicut lineæ a t ad lineā g n,ſed ꝑ 7.q̄nti,eadē eſt ꝓportio lineæ a t ad lineā b m,& ad g n,q̄m illæ duæ ſunt æquales,& eadē ergo eſt ꝓportio lineæ a f ad lineā f m,q̄ eſt lineæ a q ad lineā q n,ergo ꝑ 7.primi huius,erit euerſim eadē ꝓportio lineæ a f ad lineam a m,q̄ eſt lineæ a q ad lineā a n,ergo ꝑ 16.q̄nti,erit ꝑmutatim ꝓportio lineæ a q ad lineam a f,ſicut lineæ a m ad lineam a n,ſed linea a m eſt æq̄lis lineæ a n,ergo linea a f eſt æq̄lis lineæ a q,linea itaq; f q,æquediſtat lineæ n m,ꝑ 2.ſexti,ergo linea f q eſt maior ꝙ linea n m,ſi itaq; cētrū uiſus fuerit in pūcto t,et in linea n m,fuerit aliq̄d uiſibile,tūc uiſus cōprehēdet imaginē illius uiſibilis maiorē ꝙ ſit ſecundū ueritatē,& hoc eſt propoſitū,etſi arcus cuiuſcūq; circuli copulentur ad has chordas n m & q f,patet idem de arcubus quod de lineis rectis,

Centro

XLVII.

Centro uiſus & re uiſa oppoſitis ſpeculo ſphærico concauo taliter ut uiſus ſit altior re uiſa ſecundum ſui extrema æqualiter diſtante à centro ſpeculi, imago lineæ uiſæ uidebitur ultra ſpeculum maior re uiſa.

Sit circulus ſpeculi ſphærici concaui ſicut in præmiſſa qui eſt b g, cuius centrum a, & ducantur lineæ à centro circuli a, ad periferiam quæ ſunt a b, a g, a u, ſitq́ linea a u, diuidens per æqualia arcum g b, quæ diuidatur, ut in præcedente ſecundum punctum t, ultra ſui medium uerſus circumferentiam g b, & ducantur lineæ g t & t b, & erigatur à puncto t, linea perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli per 12. undecimi, quæ ſit linea t k, & ducantur lineæ a k, b k, & g k, ſuperficies itaq; trigonorum k b a, ſunt ſecantes ſphæram ſpeculi ſuper centrum a, & ſunt erectæ ſuper ſuperficiem circuli b g, per 18. undecimi, & ſuper omnes ſuperficies contingentes ſphæram in punctis b & g, uel quibuſcunq; punctis alijs circulorum qui ſunt communis ſectio illarum ſuperficierum & ſpeculi per ſecũdam huius, quoniam enim communes ſectiones circuli b g, & ſuperficierũ illorum trigonorũ ſunt ſemidiametri a b & a g, qui ſunt erecti ſuper ſuperficiẽ in illis punctis b & g, ſpeculũ contingentes, patet quod illę ſuperficies per 18. undecimi, ſunt erectæ ſuper ſuperficies in illis punctis contingentes, & ſimiliter patet hoc de alijs ſuperficiebus ſecundum puncta illorum circulorum contingentibus. In illis itaq; ſuperficiebus fit reflexio à punctis circumferentiæ circulorum communi eis & ſpeculo, ducatur itaq; linea b m in ſuperficie b k a æquediſtanter lineæ a k, ſitq́ linea b m minor quàm linea a k, fiatq́ taliter ut linea b m, tota penetret ſuperficiem circuli b g, ad partem aliam quàm linea t k, ita ut lineæ t k, & b m, ſint in diuerſis partibus ſpeculi reſectos per ſphæram ſpeculi b g, ducatur itaq; linea a m, & extrahantur lineæ b k & a m, donec concurrant in puncto f, concurrent autem per 16. primi huius, cum linea b m, ſit minor quàm ſua æquediſtans linea a k, & in ſuperficie g n k, ducatur linea g a æquediſtans lineæ a k, ſitq; linea g n æqualis lineæ b m, & ad eandem partem ſuperficiei circuli producta, & ducatur linea a n, producanturq́ lineæ a n & k g, donec per 16. primi huius, concurrant in puncto q, ducaturq́ linea f q, & linea m n, quia ergo ut in præcedente proxima oſtendimus, linea b t eſt æqualis lineæ t a, & linea t k, eſt communis duobus trigonis b k t & a k t, & anguli ad punctum t, ſunt recti per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectam, palam per 4. primi, quia linea b k, eſt æqualis lineæ k a, & per eandẽ erit linea g k, æqualis lineæ a k, ergo per 5. primi, anguli k a b & k b a ſunt ęquales, & ſimiliter ſunt anguli k a g & k g a æquales. Item quia linea g k eſt æqualis lineæ a k, igitur linea g k æqualis eſt lineæ b k, ſed & linea a g eſt æqualis lineæ a b, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, & linea a k eſt communis, trigona itaq; a k b & a k g ſunt æquilatera, ergo per 8. primi, angulus k b a eſt æqualis angulo k g a, & angulus k a b æqualis angulo k a g, & quoniam per 29. primi, angulus a b m eſt æqualis angulo k a b, ergo & angulo k b a, & quia lineæ a k & b m æquediſtant, & iſti anguli ſunt coalterni, & ſimiliter angulus a g n, eſt propter eadem æqualis angulo k a g, quoniam lineæ a k & g n æquediſtant, ergo & angulo k g a, & quoniam anguli k a g & k a b ſunt æquales, ut præoſtenſum eſt, erit ergo angulus a b m æqualis angulo a g n, & linea b m ex hypotheſi eſt æqualis lineæ g n, ergo per 4. primi, linea a m eſt æqualis lineæ a n, ergo ut in præmiſſa linea a f, erit æqualis lineæ a q, ergo per ſecundam ſexti, linea q f æquediſtat lineæ m n, & linea f q eſt maior quàm linea m n, cum itaq; uiſus fuerit in pũcto k, uel ſuper punctum k, in linea c k, & fuerit linea m n, in aliquo uiſibili inferiore puncto uiſu, tunc forma puncti m, incidat ſpeculo ſecundam lineam m b, & reflectetur à puncto ſpeculi b, ad uiſum ſecundum lineam b k, in ſuperficie circuli tranſeuntis per puncta b a k, & forma puncti n, incidet ſpeculo ſecundũ lineam n g, & à puncto ſpeculi g, reflectetur ad uiſum ſecundum lineam g k, in ſuperficie circuli tranſeuntis per pũcta g a k, & erit per 37. quinti huius, imago puncti m, pun-



ctum f,& imago puncti n punctum q,& erit linea q f,diameter imaginis lineæ n m,& linea f q erit maior quàm linea m n,imago itaq; rei uiſæ apparebit maior ipſa re uiſa, & ultra ſpeculum,in hoc ergò ſitu uiſus eſt uiſibilis,patet propoſitum. Si itaq; reuoluatur tota figura in circuitu lineæ a u,ipſa linea a u,permanente immobili,tunc punctum k deſcribet motu ſuo quendam circulum,ſuper quem erecta eſt linea a u , tranſiens ad utramq; partem ſuperficiei illius circuli,& omne punctum illius circuli habebit ſitum reſpectu lineæ comparis lineæ m n. Si itaq; uiſus fuerit in aliquo puncto circumferentiæ huius circuli,& linea compar lineæ m n,fuerit in ſuperficie alicuius rei uiſæ reſpicientis centrum uiſus ſecundum illum ſitum,ut res uiſa in qua eſt linea m n,reſpiciebat uiſum exiſtentem in puncto k,tunc uiſus comprehendet formam illius lineæ maiorem ſua propria quantitate,& ſimiliter ſi extrahatur linea c k,in continuum & directum,& ſignetur in ea punctum aliud præter punctum k,ut punctum p,& ducantur lineæ ad illud punctum p, ſicut ad pũctum k,ſunt prius ductæ,erit idem eueniens quod prius accidit in puncto k, plures itaq; ut patet per præſens theorema,& per proxime præmiſſum in ſpeculis ſphæricis concauis uidetur imago rei uiſæ maior ipſa re uiſa,quod eſt notandum.

XLVIII.

In ſpeculis ſphæricis concauis quandoq; comprehenditur imago æqualis ipſi rei uiſæ,quæ occurrens inter uiſum & ſpeculum conuerſum, retro uiſum uero conformem habet ſitum rei uiſæ.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a b,cuius centrum ſit e,ſecetq; ipſum ſuperficies plana tranſiens centrum e,cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi erit circulus per 69. primi huius,qui ſit a b,& ducatur à centro linea e z, utcũq; contingit, non in ipſa ſuperficie circuli a b,ſed oblique ſuper illam ſicut placet,quæ producatur ultra circuli periferiam ad punctum g,& à puncto g,extrahatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli a b,per 12. undecimi,& in illa perpẽdiculari ſignetur punctum d, & ducatur linea d e,quæ protrahatur ultra centrum e,ad punctum o,& ducatur linea e b, continens cum linea d e,angulũ obtuſum,& ducatur line e a continens cum linea e d,angulum obtuſum æqualem angulo d e b,per 23. primi,& ducantur lineæ d a,d b,erũtq; per 4. primi, in trigona d e a & d e b æquiangula. Superficies itaq; duorum trigonorũ d e a,& d e b,ſecant ſe ſuper lineam d e,& duo anguli d b e & d a e ſunt acuti & æquales,per 4. primi,linea enim e b eſt æqualis lineæ e a, & linea d e eſt cõmunis ambobus trigonis d e a & d e b, & anguli d e b & d e a ſunt æquales, à puncto quoq; b in ſuperficie trianguli d e b, ducatur per 23. primi,linea continens cum linea e b,angulum æqualem angulo d b e, quæ ſit linea b o,hæc igitur linea concurret cum linea d e,per 14. primi huius,ideo quod angulus b e d eſt obtuſus,& angulus e b o,qui eſt apud punctum b,eſt acutus,non ualens cum angulo d e b duos rectos,cum angulus o b e ſit æqualis angulo d b e, qui cum angulo b e d & angulo b d e,ualet duos rectos,per 32. primi,ſit itaq; linearũ d e & b o,cõcurſus in pũcto o,& à puncto a,ducatur linea in ſuperficie trianguli d e a continens cum linea a e, angulum æqualẽ angulo d a e,concurret ergo illa ut prius cũ linea e o in puncto o, quoniã anguli a e o & b e o,per 13. primi,& ex præmiſsis ſunt æquales,& anguli e b o & e a o, ex præmiſsis inter ſe ſunt æquales, ergo per 32. primi, anguli reliqui qui ſunt e o b & e o a, ſunt æquales,ergo per 4. ſexti,latera ipſorum ſunt proportionalia,ſed linea e a eſt æqualis lineæ e b,ergo linea e o eſt æqualis ſibijpſi,cadunt ergo lineæ b o & a o,in unum punctum lineæ d e productæ,qui eſt o,ducatur etiam linea e c ad lineam b d,ita quòd cõtineat cum linea e b angulum rectum per 11. primi,& protrahatur linea c e ultra punctum e & linea b o ultra punctum o,cõcurrentq; lineæ c e & l o,per 14. primi huius,quia cũ angulus b e c ſit rectus,angulus e b o eſt acutus,ſit ergo concurſus pũctus h, eritq; linea c e, æqualis lineæ e h,& linea c b æqualis lineæ b h,per 4. ſexti,trigona enim c e b & b e h,per 13. primi,& ex præmiſsis ſunt æquiangula,& quibus latus e b eſt cõmune, & ſimiliter ꝑ ducatur linea e k ad lineam a d,ita ꝙ contineat cum linea e a,angulũ rectum per 11. primi,& producatur ultra punctum e,& producatur linea a o,ultra punctũ o, cõcurrentq; lineę k e,& a o, per 14. primi huius, quia cũ angulus k e a ſit rectus,angulus e a d eſt acutus

gus,ſit concurſus punctus l,& erit linea k a æqualis lineæ e l,quia cum angulus k e a ſit rectus,erit angulus e a l rectus,ſed & angulus e a l eſt æqualis angulo k a e,ut patet ex præmiſsis,ergo per 32.primi,trigona k e a & e a l ſunt æquiangula,ergo p 4. ſexti, cũ linea e a ſit ambobus illis trigonis communis,erit linea k a æqualis lineæ a l, & linea k e æqualis lineæ e l,& hoc etiam poteſt concludi per 3.ſexti,& per eundem modũ oſtenſum,ſunt lineæ d e & e h adinuicem,& lineæ c h & b h adinuicem æquales, ducantur ergo lineæ c h & l h,quia itaq; duo latera d e & k e ſunt æqualia duobus lateribus e h & e l,& per 15.primi,angulus c e k eſt æqualis angulo l e h,patet per 4.primi,quoniam lineæ c h & l h, erunt æquales inter ſe. Si ergo uiſus fuerit in puncto d,& linea l h, fuerit in aliquo uiſibili tunc uiſus exiſtens in puncto d, comprehendet formã puncti h,in ſpeculo a b.reflexam à puncto b,& erit forma puncti h,imago punctum c,per 37.quinti huius,quoniam kathetus ſuæ incidentiæ qui eſt linea h e,concurrit cũ linea reflexionis,quæ eſt d b, in puncto c,ſimiliter quia forma puncti l,reflectetur ad uiſum in punctum d,à puncto ſpeculi quod eſt a,& quia kathetus ſuæ incidentiæ qui eſt l e,cõcurrit cum linea reflexionis quæ eſt d a,in pũcto k, erit per 37.quinti huius,punctum k,imago puncti formæ pũcti l, & erit linea c k,diameter imaginis lineæ l h,& erit ei æqualis. Si ergo reuoluatur tota figura ſpeculi,& linearũ productarũ linea h l immobili exiſtente,tunc punctus d,deſcribet circulum,in cuius circumferentiæ puncto aliquo cẽtro uiſus exiſtente poterit comprehendere aliquod uiſibile comparem habens ſitũ ad uiſum,ſicut tunc habet linea l h ad uiſum d, & erit imago illius uiſibilis æqualis ei, & ſimiliter ſi uiſus fuerit intra circulum ſpeculi in puncto o,& res uiſa fuerit diſpoſita ſecundum lineam c k,erit imago lineæ c k, linea l h æqualis rei uiſæ,ſed tamen re uiſa exiſtente in linea l h, & uiſu exiſtẽte in pũcto d,cum imago rei uiſæ fuerit linea c k,erit forma imaginis, conuerſa reſpectu ſitus rei Si enim punctus h fuerit in dextra,erit punctus c in ſiniſtra, & ſi punctus h fuerit ſupra lineam aliquam eleuatus,erit punctus c infra illam lineam depreſſus & inclinatus,& ſimiliter eſt de puncto l,reſpectu puncti k,ſed cum res uiſa fuerit in linea c k,& uiſus fuerit in puncto o,& imago lineæ c k fuerit linea l h,erit forma nõ conuerſa ſed directa,nam imago quæ eſt linea l h,erit retro uiſum,ut oſtenſum eſt in 11.huius,& uiſus comprehẽdet pũctum h,quod eſt imago puncti c,retro ſe in linea h o,& punctum l,quod eſt imago pũcti k,in linea l o retro ſe,& pars formæ uiſibilis quæ reflectitur ad uiſum,erit reſpiciẽs uiſum in ipſa imagine,ſicut & in ipſa ſuperficie rei uiſæ,patet ergo propoſitum.



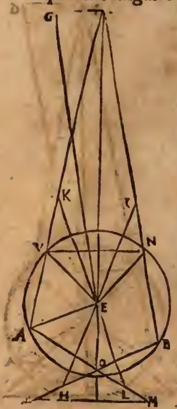
XLIX.

In ſpeculis ſphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur minor re uiſa, quæ occurrens inter uiſum & ſpeculum conuerſum habet ſitum rei uiſæ, quandoq; uero uidetur maior re uiſa,quæ occurrens retro uiſum conformem habet ſitum rei uiſæ.

Sit diſpoſitio totius figuræ omnino eadem quæ in præcedente theoremate,& producatur linea b h,in continuum & directũ,& in ipſa ſignetur punctus r,& ducatur linea r e, ad centrũ ſpeculi,quoniam angulus t e b eſt rectus,patet per 13.primi,quod angulus h e b eſt rectus,palam ergo quia angulus r e b erit obtuſus,producaturq; linea r e ultra pũctũ e,ad lineã b d,incidatq; in punctũ n,cadetq; n inter pũcta t & b, cũ enĩ angulus b e r, ſit obtuſus,patet per 13.primi,quod angulus b e n eſt acutus,linea itaq; e n,diuidit angulum t e b qui eſt rectus,ergo per 29.primi huius,ipſa ſecabit baſem t b, erit ergo linea n b minor quàm linea t b, ſed linea t b,ut patet in præcedenti eſt æqualis lineæ b h, & linea b r eſt maior q̃ linea b h,erit ergo linea r b maior q̃ linea b n,& quia ut patet ex præmiſsis in proxima præcedente angulus n b e eſt æqualis angulo e b r, palam quod linea

e b

e b diuidit angulum n b r per æqualia, erunt ergo per 3 ſexti, proportio lineæ b r ad lineam b n, ſicut proportio lineæ r e ad lineam e n, ſed linea r b eſt maior quàm linea b n, ergo linea r e, eſt maior quàm e r, producaturq́ ſimiliter linea a l, in continuum & directū, donec ſit linea a m æqualis lineæ b r, & ducatur linea m e, quæ producta concurrat cum linea d a in puncto u, concurret autem ut prius demonſtratum eſt per 29. primi huius, & quia duo anguli e a m & e b r ſunt æquales, ut patet in cōmento præmiſſæ propoſitionis, & duo latera e a & a m, trigoni e a m, ſunt æqualia duobus lateribus trigoni b e r, quæ ſunt b e & b r, erit per 4. primi, linea m e æqualis lineæ r e, & angulus m e a æqualis angulo r e b, ſed angulus r e b maior eſt angulo recto & obtuſus, erit ergo angulus m e a obtuſus, ergo per 3. primi, angulus u e a eſt acutus, quia ergo in trigono a e u, angulus u a e eſt æqualis angulo e a m, trigoni m e a, & angulus u e a eſt minor angulo m e a, erit angulus e u a maior angulo a m e, per 32. primi, ergo in trigono m a u, latus m a eſt maius latere u a, ſed linea a e diuidit angulum u a m per æqualia, ergo per 3. ſexti, linea m e eſt maior quàm linea e u, & ſimiliter eſt linea r e maior quàm linea e n, ducantur itaq; lineæ n u & m r, & quia per 26. primi, linea n e eſt æqualis lineæ e u, quoniam ex præmiſsis angulus u a e eſt æqualis angulo n b e, & angulus a e n eſt æqualis angulo b e n, cum uterq; punctorum ſuper angulum æqualem obtuſum ſit complementum duorum rectorū per 13. primi, & latus a e eſt æquale lateri b e, ſunt igitur per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. ſexti, trigoni m e r & n e u æquianguli, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ m e ad lineam e u, ſicut lineæ m r ad lineam n u, ſed ut patet ex præmiſsis linea m e eſt maior quàm linea e u, ergo linea m r eſt maior quàm linea n u. Si ergo linea m r fuerit in aliquo uiſibili, & uiſus fuerit in puncto d, erit linea n u diameter imaginis lineæ m r minor quàm linea r m, & ſi uiſus fuerit in puncto o, & linea n u fuerit in aliquo uiſibili, erit linea m r imago lineæ n u, & eſt maior quàm linea n u. Sed cum in linea m r fuerit aliquod uiſibile, & uiſus in puncto d, imago n u, erit inter uiſum & ſpeculum, & uidebitur imago reuerſa habens ſitum alium quàm res uiſa, prout declarauimus in theoremate præcedente, cum uero res uiſa fuerit in linea n u, & uiſus in puncto o, imago m r uidebitur retro uiſum, & erit eius forma conformis ſitui rei uiſæ, ut in præmiſſa patuit, nam imago ſi fuerit ultra uiſum uidebitur anterius ipſius, & omne punctum imaginis uidebitur in linea ſuæ reflexionis, patet ergo manifeſte totum quod proponebatur.

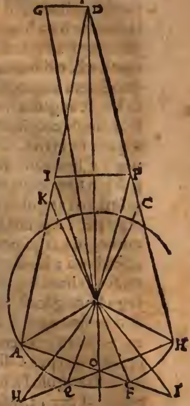


L.

In ſpeculis ſphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur maior re uiſa, & conuerſa ſecundum ſitum formæ rei uiſæ ipſa imagine inter uiſum & ſpeculum occurrente retro uiſum non uidetur minor, ſed habens ſitum conformem rei uiſæ.

Remaneat diſpoſitio quæ prius in 48. huius, & ſignetur in linea o h, punctū q, & ducatur linea e q, & producta ultra centrū e, tranſeat ad punctum p, lineæ d b, ſitq; ut a linea o l, abſcindatur linea o f, æqualis lineæ o q, per 3. primi, & ducatur linea f e, quæ, pducatur ultra punctum e, ad lineam d a in punctum i, erit itaq; ſecundū prædictum in præmiſsis probandi modum duæ lineæ p e & i e, maiores duabus lineis e f & e q, quia enim linea l e eſt maior quam linea f e, per 21. primi, & linea e h eſt maior quàm linea e q, linea uero p e eſt maior quàm linea c e, & linea i e maior quàm linea e k, linea uero l e eſt æqualis lineæ k e, & linea h e eſt æqualis lineæ e c, patet quod duæ lineæ e p & e i, ſunt maiores duabus lineis f e & e q, & quia ex præmiſsis in præcedentibus duobus theorematibus anguli e h q & e l f, ſunt æquales, & lineæ e h & e l æquales, nunc autem lineæ h q & l f, acceptæ ſunt æquales, ergo per 4. primi, lineæ f e & q e ſunt æquales, & angulus f e o æqua

lis angulo q e o,ergo per 15.primi,angulus p e d eſt æqualis angulo d e i.relinquitur ergo angulus p e b æqualis angulo i e a,ergo per 32.primi, trigona p e b & i e a ſunt æquiangula,ergo per 4.ſexti, cũ linea e b ſit æqualis lineæ e a,erit linea p e æqualis lineæ e i,ducantur ergo lineæ p i & p q,erit per 15.primi,& per 7.quinti,& per 6.& 4.ſexti,linea p i,maior quàm linea f q,ſi ergo uiſus fuerit in puncto o, & linea p i ſit in aliquo uiſibili,erit linea f q imago lineæ p i, & eſt linea f q maior q̃ linea p i,& imago f q, uidebitur ſuper duas lineas reflexionis quæ ſunt a o & b o, erit ergo forma imaginis retro uiſum minor quàm res uiſa,& erit directa habens ſitum conformem ſitui rei uiſæ.Si uero uiſus fuerit in puncto d,& linea f q in aliquo uiſibili, tunc erit linea p i imago lineæ f q,& erit maioris quantitatis q̃ linea f q, & erit forma ante uiſum conuerſum & contrarium habens ſitum reſpectu ſitus formæ uiſæ rei uiſæ,& hoc eſt propoſitum.

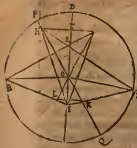


L I.

Centro uiſus exiſtente in aliquo puncto inter quod & ſuperficiem ſpeculi ſphærici cõcaui fuerit centrum ſpeculi formæ uiſæ exiſtentis ultra centrum ſpeculi imago conuerſa uidetur,& minor forma rei uiſæ; in hac quoq; ſitu uiſus comprehendet propriã imaginẽ minorem & conuerſam.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a b d,cuius centrum g, ſecetq; ipſum ſuperficies plana per centrum g,erit ergo per 69.primi huius,communis ſectio circulus qui ſit a b d & ducatur linea g d,utcunq; contingit,& producatur linea g d ultra punctum g, ad punctum e,in quo ſit centrum uiſus in ſuperficie circuli a b d,ſitq; punctus c,in eadem linea e d ultra centrum ſpeculi,quod eſt punctum g & ducatur linea c h,per 11.primi,perpendiculariter ſuper lineam e d.& producatur linea h c ultra punctum c,ad punctum z, donec ſit linea z c æqualis lineæ c b,comprehendatq; uiſus exiſtens in puncto e, formã puncti h,per reflexionem factam à puncto ſpeculi quod ſit a,erunt itaq; duo puncta a & h, à duobus lateribus puncti g, ſitq; ita ut ſi linea g h, producatur ad periferiam circuli in punctum p,fietq; arcus a p maior quarta circuli,& erit angulus a g p obtuſus,per ultimã ſexti,non eſt autem poſsibile,ut puncta a & h,conſiſtant in eodẽ latere puncti g,in e dia metros g d & g q,producta ſemidiametro g p,in punctum q, non enim poſſet fieri reflexio,ut patet per 20.huius,niſi linea producta à puncto g centro ſpeculi ad punctum a,diuideret angulum h e per æqualia,ducantur itaq; lineæ e a & a h,& producta linea h g ad lineam a e,incidat ipſum in punctum k,angulus itaq; h a g eſt æqualis angulo g a e, per 20.quinti huius,& eſt pũctus k imaginis puncti h,per 27.quinti huius, ſit quoq; arcus b d æqualis arcui d a,quod fiat per 25.tertij.Si angulus d g b fiat æqualis angulo d g a, & ducantur lineæ e b,z b,g b,& producatur linea z g,ad lineam b e,incidatq; in punctum l ſecetq; linea z u ſemidiametrum d g,in puncto f,quia ut patet ex præmiſsis duæ lineæ z c & c h ſunt æquales.& puncta z & h,æqualem habent diſpoſitionem reſpectu centri, & reſpectu periferiæ circuli,patet quod lineæ h a.& z b interſecabunt ſemidiametrum d g. in eodem puncto f,quia itaq; in trigonis c e f & h c f,duo latera h c & c z ſunt æqualia,& latus c f eſt commune,& anguli à d c recti,palam per 4 primi, quoniam linea z f eſt æqualis lineæ h f,ſed & in trigonis a g f & b g f,accidet per eandem 4.primi, angulum f a g æqualem eſſe angulo f b g,& lineam a f æqualem fieri lineæ f b, eſt enim ex præmiſsis angulus a g f æqualis angulo b g f,& lineæ a g & b g ſunt ſemidiametri,communis uero, ambobus trigonis a f g & b f g,eſt linea f g,ergo per 4.primi,angulus f a g, inæqualis eſt angulo f b g,ſimiliterq; per eandem 4.primi,linea e a æqualis ſit lineæ e b,& angulus g b e æqualis angulo g a e,ſed anguli f a g & g a e ſunt æquales, ergo & anguli f b g & g b e ſunt æquales,ergo angulus z b g æqualis eſt angulo e b g,ergo per 20.quinti huius,forma puncti z reflectetur à puncto ſpeculi quod eſt b,ad uiſum exiſtentem in puncto e, & erit

erit punctus l, locus imaginis formæ puncti z, ducatur quoq; linea k l, quæ erit diameter imaginis lineæ z h, & quia linea z h eſt perpẽdicularis ſup lineã d e, & linea z c eſt æqualis lineæ c h, ex hypotheſi, & quia ut patet ex præmiſsis duæ lineæ z f & h f ſunt æquales, et duæ lineæ a f & b f ſunt æquales, tota ergo linea z b eſt æqualis toti lineæ h a, ſed & duæ lineæ a e & e b ſunt æquales, ducãtur quoq; lineæ e h & e z, in trigonis itaq; e a h & e z b, duo latera unius quæ ſunt e a & h a ſunt æqualia duobus alternis lateribus, quæ ſunt e b & b z, & angulus h a e eſt æqualis angulo z b e, ergo per 4. primi, baſis z e eſt æqualis baſi h e, ſimiliterq; in trigonis z c g & h c g, duo anguli ad punctũ c, ſunt recti, & latus z c, æquale lateri h c, latus quoq; c g eſt commune, ergo per 4. primi, linea g h eſt æqualis lineæ z g, lineæ uero a g & g b ſunt ſemidiametri circuli a b d & æquales, ergo duæ lineæ a g & g h ſunt æquales duabus lineis b g & g z, & baſis a h eſt æqualis baſi b g, ergo per 8. primi, erit angulus a h k æqualis angulo b z l, & angulus h a k æqualis angulo z b l, erit ergo per 32. primi, angulus h k a æqualis angulo z l h, trigona itaq; h a k & z b l ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ h k ad lineã r l, ſicut lineæ z b ad lineã h a, ſed linea z b, eſt æqualis lineæ h a, ut patet ex præmiſsis, ergo linea h k eſt æqualis lineę z l, ſed & linea h g eſt æqualis lineæ z g, ut ſupra patuit, erit ergo reliquũ æquale reliquo, ergo linea g k eſt æqualis lineæ g l, quia itaq; duæ lineæ z g & h g, inter ſe ſunt æquales, & duæ lineæ g k & k l, inter ſe ſunt æquales, patet per 7. quinti, q̃niã eſt proportio lineæ z g ad lineã g b, ſicut lineæ h g ad lineã g k. Sed angulus z g h & k g l ſunt æquales, per 15 primi, ergo per 6. ſexti, erunt trigona z g h & k g h æquiangula, angulus ergo z h k eſt æqualis angulo l k h, ergo per 27. primi, lineæ z h & k l ſunt æquediſtantes, q̃d etiã patere poteſt per 14. primi huius. Item angulus h g a, ut patet ex præmiſsis, eſt obtuſus, ergo per 13. primi, angulus a g k eſt acutus, duo uero anguli h a g & g a k ſunt æquales, relinquitur ergo per 32. primi, angulus a k g maior angulo a h g, ergo per 19. primi, in trigono a h k, latus a h eſt maius latere a k, & duo anguli apud a ſunt æq̃les, ergo ꝑ 3. ſexti, linea h g eſt maior q̃ linea g k, & ſimiliter linea z g eſt maior q̃ linea g l, ergo linea z h eſt maior q̃ linea k l, ꝑ 4. ſexti, ſed linea k l eſt diameter imaginũ lineæ z h, linea ergo z h uidebitur minor q̃ ſit ſecũdũ ueritatẽ. Si ergo reuoluerimus circulũ a b d, linea e d immobili exiſtẽte ex duobus pũctis a & b, deſcribet̃ circulus in ſupficie ſpeculi, & ſicut ſe habet uiſus exiſtẽs in pũcto e, ad rẽ uiſam, in qua eſt linea z b, ſic ſe habebit reſpectu cuiuslibet cõparis lineæ cadẽtis inter illũ circulũ, quẽ ſignant puncta z & h reflexæ ex arcu cõpari arcui a b, ex proportiõe ſpeculi, quẽ diuidit circulus, quẽ ſignãt duo pũcta a & b, & ſimiliter poteſt declarari, ſi linea z h ponatur maior uel minor q̃ nũc eſt poſita, uniuerſaliter eñ in hoc ſitu diametri imaginis uel faciei aſpicientis cõprehenditur in ſpeculo ſphærico cõcauo



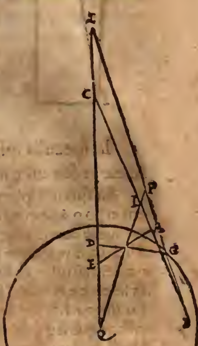
minor q̃ ſit, ſed etiam imago uidetur conuerſa, ſi enim uiſus fuerit in puncto e, tunc aſpiciens comprehendet formam ſuã in tali ſpeculo minorem quàm ſit, & quia punctus k eſt imago puncti h, & punctus l eſt imago puncti z, erit imago cõuerſa, q̃niam pars dextra uidebitur ſiniſtra, & ſiniſtra dextra, et ſimiliter ſuperior uidebitur inferior, et inferior ſuperior, et ſimiliter etiam uiſus comprehendet ſuã formã, quia illud quod eſt in dextro cõprehẽdet in ſiniſtro, et econuerſo, et quod deorſum eſt comprehendet ſurſum, & econuerſo, ſimiliter quoq; ſi uiſus fuerit in quolibet puncto inter quod et ſuperficiem ſpeculi fuerit centrum ſpeculi, ſemper cõprehendet ſuam formam conuerſam, & hoc eſt propoſitum. Ex his itaq; præmiſsis quatuor theorematibus patet, quod in ſpeculis ſphæricis concauis imago rei uiſæ cõprehenditur à uiſu quandoq; maior, quandoq; minor, quandoq; æqualis rei uiſæ, et nũc conformẽ habens ſitum ipſi rei uiſæ, & nunc cõuerſum, & quoniã ſicut oſtendimus per 40. huius, quandoq; unius rei una uidetur imago, quãdoq; duæ, quandoq; tres, & quãdoq; quatuor, illud ergo q̃d habet unã imaginem maiorem ſe, forſan habebit alias minores, & quod habet unã, cuius ſitus eſt directus compar rei uiſæ, forſan uidebitur ſub alijs imaginibus habentibus conuerſum

uerſum ſitum in contrarium rei uiſæ, & hæc omnia in diuerſitate ſitus rei uiſæ, & ipſius uiſus reſpectu punctorum reflexionis patere poteſt, patet ergo propoſitum.

LII.

Lineis incidentiæ ſe interſecantibus in ſpeculis ſphæricis concauis, altitudines & profunditates erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi citra punctum ſectionis exiſtentes reuerſæ, quæ uero ſunt in eiſdem lineis ultra ſectionem quemadmodum ſunt ſic apparent.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum a g, cuius centrum q, ſintq́ duæ altitudines d e & h n, erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſitq́ communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus a g, reflectaturq́ forma puncti e ad uiſum, cuius centrum ſit b, à puncto ſpeculi quod ſit a, & forma puncti d, à puncto g, interſecentq́ ſe lineæ incidentiæ d g, & e a in puncto z, citra quem punctum ſectionis ſit altitudo h n, cuius punctum h, ſit in linea e a, & eius punctū n, ſit in linea d g, cum ergo omnia puncta lineæ e a reflectantur a uiſum b, à puncto ſpeculi a, & omnia puncta lineæ d g, à puncto ſpeculi g, palam quod forma puncti h, reflectetur à puncto ſpeculi a, & forma pūcti n, à puncto ſpeculi g, quia uero lineæ h n & d n, ſunt rectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi, patet per 72 primi huius, quoniam quælibet ipſarum tranſit punctum q, centrum ſpeculi, producatur ergo à centro ſpeculi quod eſt q, per lineam h n, linea q n h producaturq́ ab eodē centro q, per lineam e d, linea quæ producatur extra ſpeculū, & quia linea q e a, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea b g obliqua, patet per 14. primi huius, quod lineæ e d & b g cōcurrent ultra ſpeculum, & ſit concurſus punctus i, palam etiam per eandem 14. primi huius, quoniam linea q n h producta concurret cū linea b g i, ſit concurſus punctus p, & linea b a concurret cum linea q h in puncto l, & cum linea q i in puncto c, manifeſtū autē per 37. quinti huius, quoniam locus imaginis formæ puncti h, erit in pūcto l, & locus imaginis formæ puncti n erit in puncto p, erit ergo linea l p imago totius lineæ h n, habet aūt imago l p, ſitum reuerſum reſpectu ſitus, lineæ h n, quoniam punctus h, eſt altior puncto n, & punctum l, q̄d eſt imago puncti h, eſt baſsius pūcto b, quod eſt imago puncti n, punctus uero i, eſt locus imaginis puncti d, & punctus c eſt locus imaginis puncti e, & quia punctus i eſt altior puncto c, ſicut punctus d eſt altior ipſo puncto e, palam quoniam imago lineæ d e eſt linea i t, conformem ſituationem habet ipſi lineæ d e, cuius ipſa eſt imago, quoniam imago ſituata apparet ſicut ſe habet ipſa res uiſa, & hoc eſt propoſitum de altitudinibus ſphęræ, de profunditatibus uero idem patet, ut ſi lineæ h n & d e, quædam profunditates ponantur eſſe, tunc enim eadem eſt demonſtratio, apparet enim profunditas h n reuerſa, & profunditas d s quemadmodum eſt diſpoſita ſic apparet, hoc itaq́ eſt propoſitum. Si uero ambæ lineæ d e & h n eſſent ex una quacunq́ parte ſectionis linearum incidentiæ, fieret ſuarum imaginum conformis ſituatio, ut patet per præmiſſa.

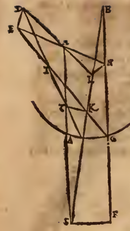


LIII.

Lineis incidētiæ ſe interſecātibus in ſpeculis ſphæricis cōcauis obliquę lōgitudines citra pūctū ſectionis exiſtētes, queadmodū ſunt ſic apparēt, earum uero quæ ſunt ultra ſectionem in eiſdem lineis uidentur imagines reuerſæ.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a g, cuius centrum m, & ſic centrum uiſus b, & ſit linea d e, obliqua ſuper ſuperficiem ſpeculi, cuius puncti d, forma reflectatur ad uiſum b, à puncto ſpeculi quod eſt a, formaq́ puncti e, à puncto g, & lineæ incidentiæ quæ ſunt d a & e g, interſecēt ſe in puncto i, ſitq́ citra punctū i, linea obliquæ incidens ſuperficiei ſpeculi quæ ſit k c, cuius punctus k, reflectatur à puncto ſpeculi g, & punctus c, à puncto ſpeculi a, ducatur itaq́ linea d m, à puncto d ad centrum ſpeculi, quæ propter obliquitatē

kk 2 lineæ

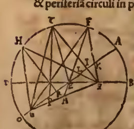


lineæ b a, ſuper ſuperficiẽ ſpeculi eum linea d m ſit perpendicularis ſuper eandem ſpeculi ſuperficiem per 72. primi huius, ideo quia tranſit centrũ ſpeculi quod eſt m, concurret cum linea b a, obliquę ſuperficiei ſpeculi incidentiæ, ut patere poteſt per 14. primi huius ſit concurſus in puncto b. Similiter quoqꝫ linea e m concurret cũ linea b g, ſit punctum concurſus n, palam ergo per 37. quinti huius, quoniam in puncto l, eſt imago formæ puncti d, & in puncto n, imago formæ puncti e, ducaturqꝫ linea n l, quæ erit imago totius lineæ d e, habet quoqꝫ imago n l, reuerſæ ſe ad ſitum lineæ d e, ꝗniam punctus n eſt altior puncto l, ſicur punctus d eſt altior puncto e, producaturqꝫ linea m k, donec concurrar cum linea b g, producta concurret autem propter obliquitatem lineæ b g, ſuper ſuperficiem ſpeculi, & propter perpendicularitatem lineæ m k, ſit concurſus pũctus f, & producatur linea m c, donec concurrat cũ linea b a producta, & ſit punctus concurſus ſ, copuleturqꝫ linea f ſ, erit ergo linea f ſ imago lineæ k c, & ſic punctum k, eſt altius pũcto c, ſic erit punctum f altius puncto ſ, eſt itaqꝫ imago f ſ, conformem habens ſitum ipſi rei uiſæ quæ eſt k c, occurrẽs ſpeculo citra punctum ſectionis linearũ incidentiæ, quod eſt i. patet ergo propoſitũ.

LIIII.

In ſpeculis ſphæricis concauis uiſus in quibuſdam ſitibus comprehendit lineæ rectæ uiſæ imaginem plene rectam.

Sit ſpeculũ ſphæricũ cõcauũ a b, cuius centrũ e, ſeceturqꝫ ꝑ ſuperficiẽ planã ꝑ centrũ erit ergo ꝑ 69. primi huius, cõmunis ſectio circulus magnus q ſit a b, & eius centrũ e, ducanturqꝫ duæ diametri huius circuli quæ ſunt a e o, & b e d, & ſpeculum nõ excedat arcũ b a d o, aſſumaturqꝫ in ſemidiametro b e, quicũqꝫ punctus placuerit, & ſit z, in quo ponatur centrũ uiſus, & ſumatur in ſemidiametro a e, punctus k, taliter ut linea a k ſit maior ꝙ linea k e, & ducatur linea z h, et ꝓtrahatur ad circũferentiã incidatqꝫ in punctũ f, & ducatur linea e f, & ſuꝑ ſtamẽ linea e f, cõſtituatur angulus æqualis angulo z f e, ꝑ 23. primi, q ſit angulus g f e, ducta linea g f, cuius pũctus g, cadet in ſemidiametrũ d e, qa enim linea f k eſt maior ꝙ linea k a, ꝑ 7. tertij, & linea k a eſt maior ꝙ linea k e, ex hypotheſi, erit linea f k maior ꝙ linea k e, ergo ꝑ 18. primi, angulus f e k maior eſt angulo e f k, eſt ergo angulus f e k maior angulo e f g, linea ergo f g, ꝑ 14 primi huius, cõcurret cũ linea g e, cõcurrat ergo in pũcto g, duarũ ergo linearum z g & f g, pũcta reflectũtur ad ſe inuicẽ à pũcto ſpeculi ꝗd eſt f, ꝓpter angulorũ æqlitatẽ ꝑ 29. quinti huius, eſt ergo pũctus k imago pũcti g, cẽtro uiſus exiſtẽte in pũcto z, ducatur itaqꝫ linea l h ſecãs diametrũ o a, in pũcto l, & periferiã circuli in pũcto h, utcũqꝫ cõtingit, ducanturqꝫ lineæ e h, h g, z g, & ꝓtrahatur linea f e, ſuꝑ lineam z g, incidatqꝫ pũctũ m, ergo ꝑ 3. ſexti erit proportio lineæ z m ad lineã m g, ſicut lineæ z f, ad lineã f g, ſed ꝑ 7. tertij, linea z h eſt maior ꝙ linea z f, & linea g h eſt minor ꝙ linea g f, ꝑ eandẽ 7. tertij, ergo ꝑ 9. primi huius, maior eſt ꝓportio lineę z h ad lineam g h, ꝙ lineæ z f ad f g, eſt ergo ꝓportio lineæ z h ad lineã g h, maior ꝙ lineę z m ad lineam m g, ergo ꝑ 3. ſexti, linea q̃ diuidit angulũ z h g, ꝑ æq̃lia ſecet lineam m g, ſecat ergo prius lineam e g, per 32. primi huius, q̃m linea e g eſt uicinior ad pũctũ h ꝙ linea m g, & maior erit angulus g h e angulo e b z, argumẽto 29. primi huius, & ex præmiſſis ponamus ergo angulũ e h r, æqualẽ angulo e h z, linea ergo h r ſecat lineam g f, & ſecat lineã g e, ꝑ 29. primi huius, ſecet ergo g e in pũcto r, & ſecet lineã h r, ſemidiametrũ e a in pũcto l, pũcta ergo duarũ linearũ z h & h r, reflectunt ad inuicẽ ꝓpter æqualitatẽ angulorũ r h e, e h z, fietqꝫ reflexio à puncto ſpeculi ꝗd eſt h, ꝑ 20. quinti huius, & erit l pũctus imago pũcti r, palã uero q̃m forma cuiuslibet pũcti lineæ g r, reflectitu



ctit̃ ad uiſum in punctũ z, ex aliq̃ pũcto arcus f h, & nõ ex alio, ꝑ 42. huius. Sumatur itaq; aliqs pũctus lineæ g r q ſit p, & hic reflectatur ab aliq̃ pũcto arcus f h q̃d ſit e, & ducãtur lineæ p e & r e, qa ergo pũctus t, eſt inter duo pũcta f & h, arcus f h, palã quia linea 3 t, cadet inter duas lineas 3 f & 3 h, linea ergo 3 t, ꝑ 29. primi huius, ſecat linea k l, ſecet ergo in pũcto i, eſt ergo per 37. quinti huius, punctus i. imago formæ puncti p, & punctus p, nõ habet aliam imaginẽ niſi pũctũ i, quoniã tamẽ ab uno pũcto arcus f h, ſit reflexio formæ puncti p, ad uiſum exiſtentem in puncto 3, ut patet per 19. uel per 29. huius, imago itaq; cuiuslibet puncti lineæ g r, erit in aliquo pũcto lineæ k l, eſt ergo tota linea k l imago formæ totius lineæ g r e, & eſt recta, quia eſt pars ſemidiametri circuli a e, uiſus ergo exiſtens in puncto 3, comprehendit formam lineæ rectæ quæ eſt g r, imaginem h k, rectã exiſtentem in ſpeculo ſphærico concauo a b, & hoc eſt propoſitum.

LV.

In ſpeculis ſphæricis concauis comprehendet uiſus ex quibuſdam ſitibus imaginem lineæ conuexam, & concauæ concauam, eritq́; lineæ cuius conuexitas reſpicit ſpeculum imago conuexa reſpiciens uiſum, & lineæ cuius concauitas reſpicit ſpeculum imago concaua reſpiciens uiſum.

Sit diſpoſitio quæ in proxima præcedẽte, cõſtituanturq́; ſuper lineam g r, à duobus ſuis lateribus duo arcus utcunq; cõtingit, quæ ſint g n r & g q r, & ſit arcus g n r, non ſecans lineã g h, & ponatur in linea recta g r, pũctũ m, quomodocũq; ſit illud, forma itaq; puncti m, reflectitur ad uiſum 3, ex aliquo puncto arcus f h, per 42. huius, ſit itaq; ut reflectatur ex puncto t, & ducantur lineæ 3 t & m t, duo itaq; anguli 3 t e & e t m ſunt æquales per 20. quinti huius, linea ergo m t ſecabit arcũ g n r, ſit ut ſecet ipſum in puncto n, & ꝓducatur linea t m uerſus arcũ g q r, ſecetq́; illũ in puncto q, & ducatur linea n e, producaturq́; ultra punctũ e, ſecabit ergo lineam 3 t, ſub linea k l, per 29. primi huius, quoniã ſecat angulũ k e 3, cui ſubtenditur pars lineæ t 3, ſecet ergo linea illam in pũcto i, quia ergo duo anguli 3 t e & n t e ſunt æquales, patet per 20. quinti huius, quod forma puncti n, reflectitur ad uiſum 3, à puncto ſpeculi t, eſt ergo palã per 37. quinti huius, quoniam punctus i, eſt locus imaginis formæ puncti n, & duo puncta k & l, ſunt imagines duorũ punctorum g & r, ut patuit per præmiſſam, imago ergo arcus g n r eſt linea tranſiens ꝑ puncta k i l, ſed linea k i l, eſt cõuexa, ex parte uiſus 3, & arcus g n r, eſt cõuexus ex parte ſpeculi, uiſus itaq; exiſtens in puncto 3, comprehendet formam lineæ g n r, conuexæ conuexam lineam, ducatur quoq; linea q e, & producatur ultra punctum e, ſecabit quoq; lineam 3 t, ultra lineam l k, per 29. primi huius, quoniã ſecat angulum t e k, ſecet ergo in puncto p, & quia anguli p t e & q t e ſunt æquales, patet per 20. quinti huius, quoniã à pũcto ſpeculi quod eſt t, reflectetur forma puncti q, ad uiſum 3, & locus imaginis formæ puncti q, eſt punctus p, & erit ut ſupra linea l p q, ex parte uiſus concaua, & ipſa eſt imago arcus g q r, concaui ex parte ſpeculi, comprehẽdet ergo uiſus in puncto 3, exiſtens formam arcus g q r, concaui lineam concauam, & hoc eſt propoſitum.

LVI.

In ſpeculis ſphæricis concauis comprehendet uiſus ex quibuſdam ſitibus lineæ rectæ imagines quatuor curuas, lineæq́; curuæ, cuius conuexitas eſt ad ſpeculum imaginem comprehendit curuam, omniumq́; linearum imaginum concauitas reſpiciens eſt ad uiſum.

Sit ſpeculum ſphæricum concauũ in quo ſit circulus maximus qui a b d, cuius centrũ g, & extrahatur à centro g, ſemidiameter g b, utcũq; contingit, quæ diuidatur per æqualia in puncto t, taliter ut linea g t, ſit maior medietate lineæ b g, & à puncto t, ducatur linea t 3, perpendiculariter ſuper lineam g b, per 11. primi, & producatur linea 3 t, ultra punctũ t, ad punctũ e, fiantq́; lineæ 3 t & e t, utræq; æquales lineæ t g, per 73. primi, & ducantur lineæ g e & g 3, & trigono e g 3, circũſcribatur circulus ꝑ 5. quarti, eritq́; centrum circuli illius circuli punctus t, per 9. tertij, & quia linea t g, maior eſt q̃ linea t b, palã q̃m ille circulus ſecabit circulũ a b d, in duobus ergo punctis illum ſecabit per 10. tertij, ſint

itaq; illa duo puncta a & d, ducantur quoq; lineæ g a, g d, e a, e b, e d, 3 a, 3 b, 3 d, quia ergo duæ lineæ e t & t 3, ſunt æquales, & anguli ad punctum t ſunt recti, & linea t g cōmunis, erunt per 4. primi, duæ lineæ e g & 3 g æquales, & ſimiliter per eandem 4. primi, duæ lineæ e b & 3 b, ſunt æquales, ergo per 27. tertij, duo arcus e g & g 3 ſunt æquales, ergo ꝑ 26. tertij, angulus e a g eſt æqualis angulo g a 3, & angulus e d g æqualis eſt g d 3, & angulus e b g æqualis angulo g b 3, quoniam omnes illi anguli cadunt in eoſdem arcus, forma ergo puncti 3, reflectitur ad punctum e, à pūctis ſpeculi a & d & b, uel econuerſo per 20. quinti huius, & quia linea g t, eſt maior ꝙ linea t b, duæ uero lineæ e b & 3 e, ad inuicem, & duæ lineæ e g & 3 g, ad inuicem ſunt æquales per 4. primi, palam per penultimam primi, quoniā linea g e eſt maior ꝙ linea b e, quadratum enim lineæ g e, ualet ambo quadrata linearū g t & t e, & quadratum lineæ e b, ualet ambo quadrata linearū e t & t b, ablato ergo quadrato lineæ t o cōmuni, relinqtur quadratū lineæ g e, maius quadrato lineæ e b, q̄niā linea g t eſt maior ꝙ linea t b, ergo linea g e eſt maior ꝙ linea e b, in trigono g e b, ut patet ꝑ 19. primi, angulus g b e eſt maior angulo e g b, ſed angulus e g b eſt medietas unius recti per 5. & per 32. primi, duo ergo anguli qui b g e & e b g, ſimul ſumpti, ſunt maiores recto, ergo angulus b e g eſt minor recto per 32. primi. Sed angulus e g 3 eſt rectus per 10. tertij, & ideo q̄niā anguli e g t & t g 3, ſunt duæ medietates unius recti, ergo per 10. primi huius, duæ lineæ e b & g 3 productæ concurrent extra circulū, ſit earum cōcurſus pūctus m, & quia linea e d, eſt intra triangulū m e g. palā q̄niam ipſa producta cōcurrat cū linea g m, ꝑ 29. primi huius, cōcurrant ergo in puncto l, & quia linea g b tranſit ꝑ pūctū t, q̄d eſt cētrū circuli e g 3, & linea uero a g, ducitur extra illā à cētro ad periferiam, palā quia portio a e g eſt minor ſemicirculo, ergo ꝑ 29. tertij, angulus a e g eſt obtuſus, & angulus e g 3 eſt rectus, ergo ꝑ 14. primi huius, illæ duæ lineæ a e & 3 g, cōcurrēt in



partē lineæ e g, cōcurrāt ergo in puncto f. Si itaq; uiſus fuerit in pūcto e, & pūctus 3 in aliq̄ uiſibili, tūc tria puncta m l f, erūt imagines pūcti 3. ſic ergo pūctus 3, cōprehenditur in tribus locis, qm̄ à tribus punctis ſpeculi quæ ſunt a b o, fit reflexio formæ puncti ipſius 3 ad uiſum e. Item protrahatur à puncto e, linea ſuper arcū d 3, utcunq; contingat, quæ ſit linea e k, & ducatur linea g k, quæ ſecet arcum d 3 in puncto k, & ducatur linea 3 k, quia ergo arcus e g & g 3 ſunt æquales, erunt duo anguli e k g & g k 3, æquales per 26. tertij, producaturq; linea g k ad circumferentiam circuli a b d, incidatq; in punctum r, & producātur lineæ e r & 3 r, & qm̄ angulus e k g, eſt æqualis angulo g k 3, erit angulus e k r, æqualis angulo 3 k r, per 13. primi, erit ergo angulus e r k, maior angulo k r 3, ſi enim ſit æqualis, tunc per 31. primi, & 4. ſexti, ſequitur lineam e k, æqualē eſſe lineæ 3 k, & arcum 3 k, æqualem eſſe arcui e a k, q̄d eſt contra præmiſſa, eſt enim arcus e a, æqualis arcui d 3, q̄d ſi angulus e r k, ſit minor angulo 3 r k, erit ergo ex præmiſſis, angulus r e k, maior angulo k 3 r, reſecetur ergo angulus r e k, ad æqualitatem anguli r 3 k, per 27. primi huius, & ſequitur idē impoſsibile q̄d prius, producta illa linea ad lineam r k. Reſtat ergo ut angulus e r g, ſit maior angulo g r 3, fiat ergo per 22. primi, ſuper punctū r terminū lineæ g r, angulus g k n, æqualis angulo e r g, cadatq; punctus n in lineam 3 m, per 29. primi huius duæ ergo lineæ e r & r n, à puncto ſpeculi quod eſt r, reflectentur ad ſe inuicē per 20. quinti huius, propter æqualitatem angulorū ad punctū r, producatur quoq; linea e r ad lineā g m, concurret autem cum illa per 14. primi huius, ſitq; punctus concurſus q, erit ergo punctus q, imago formæ pūcti n, reſpectu uiſus e, imaginem ergo ſuperficiē exiſtentem à linea m g f, quæ ſit perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem circuli a b d, & extrahatur à puncto 3, linea in hac ſuperficie quæ ſit perpendicularis ſuper lineam g 3, & tranſeat in utramq; partem ſuperficiei circuli a b d, ſitq; linea t 3 p, & poſito itaq; puncto g, centro circuli fiat arcus circuli ſecundum quantitatē lineæ g n, qui ſit t n p, ſecans lineam t 3 p, in duobus punctis t & p, & producantur lineæ g t & g y, erunt ergo iſtæ lineæ in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiē a b d, per 2. undecimi, producātur item lineæ g t & g p, ultra punctū t & p, extra ſpeculum, & ſuper centrū g, ſecundum longitudinē lineæ g q

iu

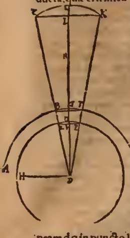
in ſuperficie transeunte lineam m g f, ſecante circulum in qua ſunt lineæ g t & g p, fiat arcus circuli, hic ergo iterum ſecabit duas lineas g t & g e productas, ſecet ergo lineam g t, in puncto ſ, & linea g p in puncto o, quia ergo ſuperficies circuli a b d, eſt perpendicularis erecta ſuper ſuperficiem duarum linearum g t & g p, palam per diffinitionem, quoniam duo anguli e g ſ, & e g o erunt recti, linea ergo e g, erit erecta ſuper ſuperficiem g t p, ergo per 18. undecimi, erit utraq; ſuperficierum quæ ſunt e g ſ & e g o, perpendicularis ſuper ſuperficiem ſ g o, & utraq; iſtarum ſuperficierū facit in ſpeculo circulū magnū cōparem circulo a b d, per 69. primi huius, punctum ergo circuli quod facit ſuperficies e g ſ, quod eſt compar puncto circuli a b d, ſcilicet, puncto k e, eundem habet ſitum reſpectu centri ipſius ſpeculi quod eſt g, & reſpectu uiſus qui eſt in puncto e, quem habet punctū r, concurrunt ergo ex ipſo ſecundum angulos æquales duæ lineæ inter duo puncta e & e quod ſimiliter accidit inter duo puncta e & p, & lineæ g t & g p ſunt æquales per diffinitionem circuli, & ſimiliter lineæ g ſ, g a, g o ſunt æquales per diffinitionem circuli, & punctus q eſt imago puncti n, & punctus ſ, eſt imago puncti c, & punctus o eſt imago puncti p, imago ergo arcus t n p, conuexi ex parte ſpeculi eſt arcus ſ q o, concauus ex parte uiſus, & punctus l eſt imago formæ puncti 3, & duo puncta ſ & o ſunt imagines formarū duorum punctorum c & p, imago ergo lineæ rectæ quæ eſt o & p, eſt linea curua tranſiens per tria puncta ſ l o, hæc autem linea ſ l o, eſt concaua ex parte uiſus. Ducatur itaq; linea tranſiens per puncta ſ l o, & extrahatur linea e g, ad circumferentiam circuli a b d, in punctum h, Si ergo ſpeculum non peruenit ad duo puncta b & h, ſed alter duorū ſuorum terminorum fuerit inter duo puncta b & d, & reliquus fuerit infra punctum h, & uiſus fuerit in puncto e, & duæ lineæ p 3 t recta, & p n t conuexa, ex parte ſpeculi fuerint in aliquo uiſibili, tunc forma lineæ p 3 c rectæ apparebit concaua, ſcilicet ſ l o, & forma lineæ p n c, conuexæ reſpectu ſpeculi erit concaua uiſui occurrens, ſcilicet ſ q o, & forma lineæ p 3 c, unam tantū habebit imaginē, & arcus p n c tantum unam. Item producatur linea b g, ultra punctum g, ad aliam partem periferiæ circuli ad punctū i, & producātur lineæ e i & e 3, erit ergo ex præmiſsis, & per 4. primi, angulus b i e, æqualis angulo b i 3, ergo per 20. quinti huius, reflectetur forma puncti 3, ad uiſum in punctū e, à puncto ſpeculi quod eſt i, & linea e i, ſecabit lineam f g, ſecet ergo in puncto u, eritq; punctus u imago formæ puncti 3, reflexæ à puncto ſpeculi quod eſt i, puncta ergo 4. quæ ſunt m l u f, ſunt loca imaginum formæ puncti 3. & ſi ſpeculum exceſſerint duo pūcta a & d, & uiſus fuerit in puncto e, & durſum aſpicientis fuerit ex parte arcus m, & uiſus comprehenderit totum arcum i d a, tunc punctum 3 uidebitur in quatuor locis, ſcilicet in punctis m l u f, & uidebūtur duo pūcta lineæ rectæ p 3 c, uel arcus p c in duobus punctis ſ & o, & ſic linea recta p 3 c, habebit 4. imagines concauas, & una tranſit per puncta ſ m o, & ſecunda pertranſit puncta ſ l o, tertia pertranſit puncta ſ u o, & quarta pertranſit puncta ſ f o, ſcilicet lineā ſ f o, in his tamē omnibus imaginibus ſemp cōcauitas imaginis reſpicit uiſum, patet ergo propoſitū. Patet ētiā q imaginis eiuſdē lineæ rectæ, ut patet nūc in linea p 3 n, fiunt diuerſæ curuitatis maioris & minoris, & fit principiū formæ monſtruoſæ.

LVII.

In ſpeculis ſphæricis concauis uiſus in quibuſdam ſitibus comprehendet lineæ rectæ imaginem conuexam conuexitate uiſum reſpiciente.

Sit circulus magnus ſpeculi ſphærici concaui, qui a b g, cuius centrum d, & ducatur ſemidiameter d g, ut contingit, in qua ſituetur linea recta quæ ſit o u, & ſit punctū o, remotius à centro ſpeculi d & u propinquius illi, et ſuper hanc ſemidiametrū d g, ducatur perpendiculariter linea quæ ſit d h, in cuius puncto h ſit centrū uiſus, et ſit linea h d ſuper ſuperficiē circuli a b g, ſitq; linea h d, minor ſemidiametro circuli ſecundū diſpoſitionem lineæ h d, quæ aſſumpta fuit in 43. huius, ad cuius modum et cætera referuntur, reflectaturq; forma puncti o, quod eſt remotius à centro ſpeculi ad uiſum in punctū h, à puncto ſpeculi b, ſitq; locus imaginis pūctus q, et producatur ſemidiameter d g in punctum q, ut ſit linea d q, reflectaturq; forma puncti u, ad uiſum exiſtentem in pūcto h, à puncto ſpeculi quod eſt f, & locus imaginis eius ſit punctum n, & quia puncta o & u ſunt in ſemi

diametro d g erunt loca imaginum quæ ſunt puncta q & n, in eadem ſemi. diametri producta, quæ erit linea d u o, n q, ſitq́ꝫ quantitas linearum d q, d u d n, d o, illis omnino æqualis, quæ ſunt aſſumpta in 43. huius, & erit linea h d perpendicularis ſuper lineam d q, ut patet ex præmiſsis, eſt enim ipſa perpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli, eſtq́ꝫ linea d h æqualis illi lineæ o h, quæ in figura 43. huius, angulus ergo h d q eſt rectus, eritq́ꝫ cõmunis ſectio ſuperficiei planæ, in qua ſunt lineæ h d & d q, & ſuperficiei ſpeculi circulus, cuius arcus interiacens lineas d h & d q, per 20. huius, eſt arcus ex quo fit reflexio formarum, quarum imagines ſunt in punctis a & n, & erit arcus ille æqualis arcui a g, aſſumpto in 43 huius, & ex duobus punctis illius arcus ſimilibus duobus punctis b & f, in 43. huius, fit ab hoc arcu illa reflexio formarũ duorũ punctorũ, quæ ſunt u & o, erit ergo q imago puncti o, & n imago puncti u, ducatur ergo à puncto u, in ſuperficie circuli a b g, recta perpendicularis ſuper lineã d u, quæ ſit z u e, & à centro d ſecundum longitudinem ſemidiametri d o, fiat circulus, hic ergo circulus ſecabit lineam z u e, in duobus punctis, per 3. tertij, ſecet ergo in punctis z & e, fiatq́ꝫ arcus circuli ſecundum quantitatẽ lineæ d q, à centro d, & ducantur à centro ſpeculi d, lineæ d z, d e, & producatur extra ſpeculum ad arcum circuli deſcripti, à cẽtro d, ſecundum quantitatẽ ſemidiametri d q, & ſint d e, d k, & ducatur linea t k, ſecetq́ꝫ lineam d q in puncto l, quia ergo linea h d eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli palàm per diffinitionem lineæ erectæ, quoniam uterq́ꝫ angulus h d t, h d k, eſt rectus, & utraq́ꝫ ſuperficies h d t & h d k in ſuperficie circuli ſpeculi continet arcum interiacentem lineas h d & d t, & h d & d k per 69. primi huius, quorum arcuũ quilibet eſt æqualis arcui, qui eſt inter duas lineas h d & d q, & utraq́ꝫ linearum d z & d e eſt æqualis lineæ d o, quoniam omnes ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, illi ergo duo arcus ſunt huiuſmodi, quod ex illis poſsibile eſt fieri reflexionẽ formarũ duorũ punctorũ quæ ſunt z & e, ab aliquibus punctis illorũ arcuũ, ut patet per 20. huius interiacent enim illi arcus ſemidiametros ſpeculi, in quibus conſiſtunt centrum uiſus, quod eſt in puncto h, & puncta quorũ formæ reflectuntur, quæ ſunt e & z. Incidentq́ꝫ formæ eorum illis punctis illorum arcuum, & reflectentur ad uiſum in punctum h, ſecundum angulos æquales à duobus punctis ſpeculi, & duæ lineæ d t & d k, ſunt æquales lineæ d q, ergo punctum t eſt locus imaginis puncti z, & punctum k eſt locus imaginis puncti e, & quia lineæ d t, d q, d k, ſunt æquales, & lineæ d z, d o, d e, æquales, erit per 7. quinti, proportio lineæ d e ad d z, ſicut lineæ d q ad d o, & ſicut lineæ k o ad lineam d e ſed per 43. huius, proportio lineæ d q ad lineam d e, eſt maior proportiõe lineæ d n ad lineam d u, ergo ſimiliter proportio lineæ k d ad lineã d e, eſt maior ꝓportiõe lineæ n d ad lineam d u, & ſimiliter proportio lineæ d t ad lineam d z eſt maior proportione lineæ d n, ad lineam d u, & quia duæ lineæ d e & z d, ſunt æquales, & duæ lineæ d e & d k ſunt æquales, erit per 7. quinti, proportio lineæ d t ad lineam d z, ſicut lineæ d k ad lineam d e, ergo per 17. quinti, erit proportio lineæ t z ad lineam z d, ſicut lineæ k e ad lineã d e, ergo per 2. ſexti, linea t k, eſt æquediſtans lineæ e z, erit ergo per eandem 2. ſexti, & per 18. quinti, proportio lineæ l d ad lineam d u, ſicut d k ad lineã d e, & ſicut lineæ d t ad lineam d z, proportio ergo lineæ l d ad lineam d u, eſt maior proportione lineæ n d ad lineam d u, ergo per 10. quinti, linea l d eſt maior q̃ linea n d, ergo punctus n eſt inter punctum l & u, ſed punctum n eſt imago puncti u, & duo puncta t & k ſunt imagines duorum punctorũ z & e, ergo imago lineæ z u erectæ, eſt linea tranſiens per tria puncta t n k, linea uero pertranſiens h e t puncta eſt conuexa, patet ergo quod imago lineæ z e rectæ uidebitur in hoc ſitu conuexa, & hoc eſt propoſitum.

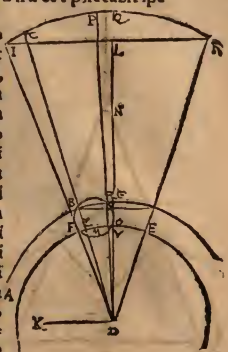


LVIII.

In quibuſdam ſitibus reflexione facta à ſpeculis ſphæricis concauis uiſus comprehendet imaginem concauam reflexam ex linea concaua uel conuexa.

Sit

Sit diſpoſitio omnino quæ in præcedēte, quia itaq; ut patet in pręmiſſa imago formæ puncti o, eſt punctum q, & imago formæ puncti ȝ, eſt punctum t, & imago formæ puncti e, eſt punctū k, erit ergo linea concaua reſpectu uiſus, quæ eſt t q k, imago lineæ curuæ reſpectu uiſus conuexæ cum reſpectu ſpeculi, quæ eſt linea ȝ o e, ſimiliter quoq; ſi in linea ȝ u ſignetur punctū m, qualitercunq; hæc contingunt, & citra cētrum m ſecundū longitudinem ſemidiametri m u, deſcribatur arcus parui circuli, qui ſit r u f, hic ergo arcus ſecabit circulum ȝ o e, in duobus pūctis per 10. tertij, ſint illa duo puncta f & r, & ducantur lineæ d r & d f, quæ protrahantur uſq; ad arcum t q k eductum, incidatq; linea d f in punctū i, & linea d r in punctum p, ſuperficies ergo duarū linearū h d & t p, ſecabit ſpeculum ſecundū circulū, à cuius circumferentiæ puncto aliquo duci poterunt ſecundum angulos æquales, & æqualiter ſe habentes lineæ ad punctū h, in quo eſt centrum uiſus, & ad punctū r, qui eſt punctus lineæ uiſæ, & ſimiliter ſuperficies duarū linearū h d & d i, faciet in ſpeculo circulū, à cuius circumferētia reflectētur ad uiſum forma puncti f, arcus r u f, eſt ergo punctus p imago formæ puncti r, & punctus i, imago formæ puncti f i, & punctus n, eſt imago formæ puncti t u, imago itaq; arcus r u f, eſt linea tranſiens per pūcta i p n, ſed hæc linea i p n, eſt concaua reſpectu uiſus, & arcus r u f,, eſt concauus ex parte ſuperficiei ſpeculi, & conuexus ex parte uiſus: Cum ergo uiſus fuerit in puncto h, & linea r u f conuexa, cum fuerit in aliquo uiſibili, comprehendetur imago eius concaua, & linea ȝ o e cōuexa, comprehenditur ſimilter imaginis concauæ. Si ergo unaquæq; duarū linearū quæ ſunt ȝ o e & r n f, habuerit unā imaginem, erit forma illarum, imaginū ſecundum motum declaratum, & ſi aliqua ipſarū plures habuerit imagines, forte accidet diuerſitas ſitus in illis imaginibus, ut ſupra diximus, patet ergo propoſitum. Palam itaq; ex his præmiſsis 5. theorematibus quod lineę rectæ imago in ſpeculis ſphæricis concauis, quandoq; comprehenditur recta, quādoq; conuexa, & quādoq; concaua, & imago lineæ conuexæ quandoq; uidetur conuexa, quandoq; concaua, & lineæ concauæ imago quandoq; uidetur conuexa, quandoq; concaua, forma ergo ſuperficierum uiſibilium comprehenduntur aliter ꝙ ſint in his ſpeculis, nam lineæ rectæ non ſunt niſi in ſuperficiebus planis, cum ergo lineæ rectæ comprehenduntur conuexæ uel concauæ, tunc ſuperficies plana comprehenditur conuexa uel concaua, cum itaq; uiſus comprehendit lineas rectas conuexas uel cōcauas aliter ꝙ ſint, comprehendit ſuperficies, in quibus ſunt illæ lineæ aliter ꝙ ſint, & ſimiliter eſt de lineis conuexis & concauis reſpectu illarum ſuperficierum, & per hoc patet ratio & cauſa illorum multorum errorum, qui ex modis talium uiſibilium accidunt in uiſu.



LIX.

In concauis ſphæricis ſpeculis à duobus uidentibus ſecundum aliquem ſitum res una uiſa, unum habebit idolum, ſecundum alium uero plura.

Sit ſpeculum ſphæricum concauū, cuius communis ſectio cum ſuperficie reflexionis ſit circulus e u h, cuius diameter ſit e h, centrum uero p, & ducatur linea a b, perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi, palàm ergo per 72. primi huius, quoniā ipſa tranſit ꝑ centrum ſpeculi quod eſt punctum p, & producatur ultra ſpeculū, ſitq; a b l, ſecans diametrum e h, perpendiculariter in centro p, & in diametro e h, ſignentur duo puncta æqualiter diſtantia à centro p, quæ ſint g & f, erit ergo linea g p, æqualis lineæ p f, & à punctis g & f, ducantur duæ lineæ ad circumferentiam æqualis, quæ angulos acutos contineant cum diametro e h, r n centri p, & lineæ a p b, quod fiet auxilio 33. tertij, ſi ex utraq; parte puncti b arcus æquales abſcindantur parui, quorum chordæ ſint minores ꝙ lineæ g p & p f, qui ſunt arcus d b t h, & ad puncta t & d, ducantur lineæ quæ ſunt g d & f e, & quia arcus b t & b d ſunt æquales, & arcus b h & b e æquales, remanēt arcus t h & d e æquales eruntq; anguli portionis qui ſunt g d e & f t h, inter ſe æquales per 43 primi huius, & à

à puncto d ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ ſit d q, & ſimiliter à puncto t, ducatur linea circulum contingens quæ ſit t m, producanturq; lineæ contingentes ad diametrum a l, & concurrent in puncto uno per 59. primi huius, ſit concurſus punctus r, & quoniã per 15. tertij, anguli contingentiæ qui ſunt q d e & m t h ſunt æquales, & anguli portionis, qui ſunt g d e & f t h ſunt æquales, erit totus angulus q d g, æqualis toti angulo m t f, ſuper punctum itaq; d terminum lineæ r d, conſtituatur angulus æqualis angulo q d g per 23. primi, qui ſit r d k, linea quoq; d k producta concurret cum linea a b, per 14. primi huius, ſit concurſus punctus k, & ſuper punctum t, terminum lineæ r t, conſtituatur angulus æqualis angulo r d k, qui ſit r t k, concurrẽt enim illæ lineæ ambæ in uno puncto diametri, quod eſt k. quia cum angulus r t k ſit æqualis r d k per præmiſſa, & angulus k r t ſit æqualis angulo k r d, per 59. primi huius, trigoni ergo d k r & t k r, ſunt æquianguli per 33. primi, ergo per 4. ſexti, latera illorũ trigonorum ſunt proportionalia. Sed linea r t æqualis eſt lineæ d r, per 59. primi huius, erit ergo linea k r, æqualis ſibiipſi, concurrent ergo lineæ d k & t k in puncto uno diametri b p, quod eſt k, poſitis itaq; duobus oculis diuerſorum uidentium in punctis g & f, & puncto rei uiſæ in puncto k, tunc forma puncti k, uidebitur ab utroq; uiſuum reflexa à duobus punctis ſpeculi d & t, ſed & idolum eius uidebitur unum & in eodem loco, producantur enim lineæ g d & f t extra circulum, concurrent itaq; ambæ cum diametro a b, producta per 14. primi huius, q̄niã anguli g p b & f p b ſunt recti, & anguli p g d & p f t acuti, ut patet ex præmiſſis concurrat ergo linea g d cum linea a b in puncto l, dico quod linea f t concurret cum eadem linea a b in eodem puncto l, cum enim angulus q d g ſit æqualis angulo f t m, ut ſupra patuit, & angulus r d l ſit æqualis angulo g d q, per 15. primi, & angulus r t l æqualis angulo f t m, erit angulus r o l, æqualis angulo r t l, ſed angulus t r b, eſt æqualis angulo b r o per 59. primi huius, ergo per 13. primi, angulus t r l, eſt æqualis angulo d r l per 32. primi. trigoni t r l & d r l ſunt æquianguli, ergo cum linea t r ſit æqualis lineæ r d, per 58. primi huius, erit per 4. ſexti, linea r l, æqualis ſibiipſi, & linea t l, æqualis lineæ d l in uno ergo puncto diamatri a b l, concurrent lineæ t l & d l, & hoc eſt punctum l, patet ergo cum per 37. quinti huius, punctus l ſit locus imaginis formæ puncti rei uiſæ, qui eſt k quod ambobus uiſibus uni exiſtenti in puncto g, & alij in puncto f, unica tantũ occurrit imago, uiſibus uero permutatis ad hoc ſitum plures occurrunt imagines, & hoc eſt ꝓpoſitum. Quandocunq; tamen aliquid in his ſpeculis percipitur duplici uiſu, ſi linea reflexionis æquediſtans fuerit katheto incidentiæ, erit locus imaginis ipſe punctus reflexionis per 11. huius, & cum diſtant à ſe puncta reflexionis quæ ſunt reſpectu amborum uiſuum, apparebunt uiſibus duæ imagines eiuſdem puncti, & locus cuiuſq; imaginis eſt in puncto ſuæ reflexionis. Si uero linea reflexionis non ſit æquediſtans katheto incidentiæ, & punctus rei uiſæ tantum diſtet ab uno uiſu quantum ab altero, uel ſit modico differentia diſtantiæ, ſi locus imaginis fuerit in ipſa ſuperficie uiſus duæ adhuc imagines uidebũtur, alias autem ut plurimum locus imaginis reſpectu utriuſq; uiſus erit idem, aut modicum diſtans, unde aut tantum una uidebitur imago, aut pene una.



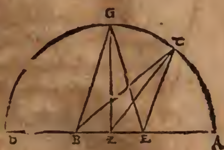
LX.

In uno diametro ſpeculi ſphærici concaui poſitis ambobus oculis æqualiter à centro ſpeculi diſtantibus neuter uidebitur oculorum.

Sit ſpeculum concauum ſphæricum a t, g d, cuius centrum z, & diameter a d, ſintq; duo oculi b & e, conſtituti in diametro a d, æqualiter diſtantes a centro z, dico quod neuter oculorum uidebitur, ducatur enim ſemidiameter z g, perpẽdiculariter ſuper diametrum a d, & ducatur lineæ b g & e g, & quia ergo in trigonis e z g & b z g, latus e z, eſt

æquale

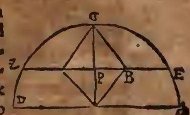
æquale lateri z b,ex hypotheſi,& latus z g commune,anguli quoq; e z g,& b z g,ſunt æquales,quia ſunt ambo recti,erit per 4.primi,angulus b g z,æqualis angulo e g z, forma ergo puncti b,reflectitur ad pũctum e,à puncto g,ſpeculi,& econuerſo per 20.quinti huius,ſed neq; poſsibile eſt ab alio puncto ſpeculi formam puncti b,ad punctum e reflecti,ſit enim ut fuerit hic datum eſſe poſsibile ut forma puncti b, reflectatur ad punctũ e,à puncto alio ſpeculi,quàm ſit t,& ducantur lineæ b t,t z,linea ergo t z, diuidit angulum b t e,per duo æqualia per 20.quinti huius,erit ergo per 3.ſexti, proportio lineæ b t, ad lineam t e,ſicut lineæ b z ad lineam e z. Sed linea b t eſt maior quàm linea b g,per 7. tertij,linea uero b g,eſt æqualis lineæ e g,ut patet ſuperius,linea uero e g,eſt maior quàm linea t e,per 7.tertij,erit ergo linea b t,maior quàm linea e t,ergo linea b z,maior erit q̃ linea e z,quod eſt contra hypotheſim & impoſsibile,& eodem modo de quolibet puncto ſemicirculi a g d poteſt demonſtrari,non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e,ab alio ſpeculi puncto quàm à puncto g,non ergo uidebit oculus b, oculum e,ideo quia linea reflexionis, quæ eſt b g,non concurrit cũ katheto e z,ducto à puncto e, per centrum ſpeculi z in puncto b,& linea reflexionis, quæ eſt e g,non concurrit cũ katheto b z,niſi in puncto e: locus itaq; imaginis e,eſt punctus b,ſed b eſt ſimile ipſi e in forma,& e ipſi b,nõ comprehenditur aliqua diſtantia, quæ ſit tam diuerſitatis inter illos uiſus,non ergo unius uiſus percipiet formam alterius in ſe ipſo exiſtente,ſed æſtimabit formam propriam ſe uidere,non ergo unus oculus taliter diſpoſitus uiſibus alium oculum uidebit,& hoc eſt propoſitum,aliæ tamen partes corporis circumſtantes centrum uiſus potuerunt uideri,quorum katheti incidentiæ cum lineis ſuarum reflexionum concurrunt, ſiue ille concurſus ſit in ſuperficie uiſus,uel in alijs punctis quibuſcunq;,& circa hæc multa diuerſitas uiſibus occurrit.



LXI.

Si linea à puncto medio ſemidiametri ſuper diametrum ſpeculi ſphærici concaui perpendiculariter erectæ ducta æquediſtanter diametro, ambo ponantur oculi æqualiter diſtantes à centro ſpeculi,imago una tantum oculi apparebit in puncto reflexionis.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a g d, cuius centrum k,& diametros a d,ducaturq; ſemidiameter k g,perpendiculariter ſuper diametrum a d,& à medio puncto ſemidiametri k g,ducatur linea æquediſtans diametro a d,& in hac poſiti ſint uiſus ambo æqualiter diſtantes à centro k,dico quod amborum oculorum una tantum imago in uno ſcilicet puncto reflexionis uidebitur. Sit enim ut à puncto p,quod ſit medius punctus lineæ k g,per 10.primi ducatur linea æquediſtans diametro a d,per 31.primi, quæ ſit e z, & ſint in illa perpendiculari e z,poſiti ambo oculi,qui ſint b & t,æqualter diſtantes à centro k,& à linea k g,erunt ergo lineæ b q & p t æquales, ducanturq; lineæ b g,t g,b k,t k,ergo per 4.primi,linea p g exiſtente communi ambobus trigonis b p g & t p g,cum anguli b p g & t p g ſint recti,erit angulus b g p æqualis angulo t g p,reflectetur ergo forma puncti b, ad punctum t,à puncto ſpeculi g,& econuerſo,& quia linea k p eſt æqualis lineæ p g,quoniam punctus p, eſt medius punctus lineæ k g, & lineæ b p & t p,ſunt æquales, angulus quoq; k p t eſt æqualis angulo k p g,per 15.primi,ergo per 4.primi,angulus t k p,eſt æqualis angulo b g p,ergo per 27.primi,linea t k æquediſtat lineæ b g,ſed linea t k eſt kathetus puncti t,& linea b g eſt linea reflexionis,nunquàm ergo concurrent per 11.huius,non uidebitur forma puncti t,qui eſt unus oculorum ab alio oculo, qui eſt b, neq; econuerſo per eandem rationem niſi in puncto g,qui eſt punctus reflexionis,linea enim b g,quæ eſt linea reflexionis formæ puncti t,ad uiſum b,non concurrat cum katheto incidentiæ formæ pũcti

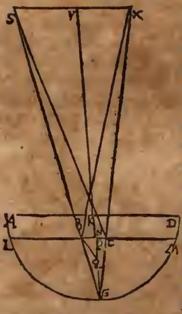


t,quę eſt linea tk,quilibet ergo oculorum uidebit alterum in uno tantum puncto reflexionis,imago ergo amborum oculorum erit tantum una,& ſic unus tantum oculus apparebit, & quoniam reliqua pars faciei uidentis offertur ambobus uiſibus retro uiſus, quia ad illam partem kateti incidentiæ cum lineis reflexionum concurrunt, ut patet intuenti. Si enim lineæ b k & t g,cadent inter lineas concurrentes tunc & ipſæ concurrēt, quod eſt impoſsibile,cum ſint æquediſtantes,concurrent ergo retro ambos uiſus illæ lineæ,ergo per 37,quinti huius apparebit tunc facies uidentis monocula ad modum picturæ cyclopi,eritq́ oculus ultra faciem prominens,quoniam non uidetur niſi in pūcto reflexionis per 11.huius, patet ergo propoſitum.

LXII.

Sit à puncto propinquiori diametro ſpeculi ſphærici concaui quàm medius punctus ſemidiametri ſuper illam diametrum orthogonaliter productæ linea æquediſtans diametro producatur in illa uiſus in æquediſtantia à centro ſpeculi poſiti retro ſe apparebunt dextra pars dextra,& ſiniſtra ſiniſtra, idolum maius facie, & imago plus diſtabit à uiſu quàm facies uidentis à ſuperficie ſpeculi.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui circulus a g d,cuius diameter ſit a d,& ducatur ſemidiameter k g, perpendiculariter ſuper diametrū a d,cuius ſemidiameter k g,medius punctus ſit p,ſintq́ centra amborum uiſuum puncta b & t,ſi ergo ab aliquo puncto lineæ p k,quæ ſit n, ducatur linea æquediſtanter diametro a d, quæ ſit l m,& uiſus b & t, poſiti in linea l m,æqualiter diſtent à puncto n,uel à cētro ſpeculi quod eſt k,dico quod accidet,ut proponitur,ducantur enim lineæ b g,t g,b k, t k,eruntq́ ex hypotheſi per 4.primi,anguli b g n,& t g n æquales,ergo à puncto g, reflectentur uiſus ad inuicem mutuo per 20.quinti huius,ſed linea n g eſt maior quàm linea n k,reſecetur ergo per 3. primi, linea n g ad æqualitatem lineæ n k,in puncto q,& ducatur linea b q,erit ergo per 4. primi,angulus b q n,æqualis angulo t k n,ſed angulus b k n eſt maior angulo b g q,per 16.primi,ergo angulus t k n eſt maior angulo b g k,ergo per 14. primi huius, lineæ t k & g b, concurrent retro uiſum b, concurrant ergo in puncto ſ, eſt autem linea t h kathetus puncti t,& linea g b,linea reflexionis,uidebitur ergo forma puncti g,retro uiſum b,& ſimiliter per eadem penitus uidebitur forma puncti b retro uiſum t,quia lineæ b k & g t concurrent ut præoſtenſum eſt per 14.primi huius, ſit ut concurrant in puncto x,& ducatur linea ſ x,& quoniam linea ſ x, eſt maior quàm linea b t,ideo quod in triangulo ſ g t,angulus ſ t g,ut patet ex præmiſsis,eſt æqualis angulo x b g trigoni x g b, & angulus ſ g x communis,erunt ergo per 32.primi, trianguli illi ſ t g & x b g,æquianguli,eſt ergo per 4.ſexti,proportio lineę x g ad lineam g ſ, ſicut lineæ b g ad lineam g t, ſed linea b g, eſt æqualis lineæ g t,ergo linea x g,eſt æqualis lineæ g ſ,& linea x b, æqualis lineæ ſ t, ergo per 7.quinti,erit proportio lineæ x g ad lineam g t,ſicut lineæ ſ g ad lineam g b,ergo per 17.quinti,erit proportio lineæ x t ad lineam t g,ſicut lineæ g d ad lineam b g,in trigono g x,ergo per 2.ſexti,linea h t æquediſtat lineæ ſ x,eſt igitur per 4.ſexti,proportio lineæ ſ x ad lineam b c,ſicut lineæ x g ad lineam g c,ſed linea x g maior eſt quàm linea g c, ergo linea ſ x maior eſt quàm linea b c,imago erit ergo facie maior quàm linea ſ x,quæ eſt diameter



meter imaginis,& linea b c pars diametri faciei,ſcilicet linea continens diſtantiam oculorum,quia itaq; in trigono ſ u g,linea b n æquediſtat baſi ſ u, patet per ſecundam ſexti, quia eſt proportio lineæ u n ad lineam n g,ſicut lineæ ſ u ad lineã b n,ſed linea ſ u eſt maior quàm linea b n per 4.ſexti,quoniam linea ſ g eſt maior quàm linea b g,erit ergo linea u n maior quàm linea n g,ſed linea u n eſt diſtantia imaginis à uiſu,& linea n g eſt diſtantia uiſus à ſpeculi ſuperficie, patet ergo propoſitum.

LXIII.

Si à puncto remotiori diametro ſpeculi ſphærici concaui quàm medius punctus ſemidiametri orthogonaliter ſuper illam ſemidiametrum producta linea æquediſtans diametro producatur uiſibus æquediſtanter à centro ſpeculi in linea illa poſitis dextra apparent ſiniſtra,& ſiniſtra dextra,& imago uidentis maior facie,maiorq; erit diſtantia imaginis à ſpeculo quam faciei uidentis.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum,cuius ſuperficiei,& ſuperficiei reflexionis cõmunis ſectio ſit circulus a k f,cuius centrum z,& diameter a f,& à centro z, ducatur perpendicularis ſuper diametrũ a f,ſemidiameter z h,quæ diuidatur per æqualia in puncto e,& à puncto e ducatur æquediſtans diametro a f,linea c d, diuidatur quoq; linea e k in puncto n,& à puncto n,lineæ e k,ducatur linea æquediſtans lineæ a f,quæ ſit l m, in hac itaq; linea l m,ponantur uiſus æqualiter diſtantes à centro z, dico quod uerum eſt quod proponitur. Sint enim uiſus b & g diſpoſiti in linea l m,ut proponitur,erit ergo ut in præmiſſa propoſitiõe anguli b k n & g k n æquales,per 4.primi,reflectentur ergo uiſus b & g,ad ſe inuicem mutuo à puncto k,ſed linea n z maior eſt quàm linea n k,reſecetur ergo linea n z ad æqualitatẽ lineæ n k,per 3. primi,& ſit n e æqualis n k, ducantur quoq; lineæ l e & g e,& erit per 4.primi,angulus b e n æqualis angulo b k n, ſed angulus b e n, per 16.primi,eſt maior angulo b z e,ergo angulus b k z maior eſt angulo b z k,ergo maior eſt angulo b z g,ergo per 14.primi huius,lineæ b k & z g cõcurrent,ſit cõcurſus punctus q,ſed & per eandem lineæ g k & z b,concurrent,ſit concurſus punctus p,cum itaq; linea g k,ſit linea reflexionis formæ puncti b, à puncto ſpeculi k,& linea z b,ſit kathetus incidentiæ,erit ergo per 37.quinti huius,punctus p imago formæ puncti b,& ſimiliter erit punctus q imago formæ puncti g,ducatur ergo linea p q,& hoc erit imago lineæ b g uidebitur ergo dextrum ſiniſtrum,& ſiniſtrum dextrum,propter interſectionen linearũ reflexiõis b q & g p,ut patet per 53,huius,itẽ p 4.primi,linea z b eſt æqualis lineæ z g,ergo p 5. primi,angulus z b n eſt æqualis angulo z g n,& angulus p b g eſt æq̃lis angulo q g b,ſed angulus n b k ęq̃lis eſt angulo n g k,relinqtur ergo angulus k b p æq̃lis angulo k g q,ſed angulus b k p eſt æqualis angulo g k q,per 15.primi, ergo per 32. primi,trigoni b k p & g k q ſunt æquianguli,ſunt ergo anguli b p k & g q k æquales,& quia anguli p b g & q g b, ut patet ex præmiſsis ſunt æquales,ergo per 32,primi,trigoni p b g & q g b ſunt æqanguli, ergo per 4.ſexti,erit ꝓportio lineæ b p ad lineã g q, ſicut lineæ b g ad ſeipſam erit ergo linea b p æqualis lineæ g q,erit ergo linea z p æq̃lis lineę z q,q̃ eſt ergo ꝓportio lineę p z ad lineã z b,eadẽ eſt lineę q z ad lineã z g,ergo p 17.qnti,& p 2.ſexti,linea b g æq̃diſtat lineæ p q, ergo p 29.primi,trigoni p z q & b z g ſunt æqanguli,erit ergo p 4.ſexti, ꝓportio lineæ p z ad lineam z b, ſicut lineæ b q ad lineã b g,ſed linea p z eſt maior quàm linea b z, ergo linea p q eſt maior quàm linea b g,eſt ergo idolum maius re uiſa, Item linea z k ꝓducta ſecet

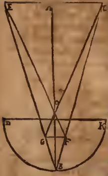


lineam p q per 29.primi huius,ſecat enim angulum p z q,ſecet ergo ipſum in puncto o, erit ergo per præmiſſa,& per 29.primi,angulus p d k,trigoni k p o æqualis angulo g o k trigoni k g n,ſed & angulus p k o æqualis eſt angulo g k n,per 15.primi, ergo per 32. primi,trigoni p k o & g n k ſunt æquianguli,ergo per 4.ſexti,quæ eſt proportio lineæ p o ad lineam g n,eadem eſt lineæ o k ad lineam k n,eſt autem ut patet ex præmiſsis,linea b n æqualis lineæ g n,ſed linea p o eſt maior quàm linea b n,ideo quod tota linea p q eſt maior quàm linea b g,& linea p o eſt medietas lineæ p q,ſicut linea b n medietas lineæ b g,cum enim lineæ b q & g p ſint æquales, & lineæ b k & g k æquales, erit linea k q æqualis lineæ k p,& anguli p k o & q k o ſunt æquales,per 15.primi, & per præmiſſa, erit ergo linea p o æqualis lineæ q o,ſi ergo linea p o eſt maior quàm linea b n, patet quod linea o k eſt maior quàm linea k n,& linea o k eſt diſtantia imaginis ſub ſpeculo, & linea n k eſt diſtantia rei reflexæ à ſuperficie ſpeculi,palam ergo propoſitum.

LXIIII.

Circa diametrum ſpeculi ſphærici concaui extra ſpeculum productæ ambobus poſitis oculis ſecundum æqualem diſtantia à diametro, & centro ſpeculi,dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra, & imago minor facie apparet inter uiſus & ſuperficiem ſpeculi.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis,& ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui circulus d b k,cuius cẽtrum o,& diameter d k,& orthogonaliter ſuper diametrum d k, producatur diameter b o a,extra ſpeculum,ſintq́ꝫ duo oculi in punctis e & c,lineæ c e perpẽdicularis ſuper lineam b a,& ſint ambo oculi æqualiter diſtantes ab ipſo diametro b a,& à puncto a,erit ergo linea e a æqualis lineæ a c,& ducantur lineæ e b & c b, erit ergo per 4.primi,angulus e b a æqualis angulo a b c,ergo per 20.quinti huius,uiſus ambo e & c, ad ſe inuicem reflectuntur à puncto b,producatur itaq́ꝫ linea à puncto e ad centrum o, hæc ergo producta concurret cum linea c b,per 29.primi huius,ſit concurſus punctus f, & ſimiliter à puncto c,ducatur linea per centrum o,concurrens cum linea e k in pũcto g,apparet ergo per 37.quinti huius,imago formæ puncti e in puncto f,& imago formæ puncti c,in puncto g,apparent ergo dextra ſiniſtra,& ſiniſtra dextra, ſed & per 5.primi angulus b e c eſt æqualis angulo b c e,quoniam lineæ b e, & b e ſunt æquales,ſed cum trigonorum e a o & c a o,duo latera e a & c a ſint æqualia,& latus a o cõmune,anguli quæ c a o,& e a o ſint æquales, qa recti erit per 4. primi, angulus f e a æqualis angulo g c a,trianguli ergo e f c & c e g ſunt æquianguli,per 32.primi,ergo per 4.ſexti,eſt proportio lineæ e g ad lineã e f,& lineæ c f ad lineam c g,ſicut lineæ e c ad ſeipſam, ſunt ergo lineæ e g & c f æqules,& lineæ e f & c g æquales: Sed totalis linea b e eſt æqualis totali lineæ b c,ergo relinquitur linea b g æqualis lineæ b f, ergo per 5. primi,angulus b g f æqualis eſt angulo b f g, ſed illi anguli cum angulo g b f,ualent duos rectos,per 32. primi,ſunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c,b c e, illi ergo trigoni e b c & g b f ſunt æquianguli,ergo per 4.ſexti, quæ eſt proportio lineæ b g ad lineam b e,eadem eſt proportio lineæ g f ad lineam e c, ſed linea b g eſt minor quàm linea b e,ergo linea g f, eſt minor quàm linea e c,imago ergo faciei uidentis eſt minor facie conſpecta,apparet autem inter oculos & ſpeculi ſuperficiem,quoniam linea g f,quæ eſt diameter imaginis,cadit inter lineam e c,in qua ſunt ambo uiſus,& inter ſuperficiem ſpeculi,palam ergo propoſitum.

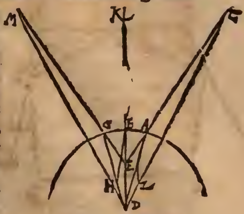


LXV.

Imagines rerum retro ſpecula ſphærica concaua apparentes motis rebus quarum ſunt,ad eandem partem moueri uidentur.

Sit in ſpeculo ſphærico concauo circulus a b g,cuius centrum ſit d, & ſit centrum uiſus punctum e,ſintq́ꝫ duo puncta rei uiſæ ex utraq́ꝫ parte puncti e,quæ ſint z & h, ducanturq́ꝫ duo katheti incidentiæ,quæ ſint d z c & d h k,reflectaturq́ꝫ forma puncti z, ad uiſum

ſum e, à puncto ſpeculi a, & forma pũcti h, à puncto ſpeculi b, & ducantur reflexionum lineæ quæ ſint a e & b e, concurratq́ linea a e, cum katheto d 3 in puncto c, & linea e b, cũ katheto d h in puncto k, erunt ergo per 37. quinti huius, punctum c & k, loco imaginum intra ſpeculum, ita quod punctum c, ſit locus imaginis formæ puncti 3, & punctum k, locus imaginis formæ puncti h, & erunt loca imaginum in partibus illis in quibus ſentiuntur, & res quarum ſunt illæ imagines, transferatur itaq; punctus rei uiſæ, qui eſt h, ad punctum l, & reflectatur ad uiſum e, à puncto g & ducatur kathetus d l, concurrens cum linea reflexionis quæ eſt e g, in puncto m, eritq́ locus imaginis formæ puncti n in puncto m, translata ad ipſum à puncto k, qui locus m, erit in illa parte ad quam translata eſt ipſa res, cuius in puncto m, eſt imago, quod ſi puncta rei uiſæ fuerint h & l, & ſint ſuper uiſum erunt loca imaginum quæ ſunt k & m, ſuper uiſum, & apparebunt ſupra res, quarum ſunt formæ, & ſi puncta h & l, fuerint à dextris ipſis uiſus, & loca imaginum ſuarum quæ ſunt k & m, erunt à dextris, ſed non putabuntur eſſe dextra, ut patet ſupra per 51. huius, quoniam propter reuerberationem dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra, patet itaq; propoſitum.



LXVI.

Imagines rerum inter ſpecula ſphærica concaua & uiſus apparentes, motis rebus uidentur ad partem contrariam moueri.

Sit ſpeculi ſphærici concaui circulus a b g, cuius centrum ſit punctus d, ſitq́ centrum uiſus e, citra centrum ſpeculi quod eſt d, & ex lateribus aſpicientis ſint duo puncta rei uiſæ, quæ ſint z & h, quæ reflectantur ad uiſum, à duobus punctis a & b, ſintq́ lineæ reflexionum e a puncti z, & e b puncti h, ducanturq́ katheti incidentiæ z d c & h d k, ſecantes lineas reflexionum in punctis c & k, erunt ergo per 37. quinti huius, puncta c & k, loca imaginum c puncti z, & k puncti h, uidebuntur itaq; formæ illorum punctorum in diuerſis partibus alijs quàm ſint res ipſæ, per 49. huius, quod ſi punctus h, rei uiſæ transferatur ad pũctum l, & reflectatur à puncto ſpeculi g ad uiſum e, ducaturq́ linea reflexionis, quæ ſit e g, & kathetus l d m, ſecans lineam reflexionis, quæ eſt e g in puncto m, eritq́ per 37. quinti huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti l, imago itaq; puncti h, quæ eſt k, erit translata ad partem diuerſam illi ad quam res uera translata eſt, & ſi punctus h & l, fuerint ſurſum mota ſupra uiſum, tunc imagines ipſorum quæ ſunt k & m, uidebuntur moueri deorſum, & ſi puncta h & l, fuerint mota ad dextram partem uiſus, formæ imaginũ uidebuntur moueri ad ſiniſtram, & ita ſemper mouentur imagines ad partem contrariam rebus, patet ergo propoſitum.



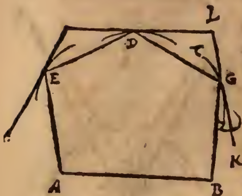
LXVII.

Per ſpecula ſphærica concaua quot libuerit poſsibile eſt formæ eiuſdem puncti imaginem uideri.

Fiat diſpoſitio, quæ in planis & conuexis ſphæricis ſpeculis, & ſit centrum uiſus a, & punctus rei uiſæ ſit b, & ſecundũ diſtantiam centri uiſus quod eſt a, & à puncto rei uiſæ quod eſt b, deſcribatur poligonium æquilaterum & æquiangulum, quotcunq; angulorum placuerit, ſitq́ exempli cauſa pentagoniũ, quod ſit a b g d e, fiatq́ circulus circumſcribens illud poligonium pentagonium per 12. quarti, & ſup illius pentagonij angulos orthogonaliter ſuper lineas à centro circuli circunſcribentis poligoniũ productas ad circumferentiam ſecundum ipſorum puncta media ſtatuantur ſpecula ſphærica concaua, quæ ſint partes eiuſdem ſphæræ & æquales propoſitiones, patet itaq;, quoniã ſuperficies

plana

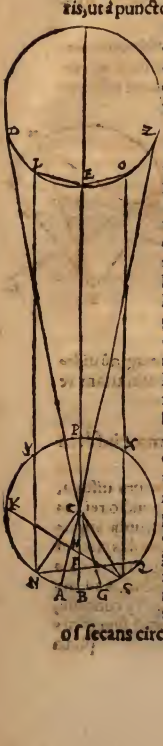
plana, pentagoni a b g d e, ſecabit quodlibet ſpeculorum ſecundum circulum per 69. primi huius, unus itaq; arcus unius illorũ circulorũ ſit z g c, ducanturq; lineæ cõtingentes quelibet illorũ arcuũ in punctis g d e, contingatq; arcũ z g c, in puncto g, linea l k, quia itaq; per 43. primi huius, angulus portionis, qui eſt b g z, eſt æqualis angulo d g c, anguli quoq; contingentiæ, qui ſunt b g z & l g c ſunt æquales, palàm ergo per 20. quinti huius, quoniam fit reflexio formæ puncti b, à puncto ſpeculi g, ad punctũ ſpeculi alterius quod eſt d, & ſimiliter per eandem demõſtrationem fiet reflexio à puncto d, ad punctum ſpeculi alterius quod eſt e, & à puncto e, ad centrum uiſus quod eſt a, palàm ergo propoſitum, & ſic quotcunq; fuerint anguli poligonij, tot aſſumantur ſpecula, ſemper accidet illud quod præmiſſum eſt.



LXVIII.

A ſpeculis ſphæricis concauis ſoli oppoſitis ignem poſsibile eſt accendi.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum ſoli oppoſitum, in quo ſignetur circulus k a b g x, cuius centrum ſit c, ſitq; ut ſuperficies plana ſecans ſpeculum, ſed hũc circulum ſecet etiam corpus ſolis trans centrum, ergo per 69. primi huius, communis ſectio illius ſuperficiei planæ & ſolis, erit circulus magnus qui ſit d e z, & ab aliquo pũcto illius circuli ſolaris, ut à puncto d, ducatur linea ſecundũ quam præcedens radius ad centrũ ſpeculi quod eſt c, incidat in punctum ſpeculi quod ſit g, & à pũcto circuli ſolis quod ſit e procedens radius ad centrum ſpeculi quod eſt c, incidat in pũctum ſpeculi b, & à puncto ſolis quod ſit z, incidens radius per centrum ſpeculi c, cadat in punctũ ſpeculi a, quia ergo omnes radij tranſeũtes per centrũ c, ſunt perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ ſpeculi a b g, p 72. primi huius, patet per 21. quinti huius, q̃niã oẽs reflectũtur in ſeipſos, cõcurrãt ergo tã incidentes q̃ reflexiones in pũcto c, quod eſt centrũ ſpeculi, omnes enim illi radij ſunt diametri ipſius ſpeculi, & omnes anguli ſemicirculi ſunt æquales, per 43. primi huius. Reflexio aũt omnis fit ſecũdum angulos æquales, ut patet per 20. quinti huius, quicunq; itaq; radiorum ſolarium pertranſierunt per centrum ſpeculi quod eſt c, & peruenerint ad quæcũq; puncta ſuperficiei ſpeculi, illi omnes reflectuntur in ſeipſos, & concurrent in centro ipſius radij, non æquediſtantes illis radijs non concurrunt. Sit enim radius perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, qui eſt e b, hic ergo ut præmiſſum eſt tranſibit centrum ſpeculi quod eſt c, & reflectitur in ſeipſum, hinc ergo ducatur per 31. primi, aliquis radius æquediſtans qui ſit l n, & alius qui o ſ, ſitq; arcus n b inæqualis arcui b ſ, ſecetq; linea l n, circulum a b g, in puncto y, & in arcu y n ſignetur punctum k, & ducatur linea c n, quia itaq; angulus l n k, eſt maior angulo c n k, ut pars ſuo toto, patet quod angulus l n k, eſt minor angulo c n b, quoniam anguli c n b & c n k, ſunt æquales, per 43. primi huius, patet ergo per 20. quinti huius, quod radius l n, non reflectetur in pũctum c, fiat itaq; angulus b n f, æqualis l n k, cadetq; punctum f, citra punctum c, in punctum aliquod ſemidiametri c b, & in corpore ſolari continuetur linea e l, ſi itaq; quadrangulum n f e l, fixo permanente ſuo latere e f, imaginetur moueri quouſque linea l n, incidat ad locum, unde exiuit, tũc punctus n, motu ſuo deſcribet quendam circulum in ſuperficie ſpeculi, & in tota periferia illius circuli angulus l n f remanet æqualis, ergo angulus l n k, eſt æqualis angulo b n f, fiet ergo per 20. quinti huius, à tota periferia illius circuli reflexio omnium radiorum incidentium ad punctum f, ſimiliter quoq; ſi à puncto ſolis quod eſt o, ducatur per 31. primi, radius æquediſtans radio perpendiculari qui eſt e b, & ſit ille radius æquediſtans o ſ ſecans circulum a b g, in puncto x, & in arcu x ſ, ſignetur punctum q, in linea n f producta



ducta,ſitq; ut perpēdicularis e b ſecet circulū a b g,in pūcto p,& ſit arcus b ſ minor arcu n b,ergo & arcus x p qui eſt æqualis arcui b ſ,per 53.primi huius,minor eſt arcui p y æqualis b n,ergo arcus x q ſ, remanet maior arcu y k n,ergo per 43.primi huius,angulus x ſ q eſt maior angulo y n k,radius ergo o ſ non reflectitur ad punctū f,ſed ad aliquod punctū lineæ f c,quod ſit h,portio enim circuli y k n,quæ eſt æqualis portiōi n b q,eſt minor portione x q ſ,quæ eſt æqualis portioni ſ b h,copulentur quoq; linea o e, ſi itaq; fixo latere e h,quadrangulū o e h ſ,intelligatur moueri quouſq; linea o ſ,redeat ad locū unde exiuit, tunc punctū ſ motu ſuo deſcribet in ſuperficie ſpeculi circulum à cuius totali periferia,ſit et reflexio ad punctū diametri ſpeculi qui eſt h,& ſimiliter de quibuſcunq; alijs radijs incidentibus ſuperficiei ſpeculi æquediſtanter radio e b,ſemper enim fiet reflexio omnium ſibi ſimilium radiorum à periferia unius circuli totius ſpeculi ad unum punctū diametri ipſius ſpeculi,& lineæ radiales propinquiores diametro reflectuntur ad punctum propinquius centro c,& lineæ radiales remotiores diametro, & æquediſtantes illi reflectuntur ad punctum remotius centro quod eſt c,in quocunq; autem illorum pūctorum ponatur aliquod corpus combuſtibile,per radios reflexos incendetur,ſed quia radij ſunt pauci & debiles,oportet ut combuſtibile diutius in puncto collectionis radiorum moram trahat, patet ergo propoſitum,& hoc ſpeculum quantum ad actum combuſtionis efficatius eſt ſpeculo compoſito ex planis ſpeculis,de quo locuti ſumus in fine quinti libri huius ſcientiæ,poſſet quoq; per diligentiam artificis aliquod ſpeculum ex pluribus huiuſmodi ſpeculis componi, quod eſſet maioris efficaciæ ad comburendum, hoc autem relinquimus induſtriæ perquirentis,quia ſufficit nobis in propoſitum,hoc modo demonſtratum.

LIBER NONVS
PERSPECTIVÆ VITELLIONIS.

IN præmiſſo libro paſsiones ſpeculorū ſphæricorū concauorū pro noſtro poſſe pertractauimus,ſuper eſt nūc ut ſpeculorū columnarium & pyramidaliū concauorū proprietates aliquas demōſtremus.In his enī ſpeculis quaſi omniū præmiſſorū ſpeculorū proprietates concurrunt, planorū quidē,cū in illis à linea longitudinis ſpeculi fit reflexio,columnariū quoq; & pyramidaliū conuexorū plurimæ paſsiones in hæc concaua ſpecula deſcendūt,quoniā iſtorū & illorū cōformis eſt generatio ſecundū figuras,à quibus in utriſq; prouenit quædam conformitas paſsionū,niſi q̄d hinc & inde ſecundū naturā cōuexi & concaui paſsiones quodāmodo ſecundū ſitū contrarie diſponūtur,ex quo accidit,ut quandoq; lineæ reflexæ in cōuexis ſpeculis fiat locus imaginis in cōcauis,& ecōuerſo,& ob hæc eadē principia in his ſpeculis & in illis ſunt(præmiſſis figuris)cōformiter aſſumēda. Sic itaq; omniū ſpeculorū regulariū pro noſtrarū uiriū & experientiæ poſsibilitatē paſsionibus aliqualiter pertractatis ad aliqua ſpecula figurarum irregulariū & compoſitarū mentē conuertimus,uidētesq; quod antiquorū Geometrarum diligentia & ſolicitudo circa ſpeculorum comburentiū,aliquorū totali ſuperficie ad unum punctū naturalē uel mathematicum fit reflexio luminis & formarū incidentiū plurimū eſt uerſata,ut circa rem ſcientiæ Geometriæ plurimā ſubtilitatē rebus naturalibus applicantē,actionē quoq; naturaliū formarū accelerantem in productione effectuū mirandorū,huic negotio curam conſequenter in hoc libro dedimus, ut rei ad quam ſicut ad finem nobiliſsimū omne quod de natura quorumlibet ſpeculorū præmiſimus aliqualiter ordinatur. Ex præmiſsis uero libris ſatis patet, quod figura talium ſpeculorum cōburentium in una ſuperficierum planarum,ut patet per ultimam 5.huius,non eſt poſsibilis,ſicut nec ab aliqua una ſuperficierum conuexar quacunq;,ſiue illa cōuexa ſuperficies fuerit ſphærica,ut patet per ultimam 6.huius, ſiue fuerit columnaris uel pyramidalis,ut patet per penultimam 7.huius,poſsibile eſt radios aliquos aggregari ad punctum unum Mathematicum uel etiam naturalem,à concauis quoq; ſpeculis ſphæricis non fit ad unū

axis punctum Mathematicum reflexio, niſi à periferia unius tantum circuli, & à tota ſuperficie unius hemiſphærij ad totam ſemidiametrum ſiue axem ſpeculi, ut oſtenſum eſt per ultimam octaui huius. Non fit autem omnium radiorum æquediſtanter axe ſpeculi ſuperficiei talis ſpeculi incidentium reflexio ad punctum unum. Sed neq; ab aliqua ſuperficierum ſpeculorum columnarium uel pyramidalium concauorum eſt hoc poſsibile fieri, prout infra in præſenti libro demonſtrabimus. Reſtat ergo ut ſuperficies alias huic noſtro propoſito competentes cum demonſtrationis diligentia perquiramus, quoniam illud quod ex plurimum ſpeculorum regularium compoſitione ad hunc effectum poſsibile prius fore diximus, unius ſuperficiei à qua totali ad unum punctum fiat reflexio certitudinem non attingit, neq; ad illorum peruenit commoditatem, neq; in illis adeo relucet humani bonitas ingenij & utilitas figurarum. In his itaq; columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibuſq; ſpeculis, & in ipſis comburentibus ſpeculis ſupponimus principia quæ in libris præcedentibus ſunt præmiſſa, ut patet in 7. & 8. libro huius ſcientiæ, quæ uero ex præſuppoſitis principijs & concluſionibus demonſtranda de his ſpeculis prænominatis uidimus ſunt iſta.

THEOREMA I.

In ſpeculis columnaribus concauis communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi quandoq; eſt linea longitudinis ſpeculi, quandoq; circulus, quandoq; oxigonia ſectio.

Quod hic proponitur, patet ex præmiſsis in libro ſeptimo iſtius de ſpeculis columnaribus conuexis, & quia ſpeculum columnare concauum non minus participat formā & proprietatem columnæ quám conuexum, patet quod propoſita paſsio eodem penitus modo demonſtranda eſt de ſpeculis columnaribus concauis, ut de columnaribus conuexis, patet ergo propoſitum, nec enim neceſſarium talibus amplius immorari, & quando fuerit communis illa ſectio linea longitudinis ſpeculi, erunt modi reflectionum & loca imaginum ſicut in ſpeculis planis, quando uero illa ſectio communis fuerit circulus erūt modi reflectionis & loca reflectionum ſicut in ſpeculis ſphæricis concauis. Eruntq; loca imaginum quandoq; ultra ſpeculum, quandoq; in ipſa ſuperficie ſpeculi, quandoq; inter uiſum & ſpeculum, quandoq; in ipſa ſuperficie uiſus, & omnium iſtorum idem eſt demōſtrandi modus qui in illis ſphæricis concauis ſpeculis patuit per 11. octaui huius.

II.

In ſpeculis pyramidalibus concauis communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, lineam longitudinis ſpeculi aut ſectionem oxigoniam poſsibile eſt eſſe, circulum uero impoſsibile.

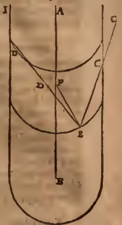
Paſsiones propoſitæ de præſentibus ſpeculis eodem penitus modo demonſtrabiles ſunt, quo & de ſpeculis pyramidalibus conuexis ſunt oſtenſæ per diuerſas propoſitiones 7. huius, patet ergo propoſitum, & quando communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis, erunt modi reflexionum & loca imaginum, quæ & in ſpeculis planis oſtenſa ſunt per 49. quinti huius.

III.

In omni ſuperficie reflectionis à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis centrum uiſus & punctum rei uiſæ, punctum reflexionis, & punctū axis in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto reflexionis contingentem conſiſtere eſt neceſſe.

Sit ſpeculum columnare concauum cuius axis ſit a b, ſitq; centrū uiſus o, & punctum rei uiſæ d, reflectaturq; forma puncti rei uiſæ quod eſt d ad uiſum c, in puncto ſpeculi e, & in puncto e contingat ſuperficiē ſpeculi ſuperficies plana, ſuper quam ſuperficiē à puncto e, ducatur linea perpēdicularis p 12. undecimi, quæ ſecet lineā a b axem ſpeculi in pūcto f, & ſit linea e f, dico quod pūcta c d, e f, neceſſario erunt ſemper in eadē ſuperficie reflexionis

xionis,aut eñ hæc ſuperficies reflexionis æquediſtabit baſibus columnæ aut nõ, ſi ſic pa
tet per 100.primi huius,quod cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi
erit circulus æquediſtans baſibus columnæ,& linea ducta à puncto reflexionis quod eſt
e,tranſiens per centrum illius circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ columnæ,ut pa
tet per 96.& per 100.primi huius,& ſi centrum uiſus quod eſt c,& punctũ rei uiſæ quod
eſt d,fuerint in illa linea,fiet reflexio formarũ punctorũ uiſorum tantũ ſecundũ illam li-
neam per 21.quinti huius,eruntq; illa quatuor puncta quæ ſunt e d e f,omnia in ſuperficie
reflexionis,quod ſit centrũ uiſus uel punctum rei uiſæ, dum fuerit in
hac linea perpendiculari,ſemper tamen linea e f,perpendiculariter à
puncto e,ducta cadet in axem a b,per 96.primi huius, & linea refle-
xionis continebit cũ illa perpendiculari angulum acutũ, quoniã ca-
det inter perpendicularẽ e f, & inter lineam circulũ qui eſt cõmunis
ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi in puncto e contingentẽ,& q-
niam hæc linea reflexionis cadit ſemper intra ſpeculũ, quia ſecundũ
ſui partem qua incidit ſpeculo neceſſario cadet inter ſuperficies pla-
nas per centrũ uiſus ductas,portionẽ apparentẽ ſpeculi contingen-
tes,& quoniã per 20.quinti huius,ſemper angulus incidentiæ eſt æ-
qualis angulo reflexionis,patet quod ſi unus illorũ punctorũ eſt in ſu
perficie reflexionis quod & reliquus,quia enim angulus d e f erit æ-
qualis angulo f e c,cadent hij anguli ex diuerſis partibus perpendicu
laris lineæ quæ eſt e f ultra ſpeculũ,in eadem itaq; ſuperficie cadẽt o-
mnia puncta c d e f,& eodẽ modo demonſtrandũ eſt à quocunq; pũ
cto circuli,qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi,
fiat reflexio,ſemper enim illa quatuor puncta erunt in ſuperficie re-
flexionis,quod ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei
ſpeculi ſit linea lõgitudinis ſpeculi,tunc iterũ à quocunq; pũcto illius
lineæ fiat reflexio,ſemper propoſita quatuor puncta erunt in ſuperficie reflexionis, ut pa
tet per 27.quinti huius. Similiter quoq; patet idẽ ſi communis ſectio ſuperficiei reflexio-
nis & horũ ſpeculorũ fuerit ſectio oxigonia,quoniã illa ſectio ſecabit ſpeculũ trans àxẽ
per 103.primi huius,& linea à pũcto reflexionis perpẽdiculariter ducta ſup ſuperficiẽ ſpe
culi in pũcto reflexionis contingentẽ,ſemper cadet in axe, ut hæc in ſpeculis columnari-
bus & pyramidalibus cõuexis ſunt amplius declarata:eſt ille modus demõſtrandi,uniuo
cus & in iſtis ſpeculis.Quod ſi ſpeculũ propoſitũ fuerit pyramidale concauũ,tũc ut ſupra
oſtenſum eſt per præmiſſam impoſsibile eſt cõmunem ſectionẽ ſuperficiei reflexiõis &
ſupficiei ſpeculi circulũ eſſe,q̃ ſectio ſi fuerit linea lõgitudinis uel ſectio oxigonia,tunc e-
adẽ erit declaratio qđ quatuor prædicta puncta c d e f,cõſiſtunt in ſuperficie reflexionis,
quæ prius in ſpeculis columnaribus concauis,patet ergo illud quod proponebatur.



IIII.

Centro uiſus exiſtente intra ſpeculum columnare uel pyramidale conca-
uum à quolibet puncto ſpeculi fiet reflexio ad uiſum.

Sit ſpeculum columnare concauum,cuius axis ſit a b,& ſit centrum uiſus c,ſitq; pun
ctum c,intra ſpeculum,dico quod ab omni puncto ſpeculi fiet reflexio ad uiſum. Siue e-
nim cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & huius ſpeculi fuerit linea lõgitudinis colum
næ ſpeculi,ut cum ſuperficies reflexionis ſecat ſuperficiem ſpeculi ſecundũ axis longitu-
dinem,ut patet per 93.primi huius,ſiue fuerit circulus æquediſtans baſibus columnæ ip-
ſius ſpeculi,ſiue fuerit ſectio oxigonia,ſemper patet per præmiſſam quod punctus refle-
xionis & centrum circuli ſiue punctus axis in quem cadit perpendicularis ducta à pun-
cto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi ſunt in eadem ſuperficie. Eſt ergo ſemper poſsi
bile ut ab illo puncto fiet reflexio ad uiſum,quoniam in concauitate taliũ ſpeculorũ non
eſt corpus aliquod denſum reſiſtens multiplicationi formarũ per mediũ, à quolibet pun-
cto ergo ſuperficiei taliũ ſpeculorũ fiet formarũ reflexio ad uiſum. Idẽ quoq; patet in ſpe
culis pyramidalibus concauis,quoniam centrum uiſus ſemper eſt intra talia ſpecula,non

refert à quocunq; puncto ſuperficiei ſpeculi fiat reflexio, quoniam ſemper poſsibile erit formam ad uiſum peruenire, niſi forte denſitas occipitis in quibuſdam ſitibus impediat reflexionem. patet ergo propoſitum, reſumpta figuratione præmiſſæ, poſitoq; puncto c, intra ſuperficiẽ ſpeculi in linea c e, quicunq; eius punctus in utroq; ſpeculorum fuerit datus, ſit ille punctus e, & ab eo extrahatur perpendicularis ſuper ſuperficiem planam in illo puncto ſpeculum contingentem per 12. undecimi, & quoniam illa cadet in axem ſpeculi per 96. primi huius, ſic ut cadat in pũctum f, & ſuper punctũ e, tantũ lineæ e f, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo c e f, qui f e d, palam ergo quod forma puncti d, reflectetur ad uiſum in puncto c, exiſtentem per 20. quinti huius, & hoc proponebatur.

V.

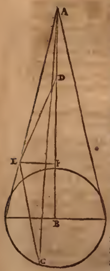
Centro uiſus exiſtente extra ſpeculum columnare uel pyramidale concauum non integrum à maiore parte ſuperficiei ſpeculi fiet reflexio ad uiſum.

Eſto ſpeculũ columnare uel pyramidale concauũ, cuius axis ſit a b, & ſit centrũ uiſus punctũ c, ſitq; extra ſpeculũ, dico quod à maiore parte ſuperficiei concauæ ſpeculi fiet reflexio ad uiſum: imaginentur enim ſuperficies cõtingentes columnam uel pyramidalem à uiſu productæ ad ſpeculũ, palamq; per 1. ſeptimi huius, quoniam ſolum pars ſuperficiei ſpeculi interiacens illas ſuperficies contingentes eſt illa, à qua ſpeculo exiſtente conuexo fit reflexio ad uiſum. Eſt autem illa pars minor pars ſuperficiei ſpeculi, ut patet de ſpeculis columnaribus per 78. quarti huius, & de pyramidalibus per 84. quarti huius, ablata itaq; illa parte remanet maior pars ſuperficiei ſpeculi, fit autem à tota illa ſuperficie reflexio ad uiſum, quoniam omnis linea ducta ſub lineis contingentibus ſpeculum in aliqua illarum ſuperficierum producta ſecat ſuperficiem ſpeculi per 4. ſeptimi huius, ſecundum illam ergo poteſt fieri reflexio ad uiſum, patet ergo propoſitum.

VI.

Speculo pyramidali cõcauo integro exiſtẽte oppoſitoq; ipſo uiſui ex parte ſuæ baſis exiſtenti nullius pũcti forma uidebitur niſi intra ſpeculũ exiſtentis.

Eſto ſpeculum pyramidale concauũ, cuius axis ſit a b, ſitq; eius conica ſuperficies tota integra, baſis uero eius quæ eſt ſuperficies plana ſit ſubmota ab ipſo ſpeculo, ſitq; centrum uiſus c, ex parte baſis ſubmotæ, dico quod uiſus non percipiet formam alicuius puncti rei uiſæ niſi illius quæ fuerit inter ipſum ſpeculum. Si enim centrum uiſus c, in aliqua conſiſtat linea longitudinis ſpeculi, fiatq; reflexio ab illa linea longitudinis ad uiſum, tunc patet, quia punctum rei uiſæ oportebit conſiſtere intra ſpeculum, quoniam ex hypotheſi centrum uiſus eſt ex parte baſis ſpeculi, oportebitq; punctum rei uiſæ in eadem linea longitudinis exiſtere, aliàs enim non, fieret reflexio propter inæqualitatem angulorum, quod ſi centrũ uiſus c, ſit ſub aliqua linearum longitudinis ſpeculi, tunc adhuc patet propoſitum, quoniam enim omnis perpendicularis ducta à quocunq; puncto reflexionis quæ fieri poſsit ad uiſum c, in hoc ſitu, tenet angulũ acutum cum linea reflexionis, patet per 33. quinti huius, cum ſemper fiat reflexio ex parte anguli maioris, quod ſemper fiet reflexio ex parte acuminis pyramidis ſpeculi, oportet ergo de neceſsitate, ut puncta rei uiſæ quorum formæ reflectuntur ad uiſum à quibuſcunq; punctis ſuperficiei totius ſpeculi ſemper ſint intra ipſum ſpeculum, patet ergo propoſitum. Si uero auferatur à ſpeculo tali portio aliqua ſecundum longitudinem ſpeculi, tunc poterit comprehendi exteriora quæ ſunt extra ſpeculum, quoniam patebunt liberi introitus lineis incidentiæ formarum extrinſecarum quæ reflectuntur ad uiſum. Similiter quoq; accidit ſi ſecetur pyramis ſpeculi ad modũ annuli ſecũdum aliquem circulum æquediſtantem baſi, uel etiam ſecundum oxigoniam ſectionem taliter ut auferatur uertex pyramidis ſpeculi, tunc enim incidentiæ liberum



habebunt

habebunt ingreſſum, plures tamen formæ reflectentur ad uiſum. ſi centrum uiſus fuerit ex parte ſuperficiei concauitatis ſpeculi quàm ſi fuerit ex parte ſuæ baſis, quia tunc lineis incidentibus latior uia patet.

VII.

A quocunque puncto ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui non eſt poſsibile niſi formam unius puncti ad eundem uiſum reflecti.

Eſto ut in præmiſſa ſpeculum columnare uel pyramidale concauum, cuius axis a b ab eius quoque puncto e, reflectatur ad uiſum c, forma puncti d, dico quod ab eodem puncto e, forma alterius puncti quàm d, ad uiſum exiſtentem in puncto c, impoſsibile eſt reflecti. ducatur enim à puncto reflexionis quæ eſt e, linea perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto e contingentem, quæ ſecabit axem ſpeculi per 96. primi huius, ſecet ergo in puncto f, palã itaque per 3. huius, quoniã puncta c d e f, ſunt in eadem ſuperficie, & quoniam una ſola linea recta à cẽtro uiſus quod eſt e, ducibilis eſt ad punctũ reflexionis, quod eſt e, patet quod angulus f e f, nõ poteſt uariari, ergo nec angulus d e f, quæ per 20. quinti huius, eſt æqualis angulo t e f, linea ergo e d eſt tantum unica linea, cuius alterius puncti forma poteſt reflecti ad uiſum c, ſed ex hypotheſi forma puncti d reflectitur ad uiſum, nullius ergo alterius puncti forma ad ipſum reflectetur, cum enim aliqua linea incidentiæ peruenit ad aliquod punctum corporis, non poteſt forma alterius puncti per illã lineam incidere ſpeculo, quoniam punctus altior occultat poſteriorem, nec præſtat tranſitum formæ illius, patet ergo propoſitum, quoniam in his ſpeculis à quocunque puncto facta reflexione forma unius puncti non poteſt ab eodem puncto ſpeculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uiſum, ſed à duobus uiſibus poſſunt in eodem puncto ſpeculi duorum punctorum formæ comprehendi, ſicut à pluribus uiſibus plures formæ diuerſorum punctorum. quoniam ut patet per 18. ſeptimi huius, infinitæ poſſunt ſumi ſuperficies ſuper perpendicularem e f, ſe ſecantes, in quarum qualibet ex utraque parte perpendiculares e f, ſumi poſſunt duo anguli acuti æquales, licet autem illud quod hic proponitur ſatis patuit per 29. quinti huius, hic tamẽ idem declarauimus, ideo quia oppoſitum in his ſpeculis plus ueriſimile uidebatur.

VIII.

Linea longitudinis ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui exiſtente communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi unus eſt tantum punctus reflexionis & unius puncti rei uiſæ ad unius uiſus centrum, & uidetur unica imago.

Non oportet huic propoſitioni declarandæ aliter inſiſti, niſi ſicut idem oſtenſum eſt in ſpeculis planis, quod ab uno tantum puncto fit reflexio, & una tantum occurrit uiſui imago, ut patet per 46. & 48. quinti huius, linea enim recta eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi hinc inde, unicus ergo tantum eſt punctus reflexionis, unica tantum ergo uidebitur imago ſub ſuperficie ſpeculi ſemper apparens, ut in planis ſpeculis, eritque per 49. quinti huius, diſtantia imaginis ſub ſpeculo æqualis diſtantiæ rei uiſæ ſuper ſpeculum, patet ergo propoſitum.

IX.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia exiſtente à pluribus punctis illius ſectionis, poteſt fieri reflexio formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ad idem centrum uiſus.

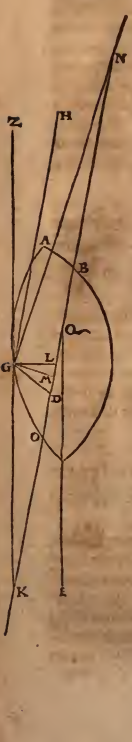
Sit ſpeculũ columnare uel pyramidale concauũ, cuius axis a b, ſitque centrum uiſus c, & pũctum rei uiſæ ſit d, ut patet in figura 6. huius. Si itaque communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit ſectio oxigonia, dico quod forma puncti d, ad centrum uiſus c, à pluribus punctis illius ſectionis reflecti poteſt. Iam enim oſtendimus ſupra per 22. ſeptimi huius, quod à ſpeculis columnaribus conuexis ab uno tantum puncto ſectionis oxigoniæ, ſit formæ eiuſdem puncti reflexio ad uiſum eundem, & diximus quod ſi

diameter columnæ fuerit æqualis diſtantiæ oculorum, quod à duobus punctis ſectionis oxigoniæ poteſt fieri reflexio ad uiſum, aliàs enim latebunt uiſum puncta reflexionis ſe reſpicientia, ſcilicet illa per quæ tranſit circulus columnæ ductus per punctũ reflexionis æquediſtanter baſibus, unde uiſo uno illorum punctorum alius punctus latebit propter minoris portionis columnæ ipſius apparentiam. In his uero ſpeculis columnaribus concauis apparet uiſui maior portio columnæ, ut patet per 5. huius, unde ab unico uiſu poſſunt percipi ambo puncta, quæ ſunt extremitates diametri circuli æquediſtantis baſibus columnæ, eodẽ modo penitus de ſpeculis pyramidalibus cõcauis declarandũ, eius enim ſuperficiei plus medietate uni uiſui occurrit, & duo puncta per diametrum circuli æquediſtantis baſi pyramidis oppoſita uideri poſſunt, patet ergo propoſitum.

X.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia exiſtente, erit locus imaginis quandoq; ultra ſpeculum, quandoq; citra uiſum, quandoq; in centro uiſus, quandoq; in ſuperficie ſpeculi, quandoq; inter uiſum & ſpeculum.

Eſto ſpeculũ columnare concauũ, cuius pars axis ſit d k, & eius ſuperficiei columnaris & ſuperficiei reflexionis cõmunis ſectio ſit oxigonia, quæ a b g, dico quod poſsibile eſt totum, quod hic proponitur, ducatur enim in hac ſectione perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem in puncto reflexionis quæ ſit d g. hoc itaq; per 112. & per 104. primi huius, erit ſemidiameter cuiuſdam circuli ſecundum illum punctum ſecantis columnam ſpeculi æquediſtanter baſibus, ſecabitq; axem ſpeculi quæ eſt k d, ſitq; ut ſecet ipſum in puncto d, eritq; illa perpendicularis tantum una, cum à nullo alio puncto ſectionis a b g, poſsit duci linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto reflexionis quàm ab uno puncto reflexionis, cum omnes aliæ lineæ à quibuſcunq; punctis ſectionis a b g, ductæ ad axem d h, ſunt obliquæ ſuper ſuperficiem illam ſpeculum contingentem, ut patet per prænominatas propoſitiones primi huius. Sumatur item alius punctus ſectionis a b g, qui ſit b, & ducatur ab illo puncto b, linea perpendicularis ſuper lineam rectam contingentem ſectionem a b g, in puncto b, & hæc quidem linea per 114. primi huius, neceſſario concurret cum perpendiculari g d. Sit ergo exempli cauſa, concurſus in puncto d, quoniam ſi concurrant ſub puncto d, eadem eſt demonſtratio, ſitq; punctus b, taliter ſumptum in ſectione a b g, circa punctum g, ut angulus b d g, ſit acutus. Deinde à puncto g ducatur in ſuperficie ſectionis a b g, linea æquediſtans lineæ b d, per 31. primi, quæ ſit g h, & hæc linea cadet inter pyramidalem ſectionem, ideo quia cum angulus g d b ſit acutus ex hypotheſi, erit ſuus coalternus, qui eſt angulus h g d, ſimiliter acutus per 29. primi, cum lineæ b g & g h, adinuicem æquediſtent. Item inter puncta d & h, ducatur à puncto g, linea in ſuperficie ſectionis quæ per 2. primi huius, neceſſario cõcurret cum linea b d, quoniam ipſa concurrent cum linea b g, æquediſtante lineæ b d, ſit ergo punctus concurſus n, cadet itaq; linea g n, inter lineas g h & b n. In hac itaq; linea g n, ſumatur punctus quicunq;, qui ſit o, inter duo puncta g & n, & ultra punctum n, ſumatur punctum t, in linea g n. Itẽ à puncto g, ducatur extra ambas lineas g h & b d, & alia linea inter ſectionem a b g, quæ ſit g 3, hæc itaq; linea g 3, quia concurrit cum linea h g, in puncto g, neceſſario concurret cum linea d b, producta ultra punctũ b, per 2. primi huius, ſit concurſus in pũcto e, & ſuper g, tantũ lineæ g d, fiat angulus æqualis angulo 3 g d, per 23. primi, quæ ſit angulus d g q, cadatq; punctũ q in linea b d. Similiter quoq; fiat angulus l g d, æqlis angulo h g d, & fiat angulus m g d, æqualis angulo n g d, ſintq; omnia puncta q, b & m, in linea

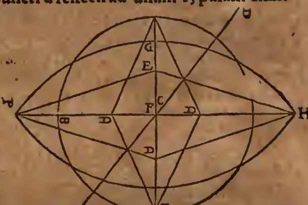


nea b d,palam itaq; per 20.quinti huius,quod ſi centrum uiſus fuerit in puncto 3,reflectetur ad ipſum forma puncti q,à puncto ſpeculi g,& erit per 37.quinti huius,locus imaginis punctum e,& ſi fuerit centrum uiſus in puncto h,reflectetur ad ipſum forma puncti b,à puncto ſpeculi g,& quoniam kathetus incidentiæ quæ eſt l d,æquediſtat lineæ reflexionis,quæ eſt g h,palam quod lineæ l d & g h nunquam cõcurrent.Erit ergo locus imaginis in puncto ſuperficiei ſpeculi,à quo fit reflexio quod eſt punctum g,qui locus eſt primus & proprius ipſius imaginis propter concauitatem totius formæ reflexæ, prout diximus in 22.octaui huius.Si uero cẽtrum uiſus fuerit in puncto o,reflectetur ad ipſum forma puncti m, à puncto ſpeculi quod eſt g,& locus imaginis erit punctum n.Si uero centrum uiſus fuerit in puncto n,erit locus imaginis formæ puncti m,in ipſo centro uiſus q̃d eſt in puncto n,quod ſi centrum uiſus fuerit in puncto t,erit iterum locus imaginis formæ puncti m,in puncto n,quod erit inter uiſum & ſuperficiem ſpeculi, patet ergo propoſitum,quoniam in ſpeculis pyramidalibus concauis poterit ſecundum præmiſſa cooperante per 113.primi huius,demonſtratio faciliter coaptari,hoc itaq; proponebatur.

XI.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in eadem linea perpendiculari ſuper ſuperficiem ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui quandoq; ab uno puncto ſpeculi,quandoq; à duobus fit reflexio,& locus imaginis ſemper erit centrum uiſus.

Sit ſpeculum columnare concauum,cuius axis ſit a b,ſitq; centrum uiſus c,& punctũ rei uiſæ d,ſintq; puncta c & d in una linea perpendiculari ſuper ſuperficiẽ ſpeculi quæ ſit e f,uel in alia linea perpendiculari ſuper lineam e f,quæ ſit h p,ita quod punctus e ſit punctus ſuperficiei ſpeculi,& punctus f,ſit punctus axis a b,& producatur linea e f, ad aliam partem ſpeculi in punctum g,dico quandoq; ab uno puncto ſpeculi,ut à puncto e, quandoq; à duobus,ut à punctis e & g,poteſt forma puncti d reflecti ad uiſum t, palam enim per 21.quinti huius, quod linea t e, in qua eſt pũctus rei uiſæ quæ eſt d,reflectitur in ſeipſam tunc enim infinitæ poſſunt intelligi ſuperficies ſecantes ſe ſuper lineam e f, quarum quælibet eſt erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum per 18.undecimi,cum linea e f,quæ eſt communis ſectio illarum ſuperficierum ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto e cõtingentem,quando ergo quarundam illarum ſuperficierum & ſuperficiei ipſius ſpeculi communis ſectio eſt linea recta, quæ eſt linea longitudinis ſpeculi æquediſtãs axi a b, tunc ſicut

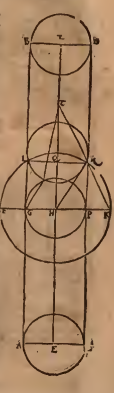


per 21.quinti huius,in ſpeculis quibuſdam oſtendimus,nõ fiet reflexio niſi ſuper eandem lineam perpendicularem, quæ eſt c e,& ut patet per 32. & 36.quinti huius,locus imaginis eſt centrum uiſus, qui eſt punctus t, nec uidebitur aliquis punctus rei uiſæ niſi ſolus ille qui fuerit in ſuperficie ipſius uiſus,quando uero aliqua illarum ſuperficierum perpendicularium ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto e contingentem,ſecant ſuperficiem cõcauam ipſius ſpeculi,ita quod communis ſectio illarum ſuperficierum eſt circulus æquediſtans baſibus columnæ,cuius centrum eſt f,punctum axis, & tunc ſi punctum f fuerit in diametro p h,inter punctum c, quod eſt centrum uiſus, & punctum d,quod eſt punctum rei uiſæ,ita quod æqualiter ab utroq;,ſitq; linea c f,æqualis lineæ f d,poterit forma puncti d,ad uiſum c,reflecti à duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt e & g,& ſunt puncta terminantia diametrum illius circuli, à quolibet enim illorum punctorum fit reflexio formæ puncti d,ad uiſum c, ideo quod angulus d e f,eſt æqualis angulo f e c,& ſimiliter angulus d g f, æqualis angulo f g c per 4, primi,duorum enim trigonorum d f e & f e c, duo latera d f & f c ſunt æqualia ex hypotheſi, & latus f e eſt commune,angulusq; d e f, eſt æqualis angulo c f e,quia uterq; eſt rectus,& ſimiliter eſt in trigonis d f g & c f e,angulum

XII.

Centro uiſus exiſtente in centro baſis ſpeculi columnaris concaui, aut circuli æquediſtantis baſi fiet reflexio formæ ipſius oculi ab arcu circuli ſpeculi ſimili arcui circuli magni qui eſt in ſuperficie oculi, eritq́ locus imaginis cẽtrum uiſus.

Sit ſpeculũ columnare concauũ, cuius axis ſit a b, ſitq́ centrũ uiſus in puncto b, quod per 92. primi huius, eſt centrũ circuli, quæ eſt baſis ſpeculi, dico quod forma ipſius circuli uidentis reflectetur ad ipſum uiſum ab arcu circuli baſis ſpeculi, ſimili arcui circuli magni, qui totius ſphæræ oculi tranſiens per centrũ foraminis uneæ, & per centrum oculi, hoc eſt arcui, qui interiacet extremitas perpendiculares, quæ à centro uiſus ſecantes periferiam foraminis uneæ duci poſſunt ad periferiam circuli ſpeculi, imaginentur enim illæ lineæ à centro oculi per centrũ foraminis uneæ, & per totam periferiam cuiuſdam arcus circuli magni ſphæræ ipſius oculi ſecantis portionem ſphæræ oculi, cui correſpondet foramen uneæ per æqualia. illæ ergo lineæ omnes erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſphæræ oculi per 72. primi huius, quoniam ducantur à cẽtro, ſed eædem lineæ ad periferiam circuli baſis ſpeculi productæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſpeculi per eandẽ rationẽ, ꝗntam exeunt à centro illius circuli quod eſt b. Iſtæ ergo lineæ ſunt perpendiculares ſuper utraſq́ iſtas ſuperficies, ergo per 21. quinti huius, ipſæ reflectũtur in ſe ipſas, formæ ergo pũctorũ ſuperficiei oculi in illis perpẽdicularibus cadentes reflectuntur ad uiſum per eaſdẽ, & quoniã circulus ſphæræ oculi & circulus baſis ſpeculi cũ idẽ centrum habeant, ſunt circuli æquediſtantes. patet ꝑ diffinitionẽ ſimilium arcuũ, quod arcus quaſq́ duas ipſarũ ſemidiametros interiacentes ſunt ſimiles, arcus itaq́ circuli ſpeculi à quo fit reflexio, eſt ſimilis arcui oculi qui reflectitur, & forte illa arcus hinc inde eſt quantitas circuli, quia ſicut in 4. theoremate tertij huius, diximus, latus rectum ſubtenſum arcui circuli magni, & ſphæræ ipſius oculi tranſeunti per centrum uneæ & trans totum foramen uneæ. eſt quaſi æquale lateri quadrati inſcriptibilis ipſi ſphæræ oculi, illi autem correſpondet in centro angulus rectus, & in ſuperficie ipſius ſphæræ 4. circuli per ſexti, locus autem imaginis omnium punctorum ſuperficiei oculi taliter reflexorum eſt in centro ipſius uiſus, ut patet per præmiſſam, & quoniam de quocunq́ circulo ſpeculi æquediſtante baſi, eſt eadem demonſtratio, patet ergo propoſitum.



XIII.

In ſpeculis columnaribus concauis ſumptis duobus punctis in axe ſpeculi poſsibile eſt unum reflecti ad alterum à toto uno circulo ſpeculi, locusq́ imaginis erit quidam circulus extra ſuperficiem ſpeculi.

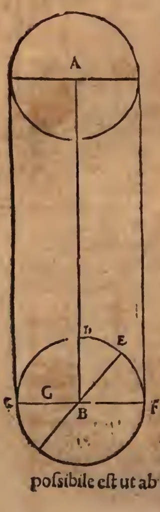
Eſto ſpeculum columnare concauũ, cuius axis ſit e z, ſintq́ t & h, duo puncta ſignata in axe, dico quod eſt poſsibile unum illorum punctorum reflecti ad alterum, ut proponitur. Sint enim circuli a g & b d baſes ſpeculi, & diuidatur linea t h, per æqualia in pũcto q. per 10. primi, & ſuper centrum q deſcribatur circulus in ſuperficie ſpeculi æquediſtans baſibus ſpeculi per 102. primi huius, cuius diameter ſit linea l q n. ducantur quoq́ lineæ longitudinis ſpeculi per 101 primi huius quæ ſint b l a, & d m g, fiat quoque circa centrum h circulus, cuius diameter ſit linea k h p, & ducantur lineæ t l, t m, h l, quia axis ſpeculi, qui eſt e z, per 92. primi huius, erectus eſt ſuper ſuperficiem circuli l m, patet quia anguli t q l & t q m, & h q l, & h q m ſunt recti, ſed & linea t q, eſt æqualis lineæ q h, ex hypotheſi, & lineæ q m & q l ſunt æquales

hn per

per diffinitionē circuli,ergo per 4.primi,trigona 4.quæ ſunt t q m & h q m,& t q l,& h q l,ſunt æquiangula,angulus itaq; t l q,eſt æqualis angulo q l h,& angulus t m q, æqualis angulo q m h. Si itaq; centrum uiſus fuerit in puncto c,& alicuius rei uiſæ punctus fuerit h,reflectetur forma puncti h,ad uiſum exiſtentem in puncto ſpeculi quod eſt l,& ſimiliter à puncto m,ſi itaq; triangulus t l h,fixo manente latere t h,quod eſt pars axis ſpeculi imaginetur moueri quouſq; redeat ad locū ubi ſumpſit motus principiū,tunc punctus l, motu ſuo deſcribet circulū,& ſemper duo anguli t l q & q l h,manebunt æquales, & ſemper in hoc motu reflectetur forma puncti h,ad uiſum exiſtentē in puncto t,quia uero diameter p h k,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi,palam quia ipſe eſt kathetus incidentiæ formæ puncti h,producatur itaq; idem kathetus p h k,ultra punctū k,extra ſuperficiem ſpeculi,donec concurrat cū linea reflexionis quæ t l,producta, cōcurret autē per 14 primi huius,quoniā fiet cū angulus t h k,ſit rectus,angulus h t l eſt acutus,ſit pūctus cōcurſus f,ſimiliter quoq; producto katheto h p,ultra punctū p,cōcurret ipſe cum linea reflexionis quæ eſt t m,ſit punctus concurſus r,eruntq; per 37.quinti huius,puncta f & e loca imaginū formæ puncti h,motoq; triangulo t l h,mouebitur ſimul cū illo triangulus t f h,& in hoc motu punctus f,deſcribet circulū extra columnam ſpeculi,totusq; ille circulus erit locus imaginis,& idem erit probandi modus ſumptis quibuſcunq; duobus pūctis in axe ſpeculi,oportebit tamē hoc modo uiſum taliter ſiſti,ut cētrū eius ſit directe in axe ſpeculi,& pūctus rei uiſæ ſit in aliquo cētro circuli ſpeculi,aut circuli baſis,aut æquediſtātis ei,alias enim locus imaginis non occurret uiſui extra ſpeculū,patet ergo propoſitum.

XIIII.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris concaui exiſtente circulo, quādoq; unū,quādoq; duo,quādoq; tres,quādoq; quatuor erunt puncta reflexionis & nō plura,& ſecūdū hæc loca imaginū numerātur.



Eſto ſpeculū columnare concauū,cuius axis a b,ſitq; cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus,qui c d,e f,cuius centrū ſit b,ſitq; centrū uiſus g,& punctū rei uiſæ h,quæ ſint inter illum circulū æqualiter uel inæqualiter diſtantia à centro b, ſintq; ambo ab una parte centri b, dico quod uerum quod proponitur.ducātur enim diametri g b & h b,quæ producantur ad periferiā circuli,patetq; per 40. octaui huius qm̄ poſsibile eſt quādoq; formā pūcti h,reflecti ad uiſum exiſtētē in pūcto g,ab uno tm̄ pūcto circuli c d e f,qñq; à duobus,quandoq; uero à tribus,quandoq; uero à quatuor,nō aūt à pluribus,& qm̄ in propoſito cū reflexio fiat à circulo ſpeculi nō eſt aliqua differētia quo ad illud,patet ergo primū ꝓpoſitū,patet ergo etiam prout oſtenſum eſt in 11.octaui huius,ſiue katheti incidentiæ concurrant cū lineis reflexionis ſiue æquediſtent, quod ſecundū numerū linearū reflexionis imagines numerantur,& hoc eſt totum quod proponebatur.

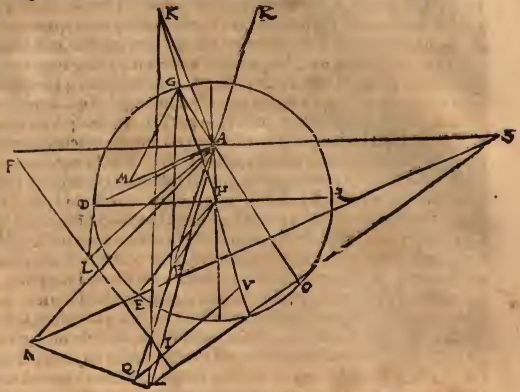
XV.

In columnaribus concauis ſpeculis cōmuni ſectione ſuperficiei reflexiōis & ſpeculi exiſtente oxigonia formarum punctorum rei uiſæ,quarundam fit ab uno tantum puncto ſpeculi reflexio ad uiſum,quarundam à duobus, quarundā à tribus,quarundam à quatuor,non autem à pluribus,& ſecundum hæc loca imaginum numerantur.

Eſto ſpeculū colūnare cōcauū,cuius axis ſit linea x h,ſitq; pūctus rei uiſæ obliq́ incidēs ſpeculo,ita ꝙd nō ſit in aliqua linearū perpēdiculariū ſup ſupficiē ſpeculi, quæ ſit punctus a,taliter ut cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, ſit ſectio oxigonia, dico quod poſsibile eſt ut ab uno puncto uel à duobus,uel à tribus,uel 4.punctis alicuius oxigoniæ

ſectionis

ſectiōis fiat reflexio ad uiſum,& q̄nq; unica appareat imago,quādoq; 2,q̄nq; 3, quādoque 4.& nō plures imagines,quoniā totidē ſunt puncta reflexionis tantū poſsibilia,imaginetur itaq; ſuperficies plana tranſiens per punctū a,æquediſtans baſibus ſpeculi ꝓpoſiti,eritq; cōmunis ſectio huius ſuperficiei,& ſuperficiei ſpeculi circulus per 100.primi huius,cuius circuli centrū ſit h,ſumaturq; in ſuperficie illius circuli aliud punctū q̄d ſit b,inæqualiter diſtans à cētro h,in pūcto a,& ducātur à pūctis a & b,ad centrū circuli h, lineæ a h & b h,& cōpleantur diametri illius circuli eiſdē lineis ad periferiā circuli hinc inde ꝓductis,palā ergo per ea quæ dicta ſunt in theoremate præcedēte,& in 40.huius,q̄d ab uno pūcto arcus interiacētis duas ſemidiametros a h & b h.poteſt forma puncti a,reflecti ad uiſum exiſtentē in pūcto b,uel forſitan à duobus uel à tribus,ſed nō à pluribus,ab arcū uero oppoſito iſti arcui utpote ab illo arcu q̄ cadet inter eaſdē ſemidiametros ꝓductas ad aliam partē periferiæ circuli non poteſt fieri reflexio formæ puncti a, ad uiſum b, niſi ab uno tā tum puncto. Eſto itaque quod forma pūcti a, reflectatur ad uiſum h, à tribus punctis ſpeculi propoſiti arcus, ſcilicet unius interiacentis ſemidiametros a h & b h,quę ſint puncta g d e, & ducantur lineæ a g, h g, a d,h d,b d, a e,h e, b e, & à puncto a, rei uiſæ, ducantur in eadē ſuperficie tres lineæ æquediſtantes tribus ſemidiametris



quæ ſunt h g,h d,h e,quæ lineæ æquediſtantes ſint a k,a f,a n,ita quod linea a k ſit æquediſtans ſemidiametro h g,& linea a f,ſemidiametro h d,& linea a n,ſemidiametro h e, cū itaq; linea a k,ſit æquediſtans ſemidiametro h g,& linea b g,cōcurrat cū eadē ſemidiametro in pūcto g,palā per 2.primi huius,quoniā linea b g,cōcurret cum linea a k,ſit ergo pūctus cōcurſus k. Similiter q̄q; per eandē rationē linea b g d,cōcurret cū linea a f,ſit concurſus pūctus f,ſimiliter q̄q; linea b e,cōcurret cū linea a n,ſit pūctus cōcurſus n, deinde à pūcto b,erigatur perpēdicularis ſuper ſuperficiē circuli,cuius centrū h,per 12.undecimi, quæ ſit b t,& quoniā axis x h,eſt perpendicularis ſup ſupficiē illius circuli,erit p 6. undecimi,linea b t,æquediſtās axi x h. Sumaturq; in linea b t,punctū q̄dcūq;,q̄d ſit t,& ab illo ducātur tres lineæ ad tria pūcta k f n,q̄ ſint lineæ t k,t f,t n,& à tribus pūctis g d e, erigantur p 12.undecimi,tres perpēdiculares ſup ſupficiē circuli,cuius centrū l h,q̄ ſint g m d l,e q, erunt ergo p 6.undecimi,lineæ b t & e q æq̄diſtantes,& q̄m,ut patet p 1.primi huius,oēs lineæ æq̄diſtantes ſunt in eadē ſuperficie,palam p 1.undecimi,q̄m lineæ b t & e q ſunt in ſuperficie trianguli b t n,igitur linea e q,ſecabit lineā t n,ſit ut ſecet ipſam in pūcto q,& penitus per eundē modū ſit ut linea d l,ſecet lineā t f in pūcto l,& linea g m ſecet lineam t k,in pūcto m. Erūtq; per 92.primi huius,hæ 3.lineæ ſcilicet e q & d l,& g m,partes linearū lōgitudinis ſpeculi,cū ſint in ſuperficie colūnæ ſpeculi ꝑpendiculariter ꝓductæ ſuper ſupficiē circuli,cuius cētrū h,& per cōſequēs ſint erectæ ſup baſes ſpeculi per 32. primi huius,& à puncto q,ducatur per 31.primi,linea æq̄diſtantis lineæ n a,quæ ſit linea q u,hæc itaq; per 30.primi,erit æquediſtans lineæ h e,q̄m ipſa h e, æquediſtat lineæ a n , ut patet ex præmiſsis,q̄a itaq; axis x h,cōcurrit cū linea h e in pūcto h.palā per 2. primi huius,

lus, ꝙniam ipſe axis cõcurret cũ eius æꝗdiſtante ducta á pũcto q, ſit cõcurſus in pũcto u&
ſit illa æꝗdiſtans linea q u,& ducat̃ linea t a, hæc itaq; ſecabit lineã q u, qm̃ linea q u, duci
tur à latere trianguli t b n,& alterius lineæ e q æꝗdiſtantis baſi t b, & oẽs illæ lineæ ſunt
in eadẽ ſuperficie, lineaq; t a, ꝑducta eſt inter lineã t u, æꝗdiſtantẽ axi h u,& inter ipſum
axẽ, patet ꝙd linea t a, ſecabit lineam q u, ſunt em̃ ambæ in eadẽ ſupficie, ſit itaq; linea rũt
a & q u, pũctus ſectiõis i,& ducatur linea q a, qa itaq; lineæ h e & a n, ſunt æꝗdiſtantes, ut
ſupra patuit, palã per 29. primi, qa angulus b e h extrinſecus eſt æqualis angulo e n a in-
trinſeco, & anguli h e a & e a n ſunt æquales, qa coalterni, ſed angulus reflexiõis, ꝗ eſt h e
b, eſt æqualis angulo incidẽtiæ, ꝗ eſt a e h, p 20. qnti huius. Erit ergo angulus e a n, æqua
lis angulo a n e, ergo p 6. primi in trigono e a n, duo latera e a & e n, ſunt æqualia, ſed li-
nea e q eſt ꝑpendicularis ſup ſuperficiẽ trigoni a e n, qa & ſup ſuperficiẽ circuli, cuius cẽ-
trũ eſt h, eſt erecta, ut ſupra patuit, cũ itaq; linea a e ſit cõis duobus trigonis q e a & q e n,
patet p 4. primi, qm̃ illa trigona ſunt æqualia, eritq; linea q n æqualis lineæ q a, ergo p 5.
primi, qa trigoni q a n, duo latera q a & q n ſunt æqualia, erit angulus q a n, æqualis an-
gulo q n a, qa itaq; linea q i, æquediſtat lineæ a n, patet p 29. primi, qm̃ angulus t q i ex-
trinſecus, æqualis eſt angulo t n a intrinſeco, & angulus i q a, æqualis eſt angulo q a n, qa
ſunt coalterni, erit ergo angulus i q t, æqualis angulo i q a, forma itaq; pũcti a, p 20. qn-
ti huius, reflectetur ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto t, á pũcto ſpeculi ꝙd eſt q,& eodẽ modo de
mõſtrandũ, qm̃ forma pũcti a, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t, ab alijs duobus
punctis ſpeculi ſimilibus pũcto a, ꝗ ſunt pũcta l & m, ſit ergo formæ pũcti a, ad uiſum in
pũctũ t, fiet reflexio á tribus pũctis ſpeculi colũnaris cõcaui, quæ ſunt q l m,& ex eadẽ par
te colũnæ ſpeculi nec eſt poſsibile ut fiat eiuſmodi reflexio á pluribus pũcti ſpeculi ex illa
parte. Si em̃ detur ꝙdcunq; pũctũ ſuperficiei ſpeculi colũnaris cõcaui aliud ab iſtis tribus
á ꝙ dicatur poſſe fieri reflexio formæ pũcti a, ad uiſum in pũctũ t, ducatur ab illo puncto
dato linea lõgitudinis ſpeculi ſup circulũ, cuius centrũ h.& oſtẽditur modo ꝓmiſſo, qđ á
pũcto periferiæ illius circuli, cui incidit illa linea lõgitudinis, poteſt forma puncti a, refle
cti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b,& ſic á 4. pũctis arcus interiacẽtis diametros circuli, in
qbus ſunt cẽtrũ uiſus & punctũ rei uiſæ, fiet reflexio ad uiſum, ſcilicet á tribus pũctis g d
c,& à 4. dato ꝙd eſt cõtra 40. octaui huius,& impoſsibile, nõ ergo fiet reflexio formæ pũ
cti a, ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t, niſi á tribus pũctis ſpeculis colũnaris cõcaui, ꝗ ſunt q
l m ex una parte ipſius ſpeculi. Si itaq; alia pars colũnaris ſpeculi abſciſa fuerit, patet qđ
tantũ fiet reflexio à tribus pũctis ſpeculi, qđ ſi totũ ſpeculũ integrũ fuerit, poſsibile eſt fie-
ri reflexionẽ á pũctis 4. Iam em̃ patuit p 27. octaui huius, qđ ex arcu circuli, cuius cẽtrũ
h, oppoſito arcui g t d e c, poteſt forma pũcti a reflecti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b, ab u
no tantũ pũcto. Sit ergo illud punctũ 3,& ducatur ſemidiameter h 3, á pũcto a p 31. pri-
mi, ducatur linea æꝗdiſtãs, quæ ſit a ſ,& ducatur linea reflexiõis quæ ſit b 3, cõcurrẽs cũ
linea a ſ in pũcto ſ, cõcurret aũt p 2. primi huius, qm̃ cõcurrit cũ linea h 3 æquediſtãte ipſi
a ſ,& à pũcto 3, erigatur ſup ſupficiẽ circuli, cuius centrũ h, linea 3 o, ꝑpẽdiculariter p 12.
undecimi, hæc ergo p 6. nudecimi æquediſtabit lineæ b c. ducat̃ itaq; linea t ſ, quæ ſicut pri
us in alijs declarauimus, ſecabit lineã 3 o, qm̃ ſunt in eadẽ ſuperficie, ſit ergo pũctus ſecti-
onis o, patebitq; ſecũdũ ꝓmiſſos prius modos qm̃ forma pũcti ſ, reflectit̃ ad uiſũ exiſtẽtẽ
in pũcto t,& á pũcto ſpeculi qđ eſt o, nec erit poſsibilis reflexio ab aliꝗ pũcto ſuperficiei
ſpeculi ex illa parte ꝓter ꝙ́ á pũcto o. Si em̃ detur qđ ab aliꝗ alio pũcto hoc ſit poſsibile,
ſequetur ut prius deduximus, qđ ſimiliter ab alio pũcto illius arcus circuli, cuius cẽtrũ h,
ꝙ́ á pũcto 3, poſsit forma pũcti a, reflecti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b, qđ eſt impoſsibi-
le,& cõtra 29. octaui huius. Si itaq; forma pũcti a, ab uno pũcto circuli, cuius cẽtrũ h, re-
flectitur ad uiſum exiſtẽtẽ in puncto b, reflectetur eadẽ forma pũcti a, ad cãdẽ ſpeculi co
lũnaris cõcaui ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t, ab uno tantũ ſpeculi pũcto,& ſi á duobus pũ
ctis ſpeculi fiat reflexio formæ pũcti a ad b,& á duobus pũctis ſpeculi reflectetur a ad t.
Si uero una harũ reflexionũ á tribus fiat pũctis, fiet etiã reliqua á tribus,& ab illa pte circu
li uel ſpeculi nõ eſt poſsibile fieri plures reflexiões, ſicut aũt ab uno tm̃ pũcto arcus oppo
ſiti in circulo fit reflexio formę pũcti a ad pũctũ b, ſic etiã ex illa parte ſpeculi a uno tantũ
pũcto fit reflexio formæ pũcti a, ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto t. Itẽ linea t b ęquediſtat axi

x h,

x h. Sunt ergo in eadē ſuperficie per 1. primi huius, quæ eſt ſuperficies b h u, nec enim poteſt alia ſumi plana ſuperficies in qua ſint illæ lineæ t b & h x, per 1. undecimi. Item nec poteſt ſumi aliqua plana ſuperficies in qua ſit punctus a, & axis x h, præter ſuperficiem a u h, per 18. undecimi, eſt erecta perpendiculariter ſuper ſuperficiem circuli, cuius centrū eſt punctum h, cum per 92. primi huius, axis h u, ſit perpendicularis ſuper ipſam, punctus ergo c, non eſt in eadem ſuperficie cum puncto a, erecta ſuper ſuperficiem ducti circuli, ſed nec illa puncta c & a, ſunt in eodem circulo, ſed nec ſunt in axe ſpeculi, quoniam linea b c eſt æquediſtans axi ſpeculi qui eſt x h. Superficies ergo in qua forma puncti a, reflectitur ad uiſum exiſtentē in puncto c, eſt oxigonia ſectio, uerū producta linea c a, ex utraq; parte ultra puncta c & a, ut fiat linea p r, cū quatuor ſint ſuperficies reflexiōis, quia à quatuor punctis fit reflexio quæ ſunt q l m o, & in qualibet illarum quatuor ſuperficierū neceſſe eſt eſſe duo puncta, quæ ſunt a & c, patet quod linea p r eſt cōmunis illis quatuor ſuperficiebus per 1. undecimi, quoniam lineæ p r, ſunt centrum uiſus, quæ eſt punctum c & punctum rei uiſæ quod eſt punctum a, quæ neceſſe eſt eſſe in omni ſuperficie reflexionis factæ ab his ſpeculis, ut patet per 3. huius, quælibet autē illarum ſuperficierum ſecat ſpeculum ſuper ſuperficiem cōtingentem ſpeculum in puncto ſuæ reflexionis, & cuilibet iſtarum ſuperficierum reflexionis, & ſuperficiei in illo puncto ſpeculum contingentis cōmunis ſectio eſt linea recta, per 3. undecimi, & ſicut puncta reflexionis non ſunt eadem, ſicut lineæ cōmunes illarum ſectionum ſunt eædem, linea itaq; p r, eſt perpendicularis ſuper unam tantum illarum quatuor cōmunium linearum non ſuper duas, quoniā ſi eſſet perpendicularis ſuper duas illarum linearum, eſſet perpēdicularis ſuper duas ſuperficies ſpeculum ſecundum puncta illarum linearū contingentes, linea itaq; p r, neceſſario tranſiret axem, cum tamen oſtenſum ſit prius quod linea c a, quia eſt pars lineæ c p r, cadat citra axem ſpeculi quæ eſt x h, neceſſario ergo oportet duci quatuor diuerſas lineas perpēdiculares ad illas quatuor lineas cōmunes à puncto rei uiſæ quod eſt a, quæ erunt quatuor katheti incidentiæ perpendiculares ſuper oxigonias ſectiones cōmunes illis ſuperficiebus reflexionum & ſpeculi. Quælibet itaq; iſtarum perpendicularium aut erit æquediſtans lineæ reflexionis, aut concurret cum illa, ſiue intra ſpeculum ſiue extra, ſi fuerit æquadiſtans, erit locus imaginis ipſe punctus reflexionis, ut ſupra patuit in 11. huius, & cū quatuor ſint huius perpendiculares, erunt quatuor loca imaginum, & quatuor imagines, ideò quod quatuor ſunt loca reflexionum. Si uero omnes illæ quatuor perpendiculares concurrunt cum lineis ſuarum reflexionum, erunt item quatuor imagines, quia quatuor ſunt concurſus illarum linearum, ſic ergo loca imaginum numerantur ſecundum numerum punctorum reflexionis, & hoc eſt propoſitum.

XVI.

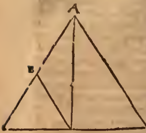
In ſpeculis columnaribus concauis dato centro uiſus in puncto rei uiſæ, punctum reflexionis inuenire.

Sit ſpeculū columnare concauū, cuius axis ſit d h, ſitq; punctū rei uiſæ, & a centrū uiſus b, quæ ſiunt in locis datis, dico quod eſt poſsibile punctū reflexionis inueniri. Si enim pūctum rei uiſæ quod eſt a, & centrū uiſus quod eſt b, fuerint in una plana ſuperficie ſpeculum trans axem ſecante, tunc patet per 93. primi huius, quia cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi eſt linea lōgitudinis, poteſt itaq; inueniri punctum reflexionis, ſicut in ſpeculis planis per 46. quinti huius, quod ſi puncta a & b, non fuerint in tali ſuperficie, imaginetur ſuperficies tranſiens per punctum a, ſecans ſpeculum æquediſtanter baſibus, erit ergo per 100. primi, cōmunis ſectio ſuperficiei illius, & ſuperficiei ſpeculi circulus, cētrum itaq; uiſus quod eſt punctum b, aut eſt in ſuperficie illius circuli aut nō, ſi ſic, poteſt reflexionis punctum inueniri in periferia illius circuli, ſicut ſupra in 27. octaui huius, docuimus in ſpeculis ſphæricis concauis. Si uero centrum uiſus b, nō fuerit in ſuperficie illius circuli, tunc cum punctum rei uiſæ, & centrum uiſus ſemper ſit in ſuperficie reflexionis, per 3 huius, patet quod cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi in hoc ſitu eſt ſectio oxigonia, ducatur ergo à puncto b, centro uiſus perpendicularis ſuper ſuperficiem illius circuli per 11. undecimi, & replicetur tota probatio proximæ præcedentis, eſt palā, q̄ inuenitur pūctus reflexiōis, q̄d eſt ꝓpoſitū.

XVII.

Centro uiſus exiſtente in puncto, qui eſt communis ſectio axis, & lineæ perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum pyramidale concauum fiet reflexio formę ipſius oculi ab una totali periferia circuli ſpeculi ęque diſtantis baſi, & ſolum per lineas perpendiculares, locusq; imaginis erit in centro uiſus.

Eſto ſpeculũ pyramidale concauum, cuius axis ſit a h, & ducatur à pũcto h, linea per pendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentẽ ſpeculum in puncto b, erit itaq; punctus h, cõmunis ſectio axis a h, & lineæ perpendiculares quæ eſt h b, dico quod ſi centrum uiſus poſitum fuerit in puncto h, fiet reflexio formæ oculi uidẽtis à tota periferia unius circuli ſpeculi æquediſtantis baſi, cuius polus erit punctus h. Sit enim punctus a, uertex ſpeculi, & ducatur linea a b, ut ergo patet per 95. primi huius, erit linea a b, pars lineæ longitudinis ſpeculi, eritq; trigonũ h b a orthogoniũ, quoniam angulus a b h, erit rectus propter perpẽdicularitatẽ lineæ h b, ſuper lineam a b, imaginentur ergo à puncto h, plurimæ duci perpendiculares ſuper lineas longitudinis ſpeculi, ſicut eſt linea h b, perpendicularis ſuper lineam lõgitudinis quæ eſt a b, uel remanente fixo a h, latere trigoni a b h, & circumducto trigono quouſq; ad locũ unde exiuit redeat, deſcribetq; punctũ b, circulũ in periferia concauitatis ſpeculi, à cuius quolibet periferiæ pũcto fiet reflexio ad uiſum exiſtentẽ in puncto h, ſecũdũ lineas perpendiculares ſimiles lineæ h b, hoc eſt ſecundũ lineas, quas motu ſuo determinabit linea h b. Fiat autem reflexio ſolũ ſuperficiei illius uiſus per 21. quinti huius, & ſolũ partis ſuperficiei uiſus, quam ſecãt duæ lineæ perpendiculares à centro oculi exiſtentes, & maiorem angulum qui eſt impoſsibilis cõtinentes. Erit autem in omnibus his reflexionibus ſemper locus imaginis in centro uiſus, quoniam non fit reflexio niſi ſecundũ perpendiculares, patet itaq; propoſitum, ita tamen quod inter centrum uiſus, & ſpeculi ſuperficiem non ſit aliquod corpus ſolidũ quod obſiſtat.



XVIII.

Exiſtentibus centro uiſus punctoq; rei uiſæ in axe ſpeculi pyramidalis cõcaui, poſsibile eſt reflectionem fieri à toto uno circulo ſuperficiei reflexionis ſpeculi, locusq; imaginis erit quidam circulus extra ſpeculum.

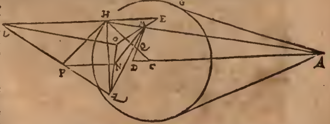
Eſto ſpeculum pyramidale concauum, cuius axis ſit linea a h, & uertex a, ſitq; centrum uiſus in puncto h, & ſit pũctus rei uiſæ in puncto axis qui ſit t, imagineturq; ſuperficies plana ſecans pyramidem ſpeculi ſecundũ axis longitudinem, quæ ſit a b h g, & quoniam linea a h eſt axis ſpeculi, erunt lineæ a b & a g, lineæ longitudinis ſpeculi per 90. primi huius, ducatur itaq; à puncto rei uiſæ quod eſt t, linea perpendicularis ſuper lineam a b, quæ ſit t q, & producatur ultra punctum q, extra ſpeculum ad punctum l, donec linea q l ſit æqualis lineæ t q, & à puncto h, ducatur linea ad punctum l, quæ ſit h l, hæc itaq; neceſſario ſecabit lineam a b, quoniã eſt cũ illa in eadem ſuperficie, ſit ergo ut ſecet ipſam in puncto b, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ t q, per 31. primi, quæ producta ad axem ſpeculi ſit linea b d ſecans axem a h in puncto d, & copuletur linea t b, palam itaq; cum linea t q ſit æqualis lineæ q l, erit per 4. primi, triangulus t b q æqualis triangulo q b l, & angulus q l b æqualis angulo q b t, ſed angulus q t b æqualis eſt angulo t b d per 29. primi, quia ſunt coalterni, & angulus d b h extrinſecus eſt æqualis angulo q l b intrinſeco. Eſt ergo angulus t b d æqualis angulo d b h, ergo per 20. quinti huius, forma pũcti t, reflectitur à pũcto ſpeculi quod eſt b, ad centrũ uiſus exiſtens in puncto h, & quoniam linea t q eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, patet per diffinitionem, quoniam ipſa eſt kathetus incidentiæ formæ puncti t, cõcurret autem kathetus t q, cũ linea reflexionis q̃ eſt h b, in puncto l, eſt ergo pũctus l, locus imaginis formæ puncti t. per 37. quinti huius

huius,ſi itaq; fixo latere t h,imaginetur trigonus t l h,moueri quouſq; redeat ad locũ unde incepit,tunc punctus b,motu ſuo deſcribet circulum in ſuperficie concaua ſpeculi,& à quolibet puncto periferiæ illius circuli reflectetur forma puncti t,ad uiſum exiſtentem in puncto h. Similiter quoq; l,motu ſuo deſcribet circulum extra ſpeculum, in cuius tota li periferia erit locus imaginis formæ puncti t,quoniam in tota illius circuli periferia katheti incidentiæ formæ puncti t,& lineæ reflexionum formæ puncti t ad uiſum h, concurrent,patet itaq; propoſitum.

XIX.

In pyramidalibus concauis ſpeculis communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi oxigonia exiſtente,& centro uiſus punctoq; rei uiſæ exiſtentibus in eadem ſuperficie baſis ſpeculi aut ei æquediſtantis,neq; ſit ipſorum aliquod in axe ſpeculi formarum punctorum rei uiſæ,quarundam ſit ab uno tantum puncto ſpeculi reflexio,quarundam à duobus,quarundam à tribus, quarundam à quatuor,non autem à pluribus, & ſecundum hæc loca imaginum numerantur.

Eſto ſpeculum pyramidale concauum a g u, cuius axis ſit a d,& uertex a, ſitq; punctus e centrum uiſus,& ſit z punctus rei uiſæ oblique incidens ſpeculo,ita quod non ſit in aliqua linearum perpendiculariũ ſuper ſuperficiem uiſus, neq; ſit in axe ſpeculi quod eſt a d,neq; fiat reflexio ab aliqua linearum longitudinis ſpeculi,fiat tamen reflexio formæ puncti z ad uiſum e,ab aliquo puncto ſuperficiei propoſiti ſpeculi. Erit ergo neceſſario communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſectio oxigonia per ſecundam huius, & ſint puncta c & z,in eadem ſuperficie circuli baſis ſpeculi aut æquediſtantis ei,dico ꝗd eſt poſsibile,ut ab uno tantum pũcto ſpeculi uel duobus,uel tribus,uel quatuor,& non pluribus fiat reflexio ad uiſum, & quandoq; unica apparebit imago, quandoq; duæ, quandoq; tres,quandoq; quatuor, nec eſt poſsibile uideri plures imagines, quoniam totidem tantum ſunt puncta reflexionis poſsibilia,imaginetur itaq; ſuperficies plana tranſiens per punctum z, æquediſtans baſi ſpeculi,hoc itaq; ſuperficies per 100. primi huius, ſecabit ſpeculum ſecundum circulum, centrum itaq; uiſus quod eſt punctum e,ut patet ex hypotheſi erit in ſuperficie illius circuli,cuius centrũ ſit c, & ducatur linea e z, quæ producta ſecet illum circulũ,palam ergo per ea quæ demõſtrata ſunt in ſpeculis ſphæricis concauis per 40. octaui huius,quoniam in tali diſpoſitione forma pũcti z, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto e,à periferia illius circuli ex una parte ſcilicet ab arcu interiacente ſemidiametros,in quibus puncta z & e,conſiſtunt,aut ab uno puncto ſpeculi,aut à duobus,aut à tribus,& ex alia parte ab arcu ſcilicet interiacente illas ſemidiametros reliquas,in quibus puncta z & e,nõ conſiſtunt,ab uno tantum puncto. Sumatur itaq; aliꝗs punctus circuli à quo fiet hæc reflexio,quod ſit h, & ducantur lineæ z h & e h, & ſemidiameter c h,patet itaq; per 17. tertij, quoniam linea c h,eſt perpendicularis ſuper lineam circulum in puncto h contingentem,& per 20. quinti huius,palam eſt,quoniam linea c h diuidit angulum z h e, per æqualia, ergo per 29. primi huius, linea c h, ſecabit lineam e z, ſit ergo punctus ſectionis q ducaturq; per 101 primi huius, linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit a h, & à puncto q,ducatur linea cadens perpendiculariter ſuper lineam a h,per 12. primi, quæ ſit q m ſecans lineam a h in puncto m, & producta ultra punctum q, ſecet axem ſpeculi, qui eſt a d in puncto d, & ducantur lineæ z m & e m,



& à

& à puncto z, quod eſt pũcta rei uiſæ ducatur in ſuperficie illius circuli linea æquediſtãs lineæ q h, quæ ſit z l, quia itaq; linea e h cõcurrit cũ linea q h in pũcto h, patet per 2 primi huius, quõ linea e h ꝓducta ultra punctũ h cõcurret cũ linea z l, ſit cõcurſus pũctus l, & à pũcto h, ducatur linea ꝑpendicularis ſuper lineã l z, q̃ ſit h p, deinde in ſuperficie e m z ducatur à pũcto z, linea æquediſtans lineæ q m, q̃ ſit linea z o. quia ita linea e m cõcurrit cũ linea m q, patet ꝑ 2. primi huius, quod ipſa concurret cũ linea z o ipſius æquediſtante. Sit ergo cõcurſus in pũcto o, & ducatur linea l o, & à pũcto p, ducatur linea æquediſtans lineæ l o, quæ ſit linea p n ſecans lineã z o, in pũcto n, & ducatur linea m n, palam itaq; ex præmiſsis, & ꝑ 20. q̃nti huius, q̃d angulus e h q eſt æqualis angulo q h ſi, ſed q̃a lineæ c h & l z æquediſtant, patet ꝑ 29. q̃d anguli q h z & h z l ſunt æquales, quia coalterni, ſed & angulus q h e extrinſecus eſt æqualis angulo h l z intrinſeco, anguli ergo h l z & h z l ſunt æquales, ergo per 6. primi, latera h l & h z ſunt æqualia, ſed linea h p eſt perpendicularis ſuper lineam l z baſem yſochelis h l z, erunt ergo per 31. primi huius, trigona h l p & h p z ſimilia, ergo per 4. ſexti, cum linea h p, ſit ambobus illis trigonis communis, erit linea l p æqualis lineæ p z, ſed in trigono l o z, linea p n eſt æquediſtans lineæ l o, ergo per 2. ſexti, erit ꝓportio lineæ z n ad lineã o n, ſicut lineæ z p ad lineã p l. Eſt ergo linea z n æq̃lis lineæ n o, itẽ cũ ſicut patet ex ꝑmiſsis linea o z ſit æq̃diſtans q m,, & linea h q ſit æq̃diſtans l z, ergo ꝑ 15. undecimi, erit ſupficies z l o æq̃diſtans ſupficiei q m h, & ſuperficies e o l, ſecat illas duas ſupficies, ſuperficiẽ q̃dẽ q h m ſecũdũ lineã h m, & ſupficiẽ l o z ſecundũ lineã l o, ergo ꝑ 16. undecimi, cõmunes ſectiones ſuperficiei e o l, cũ illis duabus ſuperficiebus æq̃diſtantibus ſunt æquediſtantes. linea ergo h m æquediſtabit lineæ l o, ſed linea p n æquediſtat lineæ l o, ergo per 30. primi, lineæ h m & p n æq̃diſtant, q̃a itaq; linea h p cadit inter lineas h c & l z æq̃diſtãtes, patet per 29. primi, quia anguli h p l & p h c ſunt æquales, quia coalterni, ſed angulus h p l eſt rectus, ergo angulus p h c eſt rectus, ergo per 15. tertij, lineæ p h cõtingit circulũ, igitur ſuperficies a h p eſt cõtingens pyramidem ſpeculi, ergo per 95. primi huius, cõtingit lineam illã ſecundũ lineam longitudinis quæ eſt a h. & in hac ſupficie erũt ambæ lineæ p n & n m, linea quidẽ m h, quõ eſt pars lineæ longitudinis, quæ eſt a h linea uero p n, per 2. primi huius. Omnes enim lineæ æquediſtantes neceſſario ſunt in eadem ſuperficie, & linea p n & h m æquediſtant linea uero n m, eſt in eadem ſuperficie per 1. undecimi, quoniam pũcta n & m, ſunt in illa ſuperficie. eſt autẽ linea d m ꝑpẽdicularis ſuꝑ ſuperficiẽ a h p, ſpeculũ cõtingentẽ, ergo linea d m eſt perpẽdicularis ſuꝑ lineã n m, ꝑ diffinitionẽ lineæ perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ, ſed lineæ d m & o z æquediſtãt, ut prius patuit, ergo ꝑ 29. primi, linea n m q̃ eſt perpẽdicularis ſuꝑ lineã d m, erit perpẽdicularis ſuper eius æq̃diſtãtẽ q̃ eſt z o, ſed linea o n eſt æq̃lis z n ergo ꝑ 4. primi, erit linea m o æq̃lis m z, ergo ꝑ 7 q̃nti, erit proportio lineæ e m ad lineã m o, ſicut eiuſdẽ ad lineã m z. Eſt aũt ꝓportio lineæ e m ad lineã m o, ſicut lineæ e q ad lineã q z ꝑ 2. ſexti, cũ lineæ m q & o z ſunt æq̃diſtantes, in trigono o z e, uel ſic eſt aũt ꝓportio lineæ e m ad lineã m o, ſicut lineæ e h ad lineam h l, ſed lineæ l h & h z ſunt æq̃les ꝑ ꝑmiſſa, ergo ꝑ 7. q̃nti, eſt ꝓportio lineæ e h ad lineã h z, ſicut ad lineã h l, eſt aũt ꝑ 3. ſexti, cũ linea h q, diuidat angulũ e h z ꝑ æq̃lia, ꝓportio lineæ e h ad h z, ſicut e q ad q z. Eſt ergo ꝑ 11. q̃nti, ꝓportio lineæ e m ad lineam m z, ſicut lineæ e q ad lineam q z, ergo m q diuidit angulũ e m z per æq̃lia, per 3. ſexti, eſt ergo angulus e m q æqualis angulo q m z, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z reflectitur ad uiſum exiſtentem in pũcto e, à puncto ſpeculi quod eſt m. ſicut itaq; forma puncti z reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto c, à ſolo puncto circuli, quod eſt h, ita ſimiliter reflectetur eadem forma pũcti z ad uiſum e, à ſolo pũcto ſpeculi, quod eſt m b, ſi fiat in hoc ſitu reflexio à duobus pũctis circuli, erit etiam reflexio à duobus pũctis ſpeculi, & per eandẽ demonſtrandũ, & ſi à tribus punctis circuli fiat reflexio fit etiam à tribus punctis ſpeculi, & ſi fiat à quatuor punctis huius, fiet etiam à quatuor punctis alterius, & ab alia parte circuli, ita fiet etiam reflexio



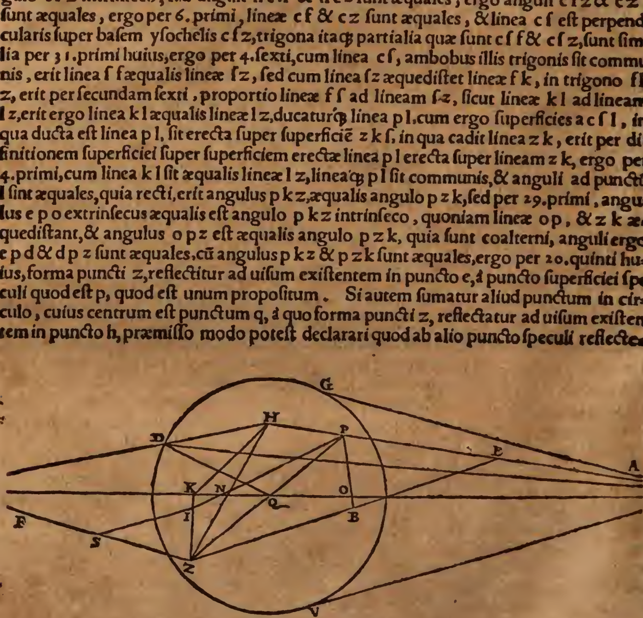
reflexio ab uno puncto ſpeculi ex eadem parte, patet ergo propoſitum.

XX.

In ſpeculis pyramidalibus concauis, communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculis oxigonia exiſtente, & centro uiſus punctoq; rei uiſæ exiſtẽtibus intra ſpeculum, non in axe, nec in eadem ſuperficie baſis ſpeculi, aut ei æquediſtante, formarum punctorum rei uiſæ quarundam reflexio fit ab uno tantum puncto ſpeculi, quarundam à duobus, quarundam à tribus, quarundam à quatuor, non autem à pluribus, & ſecundum hæc loca imaginum numerantur.

Sit ut in propoſitione præcedenti ſpeculi pyramidalis concaui, quod ſit a g u, uertex a, & axis a d, ſitq; punctus rei uiſæ z, & centrũ uiſus e, ductaq; per punctũ z, ſuperficiẽ ſecante ſpeculum æquediſtanter baſi ſpeculi, non ſit punctũ e, in illa ſuperficie, ſed ſub illa, uel ſuper illam. Sit autẽ nunc exempli cauſa ſuper illam, quia ſi ponatur eſſe ſub illa eadẽ erit demonſtratio, dico itaq; quod uerum eſt id quod proponitur, quia enim ut patet per 100. primi huius, communis ſectio illius ſuperficiei & ſpeculi eſt circulus, ducatur à uertice ſpeculi quod eſt a, linea per centrum uiſus e, ſecans ſuperficiem præmiſſi circuli extra ipſius centrum in puncto h, quæ ſit a e b, hoc eſt impoſſibile, ideo quia centrum uiſus quod eſt punctum e, ut patet ex hypotheſi eſt intra ſpeculum, non in axe, ſitq; centrum illius circuli punctum q, palam itaq; per 20. octaui huius, quia forma puncti z, poteſt reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto h, ab aliquo puncto circuli, ſit illud punctum c, & ducantur lineæ h c & z c & h z, & ſemidiameter q c, qui cum ſit perpendicularis ſuper lineam contingentem circulum in puncto c, per 17. tertij, ergo per 26. quinti huius, palam quod linea q e, diuidit angulum h c z per æqualia, ergo per 29. primi huius, patet quod linea q c ſecabit lineam h z, ſit punctus ſectionis n, & ducatur linea z e, à puncto rei uiſæ ad centrum uiſus in punctum e, & linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit a c, palam itaq; ex præmiſsis cum punctus z, ſit ex illa parte diametri q c, & ex illa parte eiuſdem ſit punctũ e, quod eſt centrum uiſus, quoniam punctũ h, quod eſt in linea a e, eſt in eadem parte ſemidiametri q c, in qua eſt & punctũ e, patet ergo quod linea e z, ſecabit ſuperficiem a q c, ſit ut ſecet ipſam in puncto o, & ab illo puncto o, primo ducatur perpendicularis ſuper lineam a c, ſcilicet lineã longitudinis ſpeculi, quæ perpendicularis ſit o p, hæc itaq; producta ultra punctũ o, neceſſario cadet ſuper axem ſpeculi qui eſt a d, ut patet per 96. primi huius, ſit ut cadat in punctum d, & ducantur lineæ e p & z p, dico quod forma puncti z, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e, à puncto ſpeculi quod eſt p. ducatur enim à puncto z, linea æquediſtans ſemidiametro q c, per 31. primi, quæ ſit z f, & quoniam linea h c concurrit cũ linea q c in puncto q, palam per 2. primi huius, quoniam ipſa concurret cum eius æquediſtante, ſcilicet cum linea z f, ſit punctus concurſus f. Item à puncto z ducatur linea æquediſtans lineæ o p quæ ſit z k, & quoniam linea e p concurrit cum linea o p, patet quod ipſa producta ultra punctum p, concurret cum illa z h, ſit punctus cõcurſus k, & ducatur lineæ k f & k h, & quia ut patet ex præmiſsis angulus o p c eſt rectus, angulus uero p c q eſt minor recto, per 89. primi huius, quoniam ipſe eſt angulus quem continet linea longitudinis cum ſemidiametro baſis, patet ergo per 14. primi huius, quoniam lineæ o p & q c, concurrunt in aliquo puncto producto ultra puncta d & q, cum itaq; linea z f ſit æquediſtans lineæ q c, & linea z k æquediſtans lineæ o p, & lineæ z f & z k concurrant in puncto z, lineæ quoq; d p & q c, ſimiliter concurrunt in aliquo puncto ut præoſtenſum eſt, patet quod ſuperficies f k z, & ſuperficies o p q c, quæ eſt ſuperficies a q c, ſunt æquediſtantes, per 15. undecimi, quod autem ſuperficies o p q c, ſit pars ſuperficiei a q c, patet ex his, quoniam enim linea p o, producta cadat in punctum axis quod eſt d, patet per 1. undecimi, quod linea p o eſt in ſuperficie a q c, ſed & linea q c eſt in illa ſuperficie, tota ergo ſuperficies o p, q c eſt pars ſuperficiei a q c, & quia ſuperficies z k f & a c q, ſuper duas lineas c p & k f, patet quod illæ duæ lineæ c p & k f ſunt æquediſtantes per 16 undecimi, ducatur itaq; à puncto c, linea perpendicularis ſuper lineam z f, per 12. primi, quæ ſit linea c ſ, erit ergo angulus c ſ f rectus, ergo per 29. primi, angulus ſ c q, eſt rectus

quoniam linea z f & c q æquediſtant, ergo per, 15. tertij, linea c ſ contingit in puncto c circulum, cuius centrum eſt punctum q, ſuperficies itaque a c ſ eſt contingens pyramidem ſpeculi, continget ergo illam per 95. primi huius, ſecundum lineam longitudinis, quæ eſt a c, ſed linea o p eſt perpendicularis ſuper lineam a c, eſt ergo linea o p, erecta ſuper ſuperficiem a c ſ contingentē pyramidem, quoniam linea o p eſt in ſuperficie a q c tranſeuntem per axem a d, & per lineam longitudinis a c, talis autem ſuperficies ut patet per 97. primi huius, erecta eſt ſuper ſuperficiē contingentem ſpeculum in linea longitudinis quæ eſt a c, quia ergo ſuperficies a c ſ, ſecat duas ſuperficies o p q c & z k ſ, quæ ſunt æque diſtantes, patet per 16. undecimi, quoniam duæ lineæ quæ ſunt illarum ſuperficierum communes ſectiones ſunt æquediſtantes, quarum linearum una eſt linea p c, & altera ſit linea ſ l, ſecans lineam z k in puncto l, patet quoque, quia punctus l, cadit inter puncta k & k, lineæ itaque p c & ſ l æquediſtant, ſed lineæ p c & f k æquediſtant ad inuicem, quoniam ſunt in ſuperficiebus æquediſtantibus, ergo per 30. primi, lineæ ſl & f k ſunt æque diſtantes, & quoniam lineæ q c & z f æquediſtant, patet per 29. primi, quod angulus n c z eſt æqualis angulo c z f, quia ſunt coalterni, & angulus h c n extrinſecus eſt æqualis angulo c f z intrinſeco, ſed anguli h c n & n c z ſunt æquales, ergo anguli c f z & c z f ſunt æquales, ergo per 6. primi, lineæ c f & c z ſunt æquales, & linea c ſ eſt perpendicularis ſuper baſem yſochelis c f z, trigona itaque partialia quæ ſunt c ſ f & c ſ z, ſunt ſimilia per 31. primi huius, ergo per 4. ſexti, cum linea c ſ, ambobus illis trigonis ſit communis, erit linea ſ f æqualis lineæ ſ z, ſed cum linea ſ z æquediſtet lineæ f k, in trigono f k z, erit per ſecundam ſexti, proportio lineæ f ſ ad lineam ſ z, ſicut lineæ k l ad lineam l z, erit ergo linea k l æqualis lineæ l z, ducaturque linea p l, cum ergo ſuperficies a c ſ l, in qua ducta eſt linea p l, ſit erecta ſuper ſuperficiē z k ſ, in qua cadit linea z k, erit per diffinitionem ſuperficiei ſuper ſuperficiem erectæ linea p l erecta ſuper lineam z k, ergo per 4. primi, cum linea k l ſit æqualis lineæ l z, lineaque p l ſit communis, & anguli ad punctū l ſint æquales, quia recti, erit angulus p k z, æqualis angulo p z k, ſed per 29. primi, angulus e p o extrinſecus æqualis eſt angulo p k z intrinſeco, quoniam lineæ o p, & z k æquediſtant, & angulus o p z eſt æqualis angulo p z k, quia ſunt coalterni, anguli ergo e p d & d p z ſunt æquales, cū angulus p k z & p z k ſunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e, à puncto ſuperficiei ſpeculi quod eſt p, quod eſt unum propoſitum. Si autem ſumatur aliud punctum in circulo, cuius centrum eſt punctum q, à quo forma puncti z, reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto h, præmiſſo modo poteſt declarari quod ab alio puncto ſpeculi reflecte-



tur forma puncti z, ad uiſum exiſtentem in pūcto e, ab alio puncto quàm à puncto p: Similiter quoque ſi forma pūcti z, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto h, à tribus punctis circuli, reflectetur forma puncti z ad uiſum e, à tribus punctis ſpeculi, & ſi à quatuor punctis reflexio fiat in circulo, & à quatuor punctis reflexio erit in ſpeculo, & ſecundum

haec

hæc loca imaginum numerantur,patet ergo propoſitum. Quod ſi dicatur quod à pluribus punctis ſpeculi quàm à quatuor poſsit fieri reflexio formæ pũcti z,ad uiſum exiſtentẽ in puncto e,ducta ab illo puncto linea longitudinis ſuper periferiam circuli cuius centrum eſt punctũ q,poterit per conuerſionem præmiſſæ demonſtrationis oſtendi, quod forma puncti z,reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto h,à pluribus punctis circuli ꝙ à quatuor,quod eſt impoſsibile,& cõtra 49.octaui huius,ſemper enim ut patuit ex præmiſsis à quotcunqꝫ punctis circuli reflectitur forma puncti z ad pũctum h,à totidem punctis ſpeculi reflectetur eadem forma puncti z,ad punctum e,& econuerſo,& dicenti cõtrarium accidit impoſsibile modo prædicto,patet itaqꝫ quod punctorum rei uiſæ in his ſpeculis quædam habent unicam imaginem,quædam duas,quædam tres,quædam quatuor,& quod non eſt poſsibile cauſari plures imagines in ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis,ſicut neqꝫ in ſphæricis concauis,quod eſt notandum.

XXI.

Dato centro uiſus & puncto rei uiſæ in ſpeculis pyramidalibus concauis punctum reflexionis inuenire.

Sit ſpeculũ pyramidale concauũ,cuius axis ſit linea a d,ſitqꝫ pũctus rei uiſæ 3, & centrũ uiſus ſit punctũ e,quæ ſint in locis datis,dico quod eſt poſsibile punctũ reflexionis inueniri. Si enim punctũ rei uiſæ quod eſt 3,& cẽtrum uiſus quod eſt e,fuerint in una plana ſuperficie ſpeculũ trans axem ſecante,tunc patet per 90.primi huius,quia communis ſectio ſuperficiei reflexionis,& ſpeculi eſt linea lõgitudinis pyramidis ſpeculi,poteſt itaqꝫ punctũ reflexionis inueniri ſicuti in ſpeculis planis per 46.quinti huius,quod ſi puncta 3 & b,non fuerint in illa totali ſuperficie,imaginetur ſuperficies tranſiens per punctũ z, ſecans ſpeculũ æquediſtanter ſuæ baſi,erit ergo per 100.primi huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei & ſpeculi circulus,centrũ itaqꝫ uiſus quod eſt punctũ e,aut erit in illa ſuperficie circuli aut non,quomodocunqꝫ autẽ ſit, quia ut patet per 12.ſeptimi huius, impoſsibile eſt communem ſectionem ſuperficiei reflexionis, & huius ſpeculi circulum eſſe, ſed erit ſemper tunc illa communis ſectio oxigonia,replicata ergo demõſtratione 19.huius, uel proximæ præmiſſæ,patebit faciliter inuentio puncti reflexionis, forma enim puncti 3, reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto h,ab aliquo puncto circumferentiæ circuli, cuius centrum eſt q,uel forte à duobus,uel à tribus,uel à quatuor,& quotcunqꝫ fuerint,ſemper modo præmiſſo inuenietur punctum reflexionis illi puncto circuli correſpondens, inuento puncto reflexionis illorum punctorum in periferia circuli per ea quæ declarauimus in diuerſis propoſitionibus octaui huius,patet ergo propoſitum.

XXII.

Ambobus uiſibus à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis quaſi unica occurrit imago.

In his enim ſpeculis pũcta reflexiõis eiuſdẽ pũcti formæ rei uiſæ ad diuerſos uiſus eiuſdẽ uidentis nõ habẽt multã diuerſitatẽ diſtantiæ ꝓpter uiſuũ approximationẽ ad ſe inuicẽ,ut ſi pũcti unius formę imago ſit aliqualiter ambobus uiſibus occurrẽs duplicata,ſunt tamẽ illæ imagines cõtiguæ & admixtæ,unde uidebũtur quaſi unica imago,diuerſitas enim locorũ illarum imaginũ propter ſui imperceptibilitatẽ nõ inducit aliquã diſtantiam in uiſu,nec aliquẽ efficit errorẽ,uidetur ergo imago quaſi una,& ſimiliter per modũ quo in 59.octaui huius oſtẽdimus,poſsibile eſt,quod diuerſorũ uidentiũ uiſibus diſtantibus & diuerſis,unica quandoqꝫ in his ſpeculis,ſicut & in alijs,occurrat imago, cui propter identitatẽ illius ſitus hic non duximus immorandum,patet ergo propoſitum.

XXIII.

Lineæ rectæ æquediſtãtis axi ſpeculi colũnaris cõcaui cẽtro uiſus exiſtente in eadem ſupficie uel in alia,reflexio fit à linea longitudinis ſpeculi ad uiſum.

Eſto axis ſpeculi columnaris concaui linea quæ z h,ſitqꝫ linea uiſa axi, ſpeculi æquediſtans t p h,ſitqꝫ centrum uiſus punctũ e,dico quod forma lineæ t q h, reflectitur ad uiſum e,à linea longitudinis ſpeculi a b g,quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei t h z k, & ſuperficiei

perficiei ſpeculi,& hoc quidẽ ſi centrũ uiſus ꝙd eſt e,nõ fuerit in ſuꝑficie t h z k,demõſtrari poteſt omnimode ſicut in 30.ſeptimi huius.Si uero centro uiſus fuerit in eadẽ ſuꝑficie, demõſtrabitur idẽ propoſitũ,ſicut in 50.ſeptimi huius,reflectetur ꝗ forma puncti t, à pũcto ſpeculi g,& forma puncti q,à puncto ſpeculi b.& forma pũcti h,à pũcto ſpeculi a , eritꝗ itaꝗ angulus t g n æqualis angulo n g e,& angulus q b m æqualis angulo m b e,& angulus h a r æq̃lis angulo r a e,patet etiã per 30.ſeptimi huius.ꝙd lineæ e k,h a,q b,t g,cõcurrũt inpũcto o,patet etiam idẽ quod linea a b g eſt linea recta extẽſa in lõgitudine ſpeculi,& quod lineæ g z,b l,& a d, ſunt perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ contingentẽ ſpeculum,quæ contingit ipſum ſecundũ lineam a b g,& quod linea a b g , eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem in qua eſt triangulus e b o,& quod linea t q eſt æqualis lineæ q h,& linea a b æqualis lineæ b g,palam itaꝗ cum in his & in illis ſpeculis hinc inde eadem ſit demonſtratio,quoniam formæ lineæ t q h,reflectitur ab his ſpeculis à linea longitudinis ipſorum,patet ergo propoſitum,quoniam ſiue linea longitudinis quæ eſt a b g,ſit in conuexo uel in concauo ipſius ſpeculi,quantum ad hoc nulla eſt diuerſitas in propoſito.

XXIIII.

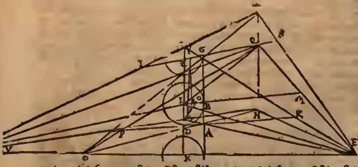
Imago lineæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris cõcaui centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie,uidebitur recta æqualis & conformis rei uiſæ.

Sit diſpoſitio q̃ in præcedẽti,reflectaturꝗ forma lineæ t q h,à ſuꝑficie ſpeculi ſecundũ lineã lõgitudinis quæ eſt a g,& ſit centrũ uiſus e,in ipſa ſuꝑficie t h z k,dico ꝙd imago lineæ t q h uidebitur recta æqualis ipſi lineæ t q h,quælibet enĩ perpẽdicularis ducta ac aliquo pũcto lineæ t q h,erit ſemper in eadẽ ſuperficie cũ cẽtro uiſus & axe, & ꝓbabuntur loca imaginũ pũctorũ lineæ t q h,ſituari ſecundũ lineã rectã ſicut in ſpeculis planis per 52. quinti huius,oſtẽſum eſt de lineis rectis uiſis,ut ſi aliqua linea recta rei uiſæ imaginetur in his ſpeculis collocari in loco imaginis,& uiſus ſituetur proporportionaliter ad illã, ſicut nũc ſituatus eſt ad lineã t h,erit locus imaginis illius lineæ,linea t h, & apparebit recta & æq̃lis rei uiſæ.Similiter ꝙꝗ illud ꝙd eſt in linea rei uiſæ ſuperius erit in imagine ſuperius & ꝙd in re uiſa eſt inferius,erit in imagine inferius.Erit itaꝗ imago cõformis rei uiſæ,latitudo uero taliũ uiſorũ erit maior q̃ latitudo ſuarũ imaginũ,qm̃ imagines ſecundũ latitudinẽ cõſtringũtur ꝓpter pũcta reflexionũ q̃ anguſtantur,& pũcta latitudinis diuerſantur,qm̃ ſiniſtrũ rei fit dextrũ imaginis,& dextrũ rei fit imaginis ſiniſtrũ,patet ergo ꝓpoſitum.

XXV.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi colũnaris cõcaui centro uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie imago quãdoꝗ uidebitur recta maior re uiſa, quandoꝗ concaua ,quandoꝗ conuexa , quandoꝗ unica , quandoꝗ plures.

Remaneat diſpoſitio præcedentis,niſi quod centrum uiſus quod eſt e, non ſit in ſuperficie t h z k, dico quod erit ut proponitur. Repetita enim demonſtratione quinta ſeptimi huius. Patebit quod in ſpeculis columnaribus conuexis locus imaginis formæ pũcti h lineæ t q h eſt in pũcto ſ,& locus imaginis formę q eſt in pũcto c,& locus imaginis formę pũcti c eſt in pũcto i,ſic ergo in linea ſ c i,ſunt imagines formarũ oĩm pũctorũ lineę h q c,et patet ꝙd pũctus c eſt ꝓpinquio



quior centro uiſus quod eſt e,ꝙ linea recta ſ i,& quod linea ſ i, eſt in ſuperficie trigoni u h t,& quod duæ lineæ u h & u t ſunt æquales,& quod duæ lineæ u ſ & u i ſunt æquales, relinquitur ergo ut duæ lineæ t i & h ſ ſint æquales,eſt ergo proportio lineæ t i ad lineã i u,ſicut lineæ h ſ ad lineam ſ u,ergo per 2.ſexti,linea ſ i,æquediſtat lineæ t h, patet etiam ex eadem 5.ſeptimi,quia duæ lineæ 3.e i ſunt æquales,ducatur ergo linea e u, quæ ſecet lineam ſ i in puncto f,diuidat ergo ipſam per æqualia,nã linea t h,diuiſa eſt in duo æqualia in puncto q,& erit linea t u,in ſuperficie trigoni q u e,quæ eſt ſuperficies circuli b f, æquediſtans baſibus ſpeculi,punctus itaꝗ c,erit in ſuperficie trigoni t u e,& ſimiliter punctum t,in ſuperficie trigoni t e i,eſt ergo punctũ c,in linea quæ eſt cõmunis ſectio illarũ duarũ ſpecierũ,ſcilicet trigonorũ q u e & t e i,ſed hæc cõmunis ſectio eſt linea e b,per 19. primi huius,punctus ergo c,cadit in rectitudinẽ lineæ e b,linea ergo q t,ſecat lineam e b in rectitudinẽ ipſius,& duæ lineæ h u & t u,ſub duobus pũctis d & 3, nam duæ lineæ h u & t u,ſunt duo katheti incidẽtiæ,ſcilicet duæ lineæ perpẽdiculares exiſtẽtes à duobus terminis lineæ t h,ſup duas lineas cõtingẽtes duas portiões duarũ ſectionũ columnarũ ſpeculi,in quarũ circumferẽtia ſunt duo puncta a & g, à quibus fit reflexio punctorũ t & h, ad uiſum in pũctũ e,ſuperficies ergo trianguli u h t,eſt ſub axe ſpeculi,quæ eſt 3 k, ſed nullum punctũ ipſius axis,etſi protrahatur in infinitũ,erit unꝗ in ſupficie trianguli u h t, nã ſi hoc eſſet poſsibile,tũc ſi axis k 3 cõtinuaretur cũ aliquo puncto lineæ h t ſecundũ lineã rectam,tunc illa ſuperficies in qua eſſet illa linea recta,& linea u h t,eſſet ſuperficies trianguli u h t,& illa ſuperficies eſſet illa in qua ſunt duæ lineæ æquediſtantes,quæ ſunt h t, & axis 3 k& ſic ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ h t & k 3,eſſet ſuperficies trianguli h u t, & ſic totus axis 3 k,erit in ſuperficie trianguli h u t,ſed ex hypotheſi axis eſt æquediſtans lineæ h t,& ſecundũ iſtũ modũ accideret quod axis k 3,ſecaret duas lineas h u & t u, ſed & linea t h,ſecundum eius punctum h,eſt in ſuperficie trianguli u e h,quæ eſt ſuperficies reflexionis,& ſectio communis huic ſuperficiei & ſuperficiei columnaris ſpeculi & ſectio oxigonia,ſuperficies ergo e u h,ſecat axem columnarem ſpeculi in uno puncto, ſcilicet in puncto d,ut totum præoſtenſum eſt in commento 5.ſeptimi. Si ergo axis k 3, ſecat lineam h u,punctus ſectionis cum linea h u,erit in ſuperficie trianguli u e h, ſed in hac ſuperficie non eſt punctum per quod axis tranſeat niſi punctum d,ſecabit ergo axis k 3, lineam h u in puncto d,ſed per 11.primi huius,uel per 44.ſeptimi huius,oſtenſum eſt,ꝙd linea h u,ſecat axem ſub puncto d,in duobus punctis,ſecabit linea h u axem k 3,quod eſt impoſsibile,axis ergo k 3,totus eſt extra ſuperficiem h u t,& propinquior uiſui exiſtente in puncto e,ꝙ ſuperficies h u t,ſuperficies ergo in qua ſunt lineæ h t,& axis k 3, propinquior eſt centro uiſus puncto e,ꝙ ſuperficies u h t,& punctum f t eſt in ſuperficie in qua ſunt linea q l,per 7.undecimi,& in eadem ſuperficie cũ lineis æquediſtantibus quas copulat,quæ ſunt h t & 3 k,punctũ ergo t,eſt propinquius puncto e centro uiſus ꝙ ſit linea ſ 3. Sed punctũ cũ ſit cõmunis ſectio linearũ e b & q l,ut in 51.ſeptimi huius,præoſtendimus palam quod eſt in rectitudine lineæ e b. Si ergo linea e b ducatur ultra punctũ b, ipſa perueniet ad punctũ t,ſupponatur itaꝗ perueniſſe ad punctũ c,his itaꝗ ſic præmiſsis patet quod ſi linea ſ i, quæ eſt oſtenſa per 51.ſeptimi huius,in ſpeculis columnaribus cõuexis eſſe imago lineæ t h,& eſſe æquediſtans lineæ t h,& axi 3 k,& ſi in aliquo corpore uiſibili uiſus fuerit in puncto o,ex parte concauitatis ſpeculi columnaris,tunc forma lineæ,ſi reflectetur ad uiſum in puncto o,à linea longitudinis ſpeculi,quæ eſt a b g,& diuerſabũtur imagines eius ſecũdum diuerſitatem diſtantiæ ſuæ ab axe ſpeculi,quæ eſt 3 k, quia enim angulus e l m eſt acutus, ergo per 15. primi,angulus l b c eſt acutus, & linea e b c, eſt in ſuperficie circuli b f, & linea l b eſt ſemidiameter illius circuli per 27.ſeptimi huius,linea ergo e b c ſecat circulum, & eius pars quæ eſt b t, eſt intra circulum & intra concauitatem ſpeculi,& ſimiliter eſt de linea o b,quoniam ipſa cadit intra concauitatẽ ſpeculi, ideo ꝙd angulus o b l eſt acutus,& duo anguli o b l,& t b l ſunt æquales, ꝗniã ipſi per 25. primi,ſunt æquales duobus angulis q b m & m b e æqualibus,& ſemidiameter l b eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentem columnam ſpeculi ſecundũ lineam longitudinis ſpeculi tranſeuntem per punctum b,forma itaꝗ puncti t,incidit ſpeculo per lineã

c b,& à puncto ſpeculi b,reflectitur per lineam b o,& comprehenditur à uiſu exiſtente in puncto o. Item patet per 5. ſeptimi huius,& ibi declaratum eſt,quod ſuperficies contingens ſpeculum columnare in puncto g eſt ſub puncto e centro uiſus, linea ergo e g, ſecat illam ſuperficiem contingentē,ſecat ergo in puncto g,qui eſt punctus reflexionis,lineam in eodem puncto g,contingentē periferiam ſectionis columnaris, quæ eſt cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis formæ puncti t,lineæ t h,& ſpeculi columnaris conuexi, & quia ſecat illam lineam contingentē in puncto ipſius ſpeculi,quod eſt g,ſecat ergo ſectionē oxigoniam,& cadit intra ipſam,cadit ergo intra concauitatē ſpeculi, & eſt linea g l,duæ ergo lineæ o g & g i,cadunt intra concauitatē ſpeculi,& linea 3 g, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē contingentē columnā ſpeculi per 96. primi huius,quoniā ducitur ab axe perpendiculariter ſuper lineā longitudinis ſpeculi tranſeuntē per punctum g, & duo anguli o g 3 & 3 g i ſunt æquales per 15. primi,ut prius,forma ergo puncti i, incidit ſuperficiei concauæ ipſius ſpeculi ſecundum lineam i g,& à puncto ſpeculi g, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto o,ſecundum lineam reflexionis,quæ e g o,& eodem modo patet,quod forma puncti o incidit ſpeculo ſecundum lineam ſ a, & reflectitur à puncto ſpeculi ad uiſum exiſtentem in puncto d,ſecundum lineam reflexionis, quæ eſt a o, & etiam patuit in commento 51. ſeptimi huius,quoniam duæ lineæ h u & t u ſunt perpendiculares ſuper duas lineas contingentes ſectiones oxigonias tranſeuntes per duo puncta h & g,imago ergo formæ puncti ſ,eſt in linea h u,per 26. quinti huius,ſed linea a o eſt linea reflexionis formæ puncti ſ, quoniam à puncto reflexionis quod eſt a,producitur ad uiſum exiſtētem in puncto o,imago itaq; forma puncti ſ,eſt in linea ſ o,per 37. quinti huius,punctum ergo h,quod eſt communis ſectio linearum h d & o a,eſt locus imaginis formæ puncti ſ,ſimiliter quoq; patet,quod punctum t eſt locus imaginis formæ puncti i. Ducatur quoq; linea t l,à puncto t,ad punctū centrum circuli b,eritq; linea a, producta ultra punctū c perpendicularis ſuper lineam contingentē circulum per 17. tertij, eſt ergo linea t l kathetus incidentiæ formæ puncti c,per diffinitionē illius katheti,quia ergo forma puncti c,reflectitur ad uiſum in punctū o,à puncto ſpeculi b,erit imago formæ puncti c,in linea q c l,quæ eſt kathetus ſuæ incidentiæ,ſed & in linea reflexionis, quæ eſt b o,neceſſe eſt eſſe eandem imaginem per 37. quinti huius,imago itaq; formæ puncti c, neceſſario eſt in puncto quod eſt cōmunis ſectio linearū l t q & o b,hoc aūt poteſt eſſe in partibus diuerſis,patuit enim per 11. octaui huius,quod imago formæ puncti quæ reflectitur à cōcauitate circuli ſpeculi,quādoq; occurrit uiſui inter uiſum & ſpeculū, quādoq; ultra ſpeculū,quādoq; in centro uiſus,quādoq; ultra uiſum,quādoq; in ipſa ſuperficie ſpeculi,& ut patet p 40. octaui huius,quādoq; apparet una imago, quādoq; duæ, quāndoq; 3,quādoq; 4,imago ergo pūcti c,cū formæ ipſius reflexio fiat à pūcto periferiæ circuli æquediſtātis baſibus ſpeculi,erit forte in linea h q,ultra ſpeculū,& forte erit ultra lineā b q, & forte ultra lineā b o,retro uiſum,& forte erit in linea b o,inter uiſum & ſpeculū, & forte erit in pūcto o,ſcilicet in ipſo cētro uiſus,& forte erit unica imago,forte 2,forte 3,forte 4,ſi itaq; locus imaginis formæ pūcti c,uel alicuius pūcti formæ lineæ ſ i,utpote illius ſecundū quā lineā b c,pducta ultra pūctū c,ſecat lineam i ſ,quia & illud punctū reflectitur à pūcto ſpeculi columnare cōcaui,q̄d eſt b,ad uiſum exiſtentē in pūcto o,p 20. qnti huius. Si ergo locus imaginis formæ pūcti c,uel illius pūcti lineæ ſ i,fuerit punctū q, tūc linea h q t,erit diameter imaginis formæ lineæ i ſ,& ſi omnes imagines omniū punctorū lineæ ſ i fuerint in linea h q t,tūc imago eius erit linea recta,nam mediū eius punctū,quod eſt punctum q,eſt in rectitudine duarum ſuarum extremitatum, quæ ſunt h & t,quod ſi locus imaginis formæ puncti c, fuerit ultra punctum q, tunc imago lineæ rectæ, quæ eſt ſ i, erit concaua, eiusq; concauitas reſpiciat uiſum,& ſi imago formæ puncti c, fuerit in linea b o, uel in puncto o, centro uiſus, aut inter ſpeculum & uiſum, tunc uidebitur imago lineæ ſ i conuexa,cuius conuexitas reſpiciet uiſum, & ſi fuerit imago formæ puncti c,in linea b o, retro uiſum,tunc iterū uidebitur imago concaua,in cuius concauitate ſituabitur centrum uiſus,quod ſi punctum c plures habuerit imagines,tunc linea ſ i plures habebit imagines, quarum omnium extremitates coniungentur in punctis h &

t,& media ipſorũ erũt diſtincta & ſeparata,& linea h t, erit cõmunis diameter omnium illarum imaginum quotcunꝫ fuerint imagines,& forte linea h t, quæ eſt diameter imaginis,erit maior ꝙ linea rei uiſæ,quæ f i,in modica quantitate,patet ergo propoſitum.

XXVI.

Superficie lineæ rectæ uel curuæ uiſæ,ſuperficiem in qua eſt axis ſpeculi columnaris concaui orthogonaliter ſecante,centroꝗ uiſus exiſtente in utraꝗ ſuperficie,à circumferentia circuli,qui eſt cõmunis ſectio dictæ ſuperficiei & ſpeculi fiet reflexio,imagoꝗ lineæ uiſæ quãdoꝗ erit recta,uel aliquando cõuexa.

Eſto ſicut in 52.ſeptimi huius proponitur,linea t h in ſuperficie plana orthogonaliter ſecante ſuperficiem in qua ſunt centrum uiſus e,& à punctis dati ſpeculi columnaris, qui ſit d f,ſitꝗ centrum uiſus quod ſit e,in eadem ſuperficie lineæ t h,facta quoꝗ figuratione 52.ſeptimi huius,compleatur demonſtratio,ut in illa propoſitione,eritꝗ imago lineæ rectæ,quæ eſt t h curua, ſi itaꝗ ſpeculum idem quod ibi conuexum accipitur,aſſumatur concauum,& in loco imaginis collocata intelligatur linea curua ſecundum cuius terminos exrremos ducatur etiam linea recta quæ ſit in ſuperficie rei uiſæ, & centrum uiſus diſponatur proportionaliter circa illam lineam in eadem ſuperficie, tunc locus imaginis lineæ curuæ uel rectæ uiſæ erit lineæ t h recta,patet ergo propoſitum,& forte linea imaginis erit æqualis recta uel forte conuexa,ſicut oſtenſum eſt in 57.octaui huius, & hoc eodem modo eſt deducendum.

XXVII.

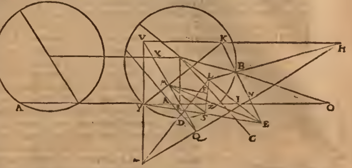
Superficie lineæ rectæ uiſæ orthogonaliter axem ſpeculi columnaris concaui ſecante,centro uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie, reflexioneꝗ facta ad uiſum æqualiter diſtantem ab extremis illius lineæ eius imago uidebitur concauitatis magnæ uiſum reſpicientis.

Fiat omnimoda diſpoſitio figuræ quæ in 53. ſeptimi huius,dico quod uerum eſt quod proponitur,patet enim per ea quæ in commento illius dicta ſunt,quod puncta t & h,quia æqualiter diſtant à centro uiſus, punctum,ſcilicet e,reflectuntur ad uiſum à duobus punctis oxigoniarum ſectionum,cadentibus cũ quodam circulo æquediſtante baſibus ſpeculi,qui circulus erit medius inter lineam h t,& inter ſuperficiem tranſeuntem centrũ uiſus e,ſecantem ſpeculũ æquediſtanter baſibus ipſius ſpeculi,ſit ergo ut forma puncti h reflectitur in punctũ e,à puncto ſpeculi b,qui eſt punctus periferiæ cuiuſdam ſectionis oxigoniæ,quæ eſt cõmunis ſuperficiei reflexionis,& ſuperficiei ſpeculi,cadens in circulo b g lineæ ergo h b & b e,cõtinent angulos æquales cum linea cõtingente illũ circulũ in puncto b,& ſimiliter forma puncti t,reflectitur ad uiſum e,à puncto ſpeculi g, & lineæ t g & g e,cõtinent angulos æquales,cũ linea cõtingente circulũ ſpeculi in pũcto g,lineæ ꝗꝫ h b & t g,cõcurrũt in pũcto l,& linea h b cõtinet cũ linea perpẽdiculari,quæ eſt b o, angulũ acutũ,linea ergo h b,ſecat ſuꝑficiẽ cõtingẽtẽ ſuꝑficiẽ columnæ in linea lõgitudinis, in qua eſt punctũ b,linea itaꝫ b l,cadit intra cõcauitatẽ columnæ,& ſuꝑ lineã g l. Similiter quoꝫ duæ lineæ b f & g y,cadũt intra cõcauitatẽ columnæ,& ꝑ 15.primi,duo anguli a b d & d b r ſunt æquales,cũ ipſorũ cõtrapoſiti,ꝗ ſunt e b o & o h b ſint æquales ꝑ 20.quinti huius. Similiter ꝗꝫ duo anguli l g d & d g i ſunt æquales,ſi itaꝫ linea f i,quæ in ſpeculo columnari conuexo,& imago lineæ t h,fuerint nunc in aliquo uiſibili oppoſita ſpeculo columnari concauo,& centrũ uiſus fuerit in puncto l,tunc forma puncti r,incidet in ſpeculo ſecundũ lineam r b,& reflectetur ad uiſum in punctũ l,à pũcto ſpeculi b,& linea h u eſt perpẽdicularis ſuper lineam contingentẽ ſectionem,in cuius periferia eſt punctum l, à quo fit reflexio,imago ergo formæ puncti r, erit in katheto r h,per 36.quinti huius, ſed & eadẽ imago neceſſario eſt in linea reflexiõis ꝗ eſt b l. Erit ergo in cõi illarũ ſectione in pũcto h. Eſt ergo pũctũ h imago pũcti r,ut hęc omnia patẽt ꝑ 37.quinti huius. Similiter ꝗꝫ declarabit̃,ꝙ forma pũcti y,incidet ſpeculo ꝑ lineã y g,& reflectetur ꝑ lineã g l,à pũcto ſpeculi g, & eius imago uidebitur in puncto t,& ducatur linea q u, hæc ergo ſecabit lineam r y,quæ eſt inter duo puncta q & u, puncta quoꝫ h q t u, ſunt omnia in ſuperficie

cie circuli b g, ut patet ex pręmiſsis, ſecet ergo linea q u, lineam r y, in pũcto m, punctum itaq; m, in ſuperficie tranſeunte per axem ſpeculi, & per centrum uiſus punctũ l, nam ut in cõmento præaſſumptæ propoſitionis 53. ſeptimi huius patuit, puncta l & q, ſunt in illa ſuperficie, nam ut ibi acceptũ eſt, patet quod in illa ſuperficie in qua erat centrũ uiſus e & axis ſpeculi, in eadem erat linea e l d, ſed & illa ſuperficies ſecabit lineam h t, in pũcto q, & linea e o, cadebat in punctũ u, ergo per 1. undecimi, linea q u, eſt in illa ſuperficie, ergo & punctũ m, & quia duo puncta m & l ſunt in ſuperficie tranſeunte per axem columnæ, ideo forma puncti m, poteſt reflecti ad uiſum in punctũ l, in illa ſuperficie, & linea a 3, eſt cõmunis ſectio ſuperficiei columnæ ſpeculi, & ſuperficiei tranſeunti per ſuũ axem, & per punctum l, quod eſt centrũ uiſus, forma ergo puncti m reflectetur ad uiſum in punctum l, quod eſt centrũ uiſus ab aliquo puncto ſpeculi lineæ, ſcilicet a 3, & ducatur linea e m, quę erit in illa ſuperficie, & linea e l, etiã erit in illa ſuperficie, & punctũ e, ut ſupra patuit eſt elongatũ à ſuperficie contingente columnam ſpeculi in linea a 3, ut patet p 5. ſeptimi huius. Si ergo linea a 3, ducatur in continuũ & directũ intra punctũ 3, concurret cũ duabus lineis e m & e l, quæ ſunt in una ſuperficie cũ linea a 3, concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l, in puncto n, punctũ itaq; n cadet inter duo puncta e & l, quia punctum l, eſt intra concauitatẽ columnæ, & punctũ n, eſt extra in ipſius conuexitate in ſuperficie columnæ, quoniã eſt in linea lõgitudinis columnæ, quæ eſt a 3, pũctum uero e, quod eſt in ſpeculis columnaribus conuexis ſuppoſitũ fuit eſſe centrũ uiſus, & elongatũ à ſuperficie columnari ſpeculi, patuit quoq; in demonſtratione 53. ſeptimi huius, quod circulus b 3 g, eſt medius inter lineam h t, & inter ſuperficiẽ exeuntem à puncto e, æquediſtantem baſibus columnæ ſpeculi, & linea perpendicularis exiens à puncto e, ſuper lineam a 3, eſt in ſuperficie tranſeunte punctũ e, & ſecante ſpeculum æquediſtanter baſibus columnæ, ergo linea perpendicularis exiens à puncto e, ſuper lineam a 3 n, cadit extra angulũ e i n, & uerſus partẽ pũcti n, quoniã linea e n l d u, eſt cõmunis ſectio ſuperficierũ reflexionis ſecundũ quas reflectũtur formæ punctorũ h & t, quæ cum ſint oxigoniæ ſectiones, patet per 103. primi huius. quoniã ipſæ ſunt obliquæ, ſecantes axem ſpeculi, ergo & ipſarũ cõmunis ſectio oblique incidit illi axi ſpeculi, ergo p 32. primi, angulus e i n eſt acutus, ergo per 15. primi, angulus m i a eſt acutus, & angulus m i n erit obtuſus per 13. primi, educatur ergo per 12. primi, à puncto m linea perpendicularis ſuper lineã q i, quæ ſit m k, ſecans lineam a i in puncto k. punctũ ergo k, erit inter pũcta i & a, quoniã ſi caderet inter puncta i & n, fieret unius trigoni, unus angulus rectus & alter obtuſus, q eſt m i n, q̃d eſt impoſsibile, cadet ergo pũctũ k inter pũcta i & a, producatur itaq; linea m k, ultra punctũ k, ad punctũ ſ, donec linea k ſ fiat æqualis lineæ m k. Erit ergo pũctus ſ extra ſuperficiem ſpeculi, & ultra cõcauitatẽ eius, & punctus l, in quo eſt centrum uiſus, erit intra ipſius ſpeculi cõcauitatẽ, ducatur itaq; linea ſ l, quæ ſecabit lineam n k, quoniam cũ linea n k, ſit pars lineæ longitudinis ſpeculi, patet quod ipſa eſt cadens inter puncta ſ & l. Secet ergo ipſam in puncto f, & à puncto f, ducatur per 31. primi, linea æquediſtans lineæ k m, quæ producta ad axem ſpeculi ſecet ipſam in pũcto x, ſitq; linea f x. Erit ergo per 29. primi, linea f x, perpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi, quæ eſt a n, quoniã linea m k, æquediſtans lineæ f x, eſt perpendicularis ſuper ipſam a n, eritq; linea f x, in ſuperficie tranſeunte per axem ſpeculi, & per pũctũ l. Eſt ergo linea f x ſemidiameter circuli tranſeuntis per punctũ f, æquediſtanter baſibus columnæ per 21. ſeptimi huius, linea ergo f x, eſt perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ contingentẽ columnã ſpeculi ſecundum lineam longitudinis, quæ eſt a 3, ducatur itaq; linea m f, quia ergo duorũ trigonorũ m k f & f k ſ, duo latera m k & k ſ ſunt æqualia ex hypotheſi, & latus k f, cõmune ambobus illis trigonis, anguliq; ad punctũ k ſunt recti, ergo p 4. primi, latus m f, eſt æquale lateri f ſ, ergo p 5. primi, angulus f m ſ, æqualis erit angulo f ſ m, linea uero f x, æquediſtat lineæ ſ m, ergo per 29. primi, angulus x f l extrinſecus, æqualis eſt angulo f ſ m, intrinſeco, & anguli x f m & f m ſ ſunt æquales, quia coalterni, angulus ergo x f m, eſt æqualis angulo x f l, forma ergo puncti m, incidens ſpeculo ſecundum lineam m f, ſecundum lineam reflexionis, quæ eſt f l, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto l, à pũcto ſpeculi f, per 20. quinti huius, & linea x f, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentẽ ſpeculũ in

puncto

puncto f,& q̃m linea k eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, q̃a eſt perpendicularis ſuper lineã lõgitudinis,quæ eſt a ȝ,patet quod linea m k. eſt kathetus incidentiæ formæ pũcti m,in ipſa ergo locus imaginis formæ pũcti m per 26.quinti huius, ſed & idẽ locus eſt in linea reflexiõis quæ eſt l f. In illarũ ergo linearũ cõmuni ſectione quæ eſt punctus ſ,eſt locus imaginis formæ puncti m,per 37.quinti huius,& quia duæ lineæ f y & h t ſunt æquediſtantes & perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axẽ ſpeculi & per centrũ uiſus quod eſt nũc pũctũ l,q̃m linea h t,taliter fuit diſpoſita in 53.ſeptimi huius,duę igitur ſuperficies uniformiter exeuntes à duabus lineis h t & r i,erũt æquediſtantes & perpendi culares ſup ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axẽ per 18.undecimi,& quia linea r i eſt perpẽdi-cularis ſuper ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axẽ & per punctũ l,ideo per 18. undecimi, ſuper ficies duarũ linearũ,quæ ſunt r m y & m ſ,erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ tranſeun tem per axẽ,& per punctũ l,& erit per 19.primi huius,linea m ſ cõmunis ſectio illarum duarũ ſuperficie-rũ, & quia linea a k, cum ſit pars lineæ longitudi-nis ſpeculi, quæ eſt a ȝ, eſt in ſu-perficie tranſeun te per axẽ, quia omnis ſuperfici-es ſecans colum-nam ſecũdũ line-am longitudinis per æqualia,tran ſeat per axẽ illi-us columnæ, ut

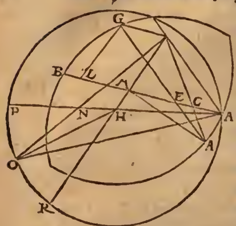


patet per 93.primi huius.ſed & linea a k,eſt perpendicularis ſuper lineam m ſ, quæ eſt communis ſectio inter ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axem,& inter ſuperficiẽ duarum linearũ quæ ſunt r m & m ſ,ergo linea a k n eſt erecta ſuper ſuperficiẽ r m ſ,& linea a n eſt æque diſtans axi ſpeculi ergo per 8.undecimi,erit axis ſpeculi perpendicularis ſuper ſuperfici em,in qua ſunt duæ lineæ r m & m ſ. Illa ergo ſuperficies eſt perpendicularis ſuper axem columnæ,punctum itaq; ſ,eſt in ſuperficie exeunte ex linea r i,perpendicularis ſuper ax-em columnæ ſpeculi, ſed linea h t eſt in ſuperficie perpendiculari ſuper axem ſpeculi æ-quediſtanti ſuperficiei exeunti ex linea r y,punctum ergo ſ,eſt extra lineam h t, eſt pro-pinquius puncto l,centro uiſus,quàm ſint duo puncta h & t,& duo puncta h & t ſunt ima gines formarum duorum punctorum r & y,& punctum ſ eſt imago formæ puncti m pa lam ergo,quia imago formæ lineæ r m y,& linea tranſiens per pũcta h ſ t, ſed talis linea eſt arcualis,quia punctum ſ eſt extra rectitudinem lineæ h t,tranſiens itaq; per puncta h ſ t,linea arcualis quæ ſit h ſ t,& quia linea h t,ſecundum hypotheſim 53. ſeptimi huius, fuit elongata à conuexo columnæ, erit linea h t, ultra ſuperficiem ſpeculi reſpectu puncti l, quod eſt nunc centrum uiſus,& iam ſupra oſtenſum eſt ultra concauitatem ſpeculi re-ſpectu l,& punctum l eſt intra concauitatem ſpeculi,punctum ergo l, quod eſt centrum uiſus,eſt extra ſuperficiem in qua eſt linea h ſ t,arcualitas ergo lineæ h ſ t, apparebit uiſui maniſeſte,& quia punctum f,eſt in ſuperficie columnæ ſpeculi extra ſuperficiem circuli b g,& linea t h eſt ultra ſpeculum in ſuperficie circuli b g,quoniã eſt in ſuperficie trigoni l h t,erit linea l f ſ,altior q̃ ſuperficies trigoni l h t,linea ergo l ſ,erit altior duabus lineis l h & l t,reſpectu uiſus l.punctũ ergo ſ eſt altius q̃ duo puncta h & t,linea ergo h ſ t, appare bit uiſui exiſtenti in puncto l,concaua cõcauitate uiſum reſpiciente quod eſt propoſitum

XXVIII.

Superficie incidentis lineæ rectæ uiſæ oblique ſecantis axem ſpeculi colum naris concaui centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie,imago uidetur conca-ua reſpectu uiſus & conuerſa ſecundum ſitum.

Eſto ſpeculū columnare cōcauū,cuius exis ſit h q,& ſecetur per ſuperficiē obliquam ſuper axē,erit ergo cōmunis ſectio illius ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi ſectio oxigonia per 103.primi huius,ſit aūt ſectio a b g,ſed in 11.huius oſtenſum eſt,quod quādoq; in ſuperficie oxigoniæ ſectionis à puncto reflexionis erit linea perpēdicularis ſup ſuperficiem cōtingentē ſpeculū columnare,ex cuius duobus terminis,ſcilicet ex duabus cōmunibus ſectionibus ſui,& ſuperficiei ipſius ſpeculi fit reflexio formarū ad uiſum,ſit ergo in ſectione a b g,huius perpēdicularis,quæ ſit g a,& ſit linea b e k,perpēdicularis ſuper lineā contingentē periferiā ſectionis in pūcto b,& ſit punctū b,prope punctū g,itaq; linea ducta à pūcto b,cū linea perpēdiculari ducta ſuper ſupficiē ſpeculi à pūcto reflexionis quæ ſit g, cōtineat ſup axē ſpeculi angulū acutū,patet ergo per 44.ſeptimi huius,quoniā linea b e k,ſecabit lineā perpēdicularē,quæ eſt g a,ſub axe ſpeculi,& cōtinebit cū ipſa angulū acutum,fiat ergo illarū linearū ſectio in pūcto e,angulus ergo b e g erit acutus per 32.primi ut patet,cadatq; pūctū k in periferiam ſectiōis,& à pūcto g,ducatur per 31.primi,linea æquediſtans lineæ b k,quæ ſit linea g d,erit ergo angulus d g e,per 29.primi,æqualis angulo b e g,ergo uterq; eſt acutus,linea ergo g d,erit intra concauitatē ſpeculi, quoniam linea à puncto g,termino perpendicularis,quæ eſt a g,extra ſectionē ducta cōtinget ſectionē,& continebit angulū rectum cū linea a g,aut non continget,& continebit angulum obtuſum, fiat itaq; per 23.primi,ſuper punctū g terminum lineæ e g,angulus æqualis angulo e g d,qui ſit e g l linea ergo g l cōcurret cū linea b e k,per 24.primi huius,ideo quod angulus g e l & l g e,ambo ſunt acuti,ſit cōcurſus in puncto l,qui ſit punctus lineæ b k,& in linea l e,ut contigerit,ſignetur punctum m, & ducatur linea a m,erit ergo angulus m a g acutus per 32.primi,ideo ut prius oſtendimus,quia angulus m o g, qui eſt maior angulo m a g,cum ſit ei extrinſecus & acutus, ut patet ex præmiſsis,linea m a,cadit intra ſectionem,fiat quoq; ſuper punctū a,terminum lineæ a g,angulus æqualis angulo g a m,qui ſit angulus g a d,linea enim a d,concurret cum linea g d, per 1. primi huius,ideo quia anguli d g a & d a g ſunt acuti, ſit ergo concurſus in puncto d, linea itaq; a d , ſecabit lineam b k concurrens cum ipſa per 2. primi huius, quoniam concurrit cum eius æquediſtante quæ eſt d g, ſecet ergo ipſam b k in puncto t,cum itaq; l k fuerit in aliquo corpore uiſibili,& centrum uiſus fuerit in puncto d,tunc forma puncti l,uidebitur in puncto ſpeculi g,quod eſt pūctum reflexionis, & hoc accidit per 10.huius,ideo quia forma puncti l,reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto d,à puncto ſpeculi g,& linea k l b,quæ eſt kathetus incidentiæ formæ puncti l,æquediſtat lineæ g d, quæ eſt linea reflexionis,nunquam ergo concurrent,& ſit locus imaginis formæ puncti l, erit in puncto reflexionis quod eſt g. Similiter quoq; forma puncti m, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto d,à puncto ſpeculi quod eſt a, & kathetus incidentiæ quæ eſt linea b m k,ſecat lineam reflexionis quæ eſt a d in puncto t,ergo punctū t eſt locus imaginis formæ puncti m,per 37.quinti huius,tranſeat itaque per punctum d, quod eſt centrum uiſus, ſuperficies plana æquediſtans baſibus columnæ,hæc ergo ſuperficies ſecabit columnam ſpeculi ſecundum circulum per 100.primi huius,qui circulus ſit p o r,& quoniam centrum uiſus d,eſt in ſuperficie ſectionis a b g,palam quod ille circulus p o r,ſecabit ſectionem oxigoniam a b g,in duobus punctis per 104. primi huius,ſuperficies ergo illius circuli ſecabit lineā b k,quoniā ſecat lineam g d æquediſtantē lineæ b k,ducitur enim per punctum d,ſit ergo ut ſecet lineam b k in puncto k,ſitq; centrū circuli p o r punctū h,& ducatur linea k h,quæ ducta per circulum ſecet ipſius periferiā in puncto p,& ducatur linea d h,quæ ꝓducta ad periferiam circuli incidat ipſi in puncto k, forma ergo puncti k , reflectitur ad uiſum exiſtentē in pūcto d,ab aliquo puncto arcus r p,ut patet per 27.octaui huius.uerū hoc oſtēſum eſt de reflexione formę uiſibili ad uiſum ſecundum talē ſitū ab aliquo pūcto periferiæ circuli,ſit ergo n f,fiat illa reflexio à puncto ſpeculi,ſcilicet arcus p r, q̃d ſit pūctū o,& ducātur lineæ k o,d o,h o,angulus k o h,eſt ęqualis



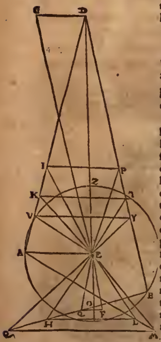
lis angulo h o d,per 20.quinti huius,& qm̃ linea reflexiõis quæ eſt d o, ſecat diametrũ h p,ideo qa linea d h r, tñ ãlit per cẽtrũ circuli, citra quẽ reſpectu pũcti o,ducitur linea d o, hæc ergo ſecat diametrũ h p,ſit ut ſecet ipſam in pũcto n. Eſt autẽ linea k h p, kathetus incidentiæ formæ pũcti k,ergo per 37. tertij huius,punctũ n, eſt locus imaginis formæ pũcti k,ducatur itaq; linea k d,quæ per 19.primi huius,erit cõmunis ſectio ſ̃pficiei circuli p o r,& ſectiõis a b g,uel pars illius cõmunis ſectiõis,nã duo pũcta k & d,ſunt in utraq; illarũ ſuperficierũ,& nihil de ſuperficie ſectionis oxigoniç,quæ eſt a b g,eſt in ſ̃pficie circuli r p,niſi in linea k d,uel linea cuius pars eſt linea k d,punctũ ergo g, eſt intra circulũ, & ſimiliter punctũ b,& ſunt in ſuperficie ſectiõis,& punctũ n,eſt in ſ̃pficie circuli r o, & forma imaginis lineæ l m k,tranſit per pũcta g t n,linea uero pertrãſiens hæc pũcta eſt arcualis,qa ſuperficies ſectiõis eſt decliuis ſuper ſuperficiẽ columnæ p 103.primi huius,longior ergo diameter ipſius ſectiõis nõ tranſit per totũ axẽ columnæ,neq; eſt ſuperficies ſectiõis æquediſtãs baſi columnæ,linea ergo t n g,quæ eſt imago lineæ rectæ k m l, cuius ſ̃pficies ſecat axẽ ſpeculi oblique,eſt curua maximæ curuitatis,& eius cõcauitas reſpicit uiſum exiſtentẽ in pũcto d,& quia punctũ t,eſt imago formæ pũcti m,& punctum n, imago formæ pũcti k,& punctũ g,eſt imago formæ pũcti l, patet quod imago lineæ l m k eſt cõuerſa,ita quod ſuperficiei pũctus imaginis reſpectu uiſus,qui eſt g, correſpondet infimo pũcto lineæ uiſæ,qui eſt l,& infimus pũctus imaginis qui eſt n,correſpõdet ſupremo pũcto lineæ uiſæ,quæ eſt k. Sic ergo ſitus partiũ imaginis non eſt cõformis ſitui partium rei uiſæ,ſed cõuerſus & difformis,patet ergo propoſitũ,patet itaq; ex hac propoſitione,& duabus præmiſsis,q̃d lineæ rectæ æquediſtãtes axi ſpeculi columnaris cõcaui,& æquediſtãtes baſi eius,& etiã quæ ſunt obliquę ſup ſ̃pficiẽ eius,quãdoq; uidebũtur arcuales,quãdoq; rectæ,quãdoq; cõuerſæ,formæ ergo eorũ q̃ cõprehẽdũtur in ſpeculis colũnaribus cõcauis,qñq; erit directa cõformis in ſuo ſitu ſitui partiũ rei uiſę,& quãdoq; erit difformis cõuerſum habẽs ſitũ ſuarũ partiũ reſpectu uiſus partiũ rei uiſæ, & in reſpectu ad uiſum.

XXIX.

Imago lineæ rectæ exiſtentis in ſuperficie ſpeculum columnare concauum tranſaxem orthogonaliter ſecante,centroq́; uiſus exiſtente in eadem ſuperfici uidebitur recta,quandoq; maior,quandoq; æqualis,quandoq; minor re uiſa ſed ſemper conuerſum habens ſitum, & quandoq; una,quandoq; plures imagines uiſui occurrent.

Sit ſecundum diſpoſitionem 48.octaui huius,circulus a b z,cuius centrum in ſuperficie ſpeculi columnaris concaui æquediſtans baſibus ſpeculi,& ſit centrum uiſus in puncto d,erit ergo linea d g,ut in prædicta 48.præmiſſum eſt perpẽdiculariter erecta ſup ſuperficiem circuli,& ſint duæ lineæ e a & e b perpendiculares ſuper ſuperficies contingentes ſuperficiem columnæ ſpeculi,& erit ſuperficies trianguli d e g, perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem circuli a b z,per 18.undecimi,quia linea g d eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli,hoc eſt ſuper eam ſuperficiem,cuius ſectio efficit circulum a b z, ſuperficies ergo trigoni d e g,ut patet per 19.undecimi,& per 92.primi huius, tranſit per totum axem ſpeculi,& per centrum uiſus quod eſt punctum d,& neutra ſuperficies earũ quæ ſunt d b o & d a o,quæ ſecant ſe in linea d o,ut patet per 19.primi huius, tranſit per totũ axem,& in neutra illarũ ſuperficierũ eſt aliquid de axe,niſi punctũ e,q̃d eſt centrum circuli a b t,utraq; ergo ſuperficies quæ ſunt d b o & d a o,ſecat ſuperficiẽ columnarem ſpeculi ſecũdũ oxigoniã ſectionẽ,& fit reflexio formarũ ad uiſum à duobus punctis illarũ ſectionũ,q̃ ſunt a & b,ut patet ꝑ præmiſſam 48.octaui huius,formæ ergo pũcti r,reflectetur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto d,à pũcto ſpeculi q̃d eſt b,& forma pũcti m reflectitur ad uiſum in punctũ d,à pũcto ſpeculi q̃d eſt a,& qm̃ kathetus incidẽtiæ formæ pũcti r,eſt linea r e n,ſecãs lineã b d quæ eſt linea reflexiõis in pũcto n,& kathetus incidentiæ formæ pũcti m,eſt linea m e u,ſecans lineã reflexiõis quę eſt a d,in pũcto u,patet q̃d puncta n & u ſunt loca imaginũ formarũ punctorũ r & m,& erit linea n u,diameter imaginis formæ lineæ m r,& eſt minor q̃ linea m r,ut patet in 49.octaui huius, & ſimiliter formæ duorũ punctorũ h & l,reflectẽtur ad uiſum in punctũ d,à duobus pũctis ſpeculi,quæ ſunt a & b,

& erit ꝑ modũ prius dictũ cũ linea t k, diameter imaginis formæ lineæ l h, & ſecũdũ præmiſſa in 48. octaui huius, erit diameter imaginis t k, æq̃lis diametro rei uiſæ q̃ eſt linea l h Similiter q̃q; linea p i, erit diameter imaginis formæ lineæ f q, & eſt maior q̃ diameter rei uiſæ, q̃ eſt linea f q, & oẽs iſtæ imagines erũt cõuerſæ, ut oſtẽſum eſt in 50. octaui huius. Si uero cẽtrũ uiſus fuerit in pũcto o, & formæ linearũ q̃ ſunt p i, t k & n u, reflectantur ad uiſum in pũcto o, à pũctis ſpeculi q̃ ſunt a & b, tũc erit ecõuerſo. Erit eñ diameter imaginis lineæ p i, q̃ eſt linea f q, minor diametro t k rei uiſæ, & erit linea l h, diameter imaginis lineæ t k, & æqualis ei, & erit linea m r, diameter imaginis lineæ n u, & maior q̃ illa. Omnesq; imagines linearũ iſtarũ rectarũ erũt rectæ, ſed cõuerſæ ſecundũ ſitũ & ordinẽ ꝑtiũ quẽ habẽt ipſæ res, nã dextrũ rei fit ſiniſtrũ imaginis, & ſiniſtrũ rei fit dextrũ imaginis & ſimilit̃ eſt de ꝑtibus q̃ ſunt ſurſum & deorſum. Itẽ cũ utraq; extremitatũ harũ linearũ unicã habuerit imaginẽ, & aliq̃d aliud pũctũ in medio plures habuerit imagines, tũc forma illius lineæ tot habebit imagines, q̃t pũctũ mediũ ipſius, & oẽs iſtæ imagines copulabũt ad pũcta extrema illius imaginis, & erit illa linea unica diameter oĩm illarũ imaginũ, & ſi utraq; extremitas illius lineæ uel altior ipſarũ plures habuerit imagines, pũctũ nõ medium habuerit tãtũ unã. Iterũ illa linea tot habebit imagines q̃t eius pũcta extrema ambo uel ſaltẽ alterni ſuũ pũctũ extremũ, & ſi utraq; extremitas uel altera plures habuerit imagines, & ſimiliter pũctũ mediũ multas habuerit imagines, tũc tota linea habebit imagines ſecundũ numerũ maiorẽ, & hoc patebit, ſicut patuit ſupra de imaginibus ſpeculorũ ſphæricorũ concauorũ. In ſpeculis enim columnaribus concauis accidit fallacia in omnibus, quæ in eis comprehenduntur, ſicut accidit in ſpeculis ſphæricis concauis, ſcilicet de formis ſpecierũ uiſibilium, & de quantitatibus, & de numero ſuarũ imaginum, & de conformitate ipſarum ad res, quarum ipſæ ſunt imagines, & de difformitate ſitus ipſarum ſecũdum conuerſionem formarum partialium cum omnibus fallacijs quæ appropriantur conuerſioni, & omnes fallaciæ ſunt in his, ut in ſpeculis prædictis ſphæricis concauis, patet ergo illud quod proponebatur.



XXX.

Lineæ rectæ uiſæ non æquediſtantis axi ſpeculi columnaris concaui, cuius ſuperficies incidentiæ ſecat axem oblique, centro uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie, uidetur imago curua diuerſæ curuitatis ſecundum diuerſitatem ſui ſitus & conuerſa.

Fiat in iſto ꝓpoſito theoremate diſpoſitio talis quæ in 28 huius, apparebitq; totũ q̃d ibi ponitur in his ſpeculis colũnaribus cõcauis, poſito itaq; ut in aliq̃ linea recta nõ ęq̃diſtet axe ſpeculi colũnaris cõcaui, cuius ſupficies incidẽtiæ oblique ſecat illũ axẽ, ſi cẽtrũ uiſus fuerit in illa ſupficie, tunc patet ꝑ 28 huius, q̃d imago illius lineæ uidetur curua reſpectu uiſus, & cõuerſa ſecũdũ ſitũ ipſius rei uiſæ, q̃d ſi centrũ uiſus fuerit extra illã ſupficiẽ à pũcto d, in quo eſt illic cẽtrũ uiſus, tũc ſi à pũctis a g o, à q̃bus fit ibi reflexio, erigãtur lineæ lõgitudinis ſpeculi ꝑ 101. primi huius, inueniãtur pũcta reflexionũ formarũ pũctorũ m b k, pateťq; ſecundũ modũ pluriũ præmiſſarũ, q̃d forma punctorũ k m b, reflectetur ad uiſum ſecũdũ diſpoſitionẽ ſuo ſitui diuerſam, & ſecundũ hoc diſponetur curuitas imaginũ & ecõuerſo figuræ, q̃d ſi centrũ uiſus nõ fuerit in linea perpẽdiculariter erecta ſup illã ſupficiẽ à pũcto d, tũc à cẽtro uiſus ducatur ꝑpendicularis ſup illã ſupficiẽ ꝑ 11. undecimi, & inuẽtis pũctis reflexionis formarũ punctorũ b m k, patebit propoſitum ut prius, & hoc proponebatur.

Forma

XXXI.

Forma alicuius lineæ curuæ incidentis uertici ſpeculi pyramidalis concaui oblique ſuper axem reflectitur ad centrum uiſus inter illam lineam & ſuperficiem ſpeculi conſtitutam à linea longitudinis ſpeculi, imagoq́ ipſius uidetur recta, & ſi illa linea incidens fuerit recta, eius imago uidebitur curua modicæ curuitatis, cuius conuexitas uel concauitas eſt ad uiſum.

Fiat diſpoſitio omnimoda quæ in 55. ſeptimi huius, inuenieturq́ in ſpeculis pyramidalibus conuexis lineæ rectæ, quæ eſt a n, propoſito modo illud ſpeculū reſpicientis imago curua inter cōcauitatē ſpeculi, quæ eſt a p y, pūctū quoq́ quod eſt ſub ſuperficie ſpeculum contingentem ſecundū lineam lōgitudinis ſpeculi, quæ eſt a u e, à qua fit reflexio formæ lineæ rectæ uiſæ quæ eſt a n, ad uiſum exiſtentem in puncto r, erit illic punctum k in quo puncto f, ſi fuerit centrū uiſus erunt omnia puncta quæ ſunt in illa curua imagine uel quæ ſunt in linea recta, ſcilicet in diametro imaginis reflexa ad punctū f, & imago lineæ curuæ quæ a p y, erit linea recta, quæ eſt a n, uel imagines duarū extremitatū lineæ a p y, erunt in linea a n, & in extremitatibus illius, & loca imaginis puncti p, quod eſt in medio lineæ a y, diuerſabuntur, & hoc poteſt eodem modo declarari ſicut ſibi ſimile declaratum eſt in 55. ſeptimi huius, quoniam enim ut ibi declaratū eſt, angulus z r f eſt æqualis angulo z f r. Eſt autem angulus p z h æqualis angulo t z r, per 15. primi, & angulus t z r eſt æqualis angulo z f r, per 29. primi, ſed per eandē 29. primi, angulus h z f eſt æqualis angulo z f r. Eſt ergo angulus p z h æqualis angulo h z f, palam ergo per 20. quinti huius, quoniam fiet reflexio formæ puncti p, ad uiſum exiſtentem in puncto f, à puncto ſpeculi pyramidalis concaui quod eſt z, & quoniam linea h p o eſt kathetus incidentiæ formæ puncti p, & linea f z o eſt linea ſuæ reflexionis ad uiſum exiſtentem in puncto f, patet per 37. quinti huius, quoniam punctum o, eſt locus imaginis formæ puncti p, ſimiliter quoq́ angulus y e d eſt æqualis angulo h e r, quæ per 29. primi, eſt æqualis angulo e r f, & per eandem 29. primi, angulus d e f eſt æqualis angulo e f r, ſed ut in commento 55. ſeptimi huius, oſtenſum eſt angulus e f r eſt æqualis angulo e r f, eſt igitur angulus y e d æqualis angulo d e f, ergo per 20. quinti huius, reflectitur ad uiſum exiſtentē in puncto f à puncto ſpeculi concaui quod eſt e, & quoniam linea y n, eſt kathetus incidentiæ formæ puncti y, & linea f e n eſt linea ſuæ reflexionis, patet per 37. quinti huius, quod locus imaginis formæ puncti y, & punctum n, & punctum a, ſicut reflectitur à uertice ſpeculi, ſic locus imaginis ſuæ eſt ibidem, per ea quæ dicta ſunt in 11. & 12. octaui huius, & in 10. huius, erit ergo imago totius lineæ a p y curuæ, linea a o n recta, quoniam de alijs pūctis eſt eodem modo demonſtrandum, quod ſi aliquod uiſibile ſtatuatur in loco lineæ rectæ a y, quæ eſt diameter illius curuæ imaginis lineæ a p y, tunc duæ extremitates lineæ a y, quæ ſunt a & y, habebunt ut prius loca ſuarum imaginum in punctis a & n, loca uero imaginis puncti medij correſpondentis puncto p, quæ cadit in producta linea z p, & aliorum punctorum mediorum diuerſabuntur, & ſecundum diuerſitatem concurſus kathetorum incidentiæ formarum illorum punctorum cum lineis ſuarum reflexionum ſecundū quas à punctis lineis longitudinis quæ eſt a u e, ſpeculi propoſiti concaui reflectuntur ad uiſum exiſtentem in puncto f, uel ultra lineam a o n, uel citra illam, loca imaginum illorum punctorum diuerſabuntur, quandoq́ ad concauitatem, quandoq́ ad conuexitatem reſpicientem centrum uiſus, erit tamen illa concuruitas modica, quoniam prædictorum locorum imaginū reſpectu lineæ a o n, modicus eſt exceſſus, palam itaq́ ex præmiſsis, quod ſi linea recta quæ eſt diameter imaginis curuæ quæ eſt a p y, fuerit in aliquo uiſibili, & centrum uiſus fuerit in puncto f, tunc imago lineæ rectæ præmiſſo modo diſpoſitæ forte uidebitur conuexa, & forte uidebitur concaua, quod eſt propoſitum.

XXXII.

Lineæ rectæ uiſæ ſuperficie incidentiæ axem ſpeculi pyramidalis concaui orthogonaliter ſecante, centroq́ uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie imago uidebitur concaua mirabilis concauitatis uiſum reſpicientis.

Sit ut in 27.huius libri,cẽtrũ uiſus pũctũ l,& linea uiſa r m y,cuius extrema pũcta quæ ſunt r & y,æqualiter diſtent à centro uiſus l,ſitq́ꝫ centrũ uiſus extra ſuperficiem lineæ r y, quæ producta ſecat ſpeculũ pyramidale concauũ æquediſtanter baſi ſecundũ circulum quæ ſit b g,cuius centrũ ſit d,reflectaturq́ꝫ forma puncti r,ad uiſum l,à puncto ſpeculi g, eruntq́ꝫ puncta b & g,quamuis ſint in circulo,ut cum ſunt puncta reflexionum, erunt in duabus oxigonijs ſectionibus ſecantibus ſe ſecundũ lineam d l,ut patet hoc per 7. ſeptimi huius,& per 19.primi huius,& quoniam quantum ad propoſitum demonſtrandum non eſt aliqua diuerſitas inter ſpecula columnaria & concaua,tunc patet quod reiterata demonſtratione 27.huius,erit locus imaginis formæ puncti r,in puncto h, & locus imaginis formæ puncti i,erit in puncto t,locus uero imaginis formæ puncti m, erit punctũ ſ,quod eſt extra rectitudinem lineæ t h,imago itaq́ꝫ lineæ r m i,eſt in quadam linea tranſeunte puncto h ſ t,ſed talis linea eſt curua. Eſt ergo lineæ rectæ quæ eſt r m y imago curua,& quoniam punctũ ſ,eſt ultra concauitatem ſpeculi reſpectu puncti l, centrum uiſus, & punctum l,eſt intra illam concauitatem,palam quod punctum l,eſt extra ſuperficiem in qua eſt linea h ſ t,curuitas ergo lineæ h ſ t,apparebit uiſui manifeſte,& quia punctũ ſ cadit in ipſa ſuperficie ſpeculi pyramidalis concaui extra ſuperficiem circuli b g,& linea t h eſt ultra ſpeculum in ſuperficie circuli b g,erit linea l ſ altior quàm ſuperficies trigoni l h t,linea ergo l ſ, erit altior duabus lineis l h & h t,punctum ergo ſ reſpectu uiſus l, eſt altius quàm duo puncta h & t,linea ergo h ſ t,apparebit uiſui exiſtenti in puncto l, cõcaua maxima concauitate uiſum reſpiciente,& hoc eſt propoſitum.

XXXIII.

Lineæ rectæ uiſæ non æquediſtantis axi ſpeculi pyramidalis concaui, cuius ſuperficies incidentiæ ſecat axem ſpeculi oblique, imago uidetur curua diuerſæ curuitatis ſecundum diuerſitatem ſui ſitus.

Quoniam enim ut in 31.huius,oſtenſum eſt,forma lineæ rectæ incidentis uertici huius ſpeculi propoſiti oblique ſuper axem,imaginem curuam uiſui ad quem fit reflexio repræſentat,& per præmiſſam proximam patet,quod linea recta cuius ſuperficies incidentiæ ſecat axem ſpeculi orthogonalis,uidetur mirabilis concauitatis uiſum reſpicientis. Si ergo inter has diſpoſitiones ſituetur linea recta,cuius ſuperficies incidentiæ,ut hic proponitur,oblique ſecet axem ſpeculi,patet quod imago illius lineæ diuerſificabitur ſecundũ modos diuerſæ curuitatis,qui accidunt hinc & inde lineis ſecundum ambos præmiſſos modos ſituatis,cuius cõformis eſt demonſtratio cum præmiſsis,patet ergo propoſitum, nec enim dignum uidimus talibus immorandum,quæ ex prædemonſtratis concluſionibus ſuæ certitudinis ſubſiſtentiam lucide accipiunt,unde talia relinquimus animæ perquirenti.

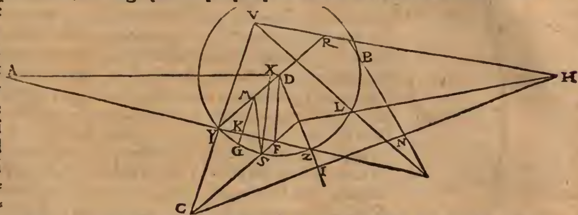
XXXIIII.

Imago lineæ rectæ exiſtentis in ſuperficie ſpeculum pyramidale trans axẽ ſecante,centroq́ꝫ uiſus exiſtente in communi ſectione eiuſdem ſuperficiei, & ſuperficiei ſpeculum ſecundum axem ſecantis,uidebitur recta, quandoq́ꝫ maior, quandoq́ꝫ æqualis,quandoq́ꝫ minor re uiſa,ſed ſemper conuerſum habens ſitum,& quandoq́ꝫ una,quandoq́ꝫ plures imagines uiſui occurrent.

Fiat item ut in 29.huius,eadem diſpoſitio figuræ,quæ facta eſt in 48. octaui huius, ſi ergo aliquod punctum cõmune ambabus ſuperficiebus d a o & d b o,fuerit in axe pyramidis,ut punctum o, & ſi duæ lineæ a e & b e,fuerint ꝑpendiculares ſuper ſuperficies contingentes pyramidem ſpeculi,hoc autem eſt poſsibile, quia lineæ a e & b e ſunt æquales, poſſunt enim cum axe continere duos angulos acutos æquales,cum ergo hæ duæ lineæ fuerint perpendiculares ſuper illas ſuperficies,& uiſus fuerit in puncto d,tunc ſuperficies trigoni d e g,in qua ſunt lineæ g e & d e,tranſibit per totã axem & per centrum uiſus,& utraq́ꝫ ſuperficies d a o & d b o,erit decliuis ſuper axem ſpeculi,& communes ipſarum ſectiones cum ſuperficie conica ſpeculi erũt duæ ſectiones oxigoniæ,& forma trium punctorũ quæ ſunt r b q,reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto d,à puncto ſpeculi quod

eſt

quod eſt b, formæ quoq; trium punctorũ,quæ ſunt m,l,f,reflectentur ad uiſum in pũctũ d,à puncto ſpeculi a,cũ ergo lineæ m l f & r h q,fuerint in aliqua ſuperficie corporis uiſibilis,& uiſus fuerit in puncto d,tunc ut ſupra in 29.huius patuit,linea n u erit imago lineæ m r,& linea c k erit imago lineæ l h,& linea p i erit imago lineæ f q, erit itaq; imago lineę m r,quæ eſt linea n u minor quàm linea m r,& imago lineæ quæ eſt p i erit maior quàm linea f q,& imago lineæ l h quæ eſt c k,erit æqualis ipſi lineæ l h.Omnes quoq; iſtæ imagines conuerſim habebunt ſitũ reſpectu rerum quarum ipſæ ſunt imagines uiſu exiſtente in puncto d,quod ſi uiſus fuerit in puncto o,& lineæ n u,c k & p i quæ ſunt imagines linearum m r,l h & f q,uiſu exiſtente in puncto o,fuerint in ſuperficiebus corporum uiſibilium,tunc per eandem præmiſſam rationem in 29.huius, imagines illarum linearum n u,c r & p i,erunt lineæ quæ ſunt imagines linearum m r, l h & f q,eritq; imago lineæ p i,quæ eſt linea f q,minor q̃ linea p i,& imago lineæ c k quæ eſt linea l h,erit æqualis ſuæ lineæ,& imago lineæ n u,quæ eſt linea m r,erit maior ipſa linea n u,& iſtæ imagines omnes erunt lineæ rectæ,& apparebunt ultra cẽtrum uiſus,quod eſt in puncto o, & ſi imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas n c p & b k i, erunt loca imaginum illarum linearum,lineæ m l f & k h p,puncta itaq; iſtarum imaginum quæ ſunt m l f,comprehenduntur ſuper eandem lineam reflexionis quæ eſt a o,& puncta r h q,cõprehenduntur ſuper eandem lineam reflexionis quæ eſt b o,& imago puncti remotioris à uiſu erit propinquior uiſui,& imago puncti propinquioris uiſui erit remotior à uiſu, conuerſum itaque habebũt ſitum omes iſtæ imagines,quod eſt propoſitũ, patet itaq; ex his quatuor ꝓpoſitionibus, quod lineæ rectæ qñq; in his ſpeculis pyramida-



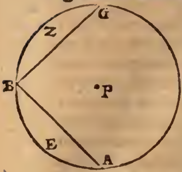
libus concauis uidentur conuexæ,quandoq; concauæ,quandoq; rectæ, & quandoq; maiores,& quandoq; minores,& quandoq; æquales rebus uiſis,& ſunt omnes rectæ imagines difformem ſitum habentes reſpectu ſitus rerum quarum ſunt imagines, & accidit in his ſpeculis ſicut in alijs ſpeculis numerari imagines ſecundum numerum punctorum reflexionis,& forte imagines eiuſdem rei diuerſarum erunt formarum ſecundũ diuerſum ſitum ſuarum partium,quæ omnia ex præmiſsis principijs poſſunt faciliter declari, hæc itaq; de regularibus ſpeculis ſufficiant ad præſens.Deinceps uero in ſequentibus huius libri ad tractatum quorundam irregularium ſpeculorum comburentium ingenium conuertemus.

XXXV.

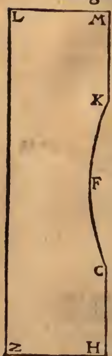
Poſsibile eſt ſpeculum ex conuexo & concauo compoſitum fieri in quo dextra apparent dextra, & ſiniſtra ſiniſtra,& multa diuerſitas imaginum occurrit.

Aſſumatur in illa magnitudine qua quis conſtruere uoluerit tale ſpeculum, circulus qui ſit a b g,& inſcribatur ei latus pentagoni inſcriptibilis eidem circulo per undecimã quarti,quod ſit a b,& ſimiliter inſcribatur eidem circulo latus exagoni per 15.quarti qđ ſit b g,eritq; per eãdem 15.quarti,linea b g æqualis ſemidiametro circuli, & abſcindatur ab illo circulo portio a e b,cuius arcus a b,per 27.tertij, eſt æqualis quintæ parti periferiæ circuli, & ſimiliter abſcindatur ab eodem circulo portio g z b,cuius arcus b g eſt æqualis ſextæ parti circuli,fiant quoq; formæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionũ,quarum una fiat ſecundum quantitatem portionis a e b,quæ ſit concaua,ut eſt figura quam deſcripſimus z h c f k m l,altera uero facta ad quantitatem portionis quæ

eſt g z b,ſicut conuexa ut eſt figura x o p,& aſſumatur petia ferri rectangula, cuius lon-
gitudo ſit maior quàm ambæ chordæ a b & b g,latitudo quoq; ſit maior ꝙ chorda b g &

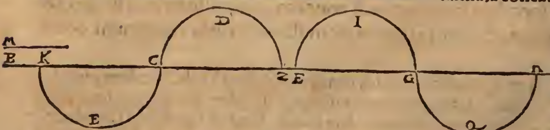


incuruetur ferrum taliter,ut eius longitudo ſit conuexitatis portionis
a e b,ita ut ſuperficies concaua quæ eſt k f c, ſibi extrinſecus applice-
tur,& eius latitudo ſit in parte longitudinis reſiduæ concauitatis por-
tionis g z b,ita ut cõuexitas ſuperficiei x o p,ſibi intrinſecus applicetur
taliter,non fiat,ne forma conuexitatis impedimentum accipiat ex for
ma concauitatis,ſed in eadem ſuperficie ſpeculi ipſarum quælibet i n-
primatur, poliaturq; ſpeculum ex partibus ambabus , propter quod
oportet ut lamina ſpeculanda ſit conuenienter ſpiſſa,ut ex utraq; par
te ſalua diſpoſitione reliqua ualeat poliri,hoc itaq; ſpeculum ſi ſuper ſe
dem uolubilem ad hanc præparatam componatur,& ſuper ipſam uoluatur,ita quod nũc
cõuexa nũc cõcaua ſuperficies uiſui ſe offerant,tũc apparebũt dextra dextra & ſiniſtra
ſiniſtra,& diſtant quaſi duobus cubitis,apparet imago cõmẽſurata & ſimilis ueræ formæ
magis uero diſtanti protenditur imago in anterius,propius uero accedenti ad conuexã





ſuperficiem ſpeculi fit imago penitus informis,& magis accedenti in
formitas plus augetur,& contraria ei quod uidetur,fit imago magis
quàm accedenti prolixior apparens, & fit facies uidentis conſimilis
formæ equi,& ſemper magis inclinato ſpeculo , imago apparet plus
inclinata,permutato quoq; ſpeculo, imago quandoq; habet caput
ſurſum & pedes deorſum , & quandoq; pedes ſurſum & caput deor-
ſum,& plus experientia quàm ſcriptura docebit imaginum diuerſita
tes.Quia ſi connectantur duo ſpecula ſphærica , quorum unum ſit
concauum , reliquum conuexum, non moto etiam ſpeculo uariatur
diſpoſitio imaginum,propter reuelationem enim formæ reflexæ ab
uno ſpeculo in alterum,dextra apparebũt dextra , & ſiniſtra ſiniſtra
& in parte conuexa non mutabitur ſitus imaginis ſecundum ſurſum
& deorſum. Sed in parte concaua uidebitur imago ſuper capita uel
ut antipodes. Cauſa uero omnium horum in ſimplicibus ſpeculis di-
cta eſt per præmiſſa.modo quoq; tali in præmiſſo ſpeculo permiſcen
tur imagines.& ſi in eadem concauitate ſit ſpeculum planum ipſis
ſpeculis ſphæricis cõuexis & concauis interpoſitum,uariabitur ima-
ginum quãtitas,quia in planis eſt imago æqualis rei uiſæ per 52.quin
ti huius,in conuexis uero eſt minor per 39. quinti huius. In concauis
uero quandoq; æqualis, quandoq; maior,& quandoq; minor,ut patet per 48.octaui hu-
ius,& tale ſpeculum poteſt taliter componi. Sit ſuperficies aliqua plana,quæ a b, & fiant
in ipſa ſpecula conuexa quæ ſint a t g & t r k,& ſimiliter fiant in ipſa ſpecula cõcaua quæ
ſint g d e & z i t,& fiant ſpecula plana quæ ſint e z & k b,ponaturq; res uiſa in puncto m
quæ à ſpeculis illis ad uiſum reflectatur,à planis itaq; ſpeculis apparent æqualia idola, &
æqualiter diſtantia,& à conuexis minora & minus diſtantia,à concauis uero diuerſa &



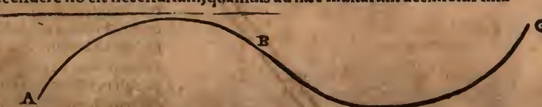
diuerſimode uiſu
i occurrẽtia,ſicut
in alijs prædemõ
ſtratum eſt. Inge
nium uero mo-
dernorum & fu-
turorũ addat qđ
libuerit,quia ſufficienter dedimus cogitantibus principia multorum talium adinuentio-
num,& nos quæ talia digna memoria inuenimus,poſterius conſcribemus.

XXXVI.

A ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis ignem difficile eſt
accendi.

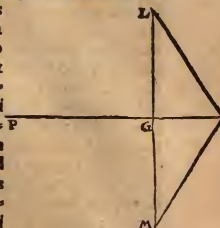
Si

Si enim in ſpeculis pyramidalibus concauis ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi communis ſectio ſit linea longitudinis, nõ eſt neceſſarium ignem ab ipſis accendi, ſicut neq; à ſpeculis planis, etiam ſi ſuperficies reflexionis omnes ſe in axe columnæ interſecent, radij enim æquediſtanter ſuperficiei ſpeculi incidentes, æquediſtanter utiq; reflectentur, perpendiculares quidem in ſe ipſos ad diuerſa puncta ſpeculi columnaris ſecũdum quæ cum ipſi ſpeculo incidebant axem ſecabant, & ita nunquam in puncto concurrent, ſed in tota linea axis diſtendẽtur, nõ perpendiculares uero radij oblique, ſcilicet ſuperficiei ſpeculi incidentes, quoniam ſecundum angulos quos faciunt cum perpendiculari ducta ab exe ad lineam lõgitudinis quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei contingentis columnam, ad partem aliam in eadem ſuperficie à dicta perpendiculari reflectuntur, patet ergo, quia ſecundum quod æquediſtantes ad inuicem incidunt, ſic quaſi æquediſtantes ad inuicem reflectuntur, & non in puncto, ſed in linea concurrent per 29. primi. Quod ſi dicatur quod aliqua ſuperficies reflexionis ſe in axe columnæ non interſecent, ſed ſint æquediſtantes, quod eſt impoſsibile, ut patet per 7. ſeptimi huius, palam tamen eſt quod in eis reflexi radij nunquã concurrent, ſi uero ſectio communis ſuperficiei reflexiõis, & ſuperficiei columnæ ſit circulus, tunc per eius centrũ tranſeuntes radij, quoniam omnes ſunt perpendiculares ſuper ſuperficies contingentes in punctis ſuæ incidentiæ, ut per 21. ſeptimi huius, oſtenſum eſt, tunc patet quod omnes reflectuntur in ſe ipſos, & concurrent in centro circuli illius ſiue ſit baſis columnæ ſpeculi, ſiue ſit circulus baſi, æquediſtantis, hoc autem centrum erit ſemper in axe, & ſunt tot centra talium circulorum in axe, quot ſunt circuli in columna, ad unum ergo punctũ non reflectuntur radij totius ſuperficiei ſpeculi columnaris, ſed ad totam axis lineam, quod ſi radij reflexi ſecundũ circulum non tranſeunt centrũ circuli, tunc ſecundum angulorum incidentiæ diuerſitatem fiet diuerſitas reflexionis ad ſemidiametrũ circuli, non fiet concurſus in centro circuli radiorũ, ſed in tota ſemidiametro, & ſic ignis difficiliter accendi poterit, ſicut etiam prius dictum eſt in ſpeculo ſphærico concauo, ut patet per ultimam octaui huius, quod ſi cõmunis ſectio dictarum duarũ ſuperficierum ſit ſectio columnaris, tunc radij paucíſsimi concurrent, patet ergo quod non eſt poſsibile omnes radios ſuperficiei ſpeculi columnaris cõcaui in unum locum uel etiam in unam lineam aggregari, & ob hoc pauci antiquorum tali ſpeculo pro conbuſtionibus ſunt uſi. Ex ſpeculis etiam pyramidalibus lumen aggregari & ignem accendere nõ eſt neceſſarium, quamuis ad hæc multarum acclinetur imaginatio. cuius cauſa eſt, quia in talibus ſpeculis communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſu

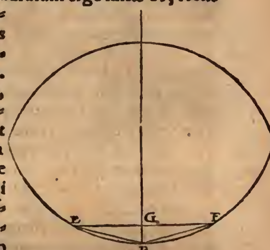


perficiei ſpeculi non poteſt eſſe circulus alius, nec baſis, nec æquediſtans baſi, propter hoc quod prius dictũ eſt, & patet per ſecundam huius, in nullo ergo euentu poſſunt radij à periferia circuli in centro concurrere, ſicut aliqualiter accidit in ſpeculo columnari, quod ſi ſectio communis ſuperficierum dictarum ſit linea longitudinis ſpeculi, quoniam ſuperficies ſpeculum contingens contingit in linea longitudinis, tunc accidet in his ſpeculis ſicut prius dictum eſt in planis & columnaribus ſpeculis, radij enim incidentes uel quoſcunq; angulos fecerint cum linea longitudinis eoſdem facient, cum eadem reflexi, & ſic radij incidentes æquediſtant, & æquediſtanter reflectuntur, non ergo concurrent etiam ſi ſint in eadem ſuperficie reflexionis, & ſi in diuerſis ſint ſuperficiebus patet quod non concurrent niſi in axe, quia ſuperficies reflexionis ſe ſuper axem pyramidis interſecant, & tunc concurſus radiorum fiet in linea non in puncto. Si communis ſectio ſuperficierum dictarum ſit ſectio pyramidalis, nec adhuc omnes uel plures radij eiuſdem ſuperficiei uel diuerſarum aliqualiter concurrent, nullo ergo modo radij incidentes pyramidali ſpeculo omnes, uel plures ipſorum, uel etiam pauci in puncto uno poſſunt concurrere, ut aliquid ignitioni reſiſtens ualeant ignire, nec etiam pluralitas coniunctorum ſpeculorum aliud ualidũ reſpectu laboris ſupperadditi apportabit, patet ergo illud q̃d ꝓponebatur.

f g,remanet quadratũ b g,extrahatur ergo radix quadrata illius reſidui,& ipſa eſt quantitas lineæ b g,& ſecundũ quód eſt linea f g & 30.partes,& ipſa 8,partes,2.minuta,29.ſecũda,ſecundũ uero quod diameter b c eſt partes 6. & ſemidiameter f e,partes 3,& linea f g partes 8.& 30.minuta, erit linea b g, 24.minuta, & 6.ſecunda, prout ex tribus notis quartum ignotũ perquirens auxilio 20. propoſitionis 7. diligens inquiſitor facile poterit inuenire, quoniam uero linea g l, erecta æquediſtans eſt axi pyramidis quæ eſt d a,patet ex 29.primi quoniam trianguli d a b & g l b ſunt æquianguli,ergo per 4.ſexti,erit proportio lineæ d a ad lineam g l,ſicut lineæ d b ad lineam g b,ergo per 16.quinti,erit permutatim lineæ d a ad lineam d b, ſicut lineæ l g ad linea g b,ſed linea d a,ſecupla eſt ad lineam d b, ex hypotheſi,erit ergo linea l g,ſecupla lineæ b g, patet ergo, quoniam linea l g,erit duæ partes,24.minuta,36.ſecunda,ſecundum quod linea d a eſt partes 18.ſecundum quod in triangulo l b g,angulus l b g eſt rectus,quia latus g l quemadmodũ linea d a orthogonaliter erectũ eſt ſuper ſuperficiẽ circuli baſis pyramidis per 80.primi huius,& per 8.undecicimi,patet ergo quia quadratũ lineæ l b,ualet quadrata ambarum linearum l g & b g,ex 46.primi huius,cõponantur ergo quadrata,& aggregati radix quadrata extrahatur,& ipſa eſt quantitas lineæ l b,quæ ſecundum propoſitum numerũ quo ſemidiameter baſis eſt 3 partes,erit duæ partes,26.minuta,35. ſecunda,& quia linea l g,erecta eſt ſuper ſuperficiẽ baſis pyramidis,palam ex diffinitione lineæ erectæ ſuper ſuperficiẽ,quoniã ipſam cũ lineis g f & g e,angulos rectos facit, ſicut etiam cum omnibus lines in dicta ſuperficie productis,quadratum ergo lineæ e l, rectæ



quæ in triangulo rectilineæ,quæ eſt e g l,angulo recto opponitur,ualet quadratũ lineæ l g, & lineæ g e. Coniunctis ergo illis quadratis ipſius quadrati extrahatur radix,& patet ꝗd linea recta quæ eſt l e,eſt duæ partes,50. minuta, 19. ſecunda,& quia per eadẽ quadratũ lineæ rectæ quæ eſt f l, ualet quadratũ lineæ f g,quæ eſt æqualis lineæ g e, & quadratũ lineæ l g,patet quia linea l f,eſt æqualis lineæ e l. Erit ergo linea f l duæ partes,50.minuta,19.ſecũda,habetur ita ꝙ noticia omniũ linearũ portiõis pyramidis aſſumptæ neceſſariæ operi præſenti. Cũ autẽ difficile ſit aſſumi pyramidem propoſito cõpetentẽ,quoniam oportet ut ipſa tota eſſet cõcaua ſolidi corpis denſi & polibilis pro factura ſpeculi,ut prius dictũeſt,ab illis difficilis fieret abſciſio ſufficiat ipſam habere mathematicam in imaginatione. Cum ergo ad



opus ſpeculi libeat procedere,fiat de corpore polibili albo,utpote argenteo uel ferreo bono portio pyramidis cõcaua,ſit ut baſis illius ſectionis ſit portio circuli,qui eſt baſis imaginatæ pyramidis,cuius chorda ſunt medietas diametri imaginati circuli,& eſt linea f e, eritꝗ partes tres,ſinus uero uerſus qui g b,ſit ſecundũ illam quantitatẽ,24.minuta,6.ſecũda,quæ eſt linea profunditatis acceptæ ſectionis,& forte quãdo protrahitur aſsimilatur ſagittæ,ſecundũ quod illæ lineæ chordæ & arcui ſimilantur,& erunt lineæ e b & f l rectæ æquales,& ipſarũ quælibet eſt duæ partes,50.minuta, 19.ſecunda,& erit linea l b duæ partes,26.minuta,35.ſecunda,ſecundũ dictam quantitatẽ,quæ omnia ſi bene menſurata fuerint,patet ꝗd habetur portio pyramidis,cuius circuli baſis diameter eſt partes 6. & axis pyramidis partes 18.eritꝗ tale ſpeculũ latius quàm ſit longum,& in breue ſpacium radios plurimos congregabit,ꝗd ſi axem pyramidis imaginatus fueris 24.partes, ſecundũ quod diameter eſt partes 6.tunc erit linea l g 4.partes,& longius radij protenduntur, eruntꝗ ex harum linearum noticia,& ex noticia linearum e g & g f,quarum noticia ſupponitur,eo quod ſunt medietas ſemidiametri,omnes aliæ lineæ notæ componẽti quadrato linearũ notarũ,& radicem lateris oppoſiti recto angulo extrahenti, & minorũ talium

 eſt

eſt infinita, eo quod ſecūdū omnem numerū axem pyramidis accipi eſt poſsibile, diametro tamen circuli baſis nō mutata ſecundū numerū, & ſi mutetur ſecundū quantitatem partiū numeratarū, certitudo ergo numerorū operatiōi indagatoris ſoliciti relinquatur, ſinus enim uerſus & medietas ſemidiametri circulo inſcripto, ſemidiametro, ſecundū quē ſit baſis portionis abſciſio, non poterūt uariari, ex quorū noticia ad aliarū linearū noticiam poterit procedi. Quod ſi radios ad lōgam diſtantiam aggregari placuerit ex quo tamē uirtutē ipſorū debilitari patulū eſt, niſi quantitas aggregationis quantitatē uincat diſtantiæ, illud erit in exceſſu pyramidis lateris erecti ipſius, ſcilicet axis pyramidis reſpectu ſemidiametri baſis, & ſemidiametri baſis reſpectu ſinus uerſi, poteſt ergo ſi placet circulo baſis inſcribi medietas ſemidiametri, hoc autē cū ſit partes 30. ſecundū quod tota diameter eſt partes 120. ſi ex nōtis notū extrahatur, inuenietur arcus ſibi correſpōdens in circulo, 28. partiū, 57. minutorū, 21. ſecundarū, qui ex 29. tertij, ſi per æqualia diuidatur erit medietas ipſius 14. partes, 28. minuta, 40. ſecūda, 30. tertiæ, ſecundū quod circulus eſt 360. cuius arcus chordā operans inueniet 15. partes, 7. minutæ, 13. ſecūda, 20. tertia, ſecundum quod diameter eſt 120. ſemidiameter quoꝗ partes 60. ſed quod diameter eſt partes 3. erit 45. minuta, 21. ſecunda, 40. tertia, ſitꝗ latus f b, ſed linea f e inſcripta circulo æqualis medietati ſemidiametri per diametrū orrhogonaliter ſuperſtantē ei, ex 3. tertij diuiditur per æqualia in puncto g, ergo linea f g eſt medietas lineæ f e, quæ eſt pars & 30. minuta, linea ergo f g, eſt 45. minuta, quadratum itaꝗ f g, auferatur ex quadrato f b & reſidui extrahatur radix quadrata, & erit linea g b, quæ eſt ſinus uerſus ipſius arcus f e, 5. minuta, 42. ſecunda, 44. tertia, cuius immutabili hæc poſita quantitate numerati axe pyramidis quocūꝗ in numero & quantitate uariata diametro baſis 6. partiū, cuiuſcūꝗ quantitatis exiſtentis, omnes lineæ abſciſæ ſectionis, ut prius operanti poſſunt faciliter inueniri. Fabricata itaꝗ ſectione pyramidis ſi placet ex ferro competentis ſpiſsitudinis, menſuratio neꝗ facta linearū præmiſſarū in illa ſecundū proportionē axis imaginatæ pyramidis, & ſecundū diuerſitatē lineæ baſi inſcriptæ, quam fieri poſſe diximus ſecundū quantitatē ſemidiametri uel medietatē ipſius, ut ſecundum hæc quantitas ſinus uerſi, & tota proportio uarietur, planetur ſpeculum intrinſecus ne partes partibus multum præmineāt quantum eſt poſsibile. Quia uero & ſi hoc ſpeculū ſecundum ultimū poſsibilitatis poliretur, tamē quia eſt pars pyramidis, omnes radij ipſius uel plures ad unum punctū aggregari eſſet impoſsibile, ut patet per 26. huius. Oportet ergo ante politionē completam aliam ſibi abhibere medelam, ſcilicet ut in eo fiant diuerſarum interſectiōes pyramidū quod per tale artificium poterit cōpleri, quoniā enim in aſſumpta pyramidis portione, triangulus l b g, qui cōtinetur à lineis intrà ſectionē aſſumptis, eſt notorū laterum, æqualis ei triangulus in aliquo plano deſcribatur, quæ ſit item l b g, qui ſi duplatus fuerit, protracto latere l g, quouſꝗ linea g m, ſit æqualis lineæ g l, & compleatur triangulus l b m, palam quod ſiue ſit orthogonius ſiue ampligonius, ſiue oxigonius, quia ex doctrina 54. quarti, circulus ſibi poteſt circumſcribi, circumſcribatur ergo, quod ut facilius fiat, aſſumatur prior diſpoſitio, ſcilicet ut linea b g, ſit 24. minutorum, 6. ſecundorum, & linea l g, 2. partium, 24. minutorum, 26. ſecundorum, eritꝗ l g, ſecupla lineæ b g. producatur ergo linea b g, in continuum & directum ad punctum p, donec linea g p ſit ſecupla lineæ l g, erit ergo proportio lineæ p g ad lineam g l, ſicut lineæ g l ad lineam g b, ergo per 16. ſexti, illud quod fit ex ductu lineæ g p, in linea b g, erit æquale quadrato lineæ g l, ſed quadratum lineæ g l, æquale eſt ei quod fit ex ductu lineæ g l, in lineam g m, quia linea l g, eſt æqualis lineæ g m. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ p g, in lineam g b, eſt æquale ei quod fit ex ductu lineæ l g in lineam g m, ergo lineæ p g & l m, in circulo aliquo ſe interſecant ex conuerſa 24, tertij, ſed linea p b, ſecat lineam l m per æqualia, & orthogonaliter ei ſuperſtat ex prius datis, tranſit ergo linea b p, per centrum circuli ex prima tertij, quæ diuidatur per doctrinam eiuſdem per æqualia, & erit in puncto diuiſionis centrum circuli circumſcriptibilis triangulus l g b, & erit diameter circuli quæ eſt linea b p, 14. partes, 51. minutum, 42. ſecunda, cuius medietas eſt 7. partes, 25. minuta. 51. ſecundum, & eſt punctus ille poſt completam fabricam locus aggregationis radiorum ſpeculi ſecundum dictam

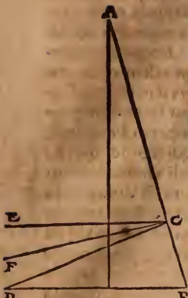
tium ſecundũ omnia pũcta unius ſemidiametri ſphæræ uariẽtur,tũc enim pũcta cõbuſtionis aut omnia aut plurima in unũ punctũ colligũtur,& fortificabitur cõbuſtio ſecundũ illud.Huius aũt rei mechanicũ artificiũ tradendũ cogitauimus illis qui per manualẽ fabricã intendere uoluerint præmiſsis,cuius forma talis eſt. Aſſumatur regula lignea uel ænea quadrangula planarũ ſuperficierũ quanta placet,et ſic eius latitudo tripla erit ſuæ ſpiſsitudini uel circa illud,deinde in medio ſuæ latitudinis cauetur ſecũdũ lineã rectã, & planetur foramẽ,& ordinetur taliter,ut intra ipſam decurrere poſsit nauicula admodũ artificij tornatorũ,in qua nauicula uncus ferreus infigatur,& hæc regula ſic cõcauata & diſpoſita,taliter ſituetur,ut eius cauata ſupficies ſit erecta ſup ſupficiẽ horizõtis,& lineæ profunditatis ſuæ concauitatis ſint perpendiculariter ſuper ſuperficiem horizõtis ſitq́ꝫ linea quã motu ſuo deſcribet uncus motæ nauiculæ æqlis ſemidiametro propoſiti circuli, quæ eſt e d,ita ꝙ punctũ e,cadat in intrinſeca ſuperficie ipſius unci ferrei, qui motu nauiculæ cui infixus eſt mouetur.Deinde aſſumatur alia regula lignea uel ænea ſimiliter quadrangula ut prima,& planarũ ſuperficierũ,& hæc ſimiliter in ſui ſuperficie latiori caueatur ſubtiliter ſecundũ lineas rectas,& planentur ſupficies concauitatis ita ut ſine impedimẽto per illã cõcauitatẽ poſsit alia ſubtilis regula uel funiculus moueri.Sitq́ꝫ cõcauitatis illius regulæ dupla lineæ e d,hoc eſt ut ſit æqualis diametro circuli quæ eſt a c,& hæc regula cũ priori regula taliter adaptetur, ut eius ſuperficies nõ cõcauata æquediſtet horizonti,& eius ſuperficies cauata reſpiciet cauaturã regulæ prioris,& ordinetur orthogonaliter ſup illam,ita ut angulus d e c ſit rectus,& ſit medius punctus lõgitudinis ſuæ cõcauitatis correſpõdẽs pũcto e,qui eſt pũctus unci ipſius nauiculæ,& ſint omnia hęc in eadẽ ſuperficie æquediſtante ſuperficiei horizõtis. Fiatq́ꝫ tertia regula ænea lõga quadrangularũ ſuperficierũ planarũ & rectarũ linearũ,quæ ſit e f g. Sitq́ꝫ eius pars e f æqualis ſemidiametro circuli quæ eſt e c,ſitq́ꝫ taliter diſpoſita,ut per aliquã armillã uel foramẽ applicetur unco nauiculæ ſecundũ pũctũ e,& ut ipſa moueri poſsit per cõcauitatẽ lineæ a c,ſitq́ꝫ in puncto f nodus,cuius diameter ſit maior diametro cõcauitatis regulæ a c,fiat quoq́ꝫ reliqua pars lineæ e f g quæ eſt f g,longitudinis placitæ cuiuſcũq́ꝫ,& in pũcto g,adhibeatur clauus acutus in fine,qui ſit illius quantitatis,ut mota linea e f g,attingere poſsit pauimẽtum uel illam aliam ſuperficiẽ ſubſtratam.His itaq́ꝫ omnibus ſic diſpoſitis immittatur regula e f g,ſecundũ foramẽ puncti e,in uncum nauiculæ, & trahatur nauicula plane per cocleam,uel modo alio ut uidebitur,plano tamẽ & æquali tractu,& ſequitur regula e f g, tractũ nauiculæ,decurretq́ꝫ pũctus f,in ſuperficie ragulæ a c,& ſemper mutabitur centrũ circuli,cuius diameter eſt linea e f,cum itaq́ꝫ punctus e,peruenit in punctum d, tunc punctus f,erit in medio puncto lineæ a c,quod eſt centrum circuli præmiſsi,omniumq́ꝫ punctorum reflexionis lineis,uel quarumcunq́ꝫ formarũ à quarta circuli quæ eſt c b, concurſus radiorũ uel diffuſæ uirtutis erit in centro circuli quod eſt e, quoniam omnia puncta combuſtionũ cõcurrentia in axe e b,reducta ſunt ad punctũ e,quod eſt centrũ circuli, ut pote omniũ radiorũ incidẽtiũ circulo ſpeculi æquediſtãter diametro a c. Similiterq́ꝫ ꝗꝫ ſi placet fiat in alia quarta circuli deſcendẽte plane ipſa nauicula reducendo punctũ f ad punctũ a, tũc enim punctũ g,lineæ f g,motu ſuo deſcribet quandam lineam per clauum ſibi affixum in pauimento figuralẽ,& hanc lineam dicimus lineam ecentralẽ, quoniam eſt interſectio infinitorũ circulorũ,quilibet enim pũctus illius lineæ,exceptis pũctis extremis correſpõdẽtibus pũctis a & c,ipſius diametri a c,& quibuslibet duobus pũctis æqualiter diſtãtibus à pũcto modio totius lineę ecẽtralis diuerſo correſpõdet cẽtro,ſicut & quęlibet duo pũcta æqualiter diſtantia à puncto ſui medio reſpiciunt idem centrum, & ſunt puncta unius circuli alterum circulum ſecantis, hæc ergo linea ad conſtitutionem propoſiti ſpeculi utemur ſecundum ipſam aliquam ſpecularem ſuperficiem concauantes, ſicut per modum demonſtrationis & artificij inferius dicetur,patet ergo propoſitum.

XXXVIII.

Ex interſectione plurium ſpeculorum pyramidalium concauorum ignẽ eſt poſsibile accendi.

Quod hic proponimus primum fuit,pro duobus harum rerum ſcientiam perquirentibus occurrit,& in cuius rei inuentione primo animus noſter conquieuit, quia & ſi non

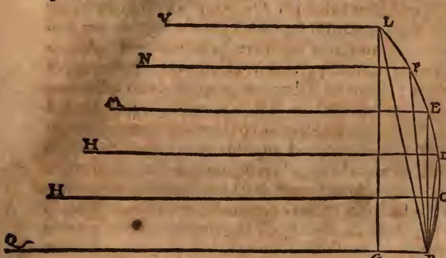
dictam diſpoſitionis quantitatem, præter ꝙ modicum quod perditur in limando, quod ſi baſi eiuſdem pyramidis inſcribatur medietas ſemidiametri axe pyramidis exiſtente 18 erit linea b g, 5. minuta, 42. ſecunda, 44. tertia, cuius ſecuplum eſt latus l g, quod erit 34. minuta, 16. ſecunda, 24. tertia, cuius item ſecuplum erit linea g p, & ipſa erit 3. partes 25. minuta, 38. ſecunda, 24. tertia, à ducta ergo linea b g, erit linea b p, 3. partes, 31. minutum, 21. ſecundum, 8. tertia, cuius medietas eſt pars una, 45. minuta, 40. ſecunda, 34. tertia, & eſt punctus ille locus aggregationis radiorum ſpeculi ſecundum talem quantitatem diſpoſiti, præter illud quod deperditur in limando. Similiter etiam eſt in reliquis formis ſpeculorum ſecundum quantitatem uarietas acceptorum, & ſemper ſecundum proportionem axis pyramidis reſpectu diametri baſis, & ſemidiametri reſpectu ſinus uerſi, fit diuerſitas elongationis puncti aggregationis radiorum à ſpeculo, qui ſecundum eundem modum eſt in omnibus perquirendis. Aſſumatur ergo pars circuli circumſcribentis triangulum l m b, & reſecetur ſecundum lineam b p, quæ eſt diameter, & deinde ducatur à centro illius circuli quæ ſit q, linea q l, & reſecetur circulus ſecundum illam, remaneatq; q l b ſector, in quo poſtea fiant interſectiones triangulorum diuerſarum pyramidū [illegible]iſmodi. quoniam enim angulus l b g, eſt angulus ſemicirculi, patet ex 15. tertij, quoniam [illegible]ſe eſt maximus omnium angulorum acutorum, ergo eſt maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis, reſecetur ergo ab ipſo angulo alicuius trianguli, cuius latus tertium à centro circuli puncto q, productam rationem angulum contineat cum linea b q, quæ eſt ſemidiameter circuli, producaturq; à puncto b, linea ſecans arcum b l, prout uicinius poſſit puncto b, & ſit arcus reſectus b t. Verum adhuc à puncto b, ducantur latera aliorum triangulorum interſecantia arcum b l, & ſint loca interſectionum c d e f l, eruntq; lineæ productæ, quoniam angulū acutum continent cū linea b q, omnes cōcurrentes cum linea à puncto q, orthogonaliter imaginata erigi, quæ ſit q ſ, ut patet per 14. primi huius, facientq; triangulos, includentes ſemper altiores ipſis triangulis incluſis ex 21. primi, ſintq; omnium illorum trigonorum ſuperiora puncta ſignata per notam 8. quorum triangulorum quilibet ſi moueatur latere erecto fixo manente, deſcribet pyramidem rotundam, & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam, & pars trianguli reſecta cauſabit partem pyramidis habentem proportionem ad totam pyramidem, ſicut pars trianguli ad totum triangulum, & ſicut partialis motus ad totū motum, quoniam uero patet per 2. huius, quod in ſpeculo pyramidali concauo ſecundum lineas longitudinis pyramidis fit reflexio, ita quod angulus quem facit radius incidens cum linea longitudinis ſpeculi, eſt æqualis angulo reflexionis, ſcilicet ei quem facit radius reflexus cum eadem linea longitudinis ſpeculi, ut ſi ſuper lineam longitudinis pyramidis alicuius ſpeculi quæ ſit a b, reflectatur radius e c, æquediſtanter ſemidiametro baſi incidens quæ ſit b d, patet quia angulus e c a, æqualis eſt angulo d c b, quoniam enim ut patet per 20. quinti huius, quoſcunq; angulos facit radius incidens cū perpendiculari erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto incidentiæ, eoſdem facit radius reflexus cum eadē perpendiculari, uniuerſaliter enim angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Reſumatur ergo q l b ſector, & eius trianguli, quia quod demonſtratum eſt in pyramidalibus, uerum etiam eſt in triangulis cauſantibus pyramides. Incidit ergo ipſi ſectori in puncto t, radius æquediſtans lineæ q b, quæ ſit h c. Erit ergo angulus incidentiæ, quæ eſt h c ſ, æqualis angulo reflexionis, ſed angulus h c ſ, æqualis eſt angulo q b c, quia per 29. primi, eſt angulus h c ſ, æqualis angulo q b c, & angulus q b c, eſt per 5. primi, æqualis angulo q c b, ideo quod latera q b & q c ſunt æqualia per diffinitionem circuli, erit ergo angulus reflexionis æqualis angulo q b c, ergo linea reflexionis æqualis erit lineæ q b, per 6. primi, ſecundum lineam ergo q t, fit reflexio incidens ergo radius in punctum b, reflexus à puncto c, concurrit in puncto q, quia à puncto c, aliam lineam æqualem lineæ q b, continentem cum linea b c, angulum æqualem angulo q b c duci eſt impoſſibile. Similiter etiam angulus incidentiæ, qui eſt k d f, æqualis eſt angulo reflexionis, ſed & idem eſt æqualis angulo q b d, ſecundū præmiſſum modum deducendo ex 29. primi, ergo angulus q b d, & angulus reflexionis radij k d incidentis ſunt



ſunt æquales, ergo ſecundum lineam q d fit reflexio. Similiter autem eſt & in alijs demonſtrandum, patet ergo quod omnes radij inciden= tes in puncta ſectionum factarum per latera triangulorum producto rum à puncto b, uerſus axem q ſ, reflectuntur ad punctum unū, quod eſt centrum accepti circuli, & quia ſectiones illæ fieri poſſunt quaſi in finitæ ab una linea ſic ordinata in ſectore ad unum punctum Mathe= maticum aggregationes autem radiorum fiunt quaſi infinitæ, hæc er go demonſtratio patet, quod omnes radij incidentes punctis b c d, e f l, reflectuntur ad unum punctum, qui eſt q, & ſi portiunculæ præmi= nentes, ut d o c auferantur, regulabunt termini c d & e f, interiacen= tes lineas, ita quod reflexio ab illis facta, non multum diſtabit à pun cto reflexionis, quæ eſt q. Eritq́ aggregatio omnium radiorum tota li lineæ b l incidentium ad unum punctum ſenſibilem naturalem in circuitu puncti q, hæc ergo linea b l, motu ſuo ſuperficiem ſectionis præaſſumptæ pyramidis ſuperius limando & cauando producet, à qua tota fiet reflexio ad punctum unum naturalem, ut inferius doce= bitur, patet ergo propoſitum, faciunt enim iſti trianguli motu ſ[...]y ramides ſe interſecantes.

XXXIX.

Si ſectionem parabolam linea recta contingat, & à puncto contactus du catur recta perpendiculariter ſuper diametrum ſectionis productam ad con= curſum cum contingente, erit pars diametri interiacens perpendicularem & periferiam ſectionis æqualis parti interiacenti ſectionem & contingentem.



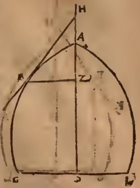
Sit ſectio parabola cuius no= men prius libro primo in cōmen= to propoſitionis 98. expoſuimus, quæ ſit l a g, cuius latus rectum ſit l g, & diameter a d, contingatq́ hanc ſectionem in puncto b, linea recta, quæ ſit h b k, concurratq́ di= ameter, quæ ſit d a, producta extra ſectionem cum linea contingente, quæ eſt h b k in puncto h, & à pun cto contingentiæ quod eſt b, duca tur per 12. primi, linea perpendicu laris ſuper diametrum a d, ſecans ipſam in puncto ȝ, & ſit b ȝ, dico quod linea z a, pars diametri interiacens punctum ſectionis perpendicularis b ȝ, & peri= feriam ſectionis quæ eſt l a g, eſt æqualis lineæ a h, parti eductæ diametri, quæ interiacet punctum h, quod eſt punctum concurſus diametro cum linea contingente, quæ eſt h b k, & punctum a, quod eſt terminus diametri cadens inter ipſam periferiam ſectionis, & hoc uniuerſale eſt, etiam ſi linea recta ſectionis contingat in puncto g, hoc autem demon= ſtratum eſt ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & hic utemur ipſo ut demonſtrato.

XL.

Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto ſectio nis parabolæ ſuper diametrum ſectionis eſt æquale rectangulo contento ſub parte diametri interiacente illam perpendicularem & periferiam ſectionis, & ſub latere recto ipſius ſectionis.

Sit ut in præmiſſa ſectio parabola quæ ſit l a g, cuius latus rectum ſit l g, & eius dia= meter

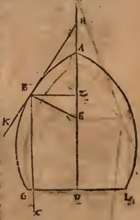
meter ſit a d, & à pũcto aliquo ſectíõis quod ſit b, ducatur ſuper diametrum ſectionis, quæ eſt ad perpendicularis b z, dico quòd quadratũ lineæ ꝑpendicularis quæ b z, eſt æquale ei rectangulo, quí fit ex ductu lineæ z 7. quæ eſt pars diametri a d, interiacens ipſam perpendicularem b z, & periferiam ſectionis in linea l g, quæ eſt latus rectum ipſius ſectionis. Eſt ergo per 16. ſexti, proportio lineæ l g ad lineam z b, ſicut ipſius z b ad lineam z a, hoc autẽ ſimiliter demonſtratũ eſt ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & nos ipſo utemur ut demonſtrato. Hæc uero duo theoremata cũ alijs Appollonij theorematib. in principio libri non cõnumerauimus, quia ſolum illis indigemus ad theorema ſubſequens explicandum, & nullo aliorum theorematum totius eius libri.

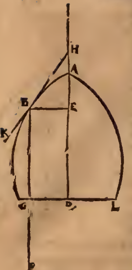


XLI.

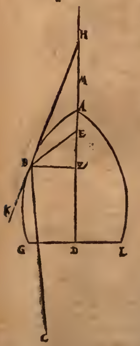
Si in ſectione parabola ab extremitate diametri ex parte periferiæ ſectionis reſecetur æquale quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis, omnis linea æquediſtanter diametro incidens alicui puncto ſectionis, & linea ab eodem puncto ſectionis ad punctum abſciſionis diametri producta cum linea contingente ſectionem ſuper illud punctum, continet angulos æquales.

Sit ut ſuperius ſectio parabola quæ l a b g, cuius diameter ſit a d, & eius latus rectũ ſit l g, ab extremitate quoq; diametri a d, ex parte periferiæ ſectionis, hoc eſt à parte puncti a, reſecetur per 3. primi, linea a e, æqualis quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis, q̃d eſt l g, incidatq; linea t b, puncto ſectionis, quod eſt b, æquediſtanter diametro a d, & cõtinuetur linea à puncto b, ad punctum e, quod ſeparat a diametro a d, lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g, & ducatur à puncto b, linea contingens ſectionem, quæ ſit h b k, dico q̃d duæ lineæ t b, & b e, cum linea ſectionem contingente, quæ eſt h b k, in puncto b, continent angulos æquales, ita quòd angulus t b k, eſt æqualis angulo e b h, angulus enim b e h, non poteſt euadere unam trium conditionum, aut enim erit acutus, aut rectus, aut obtuſus, ſit primo acutus, & à puncto b, ducatur per 12 primi, ſuper diametrum a d, perpendicularis b z, cadatq; per 32 primi, punctum z, inter duo puncta a & e, & producatur diameter a d, ultra punctũ a, donec per 2 primi huius, concurrat cũ linea cõtingente ſectionem, quæ eſt k b h, ſitq; cõcurſus in puncto h, eritq; angulus a h b acutus, cadet ergo perpendicularis b z, inter puncta h & e, & erit per 39. huius, linea a z, æqualis lineæ a h, & itaq; lineæ a e, eſt diuiſa in puncto z, & ei eſt æqualis uni parti diuidentium adiecta, quæ eſt a h. Erit ergo per 8. ſecũdi quadratum lineæ e h, æquale eí quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam h a, uel in lineam a z quater, & quadrato lineæ z e, ſed linea e a, eſt quarta pars lineæ l g, ex hypotheſi, ergo per 1. ſecundi, uel per 1. ſexti, illud quod fit ex ductu lineæ a z, in lineam a e, quater, eſt æquale eí quod fit ex ductu lineæ a z, in lineam l g, ſemel. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ a z, in lineam l g cum quadrato lineæ z e, eſt æquale quadrato lineæ e h, ſed per præmiſſam pater, quod illud quod fit ex ductu lineæ a z, in lineã l g, eſt æquale quadrato lineæ b z, quoniam linea b z eſt perpẽdicularis ſuper diametrum a d, duo uero quadrata b z & z e, ſunt per penultimam primí, æqualia quadrato lineæ b e, quadrata ergo linearum e h & e b, ſunt æqualia, ergo linea e b eſt æqualis lineæ e h, ergo per 5 primi, in trigono e b h, angulus e h b, eſt æqualis angulo e b h, ſed linea t b & d a, ſunt æquediſtantes, ergo per 29.





primi, angulus t b k extrinſecus, eſt æqualis d h b intrinſeco, angulus ergo e b h, eſt æqualis angulo t b k. Eodẽ quoq; modo demonſtrandũ eſt, de qualibet linea æquediſtante diametro a d & d e, linea copulata ad pũctũ e, quoniã illa linea ſuper punctũ e cũ diametro a d, angulũ continet acutum, patet ergo propoſitũ ſecũdũ hunc modũ. Quod ſi angulus b e h, fuerit rectus, ad huc patet propoſitũ, q̃niã angulus c b k, eſt æqualis angulo e b h, q̃niã em̃ angulus b e h, eſt rectus, patet quod linea b e eſt perpendicularis ſuper diametrũ a d, ergo linea e a per 39. huius, eſt æqualis lineæ a h, ſed linea e a ex hypotheſi eſt quarta pars lineæ l g, ergo linea h e, quæ eſt dupla lineæ a e, eſt medietas lineæ l g, ergo per 4. ſecundi, quadratum lineæ e h, eſt quarta pars quadrati lineæ l g. Id quoq; quod fiet ex ductu lineæ e a, in lineam l g, eſt æquale quartæ parti quadrati lineæ l g, per 1 ſexti, quoniam linea e a, eſt ex hypotheſi 4. pars lineæ l g. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, eſt æquale quadrato lineæ e h, ſed id quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, eſt æquale quadrato lineæ e b per præmiſſam, quoniã linea e b, eſt perpendicularis ſup̱ diametrum a d, quadratum ergo lineæ e h, eſt æquale quadrato lineæ e b, ergo & linea e h, eſt æqualis lineæ b e, ergo ut prius per 5. primi, anguli e b h & e h b, ſunt æquales, & q̃niã linea t b, æquediſtat lineæ a d, patet per 29. primi, q̃niã angulus t b k, eſt æqualis angulo e b h, & ſimiliter demonſtrandum eſt de omni linea incidente ipſi ſectioni, cum angulus b e h eſt rectus, & alius iterum, quod proponebatur. Si uero angulus b e h ſit obtuſus, dico quod adhuc angulus t b k, eſt æqualis angulo e b h, ducatur enim linea perpendicularis, quæ ſit b 3, à puncto b ipſius ſectionis, cui incidit linea æquediſtans diametro a d, quæ eſt t b, illa quoq; perpendicularis ſuper diametrũ a d, ſit b 3, cadetq; hæc perpendicularis b 3, inter puncta diametri, quæ ſunt d & e, aliàs enim duo anguli unius trigoni b e 3 fierẽt maiores duobus rectis, q̃niã uno exiſtẽte recto, qui b 3 e, angulus b e 3 eſſet obtuſus, quod eſt impoſsibile, cadit ergo punctum 3, inter puncta e & d, linea ergo a 3, eſt maior q̃ linea a e, & q̃niã linea h b k cõtingit ſectionem, & linea b 3, eſt perpendicularis ſuper diametrum a d, erit per 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, ergo linea h a eſt maior q̃ linea a e, fiat p̱ 3. primi, linea a m, æqualis lineæ a e, remanet ergo linea h m, æqualis lineæ 3 e, linea ergo e m addita, utrobiq; erit linea 3 m, æqualis lineæ h e, quadratum ergo lineæ 3 m, eſt æquale quadrato lineæ e h, quia itaq; linea 3 a, eſt diuiſa in puncto e, & ei eſt adiecta æqualis uni diuidentium, quæ eſt m a, æqualis ipſi a e, patet per 8. ſecundi, q̃ illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam a m, uel in eius æqualem lineam a e quater, cum quadrato lineæ 3 e, eſt æquale quadrato lineæ 3 m, uel lineæ e h, quæ ſunt æquales, ſed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam a e quater, ut patet ex præmiſsis eſt æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineã l g, per 1. ſecũdi, uel per primã ſexti, quoniã linea a e, eſt æqualis quartæ parti lineæ l g, ex hypotheſi, illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3 in lineam l g, cum quadrato lineæ 3 e, eſt æquale quadrato lineæ e h, ſed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam l g, eſt



æquale

æquale quadrato lineæ b 3, ꝑ præcedentẽ, qm̃ linea b 3, eſt ꝑpendicularis ſup diametrũ a d, quadratũ uero lineæ b e, per penultimã primi, eſt æquale quadratis ambabus linearũ b 3 & e 3, patet ergo quod quadratũ lineæ b e, eſt æquale quadrato lineæ e h, ergo lineã e b eſt æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, anguli e b h & a h b ſunt æquales, ſed ut prius t b & d h ſunt æquædiſtantes, angulus ergo t b k, per 29. primi, eſt æqualis angulo d h b, ergo & angulus e b h, & ſimiliter demõſtrandũ in omni linea incidente ſectioni æquediſtãter diametro a d, cũ angulus b e h eſt obtuſus, patet itaq; generaliter propoſitũ, nam omnis linea incidens periferiæ ſectionis æquediſtanter diametro, & alia linea quæ ab illo eodem puncto ducitur ad punctum abſcindens à diametro ex parte periferiæ ſectionis partem æqualem quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis, cum linea ſectionem in alio puncto contingentem continent angulos æquales, & hoc proponebatur.

XLII.

In omni ſuperficie concaua concauitatis ſectionis parabolæ, ſi ab extremitate axis contingentis ſectionem abſcidatur pars æqualis quartæ lateris recti ipſius parabolæ, omnis linea æquediſtanter axi incidens illi ſuperficiei, & linea à puncto incidentiæ ad punctum ſignatum in axe producta cum linea in illo puncto ſuperficiem contingente continent angulos æquales.

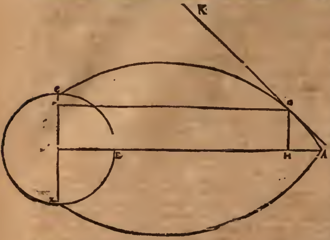
Sit ſuperficies cõcaua cõcauitate ſectionis parabolæ, cuius uertex ſit punctũ a, & hæc eſt ſuperficies illa, quam motu ſuo circa axem fixũ efficit ipſa parabola per 117. primi huius, & quoniam ut idẽ patuit, huius ſuperficiei baſis eſt circulus, quẽ circa punctũ d, motu ſuo deſcribit linea g d, ſit ille circulus g e 3, & ſit huius ſuperficiei concauæ axis linea a d, quæ fuit prius diameter ſectionis parabolæ, & ab extremitate axis à puncto, ſcilicet a, ab ſcindatur ab axe linea a h æqualis 4. parti lateris recti ipſius ſectionis, q̃ ſit g z cuius quartæ parti æqualis ſit linea a h, & ducatur à pũcto ſuperficiei b, linea b t, æquediſtanter axi a d, per 31. primi, & ducatur linea b h, dico q̃d duæ lineæ t h & b h, cõtinent cũ linea contingente ſuperficiẽ concauam propoſitã in pũcto b, duos angulos æquales, quoniã enim linea a d & b c ſunt æquediſtantes, patet q̃d ipſæ ſunt in eadẽ ſuperficie per 1. primi huius ſed linea b h, cadet inter illas, ergo per 7. undecimi, ipſa eſt in eadem ſuperficie cum illis, lineæ ergo t b, & b h, & a d ſunt in una ſuperficie, ſit itaq; ut aliqua ſuperficies plana contingat ſuperficiem propoſitam ſuper punctum b, ſuperficies itaq; b c d a, ſecabit ſuperficiem concauam, & erit per 19 primi huius, communis ſectio ipſarum parabola, quæ ſit a b g, cuius diameter erit linea a d, & erit communis ſectio ſuperficiei b c d a, & ſuperficiei planæ contingentis iſtam ſuperficiem concauam linea contingens ſectionem a b g in pũcto b, quæ ſit linea l b k, quia itaq; linea l b k, contingit ſectionem a b g, in puncto b, & linea a h, eſt quarta pars lateris recti, & linea t b, æquædiſtat lineæ a d, patet per præmiſſam, quoniam duæ lineæ t b & h b, continent angulos æquales cum linea l b k, contingente ſectionem in puncto b, quoniam imaginata moueri ſuperficie b c d a, circa axem fixũ quæ eſt a d, patet quod punctum b, motu ſuo efficit circulum in ſuperficie cõcaua, à cuius totali periferia lineæ ductæ ad punctum h, continent angulos æquales, & idem accidit in quacunq; parte ſectionis parabolæ, quæ eſt a b g, cadat punctus b, ſiue angulus b h a, ſit acutus, rectus, uel obtuſus, patet itaq; quod omnis linea æquediſtans axi a d, eſt incidens ſuperficiei concauæ propoſitæ, & linea ab illo puncto ad punctum h, ducta continet angulos æquales, & hoc eſt propoſitum.

XLIII.

Speculo cõcauo concauitatis ſectionis parabolæ ſoli oppoſito, ita ut axis ipſius ſit in directo corporis ſolaris, omnes radij incidentes ſpeculo æquediſtanter axi reflectuntur ad punctum unum axis diſtantem à ſuperficie ſpeculi ſecundum quartam lateris recti ipſius ſectionis parabolæ ſpeculi ſuperficiem cauſantis, ex quo patet quod à ſuperficie talium ſpeculorum ignem eſt poſſibile accendi.

 Sit

Sit ſpeculum concauum concauitate ſectionis parabolæ, cuius uertex ſit punctum a, & baſis ipſius ſit circulus q e z, & eius axis a d, & diſtantia puncti axis quod ſit h, à puncto uerticis ſpeculi quod eſt a, ſit æqualis quartæ parti lineæ q z, ſcilicet lateris recti ſectionis parabolæ a b g, cauſantis motu ſuo ſuper axem a d, ſuperficiem ipſius ſpeculi concaui quod ſoli opponatur ſecundum eius axem a d, ſit enim corporis ſolaris centrum k, ſituetur[que] ſpeculum taliter, ut eius axis a d, ſic producta, proueniat ad centrum ſolis in punctum k, dico quod omnes radij ſolares æquediſtanter radio k a, ſuperficiei ſpeculi propoſiti incidentes reflectuntur ad punctum h, lineæ a d, quæ eſt axis ſpeculi, quoniã enim omnes radij egredientes à quocunq[ue] puncto corporis ſolaris ſuper aliquod punctum ſuperficiei ſpeculi, egrediuntur ſecundum lineas rectas, ut patet per primam ſecundi huius, tunc palam eſt quia linea k a, eſt linea recta. Sit itaq[ue] ſuper periferiam alicuius ſectionis parabolæ ipſius ſpeculi, quæ ſit g a 3 q, punctum g, ſignatum utcunq[ue] contingit, & à puncto ſpeculi g, p 31. primi, ad aliqđ punctum, corporis ſolaris quod ſit r, ducatur linea g t, æquediſtans radio a k, qui incidit ſuperficiei ſpeculi ſecundum axem a d.



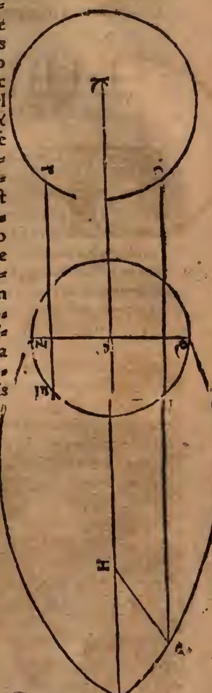
Eſt autem neceſſarium omnem lineam à quocunq[ue] puncto ſpeculi æquediſtanter radio a k, productam ad ſuperficiem corporis ſolis incidere, quoniam ſuperficiei ſpeculi ad ſuperficiem ſolaris corporis aut nulla, aut modica eſt proportio, ſit ergo punctum t, quod eſt terminus lineæ g t, in ipſa ſuperficie corporis ſolaris. Omnes itaq[ue] lineæ quæ poſſunt duci à ſuperficie ipſius ſpeculi æquediſtanter ſuæ axi a d, incidunt corpori ſolari, & ſecundum illas lineas ſit incidentia ſuperficiei ſpeculi reſpectu radij qui incidit ſecundum axem omnium æquediſtantium axi radiorum, hoc autem eſt omniũ radiorũ cuicunq[ue] pũcto ſuperficiei totius ſpeculi incidentiũ, qm̃ p 31. primi, à q̃libet pũcto ꝓpe uel remote dato, ſcimus cuilibet datæ lineæ ut in propoſito ex axis a d, ducere lineã æq̃diſtantẽ, dico itaq[ue] q̃d oẽs illi radij reflectuntur à totali ſuperficie ſpeculi ad unũ punctũ axis ſpeculi q[uod] eſt punctũ h, oẽs enĩ illi radij cũ ſint lineæ rectæ, patet ꝑ præmiſſam, quod cũ lineis ab omnibus pũctis ſuarũ incidentiarũ ad punctũ h, ductis cõtinẽt angulos æquales, ergo p 20. quinti huius, oẽs illi radij reflectũtur ſecundũ illas lineas tranſeuntes punctũ h, & ex hoc patet, quod oẽs radij incidẽtes periferiæ ſectionis æquediſtanter radio incidenti ſecundũ lineã, q̃ eſt diameter ipſius ſectiõis reflectũtur ad punctũ diametri, qui abſcidit ex capite diametri à parte periferiæ ſectiõis partẽ æqualẽ quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis a b g, qm̃ omnis reflexio à q̃libet corporũ politorũ regulariũ ſit ſecundũ æqualitatẽ angulorum, q̃s continẽt linea incidens & reflexa, cum linea in illo puncto ſuperficie ſpeculi à qua ſit reflexio cõtingente, & quoniam oẽs illæ duæ ſecant ſe in puncto h, patet quod in puncto h, eſt cõcurſus omniũ illorũ radiorũ. In illo ergo pũcto aggregatur omnis uirtus oĩm radiorũ totali ſuperficiei ſpeculi incidẽtiũ, & qm̃ quilibet radiolus defert ſecum aliqđ uirtutis actiuæ corporis ſolaris, patet quod in illo puncto tota uirtus eſt concurrens omnium

omnium ſcilicet radiorum ſuperficiei ſpeculi æquediſtanter ipſi axi a d incidentium. Ex quo patet quod in illo puncto h, poſito aliquo combuſtibili ignem eſt poſsibile accendi. & hæc eſt melior & fortior figura omnium figurarum radios ſolares ad unum punctum aggregantium, quoniam à tota ſuperficie & à quolibet puncto ipſius radij ſolares in unũ punctum aggregantur, patet ergo propoſitum.

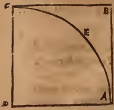
XLIIII.

Speculum ſecundum formam ſectionis parabolæ uel lineæ ecentrales uel interſectionis pyramidalis uel cuiuſcunq; alterius regularis uel irregularis datæ lineæ artificialiter conſtituere.

Lineam quã dicimus periferiam ſectionis inueniat induſtria operantis, quæ & apud non multis conatibus artificialiter eſt inuenta, faciliter tamen eſt imaginabilis, quoniã ut in 98. primi huius, diximus, ipſa eſt linea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei conicæ cuiuſcunq; pyramidis, maxime uero rectangulæ & ſuperficiei pyramidem per diametrum baſis ſecanti, æquediſtanter alicui lineæ longitudinis illius pyramidis, utpote ei cuius & axis pyramidis communis ſuperficies eſt erecta ſuper planam ſuperficiem dicto modo pyramidem ſecantem. Talis itaque ſectio parabola ſic artificialiter inuenta, ſit a e g, & aſſumatur lamina ferri boni uel calybis, menſuræ & quantitatis cuius placuerit, quæ ſit a b g d, & protrahatur in ipſa ſectio parabola, quæ ſit æqualis, & ſimilis ſectioni a e g, & abſcindatur lamina ſecundum illam ſectionem a e g, uel ſecundum aliquam partem ipſius, ſiue placeat à parte uerticis quæ eſt a, ſiue ex parte unius ſui capitis, quod eſt g, ſiue ex parte alterius ſui capitis, quod eſt in latere eius recto oppoſitum puncto g, ſit enim magna diuerſitas proiectionis radiorum ſecundum illam partium ſectionis diuerſitatem, reſecta itaque lamina a d b g, ſecundum formam & figuram ſectionis a e g, acuatur extremitas laminæ, quæ eſt ſecundum formam ſectionis acuitione bona, ſcilicet, ut uidere ualeat totum illud ſuper quod mouetur, & aſſumatur item alia lamina de calybe forti alicuius competentis ſpiſsitudinis, quæ incidatur iterum ſecundum formam præaſſumptæ partis illius ſectionis, & illa ſuperficies ſimilis parabolæ ſecetur contiguæ multis ſectionibus ad modum limæ, ita ut per ipſa poſsit limari ferrum. Deinde fiat corpus ferreum conueniens illi figuræ, cuius ſuperficiem ſecundum formam intentam proponimus concauare & polire ad formam ſpeculi, ſiue illud fiat ſecundum formam partis ſectionis adiacentem uertice ſectionis parabolæ, ſiue capitis. In his enim eſt multa diuerſitas & formæ uel figuræ ſpeculi, quoniam forma figuræ ſpeculi cõcauati ſecundum partes adiacentes uertici ſectionis æqualiter hincinde diſtantium à puncto uerticis eſt figuræ, quaſi annularis, & forma ſpeculi concauati ſecundum partes adiacentes capitibus ſectionis eſt figuræ quaſi oualis, hoc eſt, ad modum longitudinis oui. Limetur itaq; ſpeculum cuiuſcunq; figuræ fieri debuerit per limam ſibi ſimilem in figura, taliter ut ſuperficies limæ, quæ eſt ſecta ad limandum occurrat toti ſuperficiei ipſius ſpeculi. Si ergo ſpeculum limatum fuerit ſecundum figuram oualem, tunc ordinetur in loco fixo, ita ut eius concaua ſuperficies, quantum ad lineam periferiæ ſuæ baſis ſit in periferia illius circuli baſis, uel ſi fuerit figuræ annularis ad periferiam circuli



culi æqueſtantis baſi,& in loco axis figatur lamina lineæ ſuperficiei incidẽtis uel incidente planantis, moueaturq́ ad concauandum ſpeculum, & tornetur ſicut tornantur alia inſtrumẽta, donec periferia acuta laminæ occurrat toti ſuperficiei ſpeculi,& euacuetur omnis aſperitas ipſius, planetur quoq; quantum eſt poſsibile, eritq́ tunc ſuperficies illius ſpeculi ſecundum totum habens figuram ſectionis parabolæ,& fiet ab omnibus punctis ſuæ ſuperficiei reflexio in punctum unum, ſimiliterq́ modo faciat ingenioſus artifex in alijs lineis quibuſcunq;, ut in illis lineis quas per 37. & 38. huius, docuimus inueniri, quoniam in omnibus his idem eſt operandi modus, ut ſecundum fixam diametrum a c, in 37. huius, uel ſecundum fixum punctum q, in 38. huius, fiat dictarum linearum reuolutio ſuper ſubiectas ſibi proportionales corporis ſuperficiei ſuperficies, prouenientq́ figuræ ſimiles illis lineis à quarum ſuperficiebus reflexi radij omnes ad unum punctum naturalem uel mathematicum concurrent, patet itaq; propoſitum.



LIBER DECIMVS
PERSPECTIVÆ VITELLIONIS.

SVperius duos modos uiſionis, ſcilicet eum q̃ fit directa per unum medium diafonum,& eũ qui fit per reflexionẽ à politis corporibus tractauimus, ſuper eſt nunc, ut tertium uidendi modum, qui fit per refractionem factam à pluribus diafonis corporibus medijs inter uiſum & rem uiſam proſequamur. Quoniam & ſecundum hunc modum diuerſimode uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregatæ per refractionem fortius agunt. & plus actionis formæ corporibus ſuſceptibilibus imprimunt, unde etiam accenditur ignis ex radijs ſolis ſub corpore ſphærico diafoni denſioris aere, uel aqua, ut ſub glacie, uel criſtallo, uniuerſaliter uero aggregatio uirtutis radiorum ſtellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali, uel circa illud fit fortioris actionis, diſperſio uero uirtutum naturalium formarum debilitat actiones naturales. Diſgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem omnibus ſicut & in alijs modis uidendi, ſuperius diximus, uiſiua cognitio ſignum eſt non cauſa. Non enim quia uiſus ſic uidet, ideo ſic accidit in formis rerum agentium, ſed quia ſic agunt formæ naturales, ideo ipſas ſic agentes uidet uiſus, niſi forte in quibuſdam deceptionibus, quæ uiſui accidunt per ſeipſum. Omnis autem paſsio ſecundum modos cuiuſcunq; refractionis naturæ accidens uel uiſui, fit ſemper propter diuerſitatem diafoneitatis mediorũ corporum inter agens & paſsim, uel inter uiſum & rem uiſam. Corpora uero diafona nobis aſſueta, ſunt aer, qui eſt rarioris diafoneitatis omnibus alijs diafonis corporibus, excepto corpore cœli, quod eſt rarius aere, ut poſtmodum demonſtrabimus in progreſſu. Hic autem in tota ſequente tractatu nomine aeris & ignem accipimus, quia licet inter hæc ſit differentia ſpecifica formalis & diuerſa raritas in diſpoſitionibus materiæ, nõ tamen ex hac diuerſitate aliqua accidit diuerſitas ſenſibilis in formarum refractione, quoniam ignis qui apud nos eſt hic inferius, eſt in materia groſſa terrea, uel aquea, uel aerea & ſecundum hoc ſequitur paſsiones corporum aliorũ, ignis uero in ſphæra ſua eſt ſecundum ſui formalem diſtinctionem aeri contiguus, & ſecundum naturam diafoneitatis continuus, non habens diſtinctam ſuperficiem ab aere in qua ſit poſsibile refractionem ſenſibilem fieri. Aer enim quanto propinquior eſt cœlo, tanto fit rarioris diafoneitatis, ſimiliter & ignis, ita quod infimum ignis & ſupremũ aeris eſt diafonitas quaſi una, in qua refractio ſenſibilis fieri non poteſt, & itaq; ſuperficies concaua ignis non eſt diuerſæ diafonitatis & ſenſibiliter determinatæ à ſuperficie conuexa aeris, ideo non fit refractio inter illa, & ſic ignem in hoc tractatu ſub nomine aeris implicamus. Eſt tamen aliqualis

refractio

refractionū diuerſitas in aere denſiori & rariori, quoniam illa diuerſitas denſitatis fit ſenſibilis, ſicut plurimum accidit in aere cōdenſato propè terram, & maximè in crepuſculis ſerotinis & matutinis temporibus. Diaſonū uero aliud diuerſum ab iſtis eſt aqua cōtinēs etiam in ſe diuerſitatem refractionis ſecundum rarius & denſius, quod eſt in illo ſuo genere, uno tamē nomine nuncupatur. Sunt enim aquæ calidæ ſulphureæ, & aquæ ſalſæ, ut maris, groſsioris diaſonitatis, quàm aliæ aquæ frigidæ claræ dulces. Alia uero corpora diaſona nobis aſſueta ſunt quædam lapides, ut criſtallus, berillus, & ſimiles, ut ſunt uitra. Dicitur etiam de quibuſdam corporibus animatis, quæ ſunt diaſona, ut de iſtis quæ colorantur coloribus corporum, quibus ſuperſtant, quorū animatorū corporum paſsiones, non proſequimur, quia ſunt figuræ irregularis. Superficies itaq; cœli, quæ occurrit uiſui, eſt ſphærica concaua, quæ ſi ſecetur ab aliqua plana ſuperficie, erit communis ſectio illarum ſuperficierum linea circularis, cuius conuexum eſt ex parte uiſus, ut patet per 69. primi huius. & ſuperficies aeris, quæ tangit illā, eſt ſphærica cōuexa, quæ ſi ſecetur à plana ſuperficie, communis ſectio erit linea circularis, cuius conuexum eſt ex parte cœli. Superficies uero aquæ ex parte uiſus ſuperſtantis aquæ eſt ſphærica cōuexa, quæ ſi ſecetur à plana ſuperficie, erit communis ſectio linea circularis, cuius conuexum eſt ex parte illius uiſus. Vitrorum uero & lapidum diaſonorum figuræ ſunt rotundæ, aut planæ, aut irregularis, unde ſi ſecentur à planis ſuperficiebus, fient in illis communes ſectiones, aut circuli, aut lineæ rectæ, aut irregulares, ſecundum quarum linearum & ſuperficierum diuerſitatem uariatur diuerſitas paſsionum, quæ uſibus occurrunt.

DEFINITIONES.

Linea incidentiæ, dicitur linea ſecundum quam forma directè diffunditur per medium unius diaſoni, & eadem dicitur linea extenſionis formæ. Refractio, dicitur incuruatio eiuſdem lineæ ad angulum continendum, ut cum lineæ, per quas una forma rei uiſæ peruenit ad uiſum, non rectè prodeunt, ſed franguntur in ſuperficie alterius corporis diaſoni. Punctus refractionis, eſt punctus ſuperficiei corporis diaſoni, in quo fit lineę incidentiæ, uel lineæ extenſionis formæ refractio ad uiſum. Linea refractionis, dicitur linea à puncto reflexionis ad centrum uiſus extenſa. Linea perpēdicularis, hic nūc dicitur linea, quæ à pūcto refractionis erigitur ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio. Kathetus incidentiæ, dicitur linea à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis, in quo eſt res uiſa, & à qua fit refractio perpendiculariter producta. Superficies refractionis, dicitur ſuperficies in qua continentur lineæ incidentiæ & refractionis. Angulus incidentiæ, dicitur minor angulus, quem continet linea incidentiæ cum linea perpendiculari ducta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit illa refractio. Angulus refractus, dicitur angulus minor quem continet linea refracta cum ducta perpendiculari. Angulus refractionis dicitur angulus quem cōtinet linea refractionis cū linea incidentiæ trans corpus diaſonū, in cuius ſuperficie fit refractio in continuum protracta. Directè uideri dicitur ſicut & ſuperius diffinitum eſt, quando forma rei uiſæ ſine refractione peruenit ad uiſum. Obliquè dicitur uideri, cū forma rei uiſæ ad uiſum peruenit refractè. Imago refracta, dicitur forma rei uiſæ obliquè perueniēs ad uiſum. Locus imaginis refractæ, dicitur locus in quo imago refracta uiſibus occurrit. Supponimus autem hic, Lumen Solis aliqualiter in matutinis & ſerotinis crepuſculis uideri, Item iiſdem ſecundum figuram rotundam & colores uarios uideri.

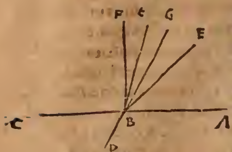
THEOREMA I.

In omni ſuperficie refractionis neceſſario ſunt punctum, cuius forma refrangitur, & punctum refractionis, & centrum ipſius uiſus, & perpendicularis ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem, in qua fit refractio, ex quo patet, quod unius refractionis unica tantum eſt ſuperficies.

Sit ſuperficies ſecundi diaſoni denſioris uel rarioris primo diaſono, in qua ſit linea a b c, & ſit punctum, cuius forma refrangitur punctum d, ſitq; centrum uiſus e, fiatq; refractio in puncto ſuperficiei ſecundi diaſoni quod eſt b, & à puncto b, ſuper ſuperficiem

a b c,

a b c,ducatur perpendicularis b f,dico quod puncta d e b,& linea b f,ſunt ſemper in eadem ſuperficie refractionis,quoniam enim ut patet per diffinitionē præmiſſam in principijs libri huius,& per propoſitionem 46.ſecundi libri huius,linea radialis incidēs quæ eſt d b.& refracta quæ eſt b e,ſunt in eadem ſuperficie refractionis,punctum ergo d,cuius forma incidit & refrangitur,& punctum refractionis ſcilicet punctū in quo fit refractio,quod eſt b,& centrum uiſus quod eſt e,ſunt in eadem ſuperficie per primam undecimi,ſed & per ſecundam undecimi,linea b f,quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem,eſt in eadem ſuperficie cum linea b c,ergo & cum lineis d b & b e, quoniam linea b f, eſt perpendicularis ſuper lineam a b c,& cum illa in eadem ſuperficie,ſimiliter cum protracta linea d b ultra punctum b ad punctum g,eſt in eadem ſuperficie,puncta itaq; d b e,& linea b f,ſunt in eadem ſuperficie per primam & ſecundam undecimi. Omnis enim refractio aut fit ad ipſam perpendicularem b f,aut ab ipſa, & ſemper in eadem ſuperficie in qua fiebat incidētia formæ refrangendæ,quoniam enim omnis refractio fit ad omnem differentiam poſitionis,quia qua ratione fit ad unam partem , eadem ratione fit ad quamlibet aliam. Determinatio ergo refractionis ad tertiam differentiam poſitionis fit tantum per uiſum,quia in quacunq; ſuperficie centrum uiſus fuerit,in illa tantum percipitur fieri refractio,patet ergo propoſitum,& ex hoc patet,cum iſta puncta refractionis omnia ſcilicet d e b,& linea b f,ſuperficiem refractionis cōſtituant,quod horum aliquo deficiente non eſt ſuperficies refractionis , & quod unius refractionis unica tantum eſt ſuperficies refractionis,quoniam hæc omnia puncta in unica tantum ſuperficie ſimili concurrere eſt poſsibile,& non in pluribus,& hoc eſt quod proponebatur.



11.

Neceſſe eſt enim omnem ſuperficiem refractionis ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio,ſiue illa ſuperficies ſit plana,conuexa,uel concaua, erectam eſſe.

Hoc quod hic proponitur patet per præmiſſam,quoniam enim in omni ſuperficie refractionis neceſſario ſunt punctum,cuius forma refringitur,& punctum ſuperficiei corporis,à quo fit refractio,& centrū uiſus perpendicularis ducta à puncto refractionis ſup ſuperficiem corporis illis,in qua fit refractio,ergo per 18.undecimi,patet quod omnis ſuperficies refractionis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis in qua fit refractio ſi enim illa ſuperficies fuerit plana,tunc euidenter patet propoſitum per 18.undecimi, ut præmiſſum eſt.Si uero fuerit illa ſuperficies conuexa uel concaua ſphærica , tunc patet, quoniam perpendicularis ducta à puncto refractionis ſuper ipſam ſuperficiem corporis in qua fit refractio,ſemper tranſit centrum illius corporis, & eſt perpendicularis ſuper illud corpus in puncto refractionis contingente,ergo item per 18.undecimi,ſuperficies refractionis eſt erecta ſuper illam ſuperficiem contingentem,ergo & ſuper ipſam corporis ſuperficiem. Similiter quoq; demonſtrandum,ſiue figura corporis in qua fit refractio fuerit columnaris,ſiue pyramidalis,ſiue alterius figuræ cuiuſcunq;,ſemper enim ſuperficies refractionis erit recta ſuper ſuperficiem corporis,in qua fit refractio,& ſi accidat , ut illa ſuperficies corporis in qua fit refractio,fuerit æquediſtantis horizonti,tunc perpendicularis ducta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis,in qua fit refractio , eſt etiam perpendicularis ſuper ſuperficiem horizontis,per 23.primi huius,ergo & per 18. undecimi , ſuperficies refractionis eſt perpendicularis, & erecta ſuper ſuperficiem horizontis,ſed & hoc patet per declarationem quæ fit in inſtrumento,quod in prima ſecundi huius præmiſimus,quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua ſuperficie unius corporis diafoni ad aliud corpus diafonum , ut patet per 46.ſecundi huius, ſemper ſunt in una plana ſuperficie,quæ eſt medius circulus illorum trium circulorum ſignatorum in interiori parte oræ inſtrumenti æquediſtantis ſuperficiei interioris laminæ inſtrumenti , ſed illa ſuperficies laminæ æquediſtat ſuperficiei dorſi inſtrumenti,cui

extrin

extrinſecus ſuperponitur ſuperficies regulæ cubitalis tenentis inſtrumẽtum. Superficies itaqꝫ medij circuli æquediſtat ſuperficiei regulæ longæ quadrangulæ ſuppoſitæ dorſo laminæ per 24. primi huius, ſed illa ſuperficies perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem laterũ longitudinis regulæ erectas ſuper oras inſtrumenti, ſuperficies itaqꝫ medij circuli eſt per 14. undecimi, perpendicularis ſuper ſuperficiem longitudinis regulæ erectas ſuper oras inſtrumenti, ſed illæ duæ ſuperficies regulæ ſunt æquediſtantes horizonti tempore experimentationis per inſtrumentũ poſitũ in uaſe ut cõſueuit. Superficies itaqꝫ medij circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem horizontis, & quia ſuperficies medij circuli eſt ſuperficies refractionis, patet propoſitum. Idem quoqꝫ poteſt oſtendi producta per imaginationem linea à centro medij circuli ad centrum mundi, hæc enim linea cum ſit ſemidiameter mũdi perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ quæ eſt in uaſe. Eſt autem illa linea in ſuperficie medij circuli quæ eſt ſuperficies refractionis. Eſto ergo per 18. undecimi, illa ſuperficies perpendicularis ſuper ſuperficiem horizontis, cum enim lux refrangitur ab aere ad aquam erit refractionis linea cadens inter primam lineam per quam extenditur in aere, quæ eſt linea incidentiæ ſuæ, & inter perpendicularem exeuntem à centro medij circuli ſuper ſuperficiem aquæ, & centrum lucis intra aquam ſemper procedit à centro medij circuli, palam ergo quod lux quæ refrangitur ab aere ad aquam, refrangitur in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiem aquæ, ergo & ſuper ſuperficiem horizontis. Idem quoqꝫ accidit cum ab aere ad uitrum fit refractio, patet ergo ſiue ſuperficies corporis à qua fit refractio ſit plana conuexa uel concaua, quod ſemper ſuperficies refractionis eſt erecta ſuper illam, & hoc eſt propoſitum.

III.

Centro uiſus exiſtente ultra medium ſecundi diafoni, omnes formæ oblique incidentes ſuperficiei ſecundi diafoni reſpectu uiſus refracte uiſui occurrũt perpendiculariter uero incidentes uidentur directe.

Quoniam enim lux pertranſit corpora diafona quibus incidit, aut directe, ut cum radius incidens eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis ſibi oppoſiti, aut oblique, ut cũm radius incidit oblique, & ab uno puncto corporis luminoſi ſecundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem fit luminis diffuſio, ut patet per 20. ſecundi huius, & quia forma coloris ſemper diffundit ſe cum lumine, patet quod cuiuslibet puncti cuiuslibet corporis luminoſi colorati uel lucidæ exiſtentis in aliquo corpore diafono, forma lucis & coloris extenditur in uniuerſo corpore diafono ſibi proximo, & peruenit ad ſuperficiem corporis diafoni ſibi oppoſiti, & ſi fuerit illud corpus diafonũ contingens illud ſecundum corpus diafonũ q̃d ſit alterius diafonitatis ab illo, tũc forma diffuſa penetrat illud, & omnes lineę radiales, ſecundũ quas illis corporibus diafonis oblique lumen uel color incidit refringũtur, præter ꝙ linea incidens perpendiculariter, ſola enim illa extenditur ſecundũ rectitudinẽ in corpore diafono proximo ſibi, & in corpore alio diafono proximum corpus diafonum contingente, dum tamen perpẽdiculariter incidat utriqꝫ, & ſi forte aliqua linearũ radialium perpẽdiculariter incidit pũcto ſuperficiei cõtinuæ cũ ſuperficie corporis diafoni corporis proximi, nec ſit illius ſuperficiei ſecundæ corpus diafonũ, uel ſi fuerit diafonum, non ſit tamen eius ſuperficies prioris ſuperficiei diafoni æquediſtans, tũc à pũcto incidentiæ lineæ radialis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis alia perpendicularis duci poteſt, ergo tunc illa forma quæ ſuperficiei prioris corporis ſecundũ perpendicularem incidebat, delebitur, quoniã ab uno pũcto ad unam ſuperficiẽ duas lineas perpẽdiculares duci eſt impoſsibile per 3. undecimi. Omnes ergo formæ illius pũcti trãſeũtes in corpus diafonũ contingens proximũ illi puncto aliud corpus diafonũ, erunt reflexæ, & quoniam à quolibet puncto cuiuslibet corporis luminoſi uel colorati extenditur lumen & color penetrans totum corpus diafonum obiectum, & refrangitur à ſuperficie alterius corporis diuerſæ diafonitatis illi ſuccedentis per 47. ſecundi huius, patet quod forma lucis & coloris erit una forma continua coniuncta, & refrangitur tota continua & coniuncta, ſuperficie corporis diafoni exiſtente continuata, & cũ forma refracta fuerit continua. Si ergo corpus denſioris diafonitatis quàm ſit primum diafonum, illi formæ occurrerit, tunc for

ma continua magis aggregata & unita perueniet ad aliud corpus, & occurrente iterum corpore diafono rariore, tunc quilibet punctus corporis diafoni rariore per quē extenditur forma puncti, quod eſt in primo corpore luminoſo uel colorato, tranſmutet formam lucis & coloris ad quodlibet punctum ipſius ſecundi uel tertij corporis diafoni per omnē lineam rectam quæ poteſt extendi ab illo puncto. Si itaq; aliquis fuerit imaginatus pyramides rectilineas exeuntes à quolibet puncto aeris ad ſuperficiem corporis diafoni tantis alterius pertingentes, & ſi in ſuperficie eius corporis ſecundi diafoni corporis lineæ oblique incidentes refringi imaginetur perpendiculari linea, quæ eſt axis illius pyramidis imaginatæ, ſine refractione tranſeunte, tunc adhuc ſit unum corpus continuum in refractione, ſicut & una eſt forma corporis incidens ſuperficiei illius ſecundi corporis diafoni. Si ergo in loco imaginatæ pyramidis ſiſtatur ſecundum ueritatem in aere pyramis ſenſibilis, cuius corpus ſit coloratum uel luminoſum denſum, miſcebitur lux uel color illius pyramidis cū luce uel colore corporis à q̄ ſit refractio, & fiet ipſorū multiplicatio per omnem lineam rectam quæ poterit extendi ab illo puncto cui incidit, & forma puncti incidēs alicui pūcto denſi extenditur per quamlibet linearū refractarū ad illud punctū corporis in quo ſit refractio ſibi correſpondente, & ſi uiſus fuerit ex parte altera illius diafoni, tunc illæ formæ perueniunt ad uiſum, ſed perpendicularis quia non refringitur, peruenit perpendiculariter ad centrum uiſus, & formæ per lineas obliquas incidentes refracte & oblique perueniunt ad uiſum, cum itaq; lineæ ſecundum quas forma refrangitur, ſe in aere per omnem corpus medium diffundant, quando coniunguntur apud unum punctū aeris, ideo quod ipſarum multa ſit interſectio propter æqualitatem diffuſionis formarū illarum ad omnem differentiam poſitionis, tunc ſi centrum uiſus poſitum ſit in illo puncto, comprehendet uiſus illud uiſum ſecundum refractionem excepto unico puncto perpendiculariter incidente, quoniam ille non refrangitur, ut in 47. ſecundi huius oſtenſum eſt, patet ergo propoſitum.

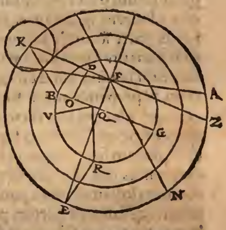
IIII.

Omnis formæ per refractionem uiſæ ſi fiat refractio à medio ſecundi diafoni denſioris primo ad uiſum, uidetur fieri ad partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis ſuper ſuperficiem à qua ſit refractio. Si uero fiat à diafono rariori uidetur fieri ad partem contrariam illius perpendicularis.

Quod hic proponitur poteſt inſtrumentaliter demonſtrari, ita ut demonſtratio auxilio inſtrumenti ſenſibiliter exprimatur. Accipiatur itaq; prædictū inſtrumentū quo in præcedentibus uſi ſumus, cuius diametrum quam ibi ſignauimus, per lineas f g, tunc dicimus b q g, ita ut pūctū q, ſit centrū laminæ baſis inſtrumenti, hoc itaq; inſtrumentū poſitum in uaſe æquediſtanter ſuperficiei horizontis ſituatur, & infundatur aqua uſq; ad centrum laminæ, quod eſt q, opilentur quoq; foramina inſtrumenti cum cæra uel alio modo, ita quod modicum remaneat de foraminibus circa medium ipſorum quod in ambobus foraminibus ſit æquale, & hoc poteſt in æquali columna illis foraminibus immiſſa menſurari. Deinde moueatur inſtrumentū donec diameter b q g, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiē aquæ. Immittatur quoq; ſtilus albus ſubtilis in ipſum uas, ita quod eius extremitas cadat in punctum z, quod eſt extremitas diametri circuli medij quæ ſit k f z, ponaturq; unus uiſuum ſuper ſuperius foramen in punctum k, & claudatur reliquus, tunc enim uidebitur extremitas ſtili ſecundum rectitudinem perpendicularis exeuntis ab extremitate ſtili ſuper ſuperficiem aquæ, nam centrum uiſus & extremitas ſtili tunc ſunt in linea k f z, perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ ſecundum quam ſit uiſio. Eſt enim linea k f z, perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ per 8. undecimi, ideo quod ipſa æquediſtat lineæ b q g, quæ ex hypotheſi, eſt perpendicularis ſuper eandem ſuperficiem aquæ. Deinde declinetur inſtrumentū donec linea b q g, obliquetur ſuper ſuperficiem aquæ, ponaturq; uiſus ſuper ſuperius foramē, & non uidebitur extremitas ſtili, moueatur itaq; extremitas ſtili in circumferentia medij circuli paulatim ad partem oppoſitam uiſui, donec uideatur illa extremitas, & figatur in illo pūcto circuli medij in quo apparet. Si itaq; tunc ponatur aliquod corpuſculum denſum in ſuperficie aquæ in cētro medij circuli q̄d

eſt

Si itaq; tunc ponatur aliquod corpuſculum denſum in ſuperficie aquæ in centro medij circuli quod eſt f, tunc non uidebitur illa extremitas ſtili, ablato uero illo corpuſculo uidebitur illa extremitas ſtili, quod ſi cōſideretur in numero graduum medij circuli diſtantia extremitas ſtili à puncto z, inuenietur diſtantia ſenſibilis. Poteſt autem punctus z, quod eſt extremitas diametri medij circuli tranſeuntis per centrum duorum foraminum ſic inueniri, ſcilicet ut regulæ ſubtilis latior extremitas ponatur ſuper centrum laminæ, & media linea ipſius protendatur ſecundū diametrū laminæ, tunc enim acuum regulæ cadit ſuper punctum z, ut præmiſſum eſt prius in propoſitionibus ſecundi huius, quod ſi aſſumpto uitro quod ſit pars alicuius ſphæræ ut in illis propoſitiōibus aliquibus aſſumptū eſt, cuius uitri ſuperficies aliqua ſit plana & aliqua conuexa ſphærica, & illud uitrū applicetur laminæ, ita ut eius plana ſuperficies ſit ex parte foraminū, namq; quæ eſt ſuarū ſuperficierum planarum communis differentia ſit ſuper lineam o d, ſecantem b q, ſemidiametrum laminæ perpendicularis. Sic ergo erit diameter k f z, perpendicularis ſuper planam ſuperficiem uitri & ſuper conuexam. Deinde ponatur inſtrumentum in aqua, ponaturq; extremitas ſtili ſuper punctum z, & centrum uiſus ſuper ſuperius foramē, uidebiturq; extremitas ſtili quæ in alio puncto circuli medij non poterit uideri, ex quo patet, quoniā extremitas ſtili quando eſt in linea per pendiculari ſuper ſuperficiē corporis, in qua fit refractio uitri, ut nunc eſt linea k f z, perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri, forma ipſius uidetur non per refractionem ſed recte, ex quo patet quod forma perpendiculariter incidens non refrangitur, quod ſi conuexum uitri ponatur ex parte ſecunda foraminum, & differentia communis duarum ſuperficierum planarum uitri ponatur ſuper primum locum ſcilicet lineæ o d, quoniam & tunc linea k f z, eſt perpendicularis ſuper utraſq; ſuperficies uitri, uidebitur ergo tunc ut prius extremitas ſtili in puncto z, quod ſi à ſuperficie laminæ inſtrumenti euulſo uitro à centro laminæ quod eſt q, in ſuperficie laminæ quod eſt q. in ſuperficie laminæ ducatur ſemidiameter q r, continens cum ſemidiametro b q, angulum obtuſum. Deinde ducatur ſemidiameter q u, continens cum linea q r, angulum rectum, & protrahatur ad aliam oram inſtrumenti, erit ergo angulus b q u acutus, & erit ſemidiameter b q, obliqua ſuper lineam q u. Deinde linea quæ eſt communis differentia ſuperficierum planarum uitri, ponatur ſuper lineam q u, & ſit plana uitri ſuperficies ex parte foraminum, & ſit medium differentiæ communis planarū ſuperficierum ipſius uitri ſuper centrum q. Erit itaq; tunc centrum uitri ſuper centrum medij circuli, ut præ oſtenſum eſt in alijs, & linea k f, tranſit per centrum uitri, & eſt obliqua ſuper ſuperficiem ipſius planam, quoniam diameter b q æquediſtans lineæ e i, quæ eſt k f, oblique cadit ſuper lineam q u, & quoniam linea k f, tranſit per centrum uitri, palam quoniam ipſa eſt perpendicularis ſuper cōuexam ſuperficiem uitri. Deinde à puncto r ſuper lineam q r, ducatur perpendicularis in ora inſtrumēti uſq; ad circumferentiam medij circuli quæ ſit r e, & fiat nigra utraq; illarum linearū q r & r e, ut melius per uiſum ualeant notari, & imaginetur duci linea e f, hæc itaq; per 73. primi huius, erit perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri, quoniam tranſit per eius centrum, & eſt perpendicularis ſuper planam uitri ſuperficiem, quoniam eſt æquediſtans lineæ q r, perpendiculari ſuper lineam q u, cui ſuppoſita eſt illa communis ſectio planarum ſuperficierum ipſius uitri, punctus itaq; e eſt punctus medij circuli, in quem cadit perpendicularis exiens à centro uitri ſuper planam ſuperficiem ipſius, ponatur itaq; inſtrumentum ſic diſpoſitum, in uas, & ponatur extremitas ſtili albi ut prius in puncto z, & ponatur uiſus ſuper foramen ipſius in puncto k, tunc non uidebitur extremitas ſtili, moueatur itaq; ſtilus in circumferentia medij circuli ad partem contrariam puncto e, nec tunc uidebitur extremitas ſtili, moueatur autem ad partem puncti e, paulatim, & uidebitur extremitas ſtili. Quod ſi tūc



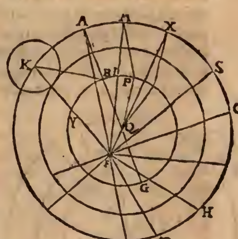
punctum f,quod eſt centrum medij circuli,cooperiatur aliquo corpuſculo, non uidebitur extremitas ſtili,ſed illo corpuſculo remoto iterum uidebitur illa extremitas ſtili. Ex hoc itaq; patet,quod formæ illius extremitatis ſtili comprehenſio quæ ſit a,eſt ſecundum refractionem factam à centro uitri,& quod forma refracta eſt in ſuperficie circuli medij quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam uitri,& inuenietur locus formæ extremitatis ſtili quæ eſt a,inter punctum e & z,& quoniam refractio fit à centro uitri,linea ducta à cētro uitri ad extremitatem uitri,quæ media eſt inter lineas f z & f e,& ſit a f, palam quia eſt perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri, & peruenit eius forma ad uiſum per lineam k f,per cētra ambarum foraminum tranſeuntem, quæ magis diſtat à linea perpendiculari ſuper ſuperficiem planam uitri,quæ eſt linea f e æquediſtans lineę q r,quoniam linea per quam incidit ipſi uitro forma puncti a, cum itaq; forma puncti a, inciderit uitro per lineam a f,& tranſiuerit per totum corpus uitri perpēdiculariter,quoniam ipſa linea q f,cum tranſeat centrum uitri eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri. Cumq; pertranſito corpore uitri peruenit ad axem,cuius corpus eſt rarioris diafonitatis quàm ſit corpus uitri,& peruenit ad centrum uiſus,patet quod eſt refracta à ſuo primo progreſſu lineæ a f,& peruenit ad progreſſum lineæ z f k,& quoniam linea z f, eſt remotior à perpendiculari ducta à puncto refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri quæ eſt linea e f,quàm ſit linea a f, quoniam punctum a, cadit in ſuperficie medij circuli inter puncta e & z,patet quod hæc refractio erit ad partem contrariam perpendicularis e f,ductæ à puncto refractionis ſuper ſuperficiem aeris continentis planam ſuperficiem uitri,nam linea f z,pertranſiens centra amborum foraminum magis diſtat ab illa perpēdiculari e f,quàm linea exiens ab extremitate ſtili ad centrum uitri quæ eſt a f, producta in continuum & directum,caderet inter perpendicularem e f productam,& inter lineam f k,quia itaq; peruenit ad punctum k,quoniam in illo uidetur, palam quia fit refractio ad partem contrariam ipſius perpendicularis quæ eſt e f,& quoniam hæc forma refringitur ex uitro ad aerem,qui ſubtilior eſt uitro,patet quod ſimili modo fit refractio ab aqua ad aerem,quoniam enim aer eſt ſubtilior quàm aqua. Quod ſi conuexum uitri ponatur ex parte ſecunda foraminum,& communis differentia ſuarum planarum ſuperficierum ponatur ſuper lineam q u,ſitq; medium punctum illius communis differentiæ ſuper centrum laminæ quod eſt q,palam quia linea k f,erit obliqua ſuper planam uitri ſuperficiem,& perpendicularis ſuper eius ſuperficiem conuexam,eritq; linea r q perpendicularis ſuper planam ſuperficiem uitri,quoniam eſt perpendicularis ſuper lineam u q, & erit linea e f,perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri,per 72.primi huius, & ſuper eius planam ſuperficiem per 8.undecimi,quoniam lineæ e f & r q æquediſtāt, ponaturq; extremitas ſtili albi quæ ſit a,ſuper punctum z,ut prius,ſtatuaturq; uiſus ſuper ſuperius foramen inſtrumenti in puncto k,& tunc non uidebitur extremitas ſtili quæ eſt a, moueatur itaq; ſtilus ad partem puncti e,per circumferentiam medij circuli,& tunc non uidebitur extremitas ſtili. Deinde moueatur ad parttem contrariam puncti e,& tunc uidebitur extremitas ſtili, cadetq; linea f z,intra lineam a f, rectam exeuntem ab extremitate ſtili ad centrum uitri,ſecundum quam extenditur illi forma puncti a, & inter perpendicularem f e,refringitur forma puncti a,extremitatis ſtili à centro uitri ad uiſum per lineam f k,tranſeuntem centra amborum foraminum, propterea quod linea a f,oblique incidit ſuperficiei uitri planæ,à qua fit refractio. Erit quoq; illa refractio ad partem perpendicularis lineæ,ſcilicet f e,exeuntis à loco refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri, & hæc forma exit ab aere & refringitur in uitro quod eſt groſsius aere,formæ itaq; quæ refranguntur à groſsiori corpore ad ſubtilius,declinant ad partem contrariam illi parti in qua eſt perpendicularis exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem corporis diafoni à quo fit refractio,& formæ reflexæ à corpore ſubtiliore ad groſsius,declinant ad partem, in qua eſt perpendicularis productæ,& hoc eſt propoſitum.

Quam

V.

Quantitates angulorũ refractionis ex aere ad aquã experimẽtaliter declarare.

Differẽtia angulorum refractionis eſt ſecundum quantitates angulorum incidentiæ contentorum ſub linea incidentiæ uel extenſionis radiȷ in primo corpore,& ſub perpendiculari exeunte à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecundi, anguli enim refractionum creſcunt & decreſcunt ſecundum diſpoſitiones illorum angulorum incidẽtiæ in corporibus & ſitibus diuerſis,& quia,ut patuit per præmiſſam,tunc à corpore ſubtilioris diafoni ad corpus groſsius fit refractio ad perpendicularem productam à puncto refractionis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis,& à corpore groſsioris diafoni ad ſubtilius fit refractio ad partem contrariam perpendicularis ſic ductæ,ut patuit per præmiſſam,tunc patet quia differunt etiam illi anguli ſecundum diuerſitatem diafonitatis ſecundi corporis. Et ut hæc differentia angulorum experimentaliter probetur,diuidatur à circulo medio,qui eſt in periferia inſtrumenti ex parte centri foraminis,quod eſt in circumferentia inſtrumenti circa punctum k,arcus 10.partium ex illis partibus,quibus tota periferia mediȷ circuli diuiſa eſt in 360.partes,qui arcus ſit k n,& à puncto n ducatur in ora inſtrumenti linea perpendicularis ſuper ſuperficiem laminæ quæ ſit n l, cadatq́ punctus l,in ſuperficie laminæ ducatur quoq́ ab hoc puncto l,ad centrum laminę inſtrumenti quod eſt q,linea l q,& à cẽtro mediȷ circuli quod eſt f,ducatur linea ad punctũ n, quod ſit f n,ſitq́ diameter mediȷ circuli ducta à puncto k, per centrum f, linea k f 3, tranſiens per centra amborum foraminum,quæ ſunt k & y,& per centrum medij circuli. Deinde in circumferentia mediȷ circuli à puncto n,ſeparetur arcus 90.partium ſequens arcum k n,qui ſit arcus n ſ,& à centro mediȷ circuli quod eſt f,ad punctum a,ducatur linea quæ ſit f ſ,quæ erit perpendicularis ſuper lineam f n,per ultimam ſexti,ideo quia illæ duæ lineæ continent quartam partem circuli, remanebitq́ arcus reſiduus ex medio circulo qui eſt a 3,partes 80. Deinde ponatur inſtrumentum in uaſe, & ſituetur uas æquediſtanter horizonti, & infundatur aqua clara uſq́ ad punctum q, centrum laminæ, & in ortu ſolis in mane moueatur inſtrumentum donec linea l q,contingat ſuperficiem aquæ. In hoc ergo ſitu diameter mediȷ circuli, qui eſt æquediſtans lineæ l q,ſignatæ in ſuperficie laminę ſimiliter continget ſuperficiem aquæ,locus enim iſtarum duarum linearum non differũt in reſpectu ſuperficiei aquæ,quo ad ſenſum, & linea n f, continget cum linea f ſ, angulũ rectum,ut ſupra patuit,eſt ergo linea f ſ, perpẽdicularis ſuper ſuperficiem aquæ, & ſemidiameter f 3,continet cum linea f ſ,angulum,cuius quantitas per ultimam ſexti, eſt 80. partium,quoniam illi angulo ſubtenditur arcus partium 80.qui eſt arcus ſ 3, arcus uero interiacens puncta k & n, ſubtendit angulum declinationis puncti k à puncto n, & à ſuperficie ipſius aquæ.Deinde mutetur inſtrumentũ in præmiſſo modo diſpoſitum cum toto uaſe, donec eleuato ſole ſuper horizonta ſecundum altitudinem arcus k n,lux tranſeat per duo foramina,& ſignetur cẽtrum lucis in ora inſtrumenti quæ eſt intra aquam,fiatq́ ſupra centrum lucis ſignum aliquod per aliquam puncturam,eritq́ ſignũ illud quod ſit h,in circumferentia mediȷ circuli auferatur itaq́ inſtrumentũ,& reſpiciatur pũctũ h,cadatq́ ipſum inter pũctũ 3,quod eſt extremitas diametri mediȷ circuli tranſeuntis per cẽtra duorũ foraminũ,& inter punctũ ſ,quod eſt extremitas perpẽdicularis exeuntis à centro mediȷ circuli erectæ ſuper ſuperficiẽ aquæ,ut patet ꝑ pręmiſſam,patet ergo tũc quod angulus refractionis eſt ille quẽ ſubtendit arcus 3 h,interiacens punctũ h,& punctũ 3,& ex numero partiũ huius arcus patebit quantitas anguli refracti & anguli refractionis,& proportio anguli refractionis ad 80. partes, quæ ſunt tunc quantitas incidentiæ anguli. Deinde ſignetur in circũferentia mediȷ circuli arcus k m, pertranſiens punctum n, qui ſit partium 20.& ducatur linea m p, in ora inſtrumẽti perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ laminæ,& ducatur linea p q,in ſuꝑficie la-

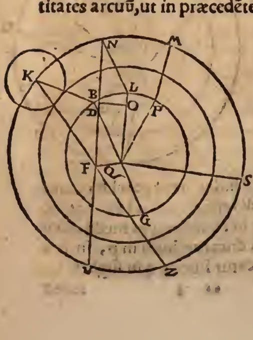


minæ ad centrum q.& ab arcu m 3,reſecetur arcus m c,partium 90.& ducatur linea c f, à puncto t,ad centrum circuli medij quod eſt f,relinquetur ergo arcus t 3,partium 70.Deinde ponatur inſtrumentum in uas,& reuoluatur quouſq; linea p q, tangat ſuperficiem aquæ,erit ergo linea t q,perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, & linea k f 3. tranſiens per centra amborum foraminum cōtinet cum linea c f,angulum 70.partium.Deinde cōſideretur altitudo ſolis,& moueatur inſtrumentum quouſq; lux tranſeat per ambo foramina,& ſignetur ſuper centrum lucis cadentis intra aquam ſignum u. Deinde conſideretur arcus u 3,& quia ipſe ſubtenditur angulo refractionis,patet quantitas illius anguli p computationem partium arcus,eritq; nota proportio anguli 3 f u,ad angulum incidentiæ qui eſt 3 f t,quem continet diameter tranſiens per centra amborum foraminum,cum perpendiculari f c,qui angulus incidentiæ eſt partes 70.Similiterq; procedatur ſignando arcum k x,quæ ſit partium 30.& eſt eadem experimentatio. Deinde ſumatur arcus partium 40.deinde 50.deinde 60.deinde 70.deinde 80,eſt ſemper per computationē partium arcus circuli medij interiacentis punctum 3.& centrum lucis,erunt anguli refractionis noti,& ipſorum proportio ad angulos incidentiæ contentos ſub perpendicularibus & diametris tranſeuntibus centra foraminum ſemper erit nota,non ſolum autem per 10 ſed etiam per alios quoſcunq; numeros integros uel fractos præmiſſa arcuum diuiſione, poteſt procedere quia ſemper eſt idem modus declarandi,& ut ſummarie horum angulorum quantitates & proportiones perſtringamus,quandocunq; alicuius radij tranſeuntis per corpus aeris ſuæ debitæ diſpoſitionis exprobatum fuerit in ſuperficie aquæ facta refractio,fueritq; aqua ſuæ propriæ diſpoſitionis in diafonitate competenti formæ aquæ,ſi angulus incidentiæ contentus in centro f, ſub ſemidiametro k f, & linea radij incidentis fuerit 10.partium,erit angulus contentus in centro f,ſub ſemidiametro f 3. & ſub linea radiali refracta quaſi duarum partium, & 5.minutorum, & ſic conſequenter ſecundum formam tabulæ quam inferius ſubiungemus, patet ergo propoſitum.

VI.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum planum uel conuexum,& econuerſo experimentaliter declarare.

Diuidatur arcus medij circuli inſtrumenti modo illo, ut in præmiſſa,ſitq; arcus k n, 10.partium,& ducatur linea n l perpēdicularis ſuper ſuperficiē laminæ,copuletur quoq; linea l q,& ſuperponatur uitrum formatū cubice ſuperficiei ipſius tabulæ,ita ut communis ſectio duarū ſuperficierū planarū,quæ eſt linea recta,ut patet per 3.undecimi ſupponatur lineæ l q,taliter ut ſecūdū ſui punctū mediū ſuperponatur lineæ ſignatæ in ſup̄ficie tabulę perpēdiculari ſup lineā l q,quæ eſt æquediſtans lineæ f f,ductæ in ſuperficie medij circuli,ſitq; mediū punctū illius lineæ uitri ſuper punctū q,centrū laminæ,ponaturq; ſuperficies uitri plana ex parte foraminū,& applicetur bene uitrū laminæ, & inſtrumentū poſitū in uaſe moueatur,donec lux tranſeat per ambo foramina,ſigneturq; ſuper centrū lucis ſignū,& conſiderentur quantitates angulorū refractionis ex aere ad uitrū per quantitates arcuū,ut in præcedēte. Quod ſi aliquis perſcrutari uoluerit angulos refractionis ex uitro ad aerē uel aquā, accipiat uitrū q̄d eſt pars ſphęræ,ut ipſi ſuperius uſi ſumus in ꝓpoſitiōibus ſecūdi libri huius ſciētiæ,& in 4.ſecūdi huius,& ponatur cōuexū uitri ex parte cētrorū 2.foraminū,ponaturq; mediū lineæ quæ eſt differētia cōmunis ſup̄ficierū planarū ſup centrū laminæ,ita q̄d illa cōmunis differētia ſit ſup lineā l q,tūc ergo lux quæ tranſit cētra 2 foraminū,peruenit recte ad centrū uitri,& reflectitur apud illud de uitro ad aerē, diuidanturq; poſtmodū arcus ſucceſsiue, ut in præmiſſa, & mutetur uitri poſitio,ita ut illa cōis planarū ſup̄ficierū ipſius uitri ſectio ſit ſup lineā p q,ſitq; iterū medius punctus illius linę uitri ſup pūctū q,centrū laminæ, & ſic factis ulterioribus diuiſiōibus circuli medij,ductisq; lineis



ut

ut prius,& mutato uitro ſecũdũ illas,habebũtur anguli refractionũ particulares, & ipſorum proportio ad angulũ incidentiæ quã cõtinet diameter pertranſiens centrũ foraminũ cũ perpẽdiculari producta à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ planam ipſam ſuperficiem uitri conuexam contingentẽ. In his enim diſpoſitionibus uitri reſpectu laminæ inſtrumenti ſemper erit centrũ uitreæ ſphæræ in puncto f,eritq; per 72. primi huius, linea f f, ſimilis illi perpendicularis ſuper ſuperficiẽ conuexam uitri,& ſuper ſuperficiẽ planam ipſius, à cuius punctorũ aliquo fit refractio, quoniã quælibet illarũ linearum eſt perpendicularis ſuper lineas æquediſtantes lineis l q & p q,& ſimilibus illis quibuſcũq;. Scieturq; ut prius reiterata operatione cum extremitate ſtipitis totius refractionis modus,& anguli refractionis à uitro ad centrũ uiſus exiſtens in pũcto k,centro foraminis ſuperioris, & in his duobus ſitibus cũ refractio fit ab aere ad uitrũ,uel à uitro ad aerẽ, ſemper inuenientur quantitates angulorũ refractionis de aere ad uitrũ,& de uitro ad aerẽ æquales,quando angulus contentus à linea,per quem extenditur lux ad locum refractionis, & à linea perpendiculari ducta à puncto refractionis,cum fit refractio ab aere ad uitrum,æqualis fuerit angulo contento à linea per quã extenditur lux, & à perpendiculari ducta à loco refractionis cũ refringitur de uitro ad aerẽ,ut patet inſtrumẽtaliter operanti. Si uero uoluerit aliquis experiri quantitates angulorũ refractionis à conuexo uitri ad aerẽ, diuidat, ut prius de circumferentia medij circuli ex parte puncti,centri foraminis quod eſt in ora inſtrumenti arcum 10. partium,quæ ſit k n,& ducatur ut prius linea n l,& linea l q,& à linea l q,quæ eſt ſemidiameter laminæ ex parte centri q,abſcindatur linea æqualis ſemidiametro ſphæræ ipſius uitri,quæ ſit q o,& à puncto o ducatur perpendicularis ſuper diametrum laminæ b q g,quæ protracta ultra diametrum ſit o d, ſecans diametrũ b q g in pũcto d. Deinde ſuperponatur communis ſectio planarum ſuperficierum uitri huic perpendiculari o d, ita quod punctum medium illius ſectionis ſit ſuper pũctum o, erit itaq; centrum uitri in ſuperficie medij circuli & eiuſdem circuli diameter quæ eſt k f 3,erit perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri planam per 8. undecimi,quoniam eſt æquediſtans diametro laminæ b q g,quæ eſt perpendicularis ſuper illam ſuperficiem, & ſuper illam differentiam communem illarum duarum planarum ſuperficierum uitri,erit quoq; centrum circuli medij in ſuperficie conuexa uitri, ideo quia linea f q,exiens à centro medij circuli quod eſt f,ad centrum laminæ quod eſt q,eſt æqualis lineæ productæ à centro uitri ad medium lineæ quæ eſt differentia communis ſuperficierum planarum uitri, ut patet ex his quæ præmiſſa ſunt in figuratione huius figuræ uitreæ in 45. ſecundi huius,& utraq; iſtarum linearũ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ laminæ,ergo per 25. primi huius, illæ duæ lineæ ſunt æquales & æquediſtantes,ergo per 33. primi,linea copulans centrũ uitri quod eſt in aliquo puncto planæ ſuperficiei ipſius uitri cũ cẽtro medij circuli eſt æqualis lineæ q o,copulanti centrũ laminæ quod eſt q,cũ medio puncto differentiæ communis duarũ planarũ ſuperficierũ ipſius uitri quod eſt punctũ o, ſed linea q o, poſita eſt æqualis ſemidiametro uitri,ergo & linea æquediſtans ei eſt æqualis ſemidiametro uitri. Centrum ergo medij circuli eſt in conuexo uitri,lineæ ergo k f,quæ eſt ſemidiameter medij circuli cũ non tranſeat centrũ ſphæræ uitreæ,patet quia eſt oblique incidens ſuper eius conuexam ſuperficiẽ,ergo per 47. ſecundi huius,cũ eadẽ diameter oblique incidat ſuperficiei aeris cõtinentis refrangitur ipſa à perpendiculari ducta à puncto refractionis ſuper ipſam ſuperficiem aeris, imaginetur itaq; ſemidiameter uitri produci ex utraq; parte ad circumferentiam circuli medij,quæ fiat linea n f u,ſecans diametrum circuli medij, quæ eſt k f 3,in puncto f. Erit itaq; per 15. primi,angulus k f n, æqualis angulo 3 f u, & erit per 25. tertij, arcus u 3, æqualis arcui k n,qui eſt poſitus eſſe 10. partium. Eſt ergo arcus u z 10. partium notus,ergo & angulus u f 3 eſt notus. Intueatur itaq; aliquis centrum lucis refractę,& inuenietur remotius à puncto 3,quod eſt extremitas lineæ tranſeuntis per centrũ duorũ foraminũ ꝙ ſit pũctum u,quod eſt extremitas lineæ tranſeuntis per centrum uitri ab eodem puncto 3,quæ eſt extremitas diametri circuli medij, hæc ergo reflexio facta eſt ad partem contrariam diametri productæ à loco refractionis quæ tranſit centrum uitri,& arcus medij circuli interiacens punctum 3,& centrũ lucis ſignatũ eſt

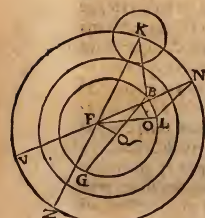
quantitas

quantitas anguli refractionis, angulus enim refractionis eſt apud centrũ circuli medij, quoniam ut patuit per 44. ſecũdi huius, lux extenditur ſuper lineam tranſeuntem per centrũ duorũ foraminũ recte, donec perueniat ad conuexũ uitri, & cum eſt angulus incidẽtiæ 10. partium, fit angulus refractus quaſi 13. partium, & angulus refractionis quaſi partium 3, factiſq; ut in præcedentibus diuiſionibus arcuum à puncto k, inuenietur diuerſitas angulorum refractionis per inſtrumentum, & ſi infundatur aqua uaſi, tunc erit aqua loco aeris, & præmiſſo modo inuenietur diuerſitas angulorum refractionis à uitro ad aquam, & differentia ſecundum quod illi refractioni eſt propria, & quantitas angulorum refractorum & angulorũ refractionis, reſpectu eorũ quæ ſunt in aere, quod ſi à puncto 3, ducere placuerit extremitatẽ ſtili, ut prius, tunc ſecundum illud facta diſpoſitione ſitus uitri occurrit eadem quantitas angulorum quæ prius, patet ergo propoſitum.

VII.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum concauũ uel econuerſo experimentaliter inuenire.

Accipiatur clarum uitrum mundũ æquediſtantiũ ſuperficierũ omnium, cuius longitudo ſit maior in uno grano hordei, quàm diameter uitri ſphærici cõuexi, quo ſuperius uſi ſumus. Sitq; latitudo eius æqualis longitudine, ſitq; ſpiſsitudo eius dupla diametro foraminis, quod eſt in ora inſtrumenti, & fiat una ſuorũ laterum quadratorũ concauitas rotunda ſemicolumnaris, ita quod ſemidiameter baſis columnæ concauæ ſit in quantitate ſemidiametri uitri ſphærici, & ſint communes ſectiones planarũ ſuperficierũ huius uitri lineæ rectiſsimæ. Poteſt autẽ hæc forma uitri ſic fieri per artificium, ita quod fiat talis forma ex aere uel lapide, & uitrum liquefactũ fundatur ſuper ipſum, & poliatur, diuidatur itaq; à cẽtro foraminis oræ inſtrumenti, quod eſt k, in circũferentia medij circuli arcus, cuius quantitas ſit illa ſecũdũ quã quis uult experiri quantitates angulorum, qui ſit arcus k n, & à pũcto n, ducatur in ora inſtrumenti linea n l, perpendicularis ſuper ſuperficiem laminæ, & ducatur linea l q, in ſuperficie laminæ ad centrum eius quod eſt q, & à ſemidiametro l q, reſecetur ex parte centri q, linea q o, æqualis ſemidiametro baſis concauitatis columnæ, & à puncto o, extrahatur per 12. primi, perpendicularis ſuper diametrum laminæ b q, & protrahatur in utramq; partem, & ſit o e, ſecans diametrum b q g, in puncto e, & ſuperponatur uitrum laminæ, ita quod dorſum concauitatis, hoc eſt ſuperficies plana concauitati ſuppoſita ſit ex parte duorum foraminum, & quod ex cõcauitate reſpiciente foramina duæ ſuperfluitates rectilineæ quę ſuperfluunt ſuper diametrũ columnæ ſint directæ & fixæ ſuperpoſitę



iſti lineæ perpẽdiculari o c, & præſeruetur hoc, ut diſtantiæ duarũ extremitatũ diametri baſis cõcauitatis columnaris diſtent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directe perpendiculares. Erit ergo tunc centrũ baſis cõcauitatis columnaris ſuper punctum o, à quo exiuit linea o e perpendicularis ſuper lineam q b, & ſuper punctũ, cuius diſtantia à centro laminæ, quod eſt q, eſt æqualis ſemidiametro concauitatis columnaris, ſecundũ hanc ergo diſpoſitionem applicetur uitrum firmiter ſuperficiei laminæ, & erit ſuperficies medij circuli ſecans concauitatem columnarẽ & æquediſtans baſi eius, quoniã baſis eius in hac diſpoſitione eſt in ſuperficie laminæ inſtrumenti. Superficies ergo medij circuli per 100. primi huius, ſecat ſuperficiem columnarẽ concauã ſecundũ circulũ, cuius ſemidiameter æquediſtat ſemidiametro baſis cõcauitatis ipſius columnæ, & linea cõtinuans cẽtra iſtorũ duorũ ſemicirculorũ, ſcilicet baſis, & alterius ſibi æquediſtantis, erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ laminæ incidens ad punctũ o, quoniã ipſa per 25. primi huius, eſt æqualis lineæ perpẽdicularis f q, exeũti à centro medij circuli, quod eſt f, ſuper cẽtrũ laminæ, quod eſt q, ſed & linea e q, eſt æqualis ſemidiametro baſis columnæ ex hypotheſi, ergo per 33. primi, linea quæ exit à centro medij circuli quod eſt f, ad centrũ ſemicirculi, qui ſit in ſuperficie columnæ concaui æquediſtans baſi, eſt æqualis ſemidiametro baſis concauitatis concauæ columnæ, centrũ itaq; medij circuli, quod eſt f, eſt in circumferentia ſemicirculi

culi in columna uitrea facti. Eſt ergo centrum f, in concaua ſuperficie columnæ, & quia
terminus planus uitri ſuperponitur lineæ perpendiculari productæ à puncto o, ſuper b
q, diametrũ laminæ, palam quia diameter laminæ quæ eſt q b, eſt perpendicularis ſuper
planã uitri ſuperficiẽ, qa etiã planæ ſuperficies ſunt ſup ſe inuicẽ perpendiculariter ere-
ctæ, erit ergo linea k f 3, pertranſiens centra amborũ foraminũ perpẽdicularis ſup ſuper-
ficiem planam, quæ eſt in parte cõuexa uitri per 8. undecimi, quia illa linea k f 3 eſt æque
diſtans ſemidiametro laminæ b q g, quæ eſt perpendicularis ſuper illã ſuperficiem ut pa-
tet ex pręmiſsis, & hæc ſuperficies plana uitri eſt ex parte foraminũ. In hoc ergo ſitu lux
quæ extenditur per lineã tranſeuntẽ centra duorũ foraminũ extẽditur in corpore uitri
recte, donec perueniat ad concauũ uitri, & tũc reflectitur apud concauã ſuperficiẽ uitri, cũ
enim nõ tranſit p centrũ circuli, q eſt in cõcaua ſuperficiei uitri, patet per 72. primis hu-
ius, qm̃ ipſa nõ eſt perpẽdicularis ſuper cõcauam ſuperficiẽ uitri, refrangitur ergo in con
caua ſuperficie uitri, & cõmunis ſectio illius lineæ & concauitatis uitri eſt centrũ circuli
medij, & in hoc pũcto fit refractio ex aere ad uitrũ, arcus itaq; cadens inter cẽtrũ lucis &
punctũ 3, q eſt terminus diametri trãſeuntis per centrũ amborũ foraminũ ſubtẽditur an
gulo refractiõis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet aliorũ arcuũ refractiõe à pũcto k, &
poteſt oſtendi quantitas omniũ angulorũ refractiõis à cõcaua uitri ſupficie. Quod ſi ui-
trũ ſic diſponatur ut cõmuni ſectiõe ſuarũ planarũ ſuperficierũ poſita ſup lineã o e, cõue-
xitas uitri reſpiciat cẽtra foraminũ, tũc qa linea k f 3, pertranſiẽs uitrũ peruenit ad cõcauũ
uitri irrefracta, cũ ſit perpẽdicularis ſup planã ſupficiẽ ipſius, obliqua uero ſup cõcauam
eius ſupficiẽ, ergo et ſup cõuexã ſupficiẽ aeris cõtingẽtis uitrũ, refringetur ergo à conca
ua uitri ſupficie, & hæc refractio eſt à cõcauo uitri ad aerẽ, & anguli q fiũt ex aere ad ui-
trũ in cõcauo uitri ſunt idẽ iſtis, qm̃ ſemp anguli refractionis à uitro ad aerem, & ab aere
ad uitrũ ſunt idẽ, cũ angulus quẽ cõtinet linea per quã primo extenditur lux, eſt perpẽdi-
cularis exiens à loco reflexionis, fit idẽ angulus. & eodem modo poſſunt ſciri anguli refra
ctionis de aqua ad uitrũ, & de uitro ad aquã in ſuperficie uitri cõcaua, uel in ſuperficie alia
quacunq; quod ſi extremitas ſtili ducatur à puncto 3. in periferia medij circuli, ut prius,
tunc facta diſpoſitione ſitus uitri ſecundum exigentiam illius refractionis, occurret noti-
tia angulorum huius refractionis ad uiſum ſicut prius, patet ergo propoſitum.

VIII.

Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur.

Acceptis inſtrumẽtaliter prout potuimus propinquius angulis omniũ refractionũ à
quibuſcũq; diafonis notis adinuicẽ, ut ab aere ad aquã & uitrũ, & ab aqua ad uitrũ, & e-
conuerſo ab aqua & uitro ad aerem, & à uitro ad aquã, inuenimus quod ſemper idẽ ſunt
anguli refractionũ à quocũq; raro diafono ad diafonũ denſius illo. & ab eodem denſo ad
idem rarũ, ſecundũ hoc fecimus has tabulas, quarũ hæc eſt forma. Et præmittimus angu
los incidentiæ in primis, deinde alios angulos ſubiungimus ſecundũ modos ſuorũ circulo
rum quos præmittimus in capitibus ſuarũ linearũ. Poteſt itaq; ſecundũ has tabulas ex-
perimentaliter inuentas per inſtrumentũ præmiſſum, diligens inquiſitor ſcire omnes an
gulos refractionũ à medijs diuerſæ diafonitatis quibuſcunq; & patet ex eis, quoniã angu
li incidentiæ formæ eiuſdẽ puncti propinquiores radio à puncto rei uiſæ ſuperficiei cor-
poris diafoni, à qua fit refractio perpendiculariter incidenti ſunt minores, & remotiores
ab illo ſunt maiores, ut patet hoc in ſubſcripta figura per 31. primi, ablato enim angulo
maiore à ſuo recto qui relinquitur, fit minor alio angulo quando à recto aufertur angu-
lus minor, eritq; in eodẽ diafono denſiore primo angulus refractionis ab angulo inciden
tiæ maiori, maior angulo refractionis ab angulo incidẽtiæ minori, exceſſus quoq; angu
li refractionis maioris ſuper angulũ refractionis minorẽ erit minor exceſſu angulorũ in
cidẽtiæ maioris ſuper maiorẽ, & proportio anguli refractionis ab angulo incidentiæ ma
iori ad illũ angulũ maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo inci
dentiæ minore ad illum minorem, & angulus refractus, ſcilicet ille quem addit angulus
incidentiæ maior ſuper angulũ ſuæ refractionis, eſt maior angulo refracto quẽ addit an
gulus incidentiæ minor ſuper angulũ ſuæ refractionis, ſemper itaq; in medio ſecũdi dia
foni denſiore primo, erit angulus refractus minor angulo incidentiæ, & proportio iſtorum

angulorum refractorum ad æquales angulos incidentiæ diuerſificatur ſecundum diuerſitatem denſitatis ipſorum mediorum, cum enim per aerem eundem & ſecundum æqualitatem anguli incidentiæ fit refractio in aqua & uitro, acutiores fiunt anguli refracti in uitro quàm in aqua, & ſic ſecundum diuerſitatem diaſonitatis anguli uariantur. Si uero medium ſecundi diaſoni fuerit rarius, tunc ſemper angulus refractus erit maior angulo incidentiæ. Eritq; iſtorum angulorum habitudo ad alios angulos reuerſe ſe habens angulis præmiſsis, ac ſi promiſſæ tabulæ modo reuerſo ordinentur, & iſtorum angulorum refractorum & refractionis ſecundum maiorem & minorem raritatem diaſonitatis ſecundi medij ad eundem angulum incidentiæ proportio uariatur, quando enim à uitro ad aquam uel ad aerem fit refractio, tunc anguli qui fiunt in aere ſunt maiores angulis qui fiunt in aqua, & ſecundum hoc angulorum refractiones ad angulos incidentiæ proportio uariatur. Hæc itaq; ſunt quæ accidunt lucibus & coloribus, & uniuerſaliter omnibus formis in diffuſione ſui in corporibus diaſonis & in refractione quæ accidit in illis omnibus tam ſecundum ſe quàm in reſpectu ad uiſus. Patet itaq; quod quærebatur.

Tabula q̃ntitatũ angulorũ incidẽtiæ oĩb. ſeq̃ntib. cõis.	Anguli refracti ab aere ad aquã.		Anguli refractionis eiuſdem.		Anguli refracti ab aere ad uitrũ.		Anguli refractionis eiuſdem.		Anguli refracti ab a q̃ ad uitrum.		Anguli refractionis eiuſdem	
	pt	minut.	pt	minut.	p.	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	mi.
10	7	45		5	7	0	3	0	9	30	0	30
20	15	30		10	13	30	6	10	18	30	1	30
30	22	30	7	30	19	30	10	30	27	0	3	0
40	29	0	11	0	25	0	15	0	35	0	5	0
50	35	0	15	0	30	0	20	0	42	30	7	30
60	40	10	19	30	34	30	25	30	49	30	10	30
70	45	10	24	30	38	30	31	30	56	0	14	0
80	50	0	30	0	42	0	38	0	62	0	18	0

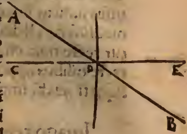
	Anguli refracti ab aqua ad aerem		Anguli refractionis eiuſdem.		Anguli refracti à uitro ad aerẽ.		Anguli refractionis eiuſdem		Anguli refracti à uitro ad aquã.		Anguli refract eiuſdẽ.	
	par	minut.	pt	minut.	par	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	mi.
10	12	5	2	5	13	0	3	0	10	30	0	30
20	24	30	4	30	26	30	6	30	21	30	1	30
30	37	30	7	30	40	0	10	30	33	0	3	0
40	51	0	11	0	55	30	15	0	45	0	5	0
50	65	0	15	0	70	30	20	0	57	30	7	30
60	79	30	19	30	85	0	25	30	70	30	10	30
70	94	30	24	30	101	30	31	30	84	0	14	0
80	110	0	30	0	118	0	38	0	98	0	18	0

IX.

Centro uiſus & pũcto rei per refractionem uiſæ in diuerſis diaſonis loca propria permutantibus, eædem lineę incidentiæ & refractionis nomina permutant.

Satis iam patuit ex præmiſsis huius 10. tractatibus, quod formæ uiſæ per refractionẽ extenduntur directe per lineam rectam, donec perueniant ad ſuperficiem alterius corporis diaſoni in quo eſt uiſus, Deinde refringuntur ab illo alio corpore diaſono p aliam lineam

lineam rectam,quæ continet cum linea incidentiæ angulum. Sit itaq; centrum uiſus a,&
punctum rei uiſæ b. Sitq; ſuperficies corporis in quo eſt punctũ b, ad uiſum exiſtentẽ in
puncto b,ſuperficies c d e,& refringatur forma puncti b,ad uiſum exiſtentẽ in puncto a,
à ſuperficie corporis c d e,puncto d,ſitq; linea incidentiæ quæ b d, & linea refractionis,
quæ d a,dico quod ſi centrũ uiſus & punctũ rei uiſæ permutẽt loca,ita ut centrũ uiſus po
ſitũ ſit in puncto b,& punctũ rei uiſæ in puncto a,tunc adhuc fiet refractio ab eodẽ pũcto
corporis quæ eſt d,& linea a d,erit linea incidentiæ,& linea d b,erit linea refractionis, &
ſic tantũ linearũ nomina permutantur manentibus eiſdẽ lineis & eodẽ angulo, hoc autẽ
patet per experientiã,cũ enim aliquis exiſtens in aere inſpexerit aliud corpus contentum
ſub alio corpore quod eſt diafonũ,differens in ſui diafonitate ab aeris diafonitate,tunc ui
ſus cõprehendet omnia quæ ſunt ultra illud corpus,quæcunq; opponuntur uiſui,& ſi co-
operuerit alterũ uiſuũ,& aſpexerit cũ reliquo,uidebit illa eadẽ quæ prius,ſiue illud medi
um ſit aer,uel aqua,uel uitrũ, uel criſtallus. Quod ſi uiſus ponatur intra aquã, aut ſub ui-
tro uel criſtallo,uidebit omnia corpora uiſibilia,quæ ſunt ultra illud aliud corpus diafo-
num in ipſo aere,ſiue ergo uiſus fuerit in aere,uel in uitro,ſemper cõprehendet omnia ea
dem quæ prius,patuit autẽ per 4. huius,quod uiſus per mediũ diafoni diuerſi nõ cõprehẽ
dit res quæ nõ ſunt in perpẽdiculari ducta à cẽtro uiſus ſuper ſuperficiẽ
diafoni corporis,niſi per refractionem,omne ergo punctũ cõprehen-
ſum à uiſu,præter illud punctum quod eſt in prædicta perpendiculari,
cõprehenditur per refractionẽ,& quoniã formæ omniũ punctorũ, quæ
ſunt in omnibus uiſibus exiſtentibus ultra corpus diafonũ,refrangũtur
in eodẽ tempore ad centrũ unius uiſus,patet quod ſi alicuius rei uiſæ,pũ
ctum eſſet in puncto,in quo tunc eſt centrũ uiſus,refrangitur forma illi
us puncti ad omnia pũcta,quæ ſunt in omnibus uiſibus exiſtentibus ul



tra illud corpus diafonũ oppoſitũ uiſui in illo tempore,fieretq; illa refractio eodẽ modo;
& ſimiliter eſt de quolibet puncto propinquo illi puncto in quo eſt centrũ uiſus,quoniam
ſi centro uiſus in eodẽ puncto remanente moueatur oculus ad omnẽ differẽtiam poſitio-
nis,cõprehendet omnia illa uiſibilia. Forma itaq; cuiuslibet puncti cuiuſcunq; rei uiſæ
cũ fuerit ultra aliquod corpus diafonũ, extenditur ad ſuperficiẽ corporis diafoni ultra
quod eſt,& refringitur ad uniuerſum eius quod opponitur ei ex corpore aeris, uel alte-
rius diafoni,& illa forma erit apud quodlibet punctũ illius ſecundi corporis diafoni, &
ob hoc forma totius rei uiſæ coniungitur apud quodlibet punctũ aeris uel alterius corpo
ris diafoni: forma enim cuiuslibet punctorũ rei uiſæ diffundit ſemper lineam rectam ad
unũquodq; punctũ corporis diafoni, unde ſi tot fuerint centra uiſuum in aere, quot ſunt
puncta aeris,quilibet illorũ uiſuũ uidebit totalẽ formam rei uiſibilis,quæ eſt ſub altero di
afono,nam ſemper forma rei uiſæ,tunc erit apud punctũ apud quẽ erit & centrũ uiſus,
unde etiam uiſus motus de loco ad locũ ſuper idẽ diafonũ, ſemper eandẽ uidet formam
quamdiu forma illa ſecundũ lineas rectas poteſt pertingere ad uiſum,& ſimiliter plures
aſpicientes cõprehendũt unam rem in cœlo & in aqua uno & eodẽ tempore,forma itaq;
cuiuslibet puncti rei uiſæ extẽditur ad quodlibet punctũ corporis diafoni in quo eſt res
uiſa,& formæ omniũ punctorũ rei uiſæ congregantur apud quodlibet punctũ cuiuslibet
corporis diafoni,in quo exiſtit,& apud quodlibet punctũ corporis diafoni diuerſi ab illo
corpore diafono, in quo exiſtit res uiſa, inter quodlibet enim punctũ aeris,& quamlibet
rem uiſibilẽ exiſtentẽ in aliquo corpore diafono diuerſo ab aere fit pyramis,cuius uertex
eſt in aliquo puncto aeris & baſis in ſuperficie rei uiſæ,fiuntq; tot pyramides quot ſunt
puncta aeris,uel alterius corporis diafoni in quo fit diffuſio formarum, quia itaq; totum
medium eſt plenum formis rerum,anguli uero refractionis quæ fiunt ab aere ad aquam
ſunt idem cum angulis refractionũ,quæ fiunt ab aqua ad aerem,ut patet per præmiſſam
in tabulis. Idem uero anguli ſemper per eaſdem lineas continentur, patet ergo quia lo-
cus cẽtri uiſus & punctũ rei uiſæ de uno diafono ad alterũ permutatis, ſemper quidẽ fit
formæ uniuerſalis diffuſio,nõ tamen percipitur quælibet forma,à quolibet uiſu in quoli-
bet puncto,ſed ſolum in illo à quo fit directio refractæ lineæ ad illum uiſum, patet itaq;
quia illæ lineæ manent eædem ſecundum ſubſtantiam nominibus tantum hinc inde per-

mutatis,ut quæ prius fuit linea incidentiæ uel extenſionis ipſius formæ, poſtea fiat linea refractionis,& econuerſo,patet ergo propoſitum.

X.

Omnis refractio formam lucis & coloris quæ ſunt in re uiſa, debilius uiſui repræſentat.

Hoc patet per experientiā,cū enim aliud uiſum eſt in medio ſecundi diafoni, utpote per aerē in aqua,& uiſus fuerit ualde obliquus à perpendicularibus exeuntis à punctis rei uiſæ ſuper ſuperficiē aquæ,& deinde uiſus moueatur donec fiat poſitus in perpēdiculari aliqua exeūte à re uiſa ſuper ſuperficiē aquæ,tūc lux & color rei uiſæ fiūt manifeſtiora ꝙ eſſent cū aſpiciebātur oblique,tūc enim figura exiēs ad uiſum ſecundū lineas obliquas eſt refracta,& multū obliqua,in perpendiculari,uero forma tota exit recte, & quedam partes eius oblique aut ferè recte ſecundū quod plus uel minus diſtant à perpendiculari,patet ergo ex hoc,quoniā reflexio debilitat in formis reflexis luces et colores,quas formæ rerū uiſarū ꝑ quodcunqꝫ corpus diafonū ſecū deferunt ad uiſum,nec enim eſt aliqua alia differētia illarū formarū in eſſe ſuo,ergo nec quo ad uiſum,niſi ſola obliquitas inducens refractionē,& perpendicularitas adiuuans directionē uiſionis,& ſecundū illa uiſus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaqꝫ in corporibus uiſis ꝑ mediū ſecundi diafoni propter refractionē fallacia,quæ non accideret in illis, ſi uiderentur recte,quia etiam ut patet per 33. quarti huius. Omnis linea uel ſuperficies rei uiſæ directe uiſibus oppoſita perfectius uidetur quàm obliquata,& ſecundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uiſionis,patet ergo propoſitum.

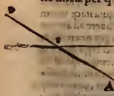
XI.

Imago refracta rei uiſibilis nunquàm occurrit uiſui in loco rei uiſæ, ſed ſemper extra ſuum locum.

Quod autem hic proponitur,patet ratione & experientia,ratio autē eſt hæc,nam forma comprehenſa à uiſo in corpore diafono alio ab aere non eſt ipſa res uiſa, quoniam uiſus non comprehendit rem tunc in ſua forma uel in figura, ſed in alijs diſpoſitionibus & alio modo,comprehendit enim imaginem refractam in ſua oppoſitione, cum tamen res non ſit directe uiſui oppoſita,& quia comprehendit rem refracte, ideo quia uiſus eſt decliuis à perpendicularibus exeuntibus à re uiſa ſuper ſuperficiem corporis diafoni,comprehendit ergo ipſum ut extra ſuum locum non in ſuo loco. Per experientiā quoqꝫ idem patet. Aſſumatur uas habēs oras erectas ſuper baſem eius,& in medio fundi uaſis ponatur denarius argenteus,& elonget ſe experimētans quouſqꝫ uideat illum denarium in fundo uaſis. Deinde elonget ſe paulatim ulterius,quouſqꝫ non uideat ipſum,& in principio occultationis ſtet in ſuo loco uiſu immoto,& præcipiat infundi aquam in uas,ita ut denarius non mutet locum,& tunc uidebit denarium in eius oppoſitione ipſo non exiſtente in eius oppoſitione.ex quo patet quod forma quam experimentans uidet in aqua,non eſt in loco rei uiſæ,nam ſi forma eſſet in loco rei uiſæ,tunc etiam res uiſa comprehendi poſſet ſine infuſione aquæ in uas quod non accidit in tanta diſtantia, ut patuit,imago itaqꝫ rei uiſæ per refractionem non uidetur in loco ipſius rei,quod eſt propoſitum.

XII.

Omnis forma puncti per refractionem uiſi comprehenditur in rectitudine lineæ per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uiſum.



Sit enim punctus per refractionē uiſus,qui eſt a,cuius forma refringatur ad uiſum ab aliquo puncto ſuperficiei corporis alterius diafoni, qui ſit b,& ſit centrū uiſus d,dico quod forma puncti a comprehenditur à uiſu ſecundum rectitudinem lineæ d b,hoc autē inſtrumentaliter declarandum,accipiatur itaqꝫ inſtrumentrum primum,& ponatur in uaſe impleto aqua ut prius,ut ſignetur aliquod uidendum per refractionem in ora inſtrumenti in oppoſitione uiſus, & intueatur experimentans per ambo foramina ita ut uideat illud per refractionem. Deinde

claudetur

claudetur ſecundum foramen inſtrumenti, & tunc non cõprehendetur res uiſa,& ſi claudatur primũ foramen,ſimiliter nihil uidebitur,qm̃ abſciſa eſt linea recta imaginabiliter exiẽs uiſus ad locũ refractiõis,forma enim pũcti uiſi per refractionẽ extẽditur in corpore diafono in quo eſt res uiſa,& refrangitur in corpore diafono q̃d eſt inter ipſum & centrũ uiſus,peruenitq́; ad uiſum per lineã rectam exeuntẽ à centro uiſus ad punctũ refractionis, & uiſus nõ comprehendit aliquid niſi in rectitudine linearum radialium p̄ quas forma uiſibiliũ mouetur ad uiſum,& ſi fiat operatio p̄ interpoſitionẽ alicuius uitri uiſui & rei uiſæ,ut ſupra eodẽ modo penitus operando,patebit idẽ,& hoc eſt propoſitũ. Viſus enim nihil cõprehendit niſi in rectitudine linearũ radialiũ,non enim patitur in progreſsione iſtarũ linearũ à punctis rerum uiſibilium ad uiſum,quoniam non uidet, niſi res ſibi oppoſitas,quarum formæ ſecundum lineas rectas multiplicant ſe ad uiſum, ut patuit per 2.tertij huius,& per multas ſimiles,patet ergo quod proponebatur.

XLII.

Omnis forma uiſa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari ducta à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio.

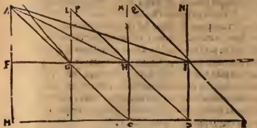
Quod hic proponitur,patet ideo,quia lux extenditur in corpore diafono tranſitu uelociſsimo,intelligendo illam uelocitatem modo prius expoſito,& iam patuit in his, quæ dicta ſunt in 47.ſecundi huius,quia tranſitus lucis in corpore diafono ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem illius corporis,eſt compoſitus ex motu ſuper lineam perpẽdicularem exeuntem à puncto,à quo extenditur lux ſuper ſuperficiẽ illius corporis diafoni, & ex motu ſuper lineam ductam in ſuperficie corporis diafoni aut lineæ æquediſtantis ei, quæ eſt perpendicularis ſuper hanc lineam perpendicularem ductam à pũcto corporis luminoſi,forma uero quæ extenditur à puncto rei per refractionem uiſæ ad ipſum punctum refractionis quæ eſt forma lucis exiſtentis in puncto rei uiſæ mixta cum forma coloris,ſemper extenditur ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem corporis diafoni, hæc ergo forma extenditur ad locum ſuæ refractionis motu compoſito ex motu ſuper perpẽdicularem exeuntem à puncto ipſo uiſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni, & ex motu ſuper lineam quæ eſt perpendicularis ſuper hanc perpendicularem. Eſt ergo motus formæ quæ mouetur ad uiſum aut ſuper perpendicularem ductam ab ipſo puncto cuius ipſa eſt forma ſuper ſuperficiem corporis diafoni,quamuis poſtmodum tranſlata ſit ab hac perpendiculari alio modo,aut motus eius eſt ſuper perpendicularem ductam ſuper illam priorem perpendicularem,& tranſlata eſt poſt motum eius ſuper primam perpendicularem ductam à puncto rei formæ motæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni,fitq́; hæc trãſlatio propter compoſitionem ex prædictis duobus motibus,forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipſum uiſum per motum formæ,quæ mouetur ſuper lineam perpendicularem ductam à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni. Deinde multiplicat ſe ad uiſum,palam eſt quod proponitur per hoc,quia ſi punctum ſuperficiei corporis diafoni cui incidit perpendicularis ducta à puncto rei uiſæ contingat abſcondi à uiſu,utpote propter interpoſitionem alicuius corporis opaci,non fiet uiſio illius puncti rei uiſæ,forma ergo rei uiſæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio, patet ergo propoſitum,quod eſt manifeſtius poſtmodum inſtrumentaliter ſtudebimus declarare.

XIIII.

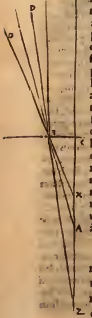
Omnium formarum punctorum rei uiſæ plus diſtantium à linea perpendiculari,ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni à qua fit refractio,maior eſt refractio quàm punctorum minus diſtantium ab illa.

Eſto centrum uiſus a,& linea uiſa per refractionem ſit b c d e,ſitq́; communis ſectio ſuperficiei refractionis & corporis,à cuius ſuperficie fit refractio lineæ f g h i,ſitq́; perpendicularis ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem illius corporis linea a f,quæ incidat in punctum b,rei uiſæ,& ſit a f b. Diſtetq́; à puncto b, & à perpendiculari a f b, plus punctum d quàm punctum c,& plus punctum e quàm punctum d,dico quod maior erit refra-

ctio puncti e quàm puncti d,& maior puncti d quàm puncti c,forma enim puncti a,cum



ſit in ipſa linea perpendiculari,patet per 3.huius, quia non refrangitur, formæ uero aliorum punctorũ quæ ſunt c d e, patet quod refranguntur per 4.huius,& quoniam ut patet per 49.huius,nulla refractio tranſmutat ſitum partium formæ refractę,ſed ſolum auget uel minuet figurã, patet quod de neceſsitate diuerſitas formarum pũctorum rei uiſæ refrangitur à diuerſis punctis ſuperficierum ipſius rei uiſæ,ita quod forma puncti remotioris à uiſu refrangitur à puncto ſuperficiei remotiori à centro uiſus,aliàs enim fieret tranſmutatio formarum uiſarum per refractionem. Sit ergo ut forma puncti c,refrangatur à puncto g,& forma puncti d à puncto h,& forma puncti e à puncto i,& educantur à puncto g, linea g l,& à puncto h, linea h m,& à puncto i,linea i n,perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni per 12. undecimi,& producantur lineæ incidentiæ formarum ultra ſuperficiem corporis linea c g in punctum o,& linea d h in punctum p, & linea e i in punctum q,& copulentur lineæ refractæ à punctis g h i, ad uiſum quæ ſunt g a,h a, i a.quia itaq; in trigono a f z,ductæ ſunt lineæ a g & a h, patet per 21.primi,quoniam angulus a g f eſt maior angulo a h f,quia ergo anguli l g f & m h f,ſunt recti & æquales,relinquitur angulus a g l minor angulo a h m,ſed angulus o g l & p h m ſunt æquales,quælibet enim linea incidentiæ cum ſua perpendiculari continet angulos æquales propter æqualem diſtantiam punctorum b c d e ab inuicem.& à ſuperficie diafoni à qua fit refractio. Eſt ergo angulus p h a maior angulo o g a,& angulus q i a maior angulo p h a. Eſt autem eadem diſpoſitio medij in quo fit refractio formarum punctorum c & d,à punctis g & h patet ergo quod maior fit refractio à puncto h remotiore ad uiſum a,quàm à puncto g,propinquiore uiſui illo puncto h. Similiter quoq; patet per eundem modum de puncto i,reſpectu puncti h, fit enim ſecundum præmiſſa angulus a i n maior angulo a h m, eſt ergo maior refractio puncti i,quàm puncti h,ergo eſt maior quàm puncti g, patet ergo uniuerſaliter quod proponebatur. In omnibus enim pũctis & ſuperficiebus à quibus fit refractio eſt eadem demonſtratio.



X V.

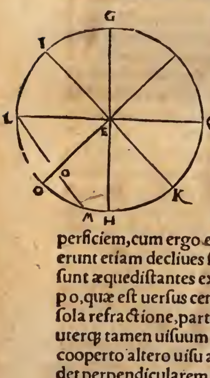
Locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uiſæ eſt in communi ſectione lineæ refractionis per quam peruenit forma ad uiſum,& katheti incidentiæ exeuntis ab illo pũcto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni uiſum contingentis, ex quo patet quod locus imaginis formæ puncti rei uiſæ exiſtentis in medio ſecundi diafoni denſioris primo approximat uiſui , in rariore uero elongatur.

Verbi gratia,ſit punctus rei uiſæ per medium ſecundi diafoni a.& ſuperficies ſecundi diafoni ſit in qua eſt linea b c,& ſit b punctus refractionis,& centrum uiſus ſit d,perueniat q; forma puncti a ad uiſum d ſecundum lineam refractionis quæ ſit b d. Ducatur itaq; à puncto a,perpendicularis ſuper ſuperficiẽ b c.quæ ſit a e,dico quod in puncto quæ eſt communis ſectio lineæ perpendicularis a e, productæ d b, eſt locus imaginis refractæ, hoc autem patet,quoniam per 11.huius,forma refracta occurrit uiſui in linea d b,& per 12.huius,occurrit in linea perpẽdiculari quæ eſt a e,occurrit ergo in communi ipſorum ſectione quæ ſit punctum x,hoc autem fortius inſtrumentaliter demonſtrandum . Accipiatur

platur columna rotunda lignea, cuius baſis diameter ſit unius cubiti, & altitudo modica, utpote duorum uel trium digitorum, & planentur ſuperficies baſium eius, & in uno baſi um ſuarum inuento per primam tertij, centro, quod ſit e, ducantur diametri quæcunq; placuerint, & ſint duo, quæ g h & i k, oblique ſe ſecantes, quæ profundentur ferro ut ap pareant uiſui, & impleantur profunditates ipſarũ ceruſa diſtemperata cũ lacte uel cũ a- lio albo liq̃re aut albo alio colore quocunq;, pũctũ uero centri quod eſt e, ſit nigrũ. Dein de accipiatur uas magnũ profundum habens oras erectas, & ponatur in loco luminoſo. Infundaturq; in uas aqua tanta, quod cum immiſſa fuerit columna in aquam erectam taliter, ut eius ſuperficies planæ perpendicularis ſint ſuper fundum uaſis, tunc ipſa aqua excedit punctum e, centrum circuli baſis columnæ ad aliquot digitos, expecteturq; donec aqua quieſcat in ipſo uaſe, moueatur itaq; columna donec g h, diameter baſis ht perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, declinetur quoq; uiſus extra ora uaſis, quouſq; appropinquet æquediſtantiæ ſuperficiei aquæ in tantum, ut poſsit uideri punctum e, cen trum circuli, & diameter g h, & inuenietur centrum circuli e, in rectitudine illius diame- tri, deinde intueatur uiſus diametrum i k, decliuem ſuper ſuperficiem aquæ, & inuenietur incuruari & frangi apud ſuperficiem aquæ. Eritq; pars eius intra aquam cum parte eius extra aquam continens angulum obtuſum reſpectu uiſus, cum tamen diameter g h extra aquam & intra aquam remaneat, linea una recta ſine refractione, uel continen- tiæ anguli, ex quo patet quod forma puncti centralis quod eſt e, quam uiſus comprehen dit, non eſt apud centrum circuli baſis, quia tunc eſſet etiam in rectitudine diametri de- cliuis quæ eſt i k, quia ſecundum ueritatem ille eſt eius ſitus. Cum ergo uiſus comprehen dit illud punctum extra rectitudinem diametri decliuis quæ eſt i k, & angulus quem con- tinent partes diametri decliuis i k, ſequentur perpendicularem g h, patet quod punctus in quo uidetur forma centri e, eſt eleuatus à centro baſis columnæ, & quia uiſus hoc pun ctum comprehendit in rectitudine diametri g h, patet quod forma centri f, eſt eleuata à uero loco centri ſecundum rectitudinem diametri perpendiculariter quæ eſt g h, patet etiam ex diametri decliuis i k, incuruatione apud ſuperficiem aquæ & ex rectitudine & continuitatis partis ſuæ intra aquam, quod omne punctum partis diametri i k, quod eſt intra aquã eſt eleuatum à ſuo loco. Deinde reuoluatur circulus baſis columnæ quou ſq; diameter i k, fiat perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, erit ergo tunc g h, diameter de cliuis ſuper ſuperficiem aquæ, & tunc uidebitur forma puncti f, in rectitudine diametri i k, & extra rectitudinem diametri g h, quoniam illa uidebitur frangi & incuruari ſuper ſuperficiem aquæ, & angulus incuruationis obtuſus erit reſpiciens uiſum & diametrum i k, perpendicularem ſuper aquæ ſuperficiem. Idem quoq; accidet ſi plures ſint diametri ſignati in ſuperficie baſis columnæ, ſemper enim forma centri f, uidebitur in rectitudine diametri perpendicularis, & diameter decliuis uidetur incuruari apud ſuperficiem aquæ & continet angulũ obtuſum cũ parte ſui quæ eſt intra aquã, quæ pars intra aquã ſemper uidebitur cõtinua & recta. Ex hoc itaq; patet quod forma cuiuslibet puncti a, uiſi in cor pore diafonitatis groſsioris, quàm ſit aeris diafonitas, uidetur extra locum ſuum eleuata in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo pũcto ſuperficiei corporis diafoni, cum li nea d b, continuans d, centrum uiſus cum puncto refractionis b, non fuerit perpendicula ris ſuper ſuperficiem corporis diafoni, & quia ſicut inſtrumentaliter & per rationem o- ſtenſum eſt per 11. huius, omne punctum comprehenditur à uiſu in ipſius uiſus oppoſitio ne & rectitudine lineæ per quam extenditur forma ad uiſum, puncta ergo quæ uiſus cõ prehendit per refractionẽ, quia ſunt in oppoſitione uiſus ſecundũ lineam rectam in com muni ſectione perpendicularis a e, & lineæ d a, productæ ad perpendicularem, neceſſa- rio uidentur. Eſt ergo punctus ille in quo illæ lineæ duæ ſecant ſe locus imaginis refra- ctæ, q̃d ſi fiat refractio formæ puncti uiſi à corpore diafono ſubtiliori ad groſsius, adhuc illud accidit quod in præmiſsis. quoniã adhuc locus imaginis refractæ erit in cõmuni ſe- ctione lineæ refractionis per quã forma peruenit ad uiſum, & lineæ perpendicularis du- ctæ à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiẽ corporis à qua fit refractio. Aſſumatur enim uitrũ ſuperficierum planarum & æquediſtantiũ, cuius longitudo ſit octo digitorum, latitudo

& ſpiſsitu

& ſpiſsitudo ſit æqualis quælibet quatuor digitorum. Deinde baſi columnæ ligneæ prædictæ prius inſcribatur linea decem digitorum per 1. quarti, quæ ſit l m. Eritq; medietas lineæ l m, quinq; digitorum, diuidaturq; in duo æqualia in puncto n, & à centro baſis quod eſt f, ducatur linea f n, & producatur illa linea ex utraq; parte ad periferiam ut fiat diameter o n f p. Erit itaq; per 3 tertij, linea f n, perpendicularis ſuper lineam l m, & ducatur linea f l, & compleatur diameter l q, hæ itaq; duæ diametri o p & l q, profundentur cultro, & impleatur diametri p o, concauitas colore albo & diametri l q, concauitas colore alio. Deinde ponatur uitrum ſuper baſem columnæ, taliter ut altera extremitas lõgitudinis ſuperponatur medietati lineæ quæ eſt n l, & quia uitrũ eſt in lõgitudine octo digitorum, & linea l n quinq; digitorum, patet quod longitudo uitri excedit quantitatẽ lineæ l n, in tribus digitis, & diſtinguantur de uitro tres digiti, de quibus duo erunt ex parte diametri l q, decliuis extra circulũ, & remanebit de longitudine uitri unus digitus ultra diametrum p o, perpendicularem ſuper lineam l m, ſitq; corpus uitri ex parte centri f, ſcilicet inter lineam l m, & centrum f, & ſic applicetur uitrũ tabulæ per glutinum, erit itaq; perpendicularis p o, erecta ſuper extremitates uitri quæ ſunt ſuperficies duæ æquediſtãtes, & diameter l q erit obliqua ſuper illas duas ſuperficies. Ponatur itaq; periferia circuli cui ſupereminet extremitas uitri ex parte uiſus experimentantis, & ponatur alter uiſuum in dicta communi circumferentiæ baſis & extremitatis uitri, hoc eſt in pũcto l, quod eſt extremitas diametri decliuis, quæ eſt l q, & applicetur taliter uitro, ita quod nihil uideatur cum illo oculo, niſi ſolus punctus l, reliquus uero uiſus ſit in parte, in qua eſt uitrũ & circulus, & cooperiatur illud quod opponitur ei ex ſuperficie uitri cum panno linteo, uel bombacæ, applicata taliter ſuperficiei columnæ, ut non uideatur niſi ſola diameter decliuis l q, & per unum uiſum contingentem uitrum diameter uero p o, perpendicularis alba uideatur utroq; uiſu. Sic itaq; diſpoſito uiſu & inſtrumento, centrum circuli f, inuenietur in rectitudine diametri p o, albæ, quæ eſt erecta ſuper ſuperficiem uitri, & inuenietur diameter decliuis quæ eſt l q, incuruata in ſuperficie uitri, quæ eſt ex parte centri f, caderq; angulus incuruationis ex parte circumferentiæ, ſed uiſus comprehendit partem diametri l q, quæ eſt ſub uitro in rectitudine, & quoniam uiſus tangit ſuperficiem uitri, & diametri perpendicularis quæ eſt p o, aliqua pars eſt ſub uitro, & alia extra uitrum ex parte extremitatis diametri, ut eſt eius pars quæ o n, pars illa quæ eſt ſub uitro comprehenditur à uiſu exiſtente extra uitrum ſecundum refractionem, & pars o n, quæ eſt ex parte extremitatis diametri comprehenditur à uiſu extra uitrum exiſtente recte & ſine refractione, pars autem quæ eſt ex parte centri comprehenditur ab utroq; uiſu per refractionem, nam lineæ exeuntes à centro uiſus contingentis uitrum & extenſæ in corpore uitri peruenientes ad ſuperficiem uitri, quæ eſt ex parte centri, omnes fiunt decliues ſuper ſuperficiem uitri, pars ergo perpendicularis diametri p o, illa quæ eſt ex parte centri comprehenditur à uiſu contingente uitrum per refractionem, lineæ uero exeuntes à reliquo uiſu ad ſuperiorem uitri ſuperficiem erunt decliues ſuper ſuperiorem uitri ſuperficiem, cum ergo extenduntur ad ſuperficiem uitri, reliquam quæ eſt ex parte centri f, erunt etiam decliues ſuper illam, ut patet per 23. primi huius, illæ enim ſuperficies uitri ſunt æquediſtantes ex hypotheſi, uiſus itaq; ille comprehendet etiam partem diametri p o, quæ eſt uerſus centrum f, duabus refractionibus, partem uero quæ eſt ſub uitro una ſola refractione, partem uero ſuperiorem quæ eſt p o, comprehendet abſq; refractione, uterq; tamen uiſuum comprehendit hanc diametrum p o rectam, & ſi experimentator cooperto altero uiſu aſpiciat ſolum per uiſum qui poſitus eſt ſuper uitrum, comprehendet perpendicularem p o rectam, & ſi eleuauerit uiſum à ſuperficie uitri, & intueatur diametrum p o ultra uitrum, comprehendet tamen ipſam lineam rectam, quamuis comprehendat ipſam ſecundũ refractionem, quoniã quilibet pũctus diametri p o, & ſi non comprehendatur à uiſu in ſuo loco, cõprehẽditur tamẽ in rectitudine perpendicularis q̃ exit à



puncto

puncto illo ſuper ſuperficiem uitri, hæc autem eſt ſola ipſa linea p o, per 20. primi huius, quoniam ab uno puncto ſuper unamquanque ſuperficiem unam tantum perpendicularẽ duci eſt poſsibile. Hæc autem linea quæ eſt p o, à quolibet ſui puncto procedit perpendiculariter ſuper ſuperficiem uitri. Omnis ergo refractio ſuorum punctorum fit ſuper ipſam eandem. forma itaque centri f, quando uiſus tangit uitrum, comprehenditur in rectitudine diametri p o, exeuntis perpendiculariter à centro f, ſuper ſuperficiem uitri, & diametri declinis l q, pars extra uitrum exiſtens uerſus centrum f, comprehenditur non in ſuo loco, ideo quia punctus centri f, non conprehenditur à uiſu, niſi præter ſuum locum, & cum angulus incurnationis fuerit ex parte circumferentiæ, tunc forma centri f, uidetur ſub centro baſis columnæ, quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehenſi à uiſu in ſecundo medio rarioris diafoni illo diafono in quo eſt uiſus, eſt in rectitudine perpendicularis productæ ab illo puncto ſuper ſuperficiem corporis diafoni, quod eſt contingens uiſum, & eſt remotior à ſuperficie eiuſdem diafoni quàm ipſum punctum, cuius uidetur forma, & quoniam omne punctum comprehenſum à uiſu per undecimam huius, eſt in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, patet quod forma cuiuslibet puncti in quibuſcunque diafonis taliter ſituatis comprehenditur in puncto, qui eſt communis ſectio lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni quod eſt contingens uiſum, & patet ex præmiſsis correlarium, locus enim formæ puncti rei uiſæ per refractionem quando fit illa refractio in medio ſecundi diafoni denſiore primo, tunc locus imaginis approximant ipſi uiſui, ut patet in experimentatione prima de centro f, cum ipſum uidetur ſub aqua, cum uero fit refractio à ſuperficie alterius diafoni rarioris primo diafono contingente uiſum, tunc locus imaginis elongatur à uiſu, ut patet in experimentatione ſecunda de centro f, uiſo ſub uitro approximato uiſibus, cuius forma per medium rarius uitro quod eſt aer diffunditur ad uitri ſuperficiem, & per uitrum refringitur ad uiſum, ut enim exemplariter patet in prima figura præſentis propoſitionis, punctum x, propinquius eſt uiſui exiſtenti in puncto d, quàm punctum z, patet itaque propoſitum.

XVI.

Formæ puncti rei uiſæ per refractionẽ exiſtentis in medio ſecundi diafoni, locus imaginis quãdoque eſt in ipſo ſecũdo corpore diafono, quãdoque in eius ſuperficie, ut in ipſo puncto refractionis, quandoque eſt inter uiſum & illud corpus diafonum, quandoque retro uiſum, quandoque in ipſa ſuperficie uiſus.

a

Quia enim oſtenſum eſt per præmiſſam, quod locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uiſæ, eſt in communi ſectione lineæ, per quam forma peruenit ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis ab illo puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni uiſum contingentis, cum illæ lineæ neceſſario concurrant, aut æquediſtant. Si concurrunt, patet quod ubicunque illæ lineæ ſe interſecauerint, ſiue hoc ſit intra corpus diafonum, in quo eſt punctus rei uiſæ, ſiue fuerit extra illud corpus, inter uiſum & ſuperficiem illius corporis, ſiue hoc fuerit in centro uiſus, ſiue retro uiſum, ibi ſemper erit locus imaginis formæ puncti rei uiſæ. Si uero illa linea per quam forma peruenit ad uiſum fuerit æquediſtans illi perpendiculari, tunc non erit aliqua certitudo propria loci illius imaginis niſi ſolum ipſum punctum refractionis, in illo ergo uidebitur imago illius formæ, ſicut etiam accidit idem, quando linea refractionis & ducta perpendicularis in ipſo puncto refractionis ſe interſecant, nec indigent hæc alia demonſtratione niſi illa quam in 12. octaui huius, in ſpeculis ſphæricis concauis poſuimus, hæc enim refractio, ut patet per 7. huius, quandoque fit à ſuperficie concaua corporis diafoni, quod corpus eſt ex parte uiſus contingens conuexum corporis diafoni quod eſt ex parte rei uiſæ, unde eſt omnimoda demonſtrationis ſimilitudo facienda hinc & inde, patet ergo propoſitum, diuerſantur enim illæ perpendiculares ſecundum diuerſitatem ſuperficierum corporum, à quibus fit refractio.

XVII.

In refractione formarum à ſuperficiebus corporum alterius diafonitatis ad uiſum, ſemper fit deceptio in ſitu.

Quoniam enim ſecundum omnes lineas per quas forma extenditur ad uiſum ſemper fit refractio in ſuperficie corporis alterius diafonitatis, ut linea per quam forma extenditur in medio unius diafoni angulum contineat cum linea illa per quam in ſecundo diafono forma peruenit ad uiſum, ſola uero perpendicularis ducta à puncto uiſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni non refrangitur, & omnis imaginis refractæ locus eſt in communi ſectione lineæ ſecũdæ per quam forma refracta extenditur ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni uiſum contingentis per 14. huius, hæc autem ſectio ſemper eſt extra locum uerum puncti uiſi, quoniam ſola linea incidentiæ concurrit cum illa perpendiculari in ipſo puncto rei uiſæ, à quo ambæ illæ lineæ producuntur, palam ergo quia uiſus nunquam uidet formam rei uiſæ per refractionem uiſi ab alio loco & ſitu ꝙ ſit ipſa res uiſa, erit itaqꝫ poſitio formæ comprehenſæ à uiſu alia à puncto rei uiſæ, & ſimiliter eſt de remotione, hæc autem ſunt quædam ſitus, punctus enim communis ſectionis dictarum linearum faciens locum imaginis in refractione ex diafono denſiore ad ſubtilius ſe eleuat approximando uiſui, & in refractione ex diafono rariori ad denſius ſe deprimit, remouendo ſe à cẽtro uiſus, ut patuit per correlarium 14. huius, patet itaqꝫ quod locus imaginis ſemper ſe uariat, & ſecundum hoc decipitur uiſus ſecundum ſitum imaginis alium locum rei uiſæ, & ſituationem aliam accipiens ſecundum illud, patet ergo propoſitum.

XVIII.

Omnis forma rei uiſæ per refractionem comprehenditur ac ſi res illius formæ ſit in loco imaginis conſtituta.

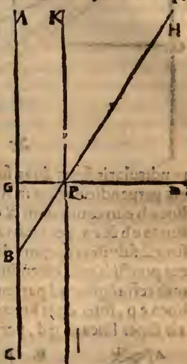
Sicut enim in 12. huius, dictum eſt, forma exiſtens in puncto refractionis peruenit ad ipſum uiſum per motum formæ quæ mouetur ſuper lineam perpẽdicularem ſuper ſuperficiem corporis diafoni ductam à puncto rei uiſæ. Deinde transfertur ad hanc perpendicularem per motum in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, forma itaqꝫ quæ eſt ſuper lineam perpendiculariter incidentem ſuperficiei corporis diafoni, & deinde mouetur in rectitudine lineæ, per quam forma extenditur ad uiſum, eſt forma quæ extenditur à puncto uiſo in rectitudine perpendicularis exeuntis ex ipſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni donec perueniat ad punctum ſectionis, inter hanc perpendicularem & lineam per quam forma extenditur ad uiſum, forma itaqꝫ quam uiſus comprehendit refracta ultra corpus diafonum eſt per motum formæ, quæ peruenit ad uiſum à loco imaginis, comprehendit autem uiſus hanc formam in loco imaginis, ſicut alia quæ in ſuo loco comprehẽdit ſine refractione per medium unius diafoni & directe, uidetur itaqꝫ res diſtans tantum à centro uiſus, quantum punctus imaginis diſtat ab eodem centro uiſus, quoniam ſitus loci imaginis in reſpectu uiſus, & ſitus formæ quæ eſt in loco imaginis. unde propter refractionem forma rei uiſæ comprehenditur in loco imaginis, patet ergo propoſitum.

XIX.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio exiſtente linea recta, punctoqꝫ rei uiſæ exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni qualiſcunque à nullo puncto illius ſuperficiei fiet refractio, & una tantum imago uiſui concurret.

Eſto centrum uiſus a, & punctus rei uiſæ b, ſitqꝫ g, aliquod punctum ſuperficiei corporis in quo fit refractio, quod ſit groſsioris uel rarioris diafonitatis quàm corpus quod eſt contingens uiſum, ducaturqꝫ à puncto a, centro uiſus linea a g c, quæ ſit perpendicularis

ris ſuper ſuperficiem corporis ſecundi diafoni per 11. undecimi, ſitq́ punctus rei uiſæ, qui eſt b, in linea g c, palam ergo per 3. huius, quoniam uiſus a comprehendet formam puncti b, recte ſine omni refractione, quia forma puncti b in rectitudine extenditur per lineam b g, ad ſuperficiem corporis diafoni quod eſt cõtingens uiſum in puncto a, & quia linea l g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni contingentis uiſum, cõprehendet ergo uiſus a punctum b in ſuo loco ſecundum rectitudinem lineæ a g b, non eſt itaq́ poſsibile ut punctum b, extra lineam b g a refrangatur ad uiſum a. Si autem detur hoc eſſe poſsibile, ſit ſuperficiei illius diafoni in qua eſt punctus refractionis b, alter punctus refractionis qui ſit p, extra lineam a g b, & refrangatur forma puncti b ad a centrum uiſus à puncto p, imaginemur itaq́ ſuperficiem refractionis in qua ſit linea perpendicularis quæ a g b, tranſire per punctum p, & ſit communis ſectio huius ſuperficiei, & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio linea recta, quæ eſt g p d, per 3. undecimi, & à puncto p, extrahatur perpendicularis ſuper lineam g d, per 11. primi, quæ ſit k p l, & ſit linea k p l, producta ſecãs ipſum corpus diafonum, in cuius ſuperficie fit refractio formæ puncti b ad uiſum a. Eſt ergo linea k l p, perpendicularis ſuper ſuperficiem illius corporis diafoni, ducatur itaq́ linea b p, & producatur ultra corpus diafonum uſq́ ad punctum h Erit ergo angulus k p h, contentus à linea p h, per quam extenditur forma, & linea k p, perpendiculari exeunte à pũcto refractionis quod eſt p, ſuper ſuperficiem corporis diafoni, quia itaq́ corpus diafonũ, quod eſt ex parte uiſus a, eſt ſubtilius illo quod eſt ex parte ipſius b, puncti rei uiſæ, tunc enim forma pũcti b, peruenerit ad p, pũctum refractionis, palam per quartam huius, quia refrangetur ad partem contrariam illi parti in qua eſt perpendicularis k l, non ergo peruenit forma refracta ad lineam a b, ergo neq́ ad punctum a, quod eſt centrum uiſus, ſed datum eſt ipſum refrangi à puncto p ad punctum a, accidit igitur impoſsibile cõtra hypotheſim, & quocunq́ alio puncto dato idem accidit impoſsibile, non ergo refrangitur forma puncti b ad uiſum a, ex aliquo puncto ſuperficiei illius corporis diafoni dato extra lineam a g b, ſed ſolum forma illa puncti b, ſecundum rectitudinem peruenit ad uiſum a, quod ſi corpus diafonum contingẽs ſuperficiem uiſus ſit denſius diafono illo corpore quod eſt continens punctum rei uiſæ, tunc idem linea p h refrangetur ad partem perpendicularem p k, propter denſitatem diafoni ſecundi, nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k, ergo neq́ cum linea a b æquediſtante ipſi p k, per ſextam undecimi, quoniam ambæ lineæ a b & k l, ſunt erectæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni in qua eſt linea g p d, qualecunq́ ergo fuerit diafonum ſecundum, ſcilicet rarius uel denſius primo diafono, ſemper puncto rei uiſæ ſic diſpoſito à nullo puncto illius ſuperficiei diafoni fiet refractio ad uiſum, ſed uidebitur res in ipſa linea perpendiculari ducta à centro uiſus ad punctum rei uiſæ ſecante ſuperficiem corporis ſecundi diafoni in uno tantum puncto g, forma ergo illius puncti non comprehenditur, niſi ex uno tantum puncto ſuperficiei illius corporis diafoni, habet ergo tantum unicam imaginem non refractam, quod eſt propoſitum.

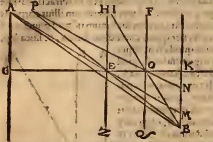


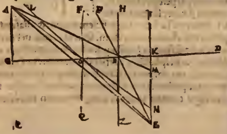
XXI.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio exiſtente linea recta, punctoq́ uiſo exiſtente extra

perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni denſioris diafono uiſum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & uidebitur unica imago.

Remaneat diſpoſitio, quæ eſt in proxima præcedente, & ſit punctus b, extra lineam perpendicularem ductam à centro uiſus a, ſuper ſuperficiem ſecundi diafoni, quæ eſt a g e, educatur quoq; ſuperficies plana per lineam a g e, & per punctum b, hæc itaq; erit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis diafoni per decimamoctauam undecimi, & ſecabit ſuperficiem corporis diafoni ſecundum lineam rectam per tertiam undecimi, quæ ſit g d, non ergo refrangetur per ſecundam huius, forma puncti b ad uiſum a, niſi ab aliquo puncto ſuperficiei in qua eſt linea g d, non enim trāſiit per duo puncta a & b, ſuperficies perpendicularis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis diafoni, niſi ſolum ſuperficies tranſiens perpendicularem a e ſed perpendicularem a e; & per puncta b, non tranſit aliquā ſuperficies plana, niſi una ſola, tantum forma ergo puncti b, refrangitur ad punctum a, centrū uiſus ab aliquo puncto lineæ g d, quæ ſit e, ducanturq; duæ lineæ b e & e a, & extrahatur à puncto e, linea perpendicularis ſuper ſuperficiem g e d, per duodecimam undecimi, quæ ſit h e z, quæ per primam huius, erit in illa ſuperficie refractionis, erit ergo linea h e z, perpendicularis ſuper duas ſuperficies illorum duorum corporum diafonorum, quia ducta eſt perpendiculariter in ſuperficie erecta ſuper illas ambas ſuperficies, producatur itaq; linea b e, in continuum & directum, & ſit linea b e p, erit ergo linea e p, cadens inter duas lineas e h & e a, per quartam huius, nam corpus diafonum quod eſt ex parte a, centri uiſus, eſt ſubtilius corpore diafono quod eſt ex parte b, ergo per eandē quartam huius forma puncti b, quæ extenditur per lineam b e, cum peruenit ad e, punctum datum refractionis refrangitur ad partem contrariam puncti perpendicularis quæ eſt z e h, erit ergo linea e p, inter duas lineas e b & e a, ducatur itaq; à puncto uiſo b, linea perpendicularis ſuper lineam g d, per duodecimam primi, quæ ſit b k, erit ergo linea b k, perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni, quod eſt ex parte b, quia ducta eſt perpendiculariter in ſuperficie a b g, erecta ſuper illam, educatur itaque linea a e, in continuum, hæc itaque reſecabit ab angulo b e k, angulum æqualem angulo p e a, per decimamquintam primi. Secabit ergo per uigeſimamnonam primi huius, et lineam b k, illi angulo ſubtenſam Secet ipſa itaq; lineam b k in puncto m, palam itaq; per decimamquartam huius, quoniam punctus m, eſt locus imaginis formæ puncti b, & angulus p e a, eſt angulus refractionis. Dico itaq; quod punctus b, non habebit aliam imaginem, præter quàm illam quæ eſt in puncto m, nec forma eius refrangetur ad uiſum in punctum a, ab alio puncto ſuperficiei corporis diafoni, quàm puncto e, nec enim poteſt forma puncti b comprehendi à uiſu, niſi ſecundum perpen-





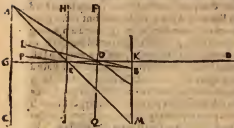
dicularem

dicularem b k,per 12.huius. Si itaq; punctus b,aliam habuerit imaginē ꝙ in puncto m, erit ille punctus in linea b k,& inter duo puncta b & k,per 14.huius,quia corpus qđ eſt ex parte b pūcti uiſi eſt groſsioris diafonitatis illo corpore q̄d eſt ex parte uiſus a. Sit itaq; ſi poſsibile eſt illa alia imago formæ puncti b,in puncto lineæ b k qđ ſit n,erit itaq; punctus n,aut inter duo puncta m k,aut inter duo puncta m b,ducatur quoq; linea a n à centro uiſus ad punctum n,hæc itaq; ſecabit lineam g d,per 1. undecimi,ſunt enim puncta a b k,in eadē ſuperficie cū linea g d,ut patet ex præmiſsis. Secet ergo linea a n,lineā g d,in puncto o,ducaturq; linea b o,quæ producta ultra punctū o,ſignetur ad punctū l, erit itaq; punctū o,punctū refractionis formæ puncti b,ad uiſum in punctū a,quia b o l eſt linea per quā extenditur forma,& eſt angulus l o a,angulus refractionis,ducatur itaq; à puncto o linea perpēdicularis ſuper lineam g d,per 11.primi,quæ ſit linea f o q,erit itaq; linea f o q,perpendicularis ſuper ſuperficiē corporis diaphoni per 27.primi,& per 8. undecimi,& erit angulus l o f,æqualis angulo o b n,cōtēto à perpēdiculari f q, & à linea b o,per quā extēditur forma ad locū refractiōis per 29.primi,quoniā ut patet per 6. undecimi,lineæ b k & f o q ſunt æquediſtātes,ſi itaq; punctus n, fuerit inter duo pūcta m & k, tūc pūctus o erit inter duo puncta e & k,ſecans lineā e k,per 32.primi huius,erit itaq; angulus e b k,maior angulo o b k,per 29.primi huius,q̄a omne totū eſt maius ſua parte,& quia angulus p e h,eſt æqualis angulo e b k,per 29.primi,& angulus l e f,æqualis angulo o b k,per eandē 29.primi,quoniā lineæ h 3 & f q,& b k,ſunt inter ſe æquediſtantes,erit ergo angulus p e h,maior angulo l o f,& angulus p e a,eſt angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui eſt p e h,& angulus l o a,eſt angulus refractiōis ex angulo incidētiæ, qui eſt l o f,angulus ergo p e a,eſt maior angulo l o a,per 8.huius,oſtēſum eſt enim in corollario qđ præcedit tabulas ibi poſitas,cuius ueritas patet ex præcedēti experimētatione, quoniā anguli refractionū in medio ſecundi diaphoni groſsioris quibus differūt anguli incidētiæ ab angulis refractis cōtentis ſub linea perpēdiculari ducta à puncto refractionis ſuper ſuperficiē diaphoni,& à lineis refractis ad uiſum in maioribus angulis incidentiæ ſunt maiores,& in minoribus ſunt minores,ergo angulus a e h eſt minor angulo a o f qđ eſt impoſsibile,quoniā enim p 21.primi,angulus a e g eſt maior angulo a o g , & anguli h e g & f o g ſunt æquales p 29.primi,& quia ſunt recti,patet ergo angulus a o f, eſt maior angulo a e h,cum ergo ſequatur impoſsibile ex datis,patet quod punctum n , non cadit inter puncta m & k. Similiter quoq; ſequitur ex illis datis,ut angulus e b , ſit maior angulo a o b quod eſt impoſsibile,& cōtra 21.primi,producta linea a b,quæ ambobus illis angulis ſubtenditur,& à cuius punctis terminalibus illæ lineæ producūtur. Si enim angulus p e a,ſit maior angulo l o a,ergo per 13.primi,angulus a e b eſt maior angulo a o b. Eſt enim uterq; illorū ſuper angulū ſuæ refractionis reſiduū duorū punctorū,quod ſi punctus n,qui datus eſt eſſe locus ſecundæ imaginis formæ puncti b,fuerit inter duo puncta m & b,linea b k,tunc punctus e,erit inter duo puncta o & k,per 32.primi huius,quod poteſt oſtendi ut prius,& erit angulus e b k,minor angulo o b k,erit ergo ut prius,angulus p e h minor angulo l o f,& erit angulus p e a,qui eſt angulus refractiōis minor angulo l o a,qui eſt etiam angulus refractionis,angulus ergo a e b eſt maior angulo a o b, qđ eſt impoſsibile ut prius per 21.primi,ducta linea a b. Impoſsibile eſt ergo quod punctus n,ſit locus imaginis formæ puncti b , ergo neq; aliquod aliud punctum lineæ b k, præter punctum m,punctus itaq; b,exiſtens in propoſito ſitu non habebit alium locum imaginis reſpectu uiſus a, niſi ſolum pūctum m,nec refrangitur ab alio puncto ſuperficiei corporis diaphoni ad uiſum a,niſi à ſolo puncto e,quod eſt propoſitum.

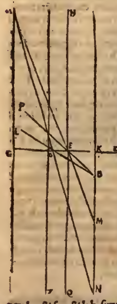
XXI.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni,in quo fit refractio exiſtente linea recta,punctoq; uiſo exiſtente extra perpendicularem ductam à centro uiſus per ſuperficiem corporis diafoni rarioris corpore diafono uiſum contingente,ab uno tantum puncto fiet refractiō & unica uidebitur imago.

Remaneat omnis diſpoſitio ut in præcedentibus, niſi quod corpus diafonum in cuius ſuperficie eſt linea g d, & perpendicularis g c, quod eſt ex parte uiſus a, ſit groſsioris diafonitatis illo corpore, quod eſt ex parte b, puncti rei uiſæ, & illud quod eſt ex parte puncti b, ſit rarius, & ſit linea b k, ducta à puncto rei, per 11. undecimi, perpendicularis ſuper



ſuperficiem corporis diafoni, fiatq́ refractio formæ puncti b, ad uiſum a, ex puncto ſuperficiei illius corporis quod ſit e, & ducãtur lineæ b e & e a protrahaturq́ linea l e, uſq; ad punctum p, ultra ſuperficiem corporis in qua eſt linea g ſ, & à puncto refractionis quod eſt e, ducatur linea h e, perpendiculariter ſuper lineam g k, cadet ergo linea a e, media inter duas lineas a p & e b, nam prima linea per quam extenditur forma ad locum refractionis eſt linea b e p, ſit autem refractio ad partem perpendicularis e h, per quartam huius, nam corpus quod eſt ex parte uiſus a, eſt groſsioris diafonitatis corpore quod eſt ad partem rei uiſæ b, ut patet ex hypotheſi, protrahatur itaq; linea a e, ultra punctum e, quouſq; concurrat cum linea k b, concurret autem cum illa per ſecundam primi huius, ſecat enim eius æquediſtantẽ lineam h e 3. Secet ergo lineã k b in puncto m. Eſt itaq; per 14. primi huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti b, & profundabitur ſub puncto b, ultra ſitum rei, cuius ipſum habet formam, nam corpus quod eſt ex parte b, eſt ſubtilius illo corpore q̃d eſt ex parte uiſus a, dico itaq; quod forma puncti b non refrangitur ad uiſum a, niſi à ſolo puncto e, & quod non habet imaginem, niſi in ſolo pũcto m, ſi enim hoc ſit poſsibile, ut plures habeat imagines q̃ illa quæ eſt in puncto m, ſit ut habeat imaginem in puncto alio q̃d ſit n, erit itaq; punctus n, in linea perpendiculari b k, ꝑ 12. huius & infra punctũ b ꝑ 14. huius, propter corporũ diafonorũ mediorũ propoſitam diuerſitatẽ, aut igitur erit punctus n, inter duo puncta m & b, aut ſub puncto m, ſit primo inter duo puncta b & m, ducaturq́ linea a n, quæ ſecabit lineam e k, per 32. primi huius, quia ipſa producta à pũcto lateris m e, ſecat latus k m, trigoni e k m, remotius à puncto a, q̃d eſt latus k m, & etiam ideo quia puncta a & b, ſunt in eadẽ ſuperficie, & linea e d eſt iacẽs inter illa puncta. Secet ergo ipſum in puncto o, eſt itaq; o punctus refractionis, & ducatur linea b o, quæ tranſeat uſq; ad punctũ l, & ex pũcto o extrahatur linea f o q, perpendiculariter ſuper lineã g o d ꝑ 11. primi, linea itaq; b o eſt illa linea ꝑ q̃ linea pũcti b, extẽditur ad pũctũ refractiõis q̃d eſt o, linea q̃q; o a, erit inter duas lineas o l & o f, q̃m in tali diſpoſitiõe mediorũ diafonorũ ſemper fit refractio ad ꝑpẽdicularẽ ꝑ 4. huius. Si itaq; pũctus n, fuerit inter duo pũcta m & b, erit ꝑ 32. primi huius, pũctũ o, inter duo pũcta e & k, ergo ut in p̃miſſa ꝑ 29. primi huius, angulus o b k, erit minor angulo e b k, q̃m pars eſt minor ſuo toto, ſed per 29. primi, angulus l o f, eſt æqualis angulo o b k, & angulus p e h, eſt æqualis angulo e b k, ideo quod lineæ h e & f o, & k b ſunt æquediſtantes, eſt ergo angulus l o f, minor angulo p e h, angulus itaque l o a, qui eſt locus refractionis per corollarium 8. huius, eſt minor angulo p e a, qui eſt etiam angulus refractionis, ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f, ſuper angulum refractionis qui eſt l o a, eſt maior angulo a e h, qui remanet de angulo p e h ſuꝑ angulũ refractionis qui eſt p e a, ꝑ eandẽ 8. huius, ſed angulus a o f, eſt æqualis angulo

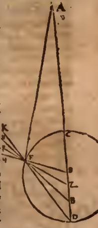


gulo a n k,per 29.primi,& angulus a e h,eſt æqualis angulo a m k,per eandem 29.primi angulus itaq; a n k,eſt minor angulo a m k,quod eſt impoſsibile,& contra 16.primi. Si autẽ punctus n,fuerit infra punctum m,tunc ut prius in proxima huius, deductiõe facta punctus e,cadet intra punctum o & k,& erit angulus o b k,maior angulo e b k,per 29. primi huius,& quia totũ eſt maius parte,angulus ergo l o f,erit maior angulo p e h, per 29.primi,ergo angulus l o a,eſt maior angulo p e a,& angulus a o f eſt maior angulo a e h,per 8.huius,ut prius,ergo angulus a n k,per 29.primi,eſt maior angulo a m k, quod eſt impoſsibile,& contra 16 primi,non eſt ergo imago formæ puncti b,in puncto n, nec en aliquo alio puncto lineæ m k b. præter quàm in puncto m,quoniam idem impoſsibile accidit in omnibus datis punctis,ab unico ergo puncto in hac diſpoſitione fiet refractio, & unica uiſui occurrit imago,patet ergo propoſitum.

XXII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo,punctoq; uiſo exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper conuexam ſuperficiem corporis diafoni, formæ rei uiſæ à nullo puncto fiet refractio,& una tantum uidebitur imago.

Sit centrũ uiſus punctũ a,ſitq; b punctus rei uiſæ ultra corpus diafonũ groſsius illo corpore diafono,quod eſt circa uiſum,& ſit ſuperficies illius corporis diaphoni, q eſt ex parte b,ſuperficies conuexa illa quæ eſt ex parte uiſus a,ſitq; cõmunis ſectio ſuperficiei refractionis & ſuperficiei illius corporis diafoni per 69.primi huius,circulus c d e, cuius cẽtrum ſit pũctus 3.& ducatur linea a c 3 d,qui neceſſario erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni per 72.primi huius,quoniã tranſit p punctũ 3,centrũ eius,ſitq; b pũctus rei uiſæ in ppẽdiculari linea quæ eſt a d,tũc itaq; uiſus a cõprehẽdet formã pũcti b,ſine aliqua refractiõe, nã forma quæ extẽditur ſecũdũ lineã d a,extẽditur recte in corpore diafono quod eſt ex parte uiſus a,p 3.huius,ideo q̃d linea d a eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni quod eſt ex parte uiſus comprehẽdet itaq; uiſus a,forma puncti b,in ſuo loco & recte, ſed & in hac diſpoſitiõe forma puncti b,nunq; refringitur ad a uiſum. Aut enim pũctus rei uiſæ qui eſt b,erit in centro corporis diafoni quod eſt 3, aut extra illud,ſi fuerit in centro 3,tunc nulla linea per q̃ extenditur forma pũcti b,ad circumferentiam circuli c d e,refrangitur ad uiſum a,quoniam omnes illæ ſunt ſemidiametri perpendiculares ſuper ſuperficiem conuexam corporis diafoni,& quia ſola linea 3 a,exit à cẽtro circuli c d e ad uiſum,patet quod forma puncti b,non refrangitur ad uiſum a,cũ punctus b,fuerit in centro 3,quod ſi punctus b,fuerit in linea c d extra centrum 3,aut igitur erit in linea d 3,aut in linea 3 c,ſi ſit in linea 3 c,adhuc nulla ſui fiet refractio ad uiſum a. Quod ſi fuerit poſsibile,eſto quod refrangatur ex puncto e,& ducatur linea b e,& protrahatur extra circulum ad punctum h,& protrahatur linea 3 e,extra circulum ad pũctũ p erit itaq; linea 3 p.perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni quod eſt ex parte uiſus. Cum itaq; corpus diafonum quod eſt circa uiſum,fuerit rarius corpore diafono,quod eſt circa rem uiſam, & circa punctum b,patet per 4.huius,quod forma puncti b, quando extẽditur per lineam b e,refrangitur in puncto e,ad partẽ cõtrariã illi parti in qua eſt perpendicularis 3 p, non ergo refrangitur tunc forma puncti b,ad uiſum a,qđ ſi punctum b,ſit in linea d 3 adhuc non refrangitur forma puncti b,ad uiſum a. Si enim hoc eſt poſsibile ſicut refrangatur ex puncto e,& producatur linea b e ad pũctũ k,& ꝑtrahatur linea 3 e, ad pũctũ p,ſitq; ut forma pũcti b refrãgatur ad uiſum a,ex pũcto e,per lineam e a, palam itaq; quoniã angulus r e a,eſt angulus refractionis,& angulus k e p eſt contentus à linea b e r, per quam extenditur forma puncti b,& à perpendiculari exeunte a b e, pũcto refractiõis ſup ſuperficiẽ corporis diafoni à qua fit refractio,ergo per correlarium 8.huius angulus



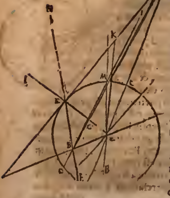
incidentiæ

incidentiæ qui eſt r e a, eſt minor angulo refracto qui eſt r e p, & linea b e 3, aut eſt minor ꝙ linea 3 e, aut æqualis ei, quia punctus b, aut eſt inter duo puncta d & 3, aut in pũcto d, Eſt itaq; per 19. & per 5. primi, angulus e b 3, aut maior angulo b e 3, aut æqualis ei, ſed angulus a e r, per 16. primi, maior eſt angulo e b 3, ergo & angulus b e 3, & angulus r e p per 15. primi, eſt æqualis angulo b e 3. Erit ergo angulus a e r, maior angulo r e p quod eſt cõtra præoſtenſa & impoſsibile, forma ergo puncti b, non refrangitur ad uiſum a, ex puncto e, ſed nec ex alio puncto circuli c d e, nec ex alia circumferentia alicuius circulorum in ſuperficie corporis diafoni, in quo eſt punctũ b exiſtentiũ, ut patet p 1. huius, palã ergo qm̃ exiſtente pũcto b, in linea g d, nõ cõprehenditur forma eius à uiſu a, per refractionẽ ex aliquo pũcto ſuperficiei corporis denſioris, & non cõprehenditur, niſi ſolũ unum punctũ, qm̃ linea perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni denſioris nõ ſecat illius corporis ſuperficiẽ niſi in uno tantũ puncto, unica ergo tantũ uidetur imago. Similiter quoq; demonſtrandũ ſi corpus diafonum quod eſt circa centrum uiſus pũctum a, fuerit denſius corpore diafono, quod eſt circa pũctũ rei uiſæ, quod eſt b, tũc em̃ ſemper fiat refractio ad perpendicularẽ ductã à dato pũcto refractionis, & nunꝙ fiet ad centrũ uiſus punctũ a, ſiue punctũ rei uiſæ fuerit in linea e 3, uel in linea 3 b, & ſequuntur maiora impoſsibilia ꝙ prius, & ſi fuerit in centro 3, patet quod non refrangitur, ſed uidetur directe forma eius, & unica eſt eius imago, patet itaq; propoſitũ ſecundũ omnes eius modos.

XXIIII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo punctoq; uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem conuexam corporis diafoni groſsioris corpore diafono uiſum contingente ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica uidebitur imago, loco tamen imaginis diuerſificato ſecundũ diuerſitatem loci puncti uiſi uel centri uiſus.

Eſto diſpoſitio quæ in proxima p̃miſſa, niſi quod punctus rei uiſæ qui eſt b, ſit extra lineam a c d, tamẽ intra circulũ c d e, & quia forma puncti b, nõ refrangitur ad uiſum a, niſi in circũferentia circuli c d e, quæ eſt in ſuperficie refractionis, ut patet p 1. huius, & ex hypotheſi, ſitq; illa refractio à concauitate corporis diafoni, q̃d eſt ex parte uiſus contingens conuexũ corporis diafoni ex parte rei uiſæ, ſit ut refrangatur ad uiſum a, ex pũcto e, circuli c d e, dico quod non poteſt ex alio puncto ſuperficiei corporis illius refrangi ad uiſum. Sit em̃, ſi poſsibile, ut refrangatur ex puncto alio circuli c d e, ꝙ ex puncto e, qui ſit punctus m, & ducantur lineæ b e, a e, b m, a m, 3 e, 3 m, ſit quoq; ut lineæ 3 e, & b m, cum ſint in ſuperficie circuli c d e, ſecent ſe in puncto, q̃d ſit g. & producatur linea b e, extra circulum uſq; ad punctum h, & linea b m uſq; ad pũctum n, & linea 3 e, uſq; ad punctum n, & linea 3 e uſq; ad pũctũ p, & linea 3 m uſq; ad punctũ l, erit itaq; angulus h e p, per 15. primi, æqualis angulo incidentiæ, qm̃ uterq; illorum eſt contentus ſub linea e b, per quã extenditur forma, & ſub perpendiculari e p, exeunte à loco refractionis quæ eſt e, ſuper ſuperficiem corporis, à quo fit refractio, eritq; angulus h e a, angulus refractionis, & erit angulus l m n, æqualis angulo incidentiæ contentus ſub linea n m, per quam extenditur forma, & ſub perpendiculari l m, exeunte à loco refractionis quæ eſt 3 m, & angulus n m a, eſt angulus refractionis, erit itaque angulus h e p, aut æqualis angulo n m l, aut maior aut minor, ſi ſit æqualis, tunc per 8. huius, erit angulus h e a, refractiõis æqualis angulo n m a, qui eſt ſimiliter angulus refractionis, & quoniã uterq; ipſorũ cũ ſuo cõpari ualet duos rectos



ctos per 13. primi, erit tunc angulus a m b, æqualis angulo a e b, quod ꝓducta linea a b, patet eſſe impoſsibile, & contra 21. primi. Si aũt angulus h e p, ſit minor angulo l m n, erit angulus h e a, minor angulo n m a, per 8. huius, erit ergo per 13. primi, angulus a m b minor angulo a e b, quod iterum eſt contra 21. primi, & impoſsibile. Si uero angulus h e p, ſit maior angulo l m n, extrahatur linea e b, in partem pũcti b, ad punctũ circũferentiæ qui ſit f, & extrahatur linea m b, ultra pũctũ b, ad punctũ circumferentiæ qui ſit o, angulus itaq; e b m, erit per 54. primi huius, æqualis angulo qui eſt apud circũferentiam cadẽs in arcum æqualem duobus arcubus e m & f o, & cũ angulus h e p, ex hypotheſi, ſit maior angulo n m l. erit angulus 3 e b. per 15. primi, maior angulo n m l, ergo & angulus b m 3 per eundem 15. cũ ergo angulus 3 e b, ſit maior angulo b m 3, erit exceſſus anguli m 3 e, ſuper angulum e b m, æqualis exceſſui anguli 3 e b, ſuper angulum b m 3, per 21. primi, cũ enim in trigonis e b g & m g 3, anguli interſectiõis ad punctũ g, ſint æquales, ut patet per 15. primi, & q̃libet reliquorũ duorũ cũ ſuo tertio ualeant duos rectos, patet ꝙ duo anguli reliqui unius trigoni ſunt æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni, in quãto ergo angulus 3 e b, eſt maior angulo b m 3, in tanto angulus m 3 e, eſt maior angulo e b m, arcus uero reſpiciens angulum m e 3, cum fuerit apud circumferẽtiam, erit duplus ad arcum m e, per 19. tertij, & per ultimam ſexti. Si ergo angulus m 3 e, fuerit maior angulo m b e, tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcubus m e & f o, & erit exceſſus arcus a x, duplicati ſuper duos arcus m e & f o, æqualis exceſſui arcus m e, ſuper arcum f o, q̃niam arcus m e, utriq; eſt cõmunis, q̃ ablato remanet idẽ exceſſus, & ſi uarietur proportio Geometrica, nõ tamẽ uariatur ꝓportio Arithmetica, exceſſus ergo anguli m 3 e, ſuper angulum e b m, eſt ille qui reſpicit apud circũferentiam exceſſus arcus m e, ſuper arcum f o, ſed exceſſus arcus m e, ſuper arcum f o, eſt minor duobus arcubus m e & f o, quoniã eſt pars arcus m e. ergo exceſſus anguli a m e, ſuper angulũ m b e, eſt minor angulo m b e, per ultimam ſexti, & ut patet ex præmiſsis, exceſſus itaq; anguli 3 e b, ſuꝑ angulũ 3 m b, eſt minor angulo m b e, ergo ut ſupra patet ꝑ 15. primi, exceſſus anguli h e p, ſuper angulũ n m l, eſt minor angulo m b e, ergo exceſſus anguli refractionis h e a, ſuꝑ angulũ refractionis, quæ eſt n m a, eſt multo minor angulo m b e, per 8. huius, ſed exceſſus anguli h e a, ſuper angulũ n m a, eſt exceſſus anguli a m b, ſuꝑ angulũ a e b, per 13. primi, exceſſus itaq; anguli a m b, ſuper angulũ a e b, eſt minor angulo m b e, exceſſus uero anguli a m b, ſuper angulũ a e b, & duo anguli m a e & m b e, quod patet per 33. primi huius, ꝓducta linea a b, duo itaq; anguli m a e & m b e, ſunt minores angulo m b e, totũ ſua parte, quod eſt impoſsibile, forma itaq; puncti b nõ refrangitur ad uiſum a, ex alio puncto circuli c d e, quàm ex pũcto e, unica ergo habebit imaginẽ, & hoc eſt propoſitum primũ. Sed & locus imaginis diuerſatur ſecundũ diuerſitatẽ loci in quo eſt punctũ uiſum q̃d eſt b, producatur enim linea b 3, ultra puncta b & 3, ad utramq; partẽ trans circuli c d e, quæ autẽ concurret cũ linea e a, aut erit æquediſtans ei. Si cõcurrat, tunc concurſus aut erit ad partẽ diametri ad quam eſt b, propinquior periferiæ ut in puncto k, aut cõcurrẽt in puncto aliquo alio ad partem uiſus, ut in puncto r, ſi itaq; concurſus fuerit in puncto k tunc per 14. huius, erit imago ante uiſum, & erit forma manifeſte cõprehenſa à uiſu, quoniam eſt in perpendiculari 3 k, producta à cẽtro corporis diafoni ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni, q̃d ſi concurſus fuerit in puncto r, erit imago pũcti r, & tunc forma cõprehenditur à uiſu in eius oppoſitione, ſed non manifeſte, quia comprehenditur à uiſu extra ſuũ locũ, ſcilicet extra ſuperficiem corporis diafoni inter uiſum & illam ſuperficiẽ. Si uero linea b 3, fuerit æquediſtans lineæ e a, tũc erit linea b 3, media inter duas lineas h b 3 & b 3 r, per 14. primi huius, & tunc imago uidetur indeterminata, & forma comprehenditur in loco refractionis, ut patet per 15. libri huius, & hoc eſt propoſitũ. Ex his itaq; patet, quod re cuius forma cõprehenditur à uiſu exiſtentẽ ultra corpus diafonũ groſsius corpore diafono quod eſt ex parte uiſus, non fit refractio niſi ab uno tantum ſuperficiei illius corporis puncto, & res illa non habet niſi imaginem unicam, neq; comprehenditur niſi unum tantum. Hæc enim refractio eſt à concauitate totius diafoni, quod eſt ex parte uiſus, cõtingentis conuexum corporis diafoni, quod eſt ex parte rei uiſæ, patet etiam quod ſecun-

dum diuerſitatem ſituationis puncti a, qui eſt centrum uiſus, fit diuerſitas locorum imaginum formæ puncti b, non transmutati ſecundum ſitum, quoniam eadem eſt huius cum præmiſſo modo alio declaratio, niſi quod tunc puncta refractionum diuerſificantur.

XXIIII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo, punctoq́ uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni rarioris diafono uiſum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco tantum imaginis diuerſificato ſecundum diuerſitatem loci puncti uiſi uel centri uiſus.

Eſto omnis diſpoſitio, ut in præcedente, niſi quod punctum b, nunc ponimus eſſe centrum uiſus, & punctum a, punctũ rei uiſæ, refrangatur itaq; forma puncti a, ad uiſum b, à puncto e. & erit linea refractionis a e b, forma itaq; extentenſa per lineam a e, refrangitur per lineam e b, ſicut in præcedenti propoſitione forma extenſa per lineã e b, refrangitur per lineam e a. Si itaq; forma puncti a, refrangitur ad uiſum b, ex alio puncto circuli c d e, quàm ex puncto e, tunc utiq; forma puncti b, refrangitur ad uiſum a, ex eodẽ puncto, ut oſtenſum eſt in 9. huius, ſed iam in præcedẽti declaratũ eſt hoc eſſe impoſsibile, forma enim extẽſa per lineã b e, & refracta per lineam e a, per præcedentẽ proximã, non poteſt refrangi ad uiſum exiſtentem in puncto a, ab alio puncto circuli c d e, neq; ex alio pũcto ſuperficiei corporis diafoni, quoniã in ſuperficie refractionis ſolus cadit ille circulus, non ergo refrangetur forma puncti a, ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, ex alio puncto circuli c d e, niſi ex puncto e, & unica tantum uidebitur imago, de diuerſitate quoq; locorum imaginum eſt idem, ſicut in præmiſſa declarandum, patet ergo propoſitum.

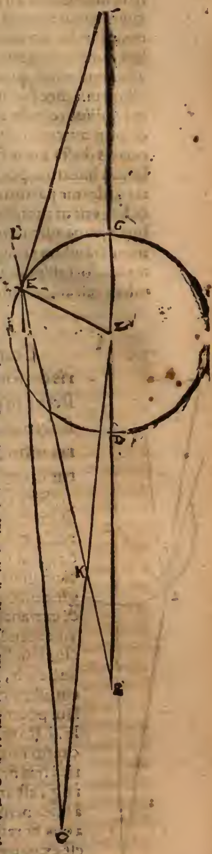
XXV.

Cum ſuperficies ſphærica conuexa corporis diafoni denſioris aere fuerit oppoſita uiſui exiſtenti extra circulorum communis ſectiõis ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici diafoni denſioris, poſsibile eſt lineam rectam taliter ſiſti, ut aliquis ipſius punctus directę & diuerſa puncta eiuſdem lineæ uideantur refractę, totaq́ forma illius lineæ refrangatur à portione ſuperficiei corporis illius terminata circulo non magno, & locus imaginis ſuæ ſit in centro uiſus.

Eſto cõmunis ſectio ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici conuexi deſioris diafoni quàm eſt aer, circulus g e d, cuius centrum ſit 3, ducaturq́ ſemidiameter 3 e, ſuper cuius terminũ e, fiat per 23. primi, angulus 3 e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem cõtinet linea extenſionis formæ puncti rei exiſtentis ſub illo diafono ad uiſum exiſtentem extra illud diafonũ in aere, uel in alio diafono rariori cum linea perpendiculari ducta à puncto e, ſuper ſuperficiẽ illius corporis, in qua fit refractio, fiatq́ angulus k e c, per eandem 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui poteſt fieri inter corpora diafona quæcunq; data, ut inter aquam & aerem, uel econuerſo, hoc autem eſt poſsibile, quoniã omnes iſti anguli per 8. huius, ſunt noti, & à puncto 3, centro corporis groſsioris ducatur linea æquediſtans lineæ e t, per 31. primi, quæ ꝑducta ex utraq; ad circumferentiam ſit g 3 d, & linea e 3, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud uſq; ad h punctum, cum itaq; ut patet ex præmiſsis, proportio anguli 3 e k, ad duplum anguli k e c, ſit maxima ꝓportio, quàm angulus incidentiæ quẽ continet linea per quã extẽditur forma puncti rei uiſæ ad ſuperficiẽ corporis, à qua refrangitur, cũ linea ꝑpẽdiculari à pũcto refractionis ſup ſuperficiẽ illius corporis educta poſsit habere ad angulum refractionis, quẽ exigit ille angulus incidẽtiæ quo ad ſenſum, anguli em̃ refractionis, qui fiunt inter duo corpora diuerſæ diafonitatis à luce tranſeunte per illa corpora diuerſantur, quorum diuerſitas quo ad ſenſum, habet finem, quem ſi angulus exceſſerit, tunc ſenſus non

comprehen

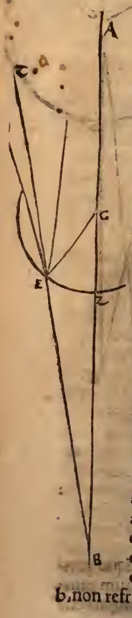
comprehendet quantitatem refractionis, comprehendet enim directe centrum lucis tranſeuntis per illa duo corpora in rectitudine lineæ per quam extenditur, & hoc plenius experiri poteſt per inſtrumentum, quod ſuperius uſi ſumus, & quoniam, ut patet ex præmiſsis, angulus e 3 d, eſt maior angulo k e t, ponatur ergo angulus d 3 t, æqualis angulo k e t, per 27. primi huius, quia itaq; linea e k, concurrit cum linea e t, patet per ſecundam primi huius, quia concurrit cum linea a d, eius æquediſtante. Sic ut concurrat in puncto b. Similiter quoq; linea 3 t, concurret cum linea e t, ſit ut concurrat in puncto t, & quia lineæ e b & 3 e, ſunt inter duas lineas æquediſtantes, & in eadem ſuperficie, patet quod ipſæ ſe interſecant, ſit punctus ſectionis k, eritq; per 32. primi, angulus 3 k e, æqualis duobus angulis k 3 b & k b 3, ſed angulus k b 3, eſt per 29. primi, æqualis angulo k e t, angulus ergo 3 k e, eſt æqualis duplo anguli k e t, ergo per ſeptimã quinti, erit proportio anguli 3 e k, ad angulum 3 k e, maxima proportio, quæ eſt poſsibilis inueniri inter angulum incidentiæ, quem continet linea per quam extenditur forma & perpendicularis inter angulum refractionis, quem exigit ille angulus incidentiæ. Item à puncto e, per 31. primi, ducatur linea æquediſtans lineæ t 3, quæ per ſecundam primi huius, concurret cum linea 3 g, uerſus punctum g, ſit itaq; punctus concurſus a, & extrahatur linea b e, extra circulum g e d, uſq; ad punctum b, erit ergo angulus l e a, æqualis angulo 3 k e, per 29. primi, & angulus l e h, æqualis eſt angulo 3 e k, p 15. primi. Erit ergo ut patet ex præmiſsis, angulus l e a. angulus ille refractionis quem exigit angulus l e h, quoniam per 15. primi, angulus l e h, eſt æqualis angulo 3 e k, qui acceptus eſt talis, ut proponitur. Si itaq; centrum uiſus fuerit in puncto aliquo ſcilicet puncto a eris, & corpus diafonum denſius aere, cuius conuexum eſt ex parte uiſus a, fuerit continuatum uſq; ad punctum b, & non fuerit diſtinctũ apud circulum g d e, ex parte b, ita ut diuerſitas alterius diafoni non impediat naturam refractionis, tunc forma puncti b, extenditur per lineam b e, & refrangitur per lineam e a & comprehenditur à uiſu in puncto a, per lineam e a, & quoniam angulus refractionis, qui eſt a e h, poteſt diuidi pluribus portionibus earum quæ poſſunt eſſe inter angulos refractionis & angulos incidentiæ, quos continent ductæ perpendiculares cum lineis per quas incidunt formæ corporibus diafonis à quarum ſuperficie refranguntur. In linea itaq; d b, erunt plura puncta quorum formæ extenduntur ad arcum g e, & refranguntur ab illo ad uiſum a, & forma totius lineæ d b, in qua ſunt omnia illa puncta, refranguntur ad uiſum a, ex arcu g e. S itaq; figatur linea a g b, & reuoluatur trigonum a e b, in circuitu lineæ a b fixæ, & pars ſuperficiei corporis diafoni, quæ eſt ex parte rei uiſæ fuerit ſphærica, tunc punctum e, quod eſt punctum refractionis ſignabit motu ſuo in ſuperficie corporis ſphærica conuexa circulum ex parte uiſus a, à quo tota refrangetur forma puncti b, ad uiſum a, ſed locus imaginis in tota periferia circuli refractionis erit unus, quoniam ut patet per 14. huius, locus imaginis eſt centrum uiſus, in quo concurrit linea extenſionis formæ quæ eſt e a, & perpendicularis b 3 a. Similiterq; formæ omnium punctorum lineæ d b, excepto puncto d, refranguntur ab aliquo puncto arcus e g, ſecundum quod præmiſſum eſt, & locus imaginis omnium illorum punctorum ſemper erit in centro uiſus, & ſic tota imago illius rei uiſæ eſt una, comprehenditur



ditur

detur itaq; forma huius rei uiſæ ab ipſo uiſu formæ circularis apud circulum refractionis, & unicus eius punctus ſuperior, tunc punctum d, uidetur in rectitudine perpendicularis tranſeuntis per centrum uiſus & rem uiſam. Cum ergo centrum uiſus fuerit in uno corpore diafono, & res uiſa fuerit in alio diafono denſiori, & ſuperficies corporis diafoni denſioris, quæ eſt ex parte uiſus fuerit ſphærica conuexa, fueritq; uiſus extra circulū, cuius conuexum eſt ex parte uiſus, fueritq; ille circulus remotior à uiſu, quam punctum remotius formæ, cuius fit refractio, ut eſt in propoſito punctum b, diſtans fuerit à duobus punctis ſectionis factæ inter perpendiculares & circumferentiam, & cum corpus diafonum denſius, quod eſt à parte rei uiſæ fuerit totum continuum uſq; ad locum, in quo eſt res uiſa, nec fuerit in aliquo puncto medium interciſum, tunc uiſus comprehendet formam illius rei uiſæ, & uere & refractæ, & locus imaginis illius rei erit in centro uiſus, uidebitur autem in ſuperficie uiſus, quod eſt propoſitum. Si uero ſic accidat, ut perpendicularis ducta à re uiſa ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio, æquediſtet alicui illarum linearum per quas forma peruenit ad uiſum, & alicui non, poſsibile erit, ut forma rei uideatur partim in ſuperficie corporis à quo fit refractio, & partim in ſuperficie uiſus & hoc erit ut monſtruoſum; huiuſmodi quoq; infinita accidunt ſecundum diuerſitatem lineæ perpendicularis reſpectu lineæ extenſionis ipſius formæ, eodem quoq; modo demonſtrandum eſt, ſi punctus rei uiſæ fuerit in diafono rariori, & centrum uiſus in diafono denſiori, diſpoſita figura ſecundum diſpoſitionem illorum angulorum, quæ tali pertinent refractionem.

XXVI.



Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni, in quo fit refractio exiſtente circulo punctoq; rei uiſæ exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper concauam ſuperficiem corporis diafoni oppoſitam uiſui forma rei uiſæ recte occurret uiſui, & à nullo puncto fiet refractio, una quoq; tantum uidebitur imago.

Sit a centrum uiſus, & ſit b punctus rei uiſæ ultra corpus diafonum, quod ſit exempli cauſa, groſsius illo in quo eſt centrum uiſus a, ſitq; corpus groſsioris ſuperficies quæ eſt ex parte uiſus ſphærica concaua, cuius ſit centrum g, dico quod punctus a & b, exiſtentibus in una linea perpendiculari ſuper ſuperficiem illius corporis concaui, tunc b punctus rei uiſæ unam ſolam habebit imaginem, & unam tantum formam apud centrum uiſus a, ducatur enim linea a g & extrahatur recte uſq; ad punctum z. Erit ergo per 72. primi huius, linea a z, perpendicularis ſuper ſuperficiem concauam corporis diafoni. Sitq; punctus b in linea a z, uiſus itaq; a, comprehendet formam puncti b, in rectitudine lineæ a b, quoniam linea a b, eſt perpendicularis ſuper concauam ſuperficiem illius corporis, quod eſt diafonum groſsius, neq; ab aliquo puncto ipſam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium ſi detur eſſe poſsibile. Eſto ut forma puncti b, refrangatur ad a, uiſum à puncto corporis e, & ducantur lineæ b e & g e, eritq; linea g e perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio, & extrahatur linea b e, uſq; ad punctum t, angulus itaq; t e g, eſt angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à linea perpendiculari exeunte à loco refractionis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio, & quia corpus quod eſt ex parte uiſus a, ſubtilius eſt illo quod eſt ex parte rei uiſæ in qua eſt punctum b, palam per quartam huius, quoniam erit refractio ad partem contrariam illi parti in qua eſt perpendicularis quæ e g, & linea e t, non concurrit cum linea b a aliquo modo, forma ergo puncti b, non refrangitur ad uiſum a, non ergo comprehendet uiſus ipſam refracte ſed ſolum recte,

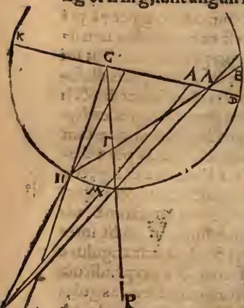
cte, non ergo habebit apud uiſum a, punctum b, niſi unam ſolam formam, & unam imaginem. Si uero corpus in quo eſt res uiſa, fuerit rarius corpore in quo eſt centrũ uiſus, ad huc eadem eſt demonſtratio, nec enim ad huc peruenit refractio ad cẽtrum uiſus, patet ergo propoſitum.

XXVII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni, in quo fit refractio exiſtente circulo punctoq́ꝫ uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem concauam oppoſitam uiſui groſsioris corporis diafono contingente uiſum ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco imaginis diuerſificato ſecundum diuerſitatem loci puncti uiſi.

Eſto diſpoſitio quæ in præcedenti, & ſit punctus b, extra lineam a z, & quoniã ut patet per ſecundam huius, omnis ſuperficies refractionis perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem corporis, à quo fit refractio, ſit per 69. primi huius, communis ſectio ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei concauæ corporis diafoni à quo fit refractio circulus h d k, cuius centrum ſit g, & ſit punctus refractionis formæ puncti b, ad uiſum a, punctum h, dico quod non fiet refractio formæ puncti b, ad uiſum a, ex alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h. Si enim hoc ſit poſsibile, ſit idem aliud punctum refractionis m, & ducantur lineæ a h, b h, g h, a m, b m, g m, ſecetq́ꝫ linea h a, lineam m g in puncto f, & protrahatur linea b h, intra corpus diafonum reliquũ ad pũctum c, & linea b m, ad punctum n, & linea g h, ad punctum l, & linea g m ad punctũ p, ſecet linea a g, protracta ultra punctũ g, circumferentiam circuli in puncto k, aut igitur centrũ uiſus a, erit in linea k d, quæ eſt diameter circuli, aut extra illam ultra punctum k. Si uiſus a fuerit in linea k d, tunc aut erit in centro g. aut in altera duarũ linearum g k uel g d, ſi ergo fuerit a centrum uiſus in centro g, tunc forma puncti b, non refrangetur ad uiſum a, per præmiſſam proximam propoſitionem, lineæ enim continuantes corpus diafonũ ſphæricũ cum centro g. per 72. primi huius, ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis quod eſt ex parte uiſus, non fiat autem aliqua reflexio formarũ incidentium ſecundum lineas perpendiculares, ut ibi oſtenſum eſt, forma itaq́ꝫ puncti b, non refrangitur ad uiſum a, in centro corporis diafoni exiſtente. Quod ſi uiſus a, fuerit in linea g d, tũc linea h c, erit inter duas lineas h a & h g. & ſimiliter linea n m, erit inter duas lineas m a & m g, quoniam per 4. huius, & ex hypotheſi refractio fit ad partem contrariam parti ambarum perpendicularium quæ ſunt h g & m g, corpus enim diafonum quod eſt ex parte uiſus a, eſt ſubtilius illo corpore diafono quod eſt ex parte rei uiſæ. Si autem linea h c, fuerit inter duas lineas h a & h g, & a centrum uiſus fuerit in linea g d, tunc angulus b h a, erit ex parte puncti d, ſcilicet reſpiciens punctum d, & ſimiliter angulus b m a, erit ex parte puncti d, & erit punctum b, ultra lineam g h l, uerſus pũctum k, quod patet per 15. primi. Si enim linea h c, cadit inter lineas h a & h g, tunc oportet quod linea h b, cadat inter lineas h l & g k, & erit angulus e h g angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à perpendiculari g h, & ſimiliter erit angulus n m g, angulus incidentiæ, & erit angulus c h a, angulus refractionis, & ſimiliter angulus n m a, angulus uero n m g, aut erit æqualis angulo c h g, aut maior aut minor, ſi æquales, ergo & angulus n m a erit æqualis angulo c h a, per 8. huius, & angulus b m a, erit æqualis angulo b h a, per 13. primi, hoc autem impoſsibile, & contra 33. primi huius, & 21. primi, ut patet ducta linea b a. Si autem angulus n m g, ſit maior angulo c h g, erit quoq́ꝫ per 8. huius, angulus n m a maior angulo c h a, & ſic angulus b m a erit minor angulo b h a, quod eſt iterũ impoſsibile, ut prius, quod ſi angulus n m g, ſit minor angulo c h g, tunc angulus n m a, per octauam huius, erit minor angulo c h a, & ſic totus angulus refractus. qui eſt a m g, erit minor toto angulo refracto, qui eſt a b g, & erit diminutio anguli refractionis, qui eſt n m a, ab angulo refractionis qui eſt c b a, minor quàm diminutio anguli a m g, ab angulo a h g, qui ambo ſunt angu-

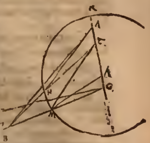
li refracti,in maiori enim quantitate,& ſi quādoqꝫ in eadē proportione excedit angulus
refractus maior minorem,ꝙ illorum angulorum refractionis maior minorem, ut patet
per 8.huius,& ex tabulis. Si diminutio anguli a m g,ab angulo a h g eſt æqualis diminu
tioni anguli h g m,ab angulo h a m,ideo quia duo anguli compoſiti, qui ſunt ad punctū
f,punctum ſcilicet ſectionis linearū k a & m g ſunt æquales,per 15.primi,& reliqui duo
anguli trigonorum g f h & a f m,cuiuslibet cum ſuo tertio ualent duos rectos,per 31.pri
mi. Diminutio itaqꝫ anguli refractionis,qui n m a ab angulo refractionis a h c eſt minor
quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m. Educantur itaqꝫ duæ lineæ h a & m a, ad
circumferentiam circuli,& incidat linea a h puncto e,& linea m a puncto o, erit ergo an
gulus h a m,ille angulus quem reſpiciunt in circumferentia circuli h d k, duo arcus h m
& o e,per 54.primi huius,& angulum h g m,reſpicit in circumferentia arcus h m, dupli-
catus per 19.tertij,& quoniam angulus h m g eſt minor angulo h a m,ideo quia ut patet
ex præmiſsis,angulus a h g eſt maior angulo a m g,patet per ultimam ſexti, quia arcus
duplicatus h m eſt minor duobus arcubus h m & e o,& erit diminutio arcus duplicati h
m,à duobus arcubus h m & e o,diminutio arcus h m ab arcu e o,quoniam arcus h m, u-
trobiqꝫ eſt cōmunis,ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo quē
reſpicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o,ſed angulus quem reſpi-
cit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, eſt minor angulo h a m, ut
patet ex præmiſsis,ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a,erit minor angulo h a m
ergo per 13.primi,exceſſus anguli b m a ſuper angulum b h a, eſt minor angulo h a m,
ſed exceſſus anguli b m a ſuper angulum b h a, per 33.primi huius,ſunt duo anguli h a
m & h b m,ergo illi duo anguli ſunt minores angulo h a m,totum ſua parte,quod eſt im-
poſsibile. Quod ſi centrum uiſus a,fuerit in linea g k, tunc ſicut prius oſtenſum eſt,linea
h c,erit inter duas lineas h g & h a,& linea m n, erit inter duas lineas m g & m a, erit er-
go angulus b h a,ex parte puncti k,& ſimiliter angulus b m a, erit ex parte puncti k, &
erit punctum rei uiſæ quod eſt b,infra lineam g m p,ex parte d,& item ut prius anguli c
h g & n m g,ſunt anguli incidentiæ contenti à lineis per quas extenditur forma & à per-



pendicularibus exeuntibus à punctis refractionis,& anguli c h
a,& c a h,& n a m,ſunt anguli refractionis. Si itaqꝫ angulus c
h g fuerit æqualis angulo n m g, tunc erit ut prius per octauā
huius,angulus c h a æqualis angulo n m a,& ſic item per 13 pri
mi,angulus b h a,erit æqualis angulo b m a,quod eſt impoſsibi
le, & contra 21.primi,ducta linea b a,ut ſupra. Si uero angu-
lus c h g,eſt maior angulo n m g,tunc per octauam huius, an-
gulus c h a,erit maior angulo n m a,& ſic iterum, angulus b h
a,erit minor angulo b m a,quod eſt impoſsibile,ut ſupra, quod
ſi angulus c h g fuerit minor angulo n m g, tunc angulus c h a,
eſt maior angulo n m a,& ſic totus angulus g h a,erit minor to
tali angulo g m a,eritqꝫ tunc modo præoſtenſo angulus h g m
minor angulo h a m, ergo diminutio anguli h g m ab angulo
h a m, erit minor quàm angulus g m a,& diminutio anguli c
h a ab angulo n m a, eſt minor quàm diminutio anguli g h a,
ab angulo g m a, eſt ergo minor quàm diminutio anguli h g
m,ab angulo h a m, ergo diminutio anguli c h a, ab angulo n
m a, eſt minor ꝙ angulus g m a, ſed diminutio auguli c h a ab angulo n m a,eſt exceſ-
ſus anguli b h a ſuper angulū b m a,exceſſus uero anguli b h a ſuper angulum b m a,ſunt
duo anguli h a m & h b m,per 33.primi huius,ergo iſti duo anguli ſimul ſumpti ſunt mi
nores angulo h a m,totū ſua parte quod eſt poſsibile. Si uero centrū uiſus a,fuerit extra
diametrum k d,hoc erit ad partem k, quæ reſpicit partem concauam ſuperficiei ſphæræ
diafonæ,quoniam ad partem z,eſt conuexitas ſphæræ corporis diafoni, à cuius ſuperfi-
cie fit refractio.Sit itaqꝫ tunc corpus diafonū in quo eſt centrum uiſus a, fuerit continuū
ad uiſum a,ducantur duæ lineæ a h & a m,& quoniam illæ lineæ non ſunt contingentes

circulum

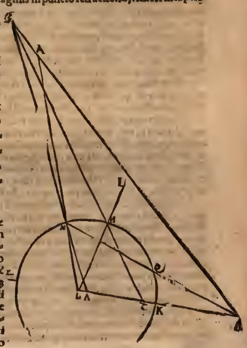
circulum d m k, palam per 57. primi huius, quoniam circulum ſecabunt, ſecetq́ ipſum linea a h in puncto q, & linea a m in puncto r, & producantur aliæ lineæ ut prius. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, tunc angulus b h a eſt æqualis angulo b m a, quod eſt impoſsibile, ut prius, & ſi angulus c h g fuerit maior angulo n m g, & angulus c h a erit maior angulo n m a, erit ergo per 13. primi, angulus b h a minor angulo b m, quod item eſt impoſsibile, ut ſupra. Si uero angulus c h g fuerit minor angulo n g m, erit angulus c h a minor angulo n m a, & totus angulus g h a minor toto angulo d m a, ergo ut prius, erit angulus h g m minor angulo h a m, ſed angulus h g m, eſt ille quem apud circumferentiam reſpicit arcus h m duplicatus, & angulus h a m, eſt ille angulus quem reſpicit in circumferentia exceſſus arcus h m ſuper arcũ r q, ut patet per 55. primi huius, ergo arcus h m, duplicatus eſt minor exceſſu arcus h m ſuper arcum r q, quod eſt impoſsibile, quoniam ſic ſequitur totum eſſe minus ſua parte, ubicunq; ergo ſecundum hypotheſim præmiſſam ſit punctum rei uiſibilis, quod eſt b, extra perpendicularem ductam à centro uiſus a, ſuper ſuperficiem corporis diafoni ſuppoſiti uiſui, patet quia imago formæ puncti b, non refrangitur ad uiſum a, niſi ab uno tantum puncto, & erit una tantum imago refracta, diuerſificabitur quoq; locus imaginis ſemper ſecundum diuerſitatem concurſus perpendicularis ductæ à puncto b, rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni, à quo ſit refractio, cum linea per quam extenditur forma ad centrum uiſus a, eritq; locus imaginis quandoq; retro uiſum, quandoq; ante uiſum, quãdoq; in centro uiſus, & ſi illas lineas contingat fieri æquedistantes, ut non concurrant, erit locus imaginis in puncto refractionis, ſcilicet in ſuperficie corporis à qua ſit refractio, ut hæc omnia declarata ſunt per 15. huius, patet ergo propoſitum.



XXVIII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo ſit refractio exiſtente circulo punctoq; rei uiſæ iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper concauam ſuperficiem oppoſitam uiſui corporis rarioris diafono continente uiſum ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago.

Remaneat omnis diſpoſitio proximæ præcedentis, niſi quod punctum b, ſit centrum uiſus, & a ſit punctum rei uiſæ. refrangatur itaq; forma puncti a, à puncto ſuperficiei corporis diafoni quod eſt h, & erit linea refracta quæ a h b, forma itaq; extenſa per lineam a h, refrangatur per lineam h b, ſicut in præcedenti figuratione forma extenſa per lineam b h, refrangitur per lineam h a. Si itaq; forma puncti a, refrangitur ad uiſum b, ex alio puncto circuli



circuli h d k, quàm ex puncto h, tunc utiq; forma puncti b, refrangetur ad uiſum exiſtentem in pũcto a, ex eodem puncto, ut patet per 9. huius. Sed iam in præcedenti declaratũ eſt, hoc eſſe impoſsibile, forma enim extenſa per lineam b h, & refracta per lineam h a, non poteſt refrangi ad uiſum in punctum h, ab alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h, neq; ex aliquo alio puncto ſuperficiei corporis diafoni, quoniam in ſuperficie refractionis ſolus cadit ille circulus, non ergo refrangitur forma puncti a, ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, ex alio puncto circuli h d k, niſi ex puncto h, & unica tantum uidebitur imago, & hoc eſt propoſitum.

XXIX.

Concaua ſuperficie corporis diafoni denſioris aere uiſui oppoſita poſsibile eſt lineam rectam taliter ſiſti, ut aliquis eius punctus directe, & diuerſa pũcta eiuſdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangatur à portione ſuperficie illius corporis & locus imaginis ſuæ ſit in centro uiſus.

Eſto per modũ 23. huius, communis ſectio ſuperficiei refractionis, & corporis ſphærici concaui denſioris aere, ut uitri uel criſtalli per 72. primi huius, circulus g e d, cuius centrum ſit punctum z, ducaturq; ſemidiameter z e, ſuper cuius terminum punctum e, fiat per 23. primi, angulus z e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem continet linea extenſionis formæ puncti rei exiſtentis ſub illo diafono ad uiſum exiſtentem extra illud diafonum in aere, uel in alio diaphono rariori, cum linea perpendiculari ducta à puncto e, ſuper ſuperficiem illius corporis in qua fit refractio, fiatq; angulus k e c, per eandem 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui poteſt fieri inter illa corpora diafona quæcũq; data, ut exempli cauſa inter uitrũ concauũ & aerem, hoc autẽ eſt poſsibile, quoniam iſti anguli per octauam huius, ſunt noti, & à puncto z, centri corporis concaui uitri uel criſtallini, ducatur linea æquediſtans lineæ e c, per 31. primi, quæ producta ex utraq; parte ad circumferẽtiam ſit g z d, & linea e z, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud uſq; ad punctũ h, & ſit cõpleta totali figuratione & demonſtratiõe 23. huius, patet quod concaua ſuperficie corporis diafoni denſioris aere uiſui oppoſita poſsibile eſt lineam rectam taliter ſiſti, ut aliquis eius punctus uideatur directe, & diuerſa pũcta eiuſdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangitur ab una portione ſuperficiei illius corporis concaui uitri uel criſtallini terminata ad circulũ non magnum illius ſphæræ, & quoniam punctus d, uideatur ſecundum perpendicularem a d ſine refractione, omniũ uero aliorũ punctorũ lineæ d b, formæ refrangentur, perpendiculares q; omnium illorum punctorũ ſunt in linea b a, cõcurrentes cum lineis per quas ueniũt formæ ad uiſum in ipſo centro uiſus puncto a, patet itaq; propoſitum per 14. huius. Ex præmiſsis itaq; octo theorematibus patent paſsiones occurrentes uiſui propter medium ſecundi diafoni, in quo res eſt uiſa, cuius figura eſt ſphærica, ſiue ſit cõuexa, ſiue concaua, & quandoq; corpore ſecundi diafoni exiſtẽte figuræ columnaris uel pyramidalis communis ſectio ſuperficiei refractionis eſt linea recta, tũc omnino uniformis paſsio accidit uiſui per illa, & ſicut accidit per corpora alia diafona planarum ſuperficierum, quarum communis ſectio & ſuperficiei refractionis eſt linea recta, eſt eodem modo demonſtrandum. Quando uero illa communis ſectio eſt circulus, tunc accidunt ea in corporibus diafonis columnaribus quæ accidunt in corporibus ſphæricis cõcauis uel conuexis, præter hæc quod à circumferentia unius circuli ſuperficiei corporis ſecundi diafoni non poteſt in talibus corporibus fieri refractio ad uiſum, ſicut oſtendimus in 23. huius, à corporibus ſphæricis conuexis fieri, in corporibus uero pyramidalibus diafonis concauis uel conuexis non poteſt communis ſectio ſuperficiei refractionis & ſuperficiei unius corporis eſſe circulus, ſicut oſtenſum eſt in ſuperficiebus reflexionum, per 27. & per 9. huius, & quoniam etiam omnes ſuperficies refractionum erectæ ſunt ſuper ſuperficies corporum, à quibus fit refractio, ut patet per ſecũdam huius, unde iſtæ paſsiones non pertinẽt ad illa, quod ſi cõmunis ſectio ſuperficiei corporis diafoni, & ſuperficiei refractionis in corporibus columnaribus uel pyramidalibus diafonis fuerit ſectio oxigonia, ab uno

tantum

tantum puncto fiet refractio, ſicut nunc oſtendimus in circulis uel conuexis uel concauis, & imago formæ rei uiſæ quandoq; uidebitur intra corpus diafonum, quandoq; inter uiſum & corpus diafonũ, quandoq; in ſuperficie corporis diafoni, quandoq; in ſuperficie ipſius uiſus, ſicut accidit lineam perpendicularem ductam à pũcto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni concurrere uel æquediſtare lineæ extenſionis ipſius formæ ꝑ quam forma peruenit ad uiſum, unde non duximus talibus amplius immorandum.

XXX.

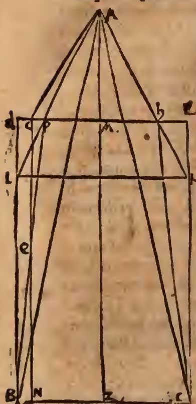
Superficiebus corporum diafonorum oppoſitorum uiſui diuerſarum figurarum uel ipſis corporibus diuerſæ diafonitatis exiſtentibus, loca imaginum formarum trans illa corpora uiſarum diuerſantur, & occurrunt uiſui formæ monſtruoſæ & imagines numeratæ.

Ex præmiſsis enim patet, quod in corporibus diafonis quæ ſunt unius figuræ & ſubſtantiæ, una tantum occurrit uiſui imago omnium corporum, quorum formæ trans illa corpora diafona ſe multiplicant ad uiſum. Si uero corpus diafonum per quod fit uiſio fuerit ſuperficiei compoſitæ ex diuerſis figuris, ut forte ex plana & ſphærica, & ex ſphærica & columnari, tunc cum ſuperficies oppoſita uiſui fuerit diuerſa ex diuerſis figuris cõpoſita, & natura perpendicularium & linearum extenſionis formarum ſecundum diuerſitatem figurarum ipſarum diuerſificetur, tunc patet per 15. huius, quod loca imaginum formarum uiſarum diuerſantur, & fortaſſe diuerſa erunt puncta refractionum formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ad eundem uiſum, & diuerſæ lineæ extenſionis formarum, & diuerſæ perpendiculares, propter quod plures uidebuntur imagines eiuſdem rei uiſæ refractæ à ſuperficiebus talium corporum, unde ſi quis aſpexerit aliquod uiſibile exiſtens ultra corpus diafonum, cuius ſuperficies oppoſite uiſui ſit figuræ compoſitæ ex ſuperficie ſphæræ magnæ & paruæ, ut ſæpe accidit in criſtallis uel alijs lapidibus diafonis & uitris, patet quod centrum illarum ſphærarum ſunt diuerſa per 81. primi huius, illæ enim ſphæræ ſe interſecant. Erunt ergo perpendiculares illæ ductæ ab uno puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem illius corporis magnam habentes diuerſitatem, & ſi figura ſuperficiei illorum corporũ fuerit cõpoſita ex ſuperficie ſphærica & columnari, patet q̃d maior eſt diuerſitas pũctorũ refractionis & ꝑpendiculariũ ductarũ: Difformabitur ergo diſpoſitio imaginũ trans hęc corpora diafona, & forte illa forma uidebitur mõſtruoſa propter cõfluxũ diuerſarũ imaginũ ad conſtitutionẽ unius formæ, cũ puncta refractionũ fuerint ad inuicem propinqua, & interſectiones perpendiculariũ & linearũ extenſionis formarũ fuerint ad inuicẽ propinquæ. Si uero pũcta refractionũ uel prædictarũ ſectionũ fuerint ad inuicem ſenſibiliter diſtantia, tunc uidentur plures imagines eiuſdẽ rei uiſæ, quoniã illarũ refractio nõ eſt una neq; unitur, ſed remanet diuerſa, forma enim rei uiſæ extenditur ab ipſa re ad ſuperficies ſphæricas uel columnares uel alterius figuræ ipſius corporis diafoni, & refrangitur ab illis apud concauitatem aeris continentis illud corpus diafonum, & ita fit comprehenſio formarum eiuſdem rei ex diuerſis refractionibus, unde imagines diuerſæ fuerint numeratæ numero punctorũ refractionis. Idem quoq; accidit ſi corpus diafonum uniforme in ſuperficie fuerit diuerſæ diafonitatis, ſcilicet in una ſui parte denſius, & in alia parte rarius, tunc ſecundum unam ſui partem fit refractio ad partem perpendicularis, & in alia ſui parte ad partem contrariam, & ſic iterum aut formæ fiunt monſtruoſæ, aut forte aliter diuerſæ & numero differentes, patet ergo propoſitum.

XXXI.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis à quo fit refractio exiſtente linea recta, uiſu quoq; exiſtente in perpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uiſæ ſuper planam ſuperficiem corporis diafoni à qua forma illius lineæ refrangitur ad uiſum, ſi linea uiſa æquediſtans fuerit ſuperficiei corporis diafoni cuiuſcunq; ſiue denſioris ſiue rarioris primo, imago refracta rei uiſæ comprehenditur maior re uiſa.

Eſto punctus a centrum uiſus, & ſit linea uiſa in medio ſecundi diafoni, quæ b c, cuius medius punctus ſit z, ſitq́ꝫ communis ſectio ſuperficiei refractionis & planæ ſuperficiei corporis diafoni linea d e, ducaturq́ꝫ à puncto z, quod eſt medius punctus lineæ b c, linea perpendicularis ſuper lineã d e, per 12. primi, qui ſit z m, quæ producatur ultra punctum m, & erit itaq́ꝫ linea z m perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem corporis planam, in qua eſt linea d e, quoniam ſuperficies refractionis in qua producitur linea z m, & in qua eſt linea c d, erecta ſuper illam ſuperficiem corporis diafoni per ſecundã huius, ſitq́ꝫ linea b c æquediſtans lineæ d e, exiſtente ita ꝑ centro uiſus a, in linea z m, dico quod linea b c, uidetur maior quàm ſit ſecundum ueritatem, nec enim tranſit per centrũ uiſus quod eſt a, & per aliquod punctũ lineæ b c, præter punctum z, ſuperficies quæ ſit erecta ſuper ſuperficiem corporis diafoni, niſi ſola ſuperficies refractiõis in qua ſunt lineæ a z & b c, nõ enim tranſit per a, ſuperficies erecta ſuper ſuperficiem corporis diafoni, niſi illa quæ tranſit per lineam a z, quæ eſt linea perpẽdicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni, nec exit à puncto a, perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni, niſi linea a z, per 27. primi huius, non ergo tranſit per punctũ a, aliqua ſuperficies perdendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni, niſi ſolum illa, quæ tranſit per lineam a z, & non tranſit aliqua ſuperficies per aliquod punctũ lineæ b c, aliud à puncto z, & per lineam a z, niſi ſolum ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ a z & b c, non tranſit ergo per uiſum a, & per aliquod punctũ lineæ b c, præter punctũ z, ſuperficies aliqua perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni, niſi ſolum illa in qua ſunt lineæ a z & b c, non ergo refringitur forma alicuius punctorum quæ ſunt in linea b c, niſi ex aliquo punctorum lineæ d e. Ducantur itaq́ꝫ per 11. primi, ex prædictis punctis b & c, duæ perpendiculares ſuper lineam d e, quæ ut patet ex præmiſsis neceſſario cadunt in illam, & ſint lineæ b d & c e, & quoniam lineæ b c & d e, ſunt æquediſtantes ex hypotheſi. & lineæ b d & c e, ſunt æquediſtantes per 28. primi, patet quia quælibet illarũ linearũ quæ ſunt b d & c e æquediſtant lineæ a z, per eandem 28. primi, & patet quod nõ refrangetur forma puncti b ad uiſum a, ex puncto d, per 3 huius, neq́ꝫ forma puncti b à puncto e, quoniam lineæ c e & d b ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis diafoni, nulla autẽ perpendicularis refrangitur in aliquo corpore medio, ſit itaq́ꝫ ut forma puncti b, refrangatur ad uiſum a, ex puncto p, & forma puncti c, ex puncto h, & ducantur lineæ b p, p a, c h, h a, & protrahatur linea a p ultra punctum p, ad perpendicularem b d, & quoniam linea p a concurrit cum linea z a, patet per 2. primi huius, quoniam ipſa concurret cum eius æquediſtante ſcilicet linea b d, ſit ergo concurſus in puncto l, & eadem ratione concurrat linea a h, cum linea e c in puncto k, eritq́ꝫ per decimamquartam huius, hoc punctum l imago formæ puncti b, & punctum k imago formæ puncti c, quia uero linea a z, eſt perpendicularis ſuper lineam b c, erit per quartam primi, linea c a æqualis lineæ b a, æqualiter ergo diſtant puncta b & c, à puncto a, puncta itaq́ꝫ refractionis quæ ſunt p & h, æqualiter diſtabũt à puncto a. quoniam medium per quod fit illorum punctorũ formarum diffuſio eſt uniforma, & linea e d æquediſtat lineæ b c, linea itaq́ꝫ a p eſt æqualis lineæ a h, ergo per quintam primi, angulus a p h eſt æqualis angulo a h p, ergo per decimãquintã primi, erit angulus d p l æqualis angulo e h k, ſed duo anguli p d l & h e k ſunt recti, ergo angulus p l d, per 32. primi, eſt æqualis angulo h k e, ergo per 4. ſexti, latera iſtorum trigonorũ ſunt proportionalia quæ æquos angulos reſpiciunt, ſed linea p d eſt æqualis lineæ e h, quia linea p m eſt æqualis lineæ h m, per 4. ſexti, trigonorum enim a m p & a m h, anguli a d m ſunt recti, & anguli a h p & a p h ſunt æquales, & latus a m, commune æquale ſibiipſi. Eſt ergo linea p m æqualis lineæ m h, hoc etiam patet per 31. primi huius, yſocheles enim eſt trigonus h a p, & perpendicularis, eſt linea a m, trigona ergo partialia, ſunt æquiangula. Eſt ergo



linea

lineæ e h æqualis lineæ p d,patet ergo quoniã linea d l eſt æqualis lineæ e k, ducat̃ itaq;
linea l k,erit ergo ꝑ 33.primi,linea k l æqualis & æquediſtãs lineæ l c, angulus itaq; k a l,
eſt maior angulo b a c,ꝑ 34.primi huius,& linea k l eſt diameter imaginis lineæ b c , nã
omne pũctũ lineæ b c,refrãgitur ad uiſum a,ab aliquo pũcto lineæ p h, ſicut enim forma
pũcti b,refrãgitur à pũcto p,& punctũ z,ꝑpendiculariter ſine refractiõe tranſiẽs punctũ
m,peruenit ad uiſum a,ſic punctum ꝗd eſt inter b & z,refrangitur ab aliquo pũcto lineę
p m,qđ eſt inter pũcta p & m,& ſicut forma pũcti c refrangitur ad uiſum a,à pũcto lineę
e m,qđ eſt h,ſic omne pũctũ lineæ c z,refrãgitur ab aliquo pũcto lineæ h m , & omne pũ
ctũ lineæ b z,ab aliquo pũcto lineæ p m,ut ſi ſuper lineã b z ſit punctũ n . Si itaq; dicatur
ꝗd forma pũcti n,refrangatur ab aliquo pũcto lineæ m d,extra linea m p,ex parte d,ut à
pũcto g,ducatur linea n g,palã itaq; quoniã linea n g ſecabit lineã b p,& ſi,pũctus ſectio-
nis q,forma itaq; pũcti q,perueniat ad uiſum a ex duobus pũctis refractiõis,ſcilicet p & g
quod eſt cõtra 18.huius,& impoſsibile,forma itaq; pũcti n,nõ refrangitur ad uiſum a,ex
aliquo pũcto lineæ p m ꝗd eſt inter pũcta p & m,idẽ quoq; eſt de omni puncto lineæ z c,
qđ eſt inter pũcta z & c,nullũ enim illorũ refrangitur ad uiſum a,niſi ex aliquo pũcto li-
neæ h m,qđ eſt inter pũcta h & m,& ꝗa in linea l k,oẽs perpẽdiculares ductæ à punctis
lineę b & c,cũ lineis refractiõis protractis ſe interſecãt,patet ꝗa linea k l eſt diameter ima
ginis lineæ b c,forma itaq; lineæ b c,uidetur in linea k l,maior ꝙ̃ ſecũdũ ueritatẽ ſit linea
b c,ꝑ 20.quarti huius. Sub maiori enim angulo uidetur,ꝗa angulus k a l eſt maior angu
lo b a c,ꝑ 34.primi huius,qđ eſt ꝓpoſitũ,& huiuſmodi deceptio accidit uiſui ꝓpter debi-
litatem formæ reflexæ,ut patet ꝑ 10.huius,propter qđ aſsimilat ipſam uiſus formæ rei,
q̃ uidetur à maiori remotiõe,maior enim diſtantia debilitat formã,cõprehendit itaq; ui
ſus formã lineæ b c,refractiue ex cõpoſitiõe anguli k a l maioris angulo b a c, ad diſtanti
am maiorẽ ꝙ̃ ſit diſtantia lineæ b c,& ad poſitionẽ æqualẽ puncti b c , ſic itaq; quantitas
lineæ b c,cõprehẽditur refractæ maior propter magnitudinẽ anguli qđ facit propinqui-
tas ad uiſum,& propter formæ debilitatẽ quæ cauſatur propter refractionẽ,& ſic uniuer
ſaliter cauſa quare linea b c,apparet maior,eſt refractio formæ ſuæ in medio ſecundi dia
foni ad uiſum,& eſt ſemꝑ demõſtratio eadẽ,ſiue fiat refractio in ſuꝑficie ſecundi diafoni
deñſioris ſiue rarioris primo,in quo eſt linea b c,nec enim eſt aliqua differẽtia ꝗ ad illud.
ſi tamẽ fuerit poſsibile inueniri corpora diafona taliter collocata,ut ſuperficies plana poſ
ſit eſſe in corpore rariore cõtingente ipſum uiſum,ſicut accidit cum uitrum planum con-
tingit uiſum,ita quod centrum foraminis ueæ in uitri plani ſuperficie collocatur .

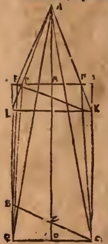
XXXII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & corporis à quo fit refractio
exiſtente linea recta,uiſu quoq; exiſtente in perpendiculari exeunte à medio
puncto lineæ uiſæ ſuper planam ſuperficiem corporis diafoni à qua forma e-
ius refrangitur ad uiſum,ſi linea uiſa non fuerit æquediſtans ſuperficiei corpo
ris diafoni,imago eius comprehenditur maior ipſa,& maior quàm ſi eſſet ſu-
perficiei corporis diafoni æquediſtans.

Sit diſpoſitio eadem quæ in præcedente,niſi quod linea b c,non ſit æquediſtans lineæ
d e,ſed ſit punctus c,remotior à puncto a ꝙ̃ ſit punctus b,& à puncto c,ducatur linea æ-
quediſtans & æqualis lineæ d e,per 31.primi,quæ ſit linea c q,cuius medius punctus ſit o,
& à puncto o,per 11.undecimi,protrahatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem cor
poris diafoni ſecans lineam d e,in puncto m,& lineam b c in puncto z, & ſit centrum ui-
ſus quod eſt a,in illa perpendiculari,quæ eſt o m,eritq; punctus z,in medio puncto lineę
quæ eſt c b,quia enim linea b q eſt æquediſtans lineæ z o,eritq; per 2.ſexti,proportio li
neæ q o ad o c,ſicut b z ad z c,ſed linea q o,ut patet ex præmiſsis,eſt æqualis lineæ o c.E-
rit ergo linea b z æqualis lineæ z c,eſt ergo punctum z in medio lineæ c b,punctus itaq;
lineæ d e,à quo forma puncti q,refrangitur ad uiſum a,ſit p,& punctus à quo refrangitur
forma puncti c,ſit h,ducanturq; lineæ a h & a p,& protrahatur linea a p ad l,punctum li-
neæ d b,& linea a h ad k,punctum lineæ e c,concurrent autem illæ lineæ per 2.primi hu

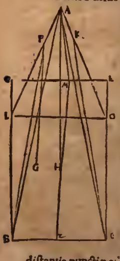
 ius,

lus,ut oſtendimus in præmiſſa. Eritq́; punctum k,locus imaginis formæ puncti c, & punctum l,formæ puncti q,ducaturq́; linea l k,quæ erit diameter imaginis lineæ a q & a c, erit itaq; ut in præcedenti angulus k a l,maior angulo c a q,uiſus ergo comprehēdet imaginē lineæ q c,maiorem ꝙ ſit linea q c,ut patet per præcedentē,& quia linea q p,ſecat lineam b c,ſit punctus ſectionis r,palam itaq; cū punctus r ſit in linea q p, quoniam ipſe refrangetur ad uiſum a,ex puncto p. forma itaq; pūcti b, refrangetur ad uiſum a,ex aliquo pūcto lineæ p d,quod ſit inter puncta p & d,nā ſi daretur refrangi ex aliquo pūcto inter p & m,ſequeretur propter interſectionē lineæ incidētiæ formæ pūcti b,& lineæ r p,unius puncti formam refrangi ad uiſum à duobus pūctis lineæ d e,ꝗd eſt cōtra 18. huius,& impoſsibile,refrangatur itaq; forma pūcti b ad uiſum a ex f,puncto lineæ p d,& ducatur linea a f, quæ protracta ad lineam d e,ſecabit illam per 14. primi huius,ſecet ergo in puncto i. Eritq́; p 14. huius punctus l,locus imaginis formæ puncti b, & ducatur linea i k,quæ erit diameter imaginis lineæ b c. Eritq́; ſitus lineæ i k, reſpectu ſitus a,ſimilis ſitui lineæ b c,quia linea i k,aut erit æquediſtans lineæ b c,aut non,erit inter ipſarū diſtantiam diuerſitas ſenſibilis mutans ſitum ipſarum reſpectu uiſus a,quia uero eſt inter diſtantiam lineæ b c,à uiſu grandis diuerſitas,declinatio enim lineæ i k, à linea æquediſtante lineæ b c,quæ exit à puncto k,erit ualde parua, angulus itaq; i a k,eſt maior angulo l a k,per 29 primi huius, & ſimiliter angulus i a k eſt maior angulo b a c, per 34. primi huius, uidetur itaq; linea i k maior quàm linea b c,& ſitus imaginis lineæ i k eſt ſimilis ſitui lineæ b c,& linea i k,comprehenditur quaſi remotior propter debilitatem formæ,quia itaq; linea i k eſt imago formæ lineæ b c, palā quod in hoc ſitu linea b c,uidetur maior quàm ſit ſecundum ueritatē & uidetur linea c q,minor quàm linea b c,quia ut præoſtenſum eſt,angulus i a k eſt maior angulo l a k,ſecundum quem uidetur imago lineæ q c,& hoc eſt propoſitum,nec eſt diuerſitas ſitus diuerſorum diaſonorum attendenda.



XXXIII.

Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiem perpendicularium à punctis rei uiſæ,ſub medio ſecundi diafoni planam habente ſuperficiem ſuper eandem ſuperficiem productarum,lineaq́; uiſa ſuperficiei eiuſdem corporis æquediſtante, imago lineæ uiſæ comprehenditur maior ipſa.



Sit ut ſupra punctus a,centrum uiſus,& linea b c res uiſa, & ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio educantur perpendiculares b d & c e,& continuetur linea d e,in ſuperficie ipſius corporis diafoni,per quod fit uiſio refracta, ſitq́; linea b c æquediſtans lineæ d e,& ſit a centrum uiſus extra ſuperficiem,in qua ſunt lineæ b c & d e, & diuidatur linea b c in duo æqualia in puncto z, & ducatur linea z m,perpendiculariter ſuper illam b c,ſecetq́; lineam d e in puncto m. & à centro uiſus a,ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem b c d e,per 11. undecimi,quæ ſit a h, ita ut punctus h, imaginetur cadere in lineam m z,producaturq́; linea a z,quæ per 22. primi huius,& ex præmiſsis erit perpendicularis ſuper lineam b c. Situatio itaq; puncti b uerſus a, centrum uiſus, eſt ſimilis ſituationi puncti c, reſpectu a,& diſtantia puncti d ad uiſum a,eſt æqualis diſtantiæ puncti b,ad a,refringatur itaq; forma puncti b ad uiſum a,ex puncto p, & forma puncti c,ex puncto k. Sintq́; pūcta p & k,extra lineam d e æquediſtantia lineæ l c,in ſuperficie corporis diafoni,ſituatio itaq; & diſtantia puncti p ad uiſum,eſt ſicut ſituatio & diſtantia puncti b ad a uiſum, ducantur

itaq; lineæ b p,p a,c k,k a.Eſt ergo ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ a p & b d perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni per 2.huius,cũ ſit ſuperficies refractionis, ergo & linea b d,quæ eſt perpendicularis ſup ſuꝑficiem corporis diafoni ducta à pũcto b, erit in hac ſuperficie,& ſimiliter ſuꝑficies in qua ſunt lineæ a k & c k,eſt perpendicularis ſup ſuperficiẽ corporis diafoni,ergo & in illa ſuperficie eſt linea t e,quæ eſt perpendicularis ſup eandem ſuperficiẽ corporis ducta à puncto c,ꝓtrahatur itaq; linea a p,ultra p pũctum,eſt palã per iam dicta,& per 2.primi huius,quoniam ipſa ſecabit lineam b d, quia ut patet per 28.primi,lineæ a 3 & b d,æquediſtant,qa ergo linea a p,ſecat lineam b d, ſecet ipſam in puncto l,ſecetq; per eandem linea k d, ꝓtracta ultra puncta k,lineam t e in puncto o.Eſt ergo per 14.huius,punctũ l locus imaginis formæ puncti b, & punctũ o locus imaginis formæ puncti c,erit quoq; ſituatio lineæ a l, ſicut lineæ a o, & lineæ b l ſicut lineæ t o,ducatur etiam linea l o,hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & æqualis eidem b c,per 32.primi,ducantur itaq; lineæ a b & a c,utraq; ergo ſuperficies a l b & a o c eſt erecta ſimiliter ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni per 2.huius,tres itaq; ſuꝑficies ſunt erectę ſup ſuꝑficiem corporis diafoni,q̃ ſunt a l b,a o t,a m 3,& hæ ſuperficies neceſſario ſecãt ſe ſuper lineã perpendicularẽ,q̃ eſt a h,exeunte à pũcto a,ſuper ſuperficiem corporis diafoni per 19.undecimi,q̃niam cõmunis ſectio illarũ neceſſario eſt perpendicularis ſup ſuperficiem,cui ſupſtat,& ab uno pũcto una tñ ꝑpendicularis ſup ſuperficiẽ planam duci poteſt p 20.primi huius.Erit itaq; angulus b p l,p 15.primi,æqualis angulo refractionis,& linea b l d,eſt perpẽdicularis ſup ſuperficiem corporis à qua fit refractio, ergo linea a l,eſt obliqua ſup ipſam per 13.undecimi,linea ergo a p, cõtinet cũ perpendiculari ſuper eandem ſuperficiem exeũte à pũcto p,q̃ ſit p g,angulũ acutũ,qui eſt l p g,& erit perpendicularis p g,æquediſtans lineæ d l,per 6.undecimi,q̃niam ambæ lineæ p g & d l ſunt erectæ ſuper unam ſuperficiem,ergo per 29.primi,angulus p l d,eſt acutus,ergo per 13.primi,angulus a l b eſt obtuſus,ergo per 19.primi,linea a b,eſt longior q̃ linea a l,& ſimiliter patere poteſt,quod linea a o,minor eſt quàm linea a t,ſed lineæ a l & a o,ſunt æquales,& lineæ a l & a t ſunt æquales,& linea l o eſt æqualis lineæ l t, ergo per 34. primi huius,angulus l a o,eſt maior angulo b a t,& ſitus lineæ l o,eſt ſimilis ſitui lineæ b c, quia linea exiens à puncto a,ad medium lineæ l o,eſt perpendicularis ſuper lineam l o,per 22. primi huius,cum per 29.primi,linea l o ſit æquediſtans lineæ b c, & etiam quia linea b c, eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ, in qua ſunt lineæ a 3 & m 3,ſuper quam ſimiliter per 8.undecimi,perpendicularis eſt linea o l,ergo linea o l,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem continuantem centrum uiſus quod eſt punctum a,cum medio puncto lineæ l e. Situs ergo lineæ l o,reſpectu uiſus a,eſt ſicut lineæ b c,reſpectu eiuſdem uiſus a. Sed & linea l o,comprehenditur remotius propter debilitatem formæ, linea itaq; l o,uidetur maior quàm linea b c,ſed linea l o,eſt imago lineæ b c,palàm itaq;,quia linea b c,uidetur maior quàm ſit eius uera quantitas,& hoc eſt propoſitum,nec ad iſtud aliquid coadiuuat indiuerſitatem ipſa diuerſa ſituatio mediorum plus uel minus diafonorum.

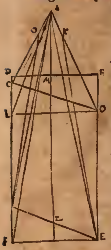
XXXIIII.

Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiem perpendicularium à punctis rei uiſæ ſub medio ſecundi diafoni planam habẽte ſuperficiem ſuper eandem ſuperficiem productarum,lineaq; uiſa ſuperficiei eiuſdem corporis non æquediſtante,imago rei comprehenditur maior re uiſa,maior quoq; quàm ſi eſſet ſuperficiei corpori æquediſtans.

Remaneat diſpoſitio q̃ in præcedente,niſi q̃d linea b c, nõ ſit æquediſtans lineæ d e, quæ eſt in ſuperficie corporis diafoni,& educatur à pũcto e,linea c f,æquediſtans lineæ d e,& cõtinuetur linea f l,ꝓtrahendo lineã d b,perpendiculariter ſuper lineam c f,ſitq; prout in præmiſſa oſtenſum eſt p punctũ refractionis formæ puncti f,ad uiſum a, & punctũ refractionis formæ puncti b,ad uiſum a,ſit punctum q,& ducatur linea a q, & protrahatur ad lineam d b,concurret aũt cum illa,ut in proxima oſtenſum eſt. Sit ergo punctus concurſus g, qui eſt altior q̃ punctus l, nam punctus b,eſt ultra lineam a f,linea itaq; a g,

 neceſ

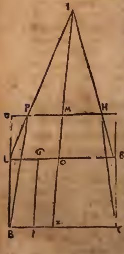
neceſſario erit ultra lineã a l. punctus ergo g, eſt altior puncto l, & ducatur linea q o, Erit ergo ſecũdũ præmiſſa linea g o, diameter imaginis lineæ b c, eritq́ linea g o maior ꝙ linea l o, per 19. primi, qm̃ angulus g l o eſt rectus, & linea a g, minor ꝙ linea a l. per eãdẽ 19. primi, q̃niã angulus a g l eſt obtuſus, ut ſupra patuit, & duæ lineæ a g & a o ſunt in duabus ſuperficiebus ſecantibus ſe, ſcilicet a g b & a o c, & differentia cõmunis iſtarũ duarũ ſuperficierum tranſit per a centrũ uiſus per 1. huius, quia ambę illæ ſuperficies ſunt ſuperficies refractionis, & centrum uiſus ſemper oportet quod ſit in ſuperficie refractiõis, & quoniã ut patet per 2. huius, illæ ambæ ſuperficies ſunt erectæ ſuper ſuperficiẽ corpis diafoni, à quo fit refractio, patet ꝑ 19. undecimi, quoniã linea recta, q̃ eſt cõmunis ipſarũ differentia, eſt erecta ſuper illam ſuperficiẽ, ergo duæ lineæ exeuntes à puncto a, nõ perpẽdiculariter ſup illam corporis diafoni ſuperficiẽ ſunt extra hanc cõmunem differẽtiam in his duabus ſuperficiebus, q̃ lineæ ſunt a b & a t, ſuntq́ altiores duabus lineis a g & a o, cadunt enim ultra illas lineas, angulus itaq; g a o, eſt maior angulo b a c, ꝑ 34. primi huius, diuerſitas enim ſituũ linearũ, g o & b e, à uiſu a, non eſt magna, quia linea g o, aut eſt æquediſtans lineæ a c, aut nõ, eſt in hac differentia ſenſibilis. Eſt ergo ſitus lineæ g o, reſpectu uiſus a, ſicut linea b c, reſpectu eiuſdem uiſus a, uidebitur itaq; per 20. quarti huius, linea g o, maior ꝙ linea b c, ſed linea g o, eſt imago lineæ b c, palam ergo, quia linea b c, uidetur maior ꝙ ipſa ſit ſecundũ ueritatẽ & quia ſicut in præmiſsis patuit, angulus o a g, eſt maior angulo a l, uidebitur imago o g, maior imagine o l, quæ eſt imago lineæ c f, æquediſtantis lineæ e d, quæ eſt in ſuperficie corporis, à qua fit refractio, & hoc proponebatur.



XXXV.

In omnibus refractionibus factis à planis ſuperficiebus corporum diafonorum ad uiſum imagine apparente maiore ipſa re uiſa, & pars imaginis uidebitur maior parte rei uiſæ ſibi proportionali.

Sit diſpoſitio omnimoda quæ prius in 29. huius, & ſit linea a m 3, ſecans perpendiculariter lineam k l, in puncto o, erit itaq; linea l o, medietas lineæ l k, & forma puncti 3, uidebitur in puncto o, quia uidetur in perpendiculari 3 o, tota quoq; linea b c, uidebitur in linea l k, & linea b 3. eſt medietas lineæ b c, & linea l o, medietas lineæ l k, & linea l k, uidetur maior ꝙ linea b c, ergo & linea l o, uidebitˀ maior ꝙ linea b 3, & erit utriuſq; iſtorũ cauſa refractio, & quia centrũ uiſus a, eſt in perpẽdiculari a 3, exeunte à puncto 3, qui eſt extremitas lineæ b 3. ſuper ſuperficiem corporis diafoni, aut ſuper ſuperficiẽ tranſeuntẽ per extremitatẽ medietatis perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni æquediſtanter ſuperficiei corporis diafoni per 23. primi huius, uiſus itaq; cõprehẽdit medietates uiſibiliũ maiores ꝙ ſint, nã pũctus o qui eſt medium imaginis k l, eſt in perpendiculari exeunte à puncto rei uiſæ, ſiue res uiſa ſit æquediſtans ſuperficiei corporis diafoni, ſiue non, ſit item linea b n, pars aliqua lineæ b 3, & à puncto n educatur linea n g, perpendiculariter ſuper lineam b 3. Seceтq́ lineam l o, in puncto g, erit ergo ſecũdũ præmiſſa linea l g, imago lineæ b n. Sit itaq; punctus g, imago puncti n, aut ergo punctus g, erit in linea l g, aut prope, quocũq; uero iſtorũ exiſtente erit linea l g, æqualis lineæ b n, aut fere, & quia formarũ plus diſtantium à perpendiculari a 3, maior eſt refractio ꝙ minus diſtantium per 13. huius, erit refractio formæ lineæ b n ad uiſum a, maior quàm refractio lineæ 3 n.



ad

ad uiſum a. Si ergo minor refractio facit totã l o, imaginẽ lineę b 3, apparere uiſui maiorẽ quã ſit linea b 3, ergo maior refractio faciet lineam l g, imaginẽ lineæ b n, uideri maiorẽ quã ſit ipſa linea b n, cũ maiorẽ efficatiã habeat refractio maior reſpectu minoris, linea ergo l g, quæ eſt imago lineæ b n, cõprehẽditur maior quã ſit ipſa linea b n, & ſi uiſus nõ cõprehendet lineã l g, imaginẽ lineæ b n maiorẽ, ipſa linea b n, nõ cõprehẽdet imagines partiũ lineæ b n, quæ ſunt ꝓpinquiores ad punctũ 3, maiores ipſis partibus, qa formæ illarũ partiũ ſunt minores refractiõis per 13. huius, quã remotiores à puncto 3, ſed refractio eſt cauſa magnitudinis imaginis, uiſus ergo a, ſi nõ cõprehẽdet imaginẽ lineæ l g, maiorẽ quã ſit linea b n, nec cõprehẽdet imaginẽ lineæ l o, maiorẽ ipſa linea b 3, nec totã lineã l k, maiorem tota linea b c, qđ eſt impoſsibile, & cõtra 29. huius, uiſus ergo cõprehẽdet lineã l g, quæ eſt imago lineæ b n, maiorẽ ipſa linea b n, & ita cõprehẽdit lineam b n, maiorem quã ſit ſecundũ ueritatẽ. Eodẽ quoqꝫ modo poteſt idem in alijs refractionibus declarari, ut cum per modũ 31. huius, fuerit centrum uiſus extra ſuperficiẽ perpendiculariũ illarũ productarũ, quoniã idẽ accidit in omnibus illis modis, qbus imago rei uidetur maior quã ipſa re uiſa, ſemper enim pars imaginis uidebitur maior parte rei uiſæ, ſibi correſpõdente, qđ eſt ꝓpoſitũ, & quia cõmunis ſectio ſuperficiei refractiõis & ſuperficiei corporis diafoni, ut plurimũ, eſt p ſe in linea recta, quãdo illud corpus diafonũ fuerit groſsius aere, per accidens uero accidit quãdoqꝫ cõtrarium ꝓpter uoluntariam ſituationem corporis denſioris plani iuxta uiſum, ut diximus in fine cõmenti 29. huius, patet euidenter qđ 5. proximè præmiſſa theoremata per ſe intelligenda ſunt, quando à ſuperficie corporis diafoni groſsioris aere fit refractio ad uiſum in aere exiſtentem, & per accidens econuerſo.

XXXVI.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici diafoni denſioris aere à quo fit refractio exiſtente circulo centroqꝫ uiſus in eadem ſuperficie extra circulum in linea perpendiculari ſuper illius corporis ſuperficiem & re uiſa inter centrum corporis & uiſus exiſtentibus, ita quod extrema rei uiſæ æqualiter diſtent à centro corporis, imago uidebitur maior re uiſa.

Sit ſuperficies ſphærica corporis diafoni groſsioris aere, cuius conuexum ſit ex parte uiſus, cuius centrũ ſit a, ſitqꝫ res uiſa b c, ſitqꝫ centrũ corporis ſphęrici punctum d, qđ ſit ultra lineam b c, reſpectu uiſus a, ſitqꝫ punctus 3, medius punctus lineæ b c, & ducantur lineæ d b, d 3, d c, & ꝓtrahantur quouſqꝫ cõcurrãt cũ ſuperficie corporis diafoni ſphærici linea d b, in puncto e, & linea a 3, in puncto m, & linea d c in puncto n, & ſit uiſus a, in linea 3 m, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem illius diafoni corporis per 72. primi huius. Erit itaqꝫ a m 3 linea recta, & quoniam linea b 3, eſt æqualis lineæ 3 c, & qa puncta b & c, quæ ſunt extrema rei uiſæ æqualiter diſtant à cẽtro d, ex hypotheſi. Erit etiam linea d b, æqualis lineæ d c. Erunt ergo trigona b d 3 & c d 3 æquilatera, qm̃ linea 3 d, eſt cõmunis ambobus illis trigonis, ergo per 8. primi, erunt anguli ad punctum d æquales, qui ſunt anguli 3 d b & 3 d c, & ſimiliter erunt anguli ad punctum 3 æquales, ſunt ergo recti. Eſt ergo per diffinitionem ꝑpendicularis lineã a 3, perpendicularis ſuper lineam b c, ducantur quoqꝫ lineæ a b & a c, ergo per 4. primi, erunt trigona a 3 b & a 3 c æqualia, linea ergo a c, eſt æqualis lineæ a b, puncta ergo b c, æqualiter diſtant à centro uiſus a, habebunt itaqꝫ b & c, æqualem reſpectum ad uiſum a, extrahatur quoqꝫ ſuperficies plana in qua ſunt lineæ d e & d n & d m, hæc itaqꝫ ſuperficies ſecabit ſuperficiẽ corporis ſphærici ſecundũ circulum magnum per 69. primi huius, cuius arcus oppoſitus uiſui ſit n m e, eritqꝫ in illa ſuperficie centrũ uiſus a, & linea uiſa quæ eſt b e, erit ergo per 1. huius, illa ſuperficies ſuperficiei refractio



fractio

fractionis, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſphæricā, nec fit refractio formæ lineæ b c, ad uiſum a extra illam ſuperficiē, & linea a 3, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē ſphæricam corporis, dico itaq; quod imago lineæ b c, in hac diſpoſitione uidebitur maior ipſa linea b c, quia enim, ut patet ex præmiſsis, forma cuiuſcunq; partis lineæ b c, nō refrangitur ad uiſum a, niſi ex aliquo puncto arcus e m n, ſit ergo ut forma puncti b, refrangatur ad uiſum a, ex puncto circuli h, & forma puncti c, ex puncto g, quia itaq; puncta b & c æqualiter diſtant à puncto a, centro uiſus, patet quod ipſorū erit uniformis refractio ad uiſum. per 13. huius, puncta ergo h & g, æqualiter diſtabūt à puncto m, arcus aūt e m & m n, ſunt æquales per 25. tertij, ideo quia anguli m d e & m d n ſunt ęquales, q̄d patet ex pręmiſsis, tamē ergo diſtabit punctus refractionis, qui eſt h, à puncto e, quantū punctus g, à puncto n, & erit punctorū iſtorū ſitus & reſpectus æqualis, ducātur itaq; lineę b h, a h, t h, a g, & ꝓducatur linea a h, ad lineā d e, ſitq; punctus ſectionis k, & ſimiliter ꝓducatur linea a g, ad lineam d n, in punctū l, ducaturq; linea k l, quia itaq; in trigonis d a k, & d a l, anguli a d k & a d l ſunt æquales, ut patet ſupra, anguli quoq; l a d & k a d ſunt æquales, q̄d patet ductis lineis d h & d g, tunc enim cū arcus m g & m h ſunt æquales ex præmiſsis, erūt per 26. tertij, anguli g n b, a d g, & a d h æquales, ergo per 4. primi, anguli l a d & k a d ſunt æquales, ergo per 32. primi, trigona d a k & d a l ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, cum linea a d, ſit æqualis ſibiipſi, erit linea d l, æqualis lineæ d k, & linea a k æqualis lineæ a l, eritq; linea l k, æquediſtans lineę b c, uidebiturq; per 20. quarti huius, maior q̄ ſit linea b c, quoniā angulus k a l, ſecūdū quē uidetur linea l k, eſt maior angulo b a c, & quia poſitio & ſitus lineæ k l, eſt cōſimilis poſitiōi, & ſitui b c lineæ, q̄d patet ex hoc quod cum linea d l, ſit æqualis lineæ d k, & linea e d, æqualis lineæ d b, erit linea l c, æqualis lineæ k b, ergo per 7. quinti, & 2. ſexti, lineæ b c & l k ſunt æquediſtantes, ipſarū ergo ſitus reſpectu uiſus a, eſt conſimilis, & ſimiliter poſitio inter lineas k l & b c, non eſt differentia in diſtantia quæ ſit ſenſibilis, palàm ergo quia linea k l, uidebitur maior q̄ ſit, quia imago eius eſt maior ipſa, & hoc accidit etiam ideo, quia forma eius refracta eſt debilior quàm uera forma, ut patet per 10. huius, patet ergo propoſitum.

XXXVII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici diafoni denſioris aere à quo fit refractio exiſtente, circulo uiſuq; exiſtente in eadem ſuperficie extra circulum in linea perpendiculari ſuper illius corporis ſuperficiem, & re uiſa inter centrum corporis & uiſus exiſtētibus ita quod extrema rei uiſæ inæqualiter diſtent à centro, imago uidetur maior re uiſa.



Remaneat diſpoſitio præcedētis, niſi q̄d extremum lineæ b c, punctum c, ſit propinquius pūcto d. cētro corporis diafoni, & pūctum b, remotius ab illo, dico q̄d adhuc imago lineæ b c, uidebitur maior ipſa linea b c, ducatur enim à puncto c, linea c q, cuius extrema æqualiter diſtant à puncto d, q̄d poteſt fieri ſi à linea d e, abſcindatur per 3. primi, linea æqualis lineæ d c, quæ ſit d q, palā q̄a ꝑ ea quæ in demonſtratione p̄cedentis oſtenſa ſunt, qm̄ imago lineæ c q, uidetur maior ipſa linea t q, ſit itaq; linea illa imago linea l p, & palā per 12. huius, q̄d pūctū b, illius imaginis quod eſt imago puncti q, neceſſario cadet in linea perpendiculari ducta à puncto q, ſuper ſuperficiem corporis diafoni, q̄ eſt linea d e, inter puncta d & e, quia punctū l, q̄d eſt imago pūcti c, erit in linea perpendiculari ducta à puncto e, ſuper ſuperficiem corporis diafoni q̄ eſt d n, & q̄a forma puncti c refrāgitur ad uiſum a, ex pūcto circuli g, ſit ut forma pūcti q, refrāgatur ad eūdē uiſum ex pūcto h, patet ꝑ hypotheſim, & ꝑ p̄cedētē, qm̄ pūcta g & h, ęqualiter diſtabūt à puncto m, & quia punctū b, eſt remotius à centro corporis

d, q̄

d, quàm punctum q, erit per ea quæ oſtendimus in 13. huius, punctum ſuæ refractionis remotius à puncto m, quàm punctum h, ſit itaque punctum illud f, & ducatur linea a, quæ cadet extra lineã a h, & hæc producta ad perpendicularem d e, ſecet ipſam in pũcto k, cadetque punctum k in linea p e, inter puncta p & e. Si enim caderet in punctum e, eſſet linea a k, contingens circulum in puncto e, & ſecans in puncto f, quod eſt impoſsibile, & ſi caderet in punctum p, uel circa illum, tunc linea a k ſecaret lineam a p, & punctus p, uel alter punctus illius ſectionis refrangetur ad uiſum a, ex duobus pũctis h & f, quod eſt impoſsibile per 21. huius, cadet itaque punctum k inter duo puncta p & e. Eritque per 14. huius, pũctum k, imago formæ puncti b, ducatur itaque linea l k, quæ erit diameter imaginis formę lineæ b c, quia itaque linea l k, uidetur ſub angulo l a k, & linea b c, ſub angulo b a c. Eſt autem angulus l a k maior angulo b a c, ut manifeſtum eſt, quia totum eſt maius ſua parte, patet ergo per 20. quarti huius, quia linea l k, uidetur maior quàm linea b c, quod enim ſub maiori angulo uidetur, maius uidetur, & etiam quia ſitus & poſitio lineæ l k, reſpectu uiſus a, eſt cõſimilis ſitui & poſitioni lineæ b c, reſpectu eiuſdem uiſus a, patet quia lineæ b c & k l, aut ſunt æquediſtantes ſimpliciter, aut inter illarum æquediſtantiam non eſt diuerſitas ſenſibilis, ergo per 29. primi, & per 4. ſexti, linea k l, eſt maior quàm linea b c, & quia illarum linearum l k & b c, ab ipſo uiſu non eſt diſtantia ſenſibilis diuerſitatis in remotione, uidetur ergo linea l k maior quàm linea b c, quia eſt maior, ſed linea k l, eſt imago formæ lineæ b c, patet ergo propoſitum, comprehenditur etiam linea l k, quaſi maior à uiſu quàm linea b c, propter debilitatem formæ refractæ, quoniam ut patet per 10. huius, refractio debilitat omnes formas lucis & coloris.

XXXVIII.

Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiẽ linearũ perpendiculariũ à pũctis rei uiſæ ſub corpore ſphærico diafono denſiore aere ſuper eius cõuexã ſuperficiẽ oppoſitam uiſui productarũ, lineaque uiſa ſecundũ ſui extrema cẽtro corporis æquediſtante, imago lineæ uiſæ comprehenditur maior ipſa linea uiſa.

Eſto centrum uiſus punctũ a, & linea uiſa per refractionem ſit b c, ſitque pũctus d, centrum corporis diafoni denſioris aere, ſitque ita ut linea b c, ſit intra illud corpus ſecundum ſui extrema b & c, æqualiter diſtans à centro d, à medio quoque puncto lineæ b c, quod ſit 3, à duobus extremis eius pũctis ducantur in eadem ſuperficie lineæ perpẽdiculares ſuper ſuperficiem corporis, quæ productæ ad periferiam circuli ſint b e, 3 m, & c a, hæ itaque omnes per 72. primi huius, ſecabunt ſe in centro d. Erit ergo arcus n m e, in ſuperficie illius corporis diafoni reſpiciens centrũ d, nõ ſit autẽ centrum uiſus in aliqua iſtarum linearũ, ſed ſit extra ſuperficiẽ in qua ſunt illæ lineæ, dico quod imago lineæ b e, uidebitur maior quàm ipſa linea b c, ducatur enim linea a 3, & à centro uiſus puncto a, ducatur perpendicularis linea ſuper ſuperficiẽ circuli n m e, per 11. undecimi, quæ ſit a x, & quia ut patet ex præmiſsis, & per 21. primi huius, eſt linea a 3, perpẽdicularis ſup lineã b c, ſituatio itaque puncti b, uerſus uiſum a, eſt p 4. primi, & ex præmiſsis conſimilis ſituationi puncti c, uerſus eundẽ uiſum a, & illorũ punctorũ à uiſu a, diſtãtia eſt æqualis, ſit itaque ut forma pũcti b, refrãgatur ad uiſum a, à puncto corporis diafoni quod ſit h, & forma puncti t, à pũcto g, ſuntque pũcta g & h, extra ſuperficiẽ circuli n m e, eritque illorũ pũctorũ h & g, à uiſu a, diſtantia æqualis, ducãtur itaque lineæ b h, a h, t g, a g. Eritque ſupficies in qua ſunt duæ lineæ a h & b h, erecta ſup ſupficiẽ corporis diafoni p 2. huius, quoniã ipſa eſt ſuperficies refractionis, ergo & linea b e, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficẽ corporis diafoni,

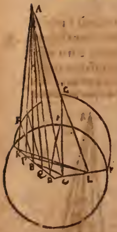


ducta à puncto b, erit in illa ſuperficie ꝑ 1. huius. Similiter quoq; ſuperficies in qua ſunt lineæ c g & a g, cum ſit ſuperficies refractionis, patet per 2. huius, quoniã ipſa eſt erecta ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni, ergo & in illa ſuperficie eſt linea c n, quæ eſt perpẽdicularis ſuper eandẽ corporis ſuperficiẽ ducta à puncto c, protrahatur itaq; linea a h, ultra punctũ h, & palã per præmiſſa & per 14. primi huius, q̃d ipſa ſecabit lineã b e, ſit ergo ut ſecet in pũcto k. Similiter quoq; linea a g, producta ultra punctũ g, ſecet lineã d n in pũcto l, eritq; ſituatio lineæ a k, reſpectu uiſus a, ſicut lineæ a l, unde linea a k & a l, erunt æquales, & ſimiliter erit linea d k, æqualis lineæ d l, quæ omnia oſtendi ſecũdũ modũ quo præceſsimus in præmiſſa 34. huius, copuletur ergo linea l k, hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & linea d k, æqualis lineæ d l, erit linea k b, æqualis lineæ l t, ergo ꝑ 7. quinti, & ꝑ 2. ſexti, lineæ l k & b c, æquediſtant, ergo per 29. primi, & per 4. ſexti, linea l k, eſt maior q̃ linea b c, & q̃a ſub maiori angulo uidetur apparet maior, & hoc eſt propoſitũ.

XXXIX.

Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiem perpendicularium à puncto rei uiſæ ſub corpore ſphærico diafono denſiore aere ſuper eius conuexam ſuperficiem oppoſitam uiſui productarum linearumq; uiſæ extremis centro corporis inæqualiter approximatis, imago lineæ uiſæ comprehenditur maior ipſa linea uiſa.

Remaneat omnis diſpoſitio proximæ præmiſſæ, niſi quod extrema lineæ b c, inæqualiter diſtent à centro corporis diafoni, quod eſt d, ſitq; linea d b, maior q̃ linea d c, ſecetur ergo ex linea d b, per 3. primi, linea d q, æqualis lineæ d c. & copuletur linea c q, cuius extrema æqualiter diſtabũt à centro d. Eritq; per præmiſſam imago lineæ c q, quæ ſit l p, maior quàm linea c q, & quia puncta q & b ſunt in eadem linea perpendiculari ſuper ſuperficiem corporis diafoni, quæ eſt d e, patet quod ipſa ambo ſunt in eadẽ ſuperficie refractionis quæ eſt a d e, & refranguntur ad uiſum a, ex eodem arcu circuli, qui eſt cõmunis ſectio illius ſuperficiei, & ſuperficiei corporis diafoni. Sit itaq; ut forma pũcti q refrangatur à pũcto illius arcus qui eſt h, conformiter ſe habente ad uiſum a, cum puncto g, à quo refrangitur forma puncti c, patet per 13. huius, quod punctum à quo refrangitur forma pũcti b, quod ſit f, erit baſsius puncto h, producta quoq; linea a f, intra corpus diafonum ad diametrum d e, in punctum k, patet quoq; ut in 36. huius, quia punctum k, cadet inter puncta p & e, copulata quoq; linea l k, erit ipſa quaſi æquediſtans lineæ b c, & in eadem ſuperficie cum illa. Erit ergo maior per 4. ſexti, & etiam quia ſub maiori angulo uidetur, maior uidetur, patet ergo propoſitum.



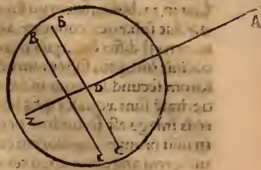
XL.

Lineæ refractæ uiſæ tranſeuntis per centrum corporis diafoni ſphærici denſioris aere non exiſtentis in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper illius corporis ſuperficiem, imago ſemper uidetur maior ipſa linea.

Sit a centrum uiſus extra corpus diafonum groſsius aere, cuius centrum ſit d, ſitq; linea uiſa b c, pertranſiens centrum d, ita tamẽ q̃d centrum uiſus non ſit in illa linea b c, utcunq; protracta, dico quod eius imago ſemper uidetur maior ipſa linea, quoniam enim perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis à quibuſcunq; punctis lineæ b c productæ, omnes continent lineam b c, uiſu quoq; in aere exiſtente fit refractio ſemper ad contrariam partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ut patet per 4. huius, ergo ſecundum præmiſſas demonſtrationes patet quod lineæ extenſionis formarum punctorum extremorum lineæ b c, quæ ſunt b & c, productæ intra

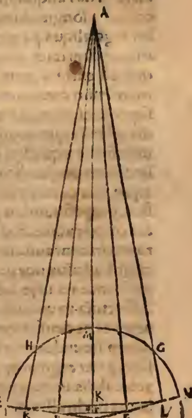
corpus

corpus diafonum,à cuius ſuperficie fit refractio,interſecabunt perpendiculares punctorũ b & c,maior ergo ſemper uidebitur imago lineæ b c,quàm ipſa linea,quæ tũc ſit pars ſuę propriæ imaginis ſecundum ueritatem,patet ergo propoſitum. Poſſet quoq; ampliari modus iſte demonſtrandi ad alios ſitus lineæ uiſæ,qui poſſent eſſe ultra centrum corporis diafoni denſioris aere uiſu exiſtente extra illud corpus in aere,& conuexitate corporis reſpiciente uiſum,uidetur enim & tunc imago quandoq; maior re uiſa præmiſſo modo,ſcilicet in alijs ſitibus ante centrum,ut cum linea uiſa fuerit propinqua centro corporis diaſoni,& ſi linea uiſa b c fuerit perpendicularis ſuper lineam a d 3,à centro uiſus per centrum corporis productam,& lineæ extenſionis formarum extremorum punctorum lineæ b c,ſecent corporis ſphærici diafoni ſuperficiem,& ſecent lineas perpendiculares ductas à punctis b & c,ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni intra corpus,tunc imago uidebitur minor re uiſa,Si uero lineæ extenſionis formarum punctorum b & c,fuerint contingentes circulum corporis diafoni in terminis perpendicularium ductarum à punctis c & b, ſuper ſuperficiẽ corporis,uel ſecantes circulũ in eiſdem terminis,tunc ſemper imago erit æqualis rei uiſæ per 15. primi,& per 25. & 28. tertij,& uidebitur imago lineæ b c, ſicut quædam chorda arcus illius circuli,& ſi lineas extenſionis formarum accideret contingere circulum corporis diafoni in duobus punctis medijs illius arcus,ut ſi uiſus ſit ualde propinquius ſuperficiei corporis diafoni,tunc illæ lineæ cõcurrent cum perpendicularibus extra corporis ſuperficiem,uidebiturq; imago lineæ b c,maior ipſa linea, & extra ſuperficiem corporis ſecundum ſui extrema extenſa,quod ſi linea uiſa b c,ſit extra corpus diafonum, contingens ipſum,uel diſtans ab ipſo,non exiſtens tamen pars lineæ a d,tunc imago eius uidebitur minor re uiſa,quãdo cõcurrit inter ipſum corpus diafonũ,uel ultra illud inter rem uiſam & ſuperficiẽ corporis. Sed in aſſuetis uiſibilibus nõ eſt aliquid tale,niſi forte fuerit aliquod corpus diafonum uitreum,aut lapideum,& fuerit totum corpus ſolidum, & res uiſa fuerit inter ipſum,uel ſi res uiſa fuerit extra ſphæram criſtallinam aut uitream. Horum autem ſituum diuerſitatem ex præhabitis principijs demonſtrandum relinquimus ingenio perquirentis.



XLI.

In omnibus refractionibus factis à ſuperficiebus ſphęricis corporum diafonorum ad uiſum imagine apparente maiore re uiſa,pars imaginis uidebitur maior parti rei uiſæ ſibi proportionali.



Fiat diſpoſitio quæ in 34. huius,& ſicut linea d m,ſecet lineam k l,quæ eſt diameter imaginis in pũcto o. Erit ergo linea k o imago lineæ b 3, quoniam punctum 3, uidetur ſecundum perpendicularem a 3,per 3. huius,& erit angulus k a o,maior angulo b a 3 & ſitus lineæ k o,reſpectu uiſus a,eſt ſimilis poſitioni lineæ b 3, reſpectu eiuſdem uiſus,& ambæ illæ lineæ æqualiter diſtant à cẽtro uiſus,uel ſi in hoc ſit aliqua differentia,illa non erit ſenſibilis reſpectu uiſus,imago itaq; k o,uidetur maior quàm linea b 3,& earum puncta 3 & o,cadunt in linea 3 a,quæ eſt ducta à centro uiſus, & cuius pars eſt linea 3 m,exiens ab extremitate lineæ b 3. perpendiculariter ſuper ſuperficiem corporis diafoni, cadens in punctum m,quod ſi aſſumatur alia pars lineæ b 3,quę ſit b f,& ſit locus imaginis formæ puncti f,in puncto r,lineæ k o,tunc erit linea k r,imago lineæ b f,& ſicut ſupra oſtenſum eſt,patet quod linea k r uidebitur maior quàm linea b f, quoniam plus refractionis accidit lineæ

neæ b f, quàm lineæ f 3, per 13 huius, maior ergo ei debetur exceſſus imaginis quàm lineę f 3. Si uero punctum a, centrum uiſus ſit extra ſuperficiem, in qua ſunt omnes perpendiculares exeuntes à pũctis lineæ b c, ſuper ſuperficiem corporis diaſoni, à qua fit refractio, nam linea a 3, quæ exit à puncto a, perpendiculariter ſuper medium punctum lineæ b c, quod eſt 3, non propter hoc eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis, in qua eſt linea b c, & quoniam linea b c & k l ſunt erectæ ſuper lineam a 3 d, & linea k o eſt imago lineæ b 3, & linea l o, eſt imago lineæ 3 e, & angulus quem reſpicit linea k o, apud centrum uiſus a, qui eſt angulus k a 3, eſt maior angulo b a 3, quàm quẽ reſpicit linea b 3, apud cẽtrum uiſus a, linea ergo k o, per 29. quarti huius, uidebitur maior quàm linea b 3, & ſimiliter linea k r, uidebitur maior quàm linea b f, & omnia hæc patẽt ex illis quæ præmiſſa ſunt in 33. huius, ſiue ergo ſuperficies corporum diaſonorum oppoſitæ uiſui fuerint planæ ſiue ſphæricæ conuexæ, accidit imaginem rei uiſæ uideri maiorem ipſa re uiſa, in hoc tamen eſt differẽtia, quia in corporibus diaſonis planarũ ſuperficierum exceſſus magnitudinis imaginis ſuper rem uiſam eſt ſolum in apparentia uiſus propter exceſſum angulorum ſecundum quos uidetur & imago & res ipſa uiſa, aliæ enim imagines ſecundum ueritatẽ ſunt æquales ipſis rebus uiſis, ſed in refractione facta à corporibus conuexis ſphæricis imago eſt ſecundum ueritatem maior ipſa re uiſa, & etiam ſecundum apparentiam in uiſu propter angulorum exceſſum uidetur maior, quoniam in hoc ſitu imago reſpicit maiorem angulum apud centrum uiſus quàm reſpiciat ipſa res uiſa, & ſunt utroq; modo partes imaginum maiores partibus rerum uiſarum ſibi proportionalium, patet ergo propoſitum.

XLII.

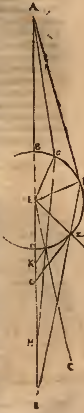
Omne corpus uiſum in aqua cõprehenditur maius ꝙ ſit ſecundũ ueritatem.

Quod hic proponitur, patet ſatis ex præmiſsis, ſed & idem placuit experimentaliter declarare, & uniuerſalem cauſam particulariter exemplare, aſſumatur itaq; corpus columnare longitudinis unius cubiti, & aliquantæ groſsiciei, & ſit album, ut manifeſtius in aqua poſsit diſtingui. Sintq; ſuperficies eius baſis planæ, ita quod per ſe ſuper illas poſsit ſtare æqualiter ſuper ſuperficiem horizõtis, uel terræ, uel uaſis. Deinde infundatur aqua clara in uas aliquod, cuius ſuperficies baſis ſit plana, ita quod aqua non immergat totam corporis longitudinem, & erigatur corpus ſuper mediam baſem uaſis in aqua. Remanebit ergo aliqua pars eius extra aquam, quia profunditas aquæ eſt minor corporis longitudine, cum itaq; quieuerit aqua, uidebitur pars corporis intra aquam groſsior quàm illa quæ eſt extra aquam, patet ergo propoſitum per experimentum. Sed & idem patet, quoniam enim conuexum ſuperficiei aquæ, eſt figuræ ſphæricæ, & opponitur uiſui, & centrũ ſuperficiei aquæ, quod eſt centrum uniuerſi, ut aliàs oſtendimus, ſemper eſt ultra omnia illa uiſibilia quæ comprehenduntur in aqua, & aqua eſt groſsior aere, ſiue extremitas rei uiſæ fuerit æqualiter diſtans à centro aquæ, ſiue inæqualiter, & ſiue uiſus fuerit in aliqua linearum perpendicularium exeuntium ab aliquo punctorum rei uiſæ ſuper ſuperficiem aquæ, ſiue omnes extra illas perpendiculres ſemper eſt neceſſarium, ut patet ex præmiſſis 6. propoſitionibus proximis, formam rei uiſæ uideri maiorem ipſa re uiſa exiſtente extra corpus aquæ. Sed forte ſi aqua fuerit clara ualde & pauca, quales aquas in loco ſubterraneo in concauitate montis, qui eſt inter ciuitates Paduam & Vincentiam, qui locus dicitur Cubalus, nos uidimus lucidas quaſi ut aerem, tunc forte non comprehendetur imago formæ rei uiſæ ſub aqua tali eſſe maior quàm ſi in aere uideretur, quia tunc non eſt differentia in quantitate iſtorum quo ad ſenſum, quoniam denſitas aquæ modicum addit ſuper aeris denſitatem, & ideo ſenſus tunc non diſtinguet quantitatis additioni, ſemper tamen ſecundum ueritatem imago ſit maior ipſa re uiſa, licet illud quandoq; lateat ſenſum, patet ergo propoſitum, magis enim eſt hoc euidens in aquis groſsioribus, uel ſulphureis calidis, in quorum intuitu & mirabili tranſmutatione formarum primum nos amor huius ſtudij allexit.

XLIII.

Re uiſa ultra corpus diafonum ſphæricum groſsius aere exiſtente, ita quod centrum uiſus & res uiſa & centrum corporis ſphærici ſint in eadem ſuperficie linea recta, comprehenditur imago rei uiſæ figuræ armillaris multo maior re uiſa.

Sit centrum uiſus a, & corpus ſphæricum diafonum ſit b d z g, cuius centrum ſit e, & ducatur linea a e, quæ protracta ſecet ſuperficiem ſphæræ diafonæ in duobus punctis b & d, & protrahatur quoq; ultra punctum d uſq; ad punctum h, tranſeatq́; per lineam a b d h, ſuperficies plana ſecans ſphæram, & ſit communis ſectio illius ſuperficie planæ, & ſuperficiei ſphæræ diafonæ per 69. primi huius, circulus b d z g. Iam autem oſtenſum eſt in 23. huius, quod in linea d h, ſunt plura puncta, quorum formæ refranguntur ad uiſum a, ex circumferentia circuli b d z g, & quod forma totius huius lineæ refrangitur ad uiſum a, ſi arcus b g z d, fuerit continuus unius ſcilicet diafonitatis continentis lineam u h l, & ſi forma puncti h refrangatur ad uiſum a, ex puncto corporis g, & forma puncti l, refrangatur ad uiſum a, ex puncto corporis p, manifeſtum eſt quod forma totius lineæ refrangetur ad uiſum a, ex arcu g p, & ducantur lineæ g h, p l, g a, p a, ſecetq́; linea g h, circumferentiam circuli in puncto m, & lineæ h l in puncto z, forma itaq; puncti h, extẽditur per lineã h g, & refrangitur per lineam g a, & forma puncti l, extenditur ad lineam l p, & refrangitur per lineam p a, & ducantur lineæ e m & e z, & extrahatur linea e m ad punctum c, & linea e z ad punctum f, forma ergo quæ extenditur per lineam a g, quoniam peruenit ad punctum g, refrangitur per lineam g h ad punctum h, & forma quæ extenditur per lineam a p, perueniens ad punctum p, per lineam p l, refrangitur & peruenit ad punctum l, & hoc ſi corpus diafonum fuerit continuum & unum uſq; ad punctum b. Si uero corpus ſphæricum fuerit ſignatum & terminatum apud circumferentiam ſphæricam citra lineam h l, tunc forma quæ extenditur per lineam a g, refrangitur per lineam g m, in partem perpendicularis e h, & cum forma peruenerit ad pũctum m, refrangetur ſecũdo in partem contrariam perpendicularis quæ eſt e m c, & concurret cũ perpendiculari e l. refrangatur ergo in punctũ k, perpendicularis e l, & ſimiliter forma extẽditur per lineam a p, refrangetur per lineam p z, & cum peruenerit ad punctũ z, refrangetur ſecundo ad partem contrariam perpendicularem e z f, in partem perpendicularis e h, & concurret cum illa perpendiculari h e, ſit punctum cõcurſus o, ſic ergo refractio formæ quæ eſt à puncto p, peruenit ad punctũ z, ab illo puncto z, refrangitur ad diametrum e l, per lineã z o, forma itaq; puncti k per nonam huius extenditur per lineam k m, & à puncto m, refrangitur per lineam m g in punctum g. Deinde ſecundo refrangitur à puncto g, per lineã g a ad uiſum a & ſimiliter forma pũcti e, extenditur per lineam o z, & à puncto z, refrangitur per lineam z p, & in pũctum p. Deinde refrangitur ab illo pũcto p per lineam p a ad uiſum a, forma ergo totius lineæ k o, refrangitur ad uiſum a, ex arcu g p. & ſi linea a k o, fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram k a g p, circumuolui circa lineam a k o fixam, tunc arcus g p, deſcribet figuram circularem, utpote armillam, à cuius totali ſuperficie refrangetur forma linea k o, ad uiſum a, & erũt centra uiſus a locus imaginis, forma ergo lineæ k o, uidebitur in tota ſuperficie circulari, quæ eſt locus refractionis, & eſt armillaris in ſuperficie ſphæræ, forma itaq; lineæ k o uidebitur multo maior ſeipſa, & erit figura formæ diuerſa à figura k o, hoc aũt poteſt ſic experimento declarari. Accipiatur ſphæra criſtallina aut uitrea perfectę rotunditatis, & accipiatur corpuſculum paruum, ut cæra nigra ſphærica, quæ ponatur in capite acus, ponaturq́; ſphæra criſtallina in oppoſitiõe alterius uiſuũ, & claudatur reliquus. Eleuetur acus



ultra ſphæram,& aſpiciatur medium ſphæræ,& ſit cæra oppoſita medio ſphæræ in linea recta,uidebiturq; in ſuperficie ſphæræ nigredo rotunda in figura armillæ,quod ſi non uideatur talis figura,moueatur cæra ante & retro,donec uideatur talis rotunditas, & tunc auferatur cæra,& recedet nigredo,quod ſi cæram reduxerit quis ad locum & ſitum priorem,reuertetur ſtatim nigredo rotunda armillaris. Sed & in his multa eſt diuerſitas quã relinquimus ſtudio perquirentis.

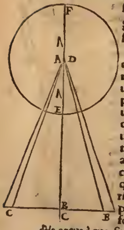
XLIIII.

Re uiſa trans corpus diafonum columnare denſius aere,itaq; centrum uiſus,& centrum alicuius circuli corporis æquediſtantis baſibus columnæ, & res uiſa ſint in eadem linea recta,imago rei uidebitur duplicata.

Sit in corpore columnari groſsioris diafonitatis q̃ ſit aer circulus b g d z,& ſit centrũ uiſus a,& cætera ut prius in præcedente,dico quod forma lineæ k o,uidebitur duplicata quoniam ipſa uidebitur apud arcum g p,& apud arcum ſibi æqualem, & ſibi correſpondentem ex arcu b d,in alia parte ſemichilindri,ſed hæc forma non erit circularis, quia figura a h p g,cum fuerit circumuoluta circa a k,lineam immotam fixam,nõ tranſibit per illam lineam arcus g p,per totam ſuperficiem columnarem,ſed refrangetur forma ex aliquibus portionibus columnæ,erit continua in una parte,& ſimiliter in alia,nam ſuperficies in qua ſunt puncta l k,tranſiens per axem columnæ facit in ſuperficie columnæ, quæ eſt ex parte uiſus a,lineam rectam tranſeuntem per punctum b,& extenſam in longitudine columnæ,& non refrangetur formæ lineæ k o,ex illa linea recta,nam linea k h,erit perpendicularis ſuper illam lineam rectam.Non ergo erit forma rotunda corpore diafono exiſtente columnari,ſed erunt duæ formæ quarum altera refrangetur ſuper alteram uidebitur ergo linea k o,habens imagines duas,quarum utraq; eſt maior quàm linea k o, & erunt illæ duæ formæ eædem apud punctum a,quod eſt centrum uiſus, quoniam in illo puncto a,eſt locus ambarum illarum imaginum, ut patet per 14. huius, patet ergo propoſitum,non poteſt autem fieri huiuſmodi refractio à ſuperficie corporum pyramidalium,quoniam linea k a,non eſt perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem conicam talium corporum,uidelicet poteſt eſſe,ut ſuperficies refractionis ſecet huiuſmodi corpora ſecundum circulum,quemadmodum etiam de ſuperficiebus reflexionum,& de ſpeculis pyramidalibus conuexis uel concauis,oſtenſum eſt in præmiſsis libris.

XLV.

Centro uiſus exiſtente in diametro corporis diafoni ſphærici cõcaui denſioris aere,& re uiſa reſpiciẽte conuexum illius corporis,imago uidebitur quandoq; minor re uiſa,quandoq; maior ut cum ſit figuræ armillaris.



Sit centrum uiſus a,lineaq; uiſa ſit b c,& ſit corpus ſphæricũ concauum denſioris diafonitatis quàm ſit aer, cuius centrum ſit d, & diameter e d f, ſitq; linea b c, extra conuexum illius corporis,& centrum uiſus a, ſit in diametro illius intra corpus concauum, dico quod ſemper imago rei uiſæ lineæ b c,erit minor ipſa re uiſa. Si enim centrum uiſus a, fuerit in centro corporis puncti d, palam per 72.primi huius, quoniam omnes lineæ extenſionis formarum punctorum lineæ b c ad uiſum a, erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis, quoniam tranſeunt centrum eius, locus ergo imaginis per 15. huius, erit ipſe arcus refractionis,uidebiturq; imago curua minor re uiſa. Quod ſi a centrum uiſus fuerit in aliquo punctorum ſemidiametri e d, propinquioris rei uiſæ, uel in aliquo punctorum ſemidiametri d f remotioris, adhuc ſemper lineæ extenſionis formarum ad uiſum ſecabunt perpendiculares ductas à punctis rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni à qua fit refractio, in ipſis punctis refractionum, hoc eſt in punctis arcus à quo fit refractio uel circa illa puncta intra corpus diafonũ uel extra illud

uide bi-

uidebitur ergo imago quandoq; curua, quandoq; recta, quandoq; irregularis, ſed ſemper minor re uiſa, quoniam ut patet chorda uel alia diameter imaginis eſt minor re uiſa, & omnis linea cadens inter centrum uiſus punctum a, & inter lineam b c, eſt minor quàm linea b c, cum ceciderit inter lineas a b & a c, ut hæc patere poſſunt per 29. primi, uel per 4. ſexti. Eſt itaq; in tali diſpoſitione ſemper imago minor ipſa re uiſa, eritq; eius imago quandoq; maior, ut cum ſit figuræ armillaris. Si enim linea b c, ſituetur in diametro f d e tunc formarum punctorum b & c, fiet refractio ab aliquibus duobus punctis unius arcus circuli corporis & punctorum mediorum lineæ b c, fiet refractio à punctis medijs illius arcus, & ſi linea a b c, remanente fixa imaginetur illa figura circumuolui quouſq; redeat ad locum, unde motus accepit principium, deſcribetur per arcum refractionis quædam ſuperficies armillaris in tota ſphærica ſuperficie corporis, à qua totali fiet refractio ad uiſum. Eritq; locus imaginis in centro uiſus, qui applicans formam uiſam ipſi ſuperficiei refractionis, rẽ iudicat figuræ armillaris, ut hæc amplius omnia declarauimus in 41. huius, patet ergo propoſitum. Sed in uiſibilibus nobis aſſuetis nihil comprehenditur à ui ſu ultra corpus diafonum ſphæricum denſius aere, cuius concauitas ſit ex parte uiſus, niſi forte tale corpus fiat artificialiter ex uitro uel criſtallo uel glacie. aut aliquo illis ſimile, refractio tamen quæ fit ad uiſum à ſuperficie concaua cœli ſimilis eſt iſti, niſi quod ſecundum illam non fit refractio niſi formarum ſphæricarum, quarum naturam & modum inferius duximus perſequendum.

XLVI.

Imago formæ cuiuslibet rei uiſæ figuratur diuerſimode ſecundum figurã ſuperficiei corporis à qua fit refractio ad uiſum.

Quoniam enim locus imaginis refractæ eſt ſemper in cõmuni ſectione katheti incidentiæ, qui eſt perpendicularis à puncto rei uiſæ productus ſuper ſuperficiem corporis diafoni, in quo eſt res uiſa, & lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, ut patet per 14. huius. Si ergo imaginati fuerimus quod ab uno quoq; puncto rei uiſæ exeat kathetus incidentiæ qui eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis in quo eſt res uiſa, tunc habebimus quandam figuram columnarem uel corporalem exeuntem à ſuperficie totius uiſi corporis ad ſuperficiem corporis diafoni, & hæc figura ſecat pyramidem radialem ſecundum quam fit uiſio refracta, cuius uertex eſt in centro uiſus per 8. quarti huius, & iſtarũ duarum figurarum corporalium, columnaris ſcilicet & pyramidalis cõmũnis ſectio eſt locus imaginis formæ rei uiſæ. Si itaq; ſuperficies corporis à qua fit refractio formæ rei uiſæ fuerit plana, tunc corpus imaginatum continens omnes perpendiculares erit ſimiliter planæ ſuperficiei, quare illa imago erit æqualis, uel modico maior q̃ ſit forma rei uiſæ, uidebitur tamen ſemper multo maior re uiſa. Quod ſi corpus à quo fit refractio fuerit ſphæricum, & conuexum eius ſit ex parte uiſus, fueritq; res uiſa in centro ipſius corporis diafoni, uel inter illud centrum & uiſum, tunc imago rei uiſæ erit figuræ pyramidalis, q̃ oniam omnes perpendiculares quæ ſunt katheti incidentiæ concurrunt in centro corporis diafoni per 72. primi huius, & hæc imago quanto magis extenditur uerſus ſuperficiem conuexam corporis diafoni, tanto magis amplificatur, & ubicunq; locus imaginis fuerit inter rem uiſam & ſuperficiem corporis ſphæricam, ſemper imago erit amplior re uiſa. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uiſam, tunc imago erit ſtrictior re uiſa. Si uero res uiſa fuerit ultra ſuperficiem ſphæricam corporis diafoni uel ultra centrum eius, tũc cum omnes katheti incidentiæ ſecent ſe in centro corporis, citra corpus imaginatũ, duæ pyramides oppoſitæ, quarum uertices coniunguntur in centro corporis diafoni, & loca imaginum tunc poſſunt eſſe diuerſa, & forte accidet quandoq; imaginem uideri maiorem re uiſa, quandoq; æqualem, & quandoq; minorem, quod ſi corpus diafoni ſphærici concauitas fuerit à parte uiſus, & conuexitas ex parte rei uiſæ, tunc idem per rationem qua prius corpus imaginatum erit pyramis, cuius uertex erit in centro corporis diafoni, quanto ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uerſus centrum corporis diafoni, tanto magis confringitur, & quanto magis extenditur ad partem illam, tanto magis dilata

dilatatur & amplificatur ſuperficies, unde ſecundum hoc locis imaginum diuerſificatis, diuerſificatur & quãtitas imaginum formarum, quia ſi locus imaginis fuerit propinquior centro corporis diafoni concaui ꝙ ipſa res uiſa, erit imago maior ipſa re uiſa, & ſi fuerit locus imaginis propinquior centro corporis diafoni cõcaui ꝙ ipſa res uiſa, erit imago minor ipſa re uiſa, & ſi fuerit locus imaginis remotior à centro corporis ꝙ res uiſa, erit imago maior ipſa re uiſa, & hoc exemplificauimus in corporibus diafonis ſphæricis conuexis & concauis, eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus conuexis & concauis poteſt intelligi, uniuerſaliter autem quando locus imaginis eſt ſuperficies corporis diafoni à qua fit refractio, tunc ſemper imago induit figuram ſuperficiei, à qua fit refractio, unde in conuexis ſuperficiebus fit conuexa, in concauis concaua, in columnaribus corporibus fit oblonga columnaris, & in pyramidalibus corporibus pyramidalis. Diuerſificantur etiam figuræ imaginum in eodem diafono ſecundum diuerſum ſitum eiuſdem rei uiſæ reſpectu uiſus, unde forma eiuſdem rei, ut pedis uel manus, quandoq; uidetur ſtricta & curta, quandoq; arta & longa, ſecundum quod perpendiculares à punctis illius rei ad ſuperficiem corporis diafoni productæ illi ſuperficiei incidunt diuerſimode, ſic enim uarie à lineis extenſionis formarum interſecantur, & uariatur multiformiter imago, ut patet per 14. & 15. huius, horum quoq; omnium cauſa ſufficienter patet ex præmiſsis, palam ergo eſt id quod proponebatur.

XLVII.

Vna imago refracta occurrit eiuſdem uidentis uiſibus ambobus.

Quoniam enim forma eiuſdem rei uiſæ refracta ab aliqua ſuperficie corporis diafoni, in quo eſt illa res, ſe offert ambobus uiſibus eiuſdem uidentis, tunc in ipſius uiſione nõ fit quantum ad actum uidendi, differentia à ſimplici uiſione, quam pertractauimus in tertio & quarto libro huius ſcientiæ, ubi diximus quod res ſecundum pyramidem uidetur, cuius uertex eſt in centro uiſus, & baſis in ſuperficie rei uiſæ, & oſtendimus quòd tũc ab ambobus uiſibus uidetur una forma, unde idem hoc ſupponimus in formis refractis, ut in formis directè uiſis. Si enim homo comprehendit aliquid uiſibile in cœlo, aut in aqua, aut ſub uitro, uel criſtallo ambobus uiſibus, & claudat unum uiſuum, nihilominus comprehẽdet illud uiſibile, ambobus ergo uiſibus, & uno tantum uiſu comprehenditur eadem forma, & hoc eſt propoſitũ, nõ enim uidimus in talibus aliquid ulterioris moræ dignum.

XLVIII.

Criſtallo ſphærica ſoli oppoſita ignem poſsibile eſt accendi in re combuſtibili quæ poſt illam.

Sit centrum ſolis punctum a, ſitq́; criſtallus ſibi oppoſita, cuius centrum b, ſitq́; ut ſuperficies plana centra amborũ quæ ſunt a & b, pertranſiens, ſecet ipſam criſtallum ſphæricam ſecundum circulum per 69. primi huius, quæ ſit c d e f g, dico quod ſi aliquod combuſtibile ponatur poſt hanc criſtallum, ita quod criſtallus ſis media inter ſolem & rem cõbuſtibilem, ut ſtupam, uel aliquid conſimile, poſsibile eſt ut ignis in illo corpore accendatur. Imaginetur enim à centro ſolis a, uſq; ad centrum criſtalli, quod eſt b, diffundi radius qui ſit a b, cum itaq; radius iſte ſit perpendicularis ſuper corpus ſolis & ſuper corpus criſtalli, per 72. primi huius, quoniam tranſit per amborum centra, palam per 47. ſecundi huius, quia non refrangitur, ſed tranſit corpus criſtalli refractionis. Omnesq́; radij ſoli ſuperficiei ſphæricæ criſtalli æquediſtanter medio a b incidentes, palam quoniam incidunt oblique, ergo per eandem 42. ſecundi huius, patet quoniam omnes illi radij refranguntur ad perpendicularem a b, quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur ad perpendicularem à puncto refractionis ſuper ſuperficiem criſtalli, quæ perpendiculares omnes concurrunt cum diametro a b, in centro ſphæræ criſtalli, fit autem ad illas perpendiculares refractio, ideo quod corpus criſtalli denſius eſt corpore aeris per quod tranſeunt radij inter corpus ſolis & corpus criſtalli incidentes, & quoniam in diſtantia æquali à radio a b, alij radij à corpore ſolis procedentes corpori criſtalli incidunt ſecundum angulos æquales per 43. primi huius, palam per octauam huius, quoniam ſecũdum æquales angulos refrangũtur, imaginetur itaq; radius a b, produci ultra corpus criſtalli, & pa-

tet

tet quoniam à quolibet circulo corporis criſtalli totius ſuperficiei ſolis oppoſitæ refran guntur radij ad unum punctum perpendicularis a b, ſicut & omnes perpendiculares con currunt in centro b, in aliquo itaq; illorum punctorum perpendicularis a b, retro corpus criſtalli poſito cõbuſtibili ignis accenditur in illo, ſi moram duexerit, omnes enim angu li refractionis ex aere ad ſuperficiem ſuperiorem criſtalli unius circuli, cuius polus pũ ctus eſt ſecundum quem linea a b, ſecat ſuperficiem criſtalli, ſunt æquales, & eorum radi orum anguli refractiõis à ſuperficie criſtalli ad aerem ſunt æquales. & quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur à linea perpendiculari à puncto ſuæ refractionis ſuper ſuperficiem criſtalli productæ, patet quod omnes illi radij æqualiter refracti concurrunt in uno puncto lineæ a b, productæ ultra ſuperficiem criſtalli, & quia illa pũcta naturalia latitudinem habent, patet quod ipſis radij plurimi concurrũt, poſſunt ergo rem combuſtilem ibi poſitam inflammare, quod eſt propoſitum, fore tamen portio ſphæræ criſtallinæ minor hemiſphærio fortius inflammaret in loco centri ſui poſita re inflammabili, quoniam omnes radij totali illi ſuperficiei ſphæricæ perpendiculariter incidentes concurrent in centro per 72 primi huius. Sed in horum experimentatione eſt in maxima latitudo quã relinquimus ad talia curioſis.

XLIX.

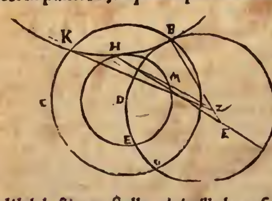
Stellas cœli & lunam ſecundum refractionem à uiſibus comprehendi inſtrumentaliter declaratur.

Inſtrumentum armillarũ ponatur in loco eminenti, unde appareat horizontis pars orientalis, ita quod armilla quæ eſt in loco circuli meridiei ſit poſita in ſuperficie circuli meridiei, & polus eius ſit exaltatus à ſuperficie terræ ſecundum eleuationem poli mundi ſuper illius habitabilis horizonta, & in nocte obſeruetur aliqua ſtellarum fixarum magnarum, quæ tamen peruenit ad circulum meridianum ſic tranſiens per centrum capitis experimentatis aut prope, & conſideretur illa in ortu ſuo dum eleuatur ſuper ſuperficiem horizontis, & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circuitu poli mundi, qui eſt plus æquinoctialis, donec fiat æquediſtãs circulo magno cœli tranſeunte per polos æquinoctionalis, & per centrum corporis illius ſtellæ, & certificetur locus ſtellæ ex armilla, ita ut habeatur diſtantia ſtellæ à polo mundi. Deinde obſeruetur ſtella donec ueniat ad circulũ meridiei, moueaturq; armilla mobilis donec fiat æquediſtans circulo ſtellæ, ut prius, & ſit in ſuperficie circuli meridiani, & tunc iterum habebitur diſtantia ſtellæ à polo mundi cum ſtella fuerit in zenith capitis aut prope, inuenieturq; diſtantia ſtellæ à polo mundi in tempore ortus & eleuationis ſtellæ minor ipſius diſtãtia ab eodem polo tempore quo eſt in zenith capitis uel prope, patet itaq; ex iſtis quia uiſus comprehendit formas ſtellarum orientium reflexæ & non recte, quoniam quælibet ſtellarum fixarum ſemper mouetur per eundem circulum, ex circulis æquediſtantibus æquinoctiali, niſi forte ſecundũ motum latitudinis uarietur parum in tempore longo, de quo alibi plenius dicemus. Si itaq; uiſus comprehenderet ſtellas recte non refracte, tunc uiſus comprehenderet quamlibet ſtellarum in ſuo loco, & eſſet omni hora noctis eiuſdem ſtellæ à polo mundi eadem diſtantia in uiſu, cuius contrarium accidit uiſui per inſtrumentum. Similiter quoq; accidit in luna, ſi enim aliquis per tabulas æquauerit locum lunæ in aliqua hora prope ortum eius, & habeat latitudinem eius & diſtantiam à polo mundi notam, & item æquet ipſam pro tempore mediæ noctis, & ſciat latitudinem eius & diſtantiam à polo mundi. Si itaq; inueniatur locus lunæ per armillas tempore ortus ſui non accidet diuerſitas inter computationem per tabulas & experimentationem per inſtrumentum, inuento uero loco lunæ per armillas dum eſt in meridiano circulo, erit diſtantia linea zenith capitis inuenta per inſtrumentum, cum latitudo lunæ eſt meridiana maior, & cum eſt ſeptentrionalis minor uera diſtantia eius ad zenit capitis inuenta per computationem tabularum, patet ergo quod lux lunæ non peruenit ad uiſum recte, ſed refrangitur in aliquo medio corpore ſecundi diafoni, quia niſi refrangeretur eadẽ eius eſſet diſtantia à zenith capitis per inſtrumentum & per tabularum computationem, ut accidit cum eſſet in horizõte nũc aũt differt, palã eſt ergo propoſitũ, quia omnes ſtellæ uidẽtur per refractionẽ.

L.

Diafonitas corporis cœleſtis rarior eſt aeris & ignis diafonitate.

Diſpoſito enim inſtrumento armillaris ut ſupra, inuenienda eſt diſtantia alicuius ſtellarum à zenith capitis,& in loco experimentationis ſit circulus meridiei a b g, & ſit zenit capitis punctum b, & polus mundi ſit punctum d, centrum quoqȝ mundi ſit punctus e,& ducatur ſemidiameter meridiani circuli quę ſit e b,pertranſiens centrū uiſus experimentantis,quæ ſit punctus z,ſitqȝ circulus h c,æquediſtans circulo æquinoctiali, & polo ipſius qui eſt d. Eritqȝ polus illius circuli h c,pūctus d,per 68.primi huius,propter diſtantiam illorum circulorum. Sitqȝ circuli h c diſtantia à puncto d,polo mundi,illa in qua inuenitur ſtella in hora certificationis diſtantiæ primæ,quæ eſt in ipſo pūcto ſui ortus,& ſit locus ſtellæ in illa horà punctus h,ſitqȝ circulus alter qui k b g,æquediſtans æquinoctiali circulo,& etiam circulo h c,cuius diſtantia à polo mundi,quæ eſt d,ſit illa,in qua inuenitur ſtella in ſecunda hora cōſiderationis,quæ ſit ſtella exiſtente iuxta zenith capitis in circulo meridiano quæ eſt a b g. Eritqȝ circulus k b g æquediſtans polo mundi, qui eſt d,& ualde propinquus ipſi zenith capitis,aut tranſiens per punctum b, quod eſt zenith capitis. Ille ergo circulus k b g,eſt in quo ceſſat obliquitas refractionis,nam cum ſtella fuerit in zenith capitis in puncto b,aut ualde prope, tunc uiſus comprehendet eius formam recte,nam linea e z b à centro mundi e,per centrum uiſus z,ad zenith capitis b pertingens,eſt perpendicularis ſuper concauum ſphæræ cœleſtis,& ſuper conuexū ſphæræ aeris per 72.primi huius,quoniam tranſit per centrum utriuſqȝ illarum ſphærarum, uiſus itaqȝ propter perpendicularitatem lineæ z b,ſuper ſphæras aeris & cœli, comprehendet ſtellam exiſtentem ſuper hanc lineam recte,ſiue corpus cœli & aeris ſint eiuſdem diafonitatis ſiue diuerſæ,quoniam ut ſupra oſtenſum eſt per tertiam huius, perpendicularis linea radialis non refrangitur in medio ſecundi diafoni,forma itaqȝ ſtellæ apparentis in puncto b,ſine omni refractione peruenit ad uiſum per medium corpus cœleſte & ignis & aeris,quorum in hoc loco acceptio eſt uniformis,quoniam ignis plus difonus eſt aere,& ex lucibus cœleſtibus nihil ad nos peruenit, uel ad noſtros uiſus, niſi per medias ſphæras ignis & aeris,quæ quantum ad illud ſunt ſphæra,quaſi una,ſtellam itaqȝ exiſtētem in zenith capitis aut prope illud,comprehendet uiſus in ſuo uere circulo æquediſtante circulo æquinoctiali ſuper quem mouebatur ab initio noctis quouſqȝ peruenit ad circulum meridianum. Cum in circulo itaqȝ k b g,fuerit ſtella in prima experimentatione, ſi autem circulus altitudinis tranſitus per ſtellam in prima hora experimentationis circulus b h k. Secetqȝ iſte circulus circulum k b g, in ambobus punctis,ſcilicet in puncto k, qui eſt in parte orientis,& in puncto g, illi directe oppoſitæ, ſecetqȝ circulum h c, ſcilicet in puncto h,in quo corpus ſtellæ uidetur eſſe in tempore primæ conſiderationis, &



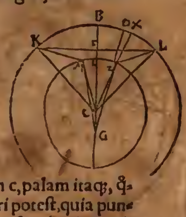
quia diſtantia ſtellæ ſecundum uiſum à polo mundi fuit in prima experimentatione minor quàm in ſecunda, patet quod circulus h c,eſt propinpuior polo d,quàm circulus k b g, punctus itaqȝ h,circuli altitudinis qui eſt b h k,propinquior eſt ipſi zenith capitis b,quàm pūctus k. Ducantur itaqȝ duæ lineæ h z & k z,ad centrum uiſus z,quia ergo ſtella comprehenditur à uiſu in prima hora experimentationis in puncto h,circuli b h k,& tunc erit in ſuperficie circuli b h k,& cum ſtella erit in illa hora ſecundum ueritatem in circumferentia circuli k b g, oportet neceſſario ut ſtella in illa hora fuerit ſecundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis, qui ſunt k b g & b h g, qui eſt punctus k, ſuper terram comprehenditur autem à uiſu in puncto h, per lineam z h, quia forma ſtellæ peruenit ad uiſum in rectitudine lineæ h z, & linea quæ eſt inter ſtellam & uiſum ſecundum ueritatem,eſt linea k z,palam ergo quod uiſus non comprehendet ſtellam quæ eſt in pūcto k recte,comprehendet ergo ipſam refracte, & quia in corpore cœleſti propter homogeneita-

mogeneitatem ſuæ diafonitatis non poteſt fieri refrctio, fiet ergo illa in aliquo puncto corporis illi propinqui. Sit itaq; locus refractionis factæ in medio ſecundi diafoni, quod eſt aer uel ignis puncto m, & ducatur linea k m, & protrahatur à pũcto m, inea recta uſq; punctum z, centrum uiſus, quia ergo forma ſtellæ extenditur à ſtella per lineam k m, & refrangitur ad uiſum, per lineam k m z, formæ uero non refranguntur, niſi occurrerit corpus diuerſæ diafonitatis, ut oſtendimus in ſecundo libro huius, & in præmiſsis huius libri propoſitionibus. ergo corpus cœleſte in quo eſt ſtella, ẽt differentis diafonitatis ab ignis diafonitate, & quia locus refractionis eſt apud ſuperficiem tranſeuntem inter duo corpora differentia in diafonitate, ut patet per 4. huius, punctus itaq; m, eſt in concauitate cœli, & ſi producatur linea e m, hoc ſecundum ueritatem erit ſemidiameter ſphæræ cœli, cuius concauum attingit conuexum ipſius ignis, eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem cœsi concauam contingẽtem aerem uel ignem, & ſuper ſuperficiem aeris, uel ignis conuexam, & quia forma ſtellæ extenſa in corpore cœleſti per lineam k m, refrangitur in aere ad uiſum per lineam m z, linea uero k m, protracta ultrà punctum m, ſecaret lineam z m, elongans ſe à puncto e, centro mundi, ideo quia oblique incidit concauæ ſuperficiei ipſius cœli, palam quia illa refractio eſt ad partem in qua eſt perpẽdicularis e m, tranſiens per punctum refractionis perpendiculariter ſuper conuexam ſuperficiem aeris, & quoniam neq; in cœlo, neq; in terra, neq; in aere eſt aliquod corpus denſum politum, à quo poſsit fieri reflectio, ut à ſpeculo, patet quia illa diuerſitas accidit propter refractionem formæ in medio ſecundi diafoni, corpus itaq; aeris eſt groſsius corpore cœli, ut paet per 4. huius, & hoc eſt propoſitum.

LI.

Diametri omnium ſtellarum & lineæ determinantes diſtantias quarumlibet duarum ſtellarum in zenith capitis, uel circa exiſtentium, minores comprehenduntur per refractionem quàm ſi directe uiderentur.

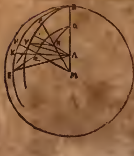
Sit circulus meridianus in aliquo horizonte b f k, & cõmunis ſectio ſuperficiei huius circuli, & ſuperficiei cõuexitatis ſphæræ cœli infimi per 69. primi huius, ſit circulus m e z, erũt ergo iſti duo circuli in eadẽ ſuperficiei & cõcentrici. Sit ergo centrum ipſorũ quod eſt centrũ mundi punctũ g, ſitq; centrũ uiſus punctũ c, & ducatur à centro mundi g, ad cẽtrũ uiſus c, lineà g c, & extrahatur linea g c in partes, donec occurret circulo meridiei in puncto b, ſecetq; circulũ qui eſt in ſuperficie cœli cõcaua in pũcto e, erit itaq; pũctus b, zenith capitis quo ad uiſum, ſic itaq; k l, arcus cuius chorda k l, ſit diameter alicuius ſtellæ aut diſtantia inter aliquas duas ſtellas, & linea c b, tranſeat per mediũ arcũ k l punctũ b, & ſecet chordã l k in pũcto p, arcus itaq; k b eſt æqualis arcui b l, & ducãtur duæ lineæ c k & c l. Erit ergo angulus k c l, quidã angulus ſecundũ quẽ uiſus c, cõprehẽdit arcũ x l, quãdo ipſum recte cõprehendit. Sit itaq; ut forma puncti k refrangatur ad uiſum c, à pũcto m, circuli m e z, qui eſt ſignatus in cõcaua ſuperficie ipſius cœli infimi, ut præaſſumptum eſt, & forma pũcti l, refrangatur ad uiſum c, ex pũcto z, ducantur lineæ g m & g z, à centro mũdi ad loca refractionũ, ducãtur quoq; lineæ k m, l z, z c, forma itaq; pũcti k, extenditur per lineã k m refrangitur ad uiſum c, per lineã m c, & quoniã linea g m, exit à cẽtro ad circũferentiã, palam qer 72. primi huius, quod ipſa eſt perpendicularis ſup ſuperficiẽ ſphæræ cœli incidẽs pũcto m, quod eſt pũctũ refractionis, & quia per premiſſam corpus cœli q̃d eſt z m, eſt rarioris diafonitatis q̃ corpus aeris, in quo eſt uiſus c, palam per 4 huius, quia refractio quæ fit ſecundũ lineã m c, erit ad partẽ perpendicularis lineæ quæ eſt m g. Erit itaq; punctu m, inter duas lineas c b & c k, quia ſi pũctus m eſſet ultra lineam c k, tunc perpendicularis exiens à pũcto g ad qunctũ m, eſſet etiam ultra punctũ k, & ita cũ forma pũcti k refrangitur ad partẽ perpendicularis m g, & nõ perueniret ad perpendicularẽ g e, ergo nõ perueniret ad uiſum c, palam itaq;, q̃niam punctus m, eſt inter duas lineas c k & c b, & eodẽ modo declarari poteſt, quia punctum z, eſt inter duas lineas c b & c l, extrahatur itaq; linea c m ad q, punctũ circuli meridiani



diani, & linea c z ad punctũ r, eiuſdẽ circuli meridiani. Erit itaq; arcus q k æqualis arcui k r, & angulus q c r erit minor angulo k c l, q̃m eſt pars eius. Sed angulus q c r eſt angulus ꝑ quẽ uiſus c, cõprehendit arcũ c k l refracte, & angulus k c l per quẽ uiſus c, cõprehendet arcũ k l recte, ſi ipſum recte poſſet cõprehendere. ſed remotio arcus k l, à uiſu eſt maxima qua propter quãtitas eius uera certificatur, uiſus itaq; per exiſtimationẽ nõ per certitudinẽ accipit remotionẽ arcus k l, ſed exiſtimatio uiſus quãdo cõprehendit refracte, nõ differt ab exiſtimatione eius quãdo cõprehendit recte, niſi in hoc ſolũ, quod putat ſe recte cõprehendere quãdo cõprehendit refracte, uiſus itaq; c, cõprehendit arcũ k l, refracte ex angulo minori, q̃ ille angulus quo ipſum cõprehendit recte, & ſecundũ cõparationẽ ad illam eandẽ remotionẽ, ad quã cõparat ſi ipſam recte cõprehenderet. Sed uiſus c comprehendit magnitudinem ex quantitate anguli reſpectu remotionis puncti c, quod eſt centrum uiſus a, à ſuperficie rei uiſæ per 20. quarti huius, ergo comprehendit quantitatẽ arcus k l, refracte minorẽ q̃ ſi comprehẽderet illam recte, & ſi figura in qua ſunt puncta k l 1 b imaginetur circũuolui linea c b, exiſtente immobili, deſcribetur circulus ſecans meridianũ circulũ in duobus punctis, cuius circuli polus erit punctũ b, zenith capitis, & erũt omnes anguli qui ſunt apud uiſum c, contẽti duabus lineis ſimilibus lineis c k & c l inter ſe quælibet ſuæ compari æqualis, uiſus ergo c cõprehendit formam arcus k l, refracte in omni ſitu in reſpectu circuli meridiei, cũ fuerit in uertice capitis minorẽ, q̃ comprehẽdet ipſam recte, & ſi linea c b, ſecuerit arcũ k l in duo æqualia, tunc duo puncta q & r, erunt inter duo puncta k & l. Erit q; angulus q c r minor angulo k c l, & erit omnis angulus æqualis angulo q c r, exiens à pũcto c, ſecans ſtellam, & linea exiens à centro uiſus c, in ſuperficie illius circuli ſecabit circulũ minorẽ ipſius ſtellæ, & comprehẽditur quantitas eius minor q̃ ſit, & ſic tota ſtella uidebitur maior q̃ ſit, omnis ergo ſtella uidetur minor cũ eſt in zenith capitis q̃ ſi uideretur directe, & ſimiliter eſt de omni diſtãtia inter quaſlibet duas ſtellas, cũ zenith capitis fuerit inter duas extremitates illius diſtãtia, cõprehẽdetur enim in omnibus ſuis poſitionibus minor, q̃ ſi directe comprehẽderetur ſine refractione. Omnis itaq; ſtella in uertice capitis aſpiciẽtis exiſtens uidetur minor q̃ in alio loco cœli, & quanto magis remouetur à uertice capitis, tanto ſemper apparet maior, ita q; in horizõte apparet maior q̃ in alio loco, & hoc eſt cõmune omnibus ſtellis, planetis ſcilicet & fixis, quod in zenith capitis uel prope illud ſemper ſunt minores, & hoc ſimiliter apparet in lineis determinantibus ſtellarum diſtantias, hoc eſt in ipſis ſtellarũ diſtantijs, ut ſpaciorum cœli quæ ſunt inter ſtellas magis q̃ in quantitatibus ſtellarum, nam quantitas ſtellæ quo ad uiſum eſt res parua, & exceſſus ſuæ quantitatis res parua, ſed magis comprehenditur diuerſitas & exceſſus diſtantiarum, patet ergo propoſitum.

L I I.

Diametri ſtellarũ uel lineæ ſtellarũ diſtantiam determinantes, exiſtentes in horizõte aut inter horizõta & circulũ meridiei, taliter ut æquediſtent horizonti, uidebũtur propter refractionẽ minores q̃ ſi directe uiderentur.



Sit item circulus meridianus qui p b, cuius centrũ quod eſt centrũ mũdi ſit punctus m, & ſit cẽtrum uiſus a, & zenith capitis punctũ b, & ducatur linea a b, & ſit diameter ſtellę aut diſtantia inter aliquas duas ſtellas linea d e, æquediſtans horizõti, & ſit circulus altitudinis trãſiẽs ꝑ unã extremitatẽ diametri ſtellæ, aut diſtantiæ inter duas ſtellas circulus b d, & alius circulus altitudinis tranſiens per alteram extremitatẽ diametri ſtellæ aut diſtantiæ ſit circulus b d, & alius circulus altitudinis tranſiens extremitatẽ diametri ſtellæ aut diſtantiæ ſit circulus b e, cõmunes quoq; ſectiones ſuperficierum iſtorum duorũ circulorum & ſuperficiei concauæ cœli infimi ſint duo circuli g h & g z, forma itaq; pũcti z, refrangitur ad uiſum a, in ſuperficie circuli g h, eſto ut hoc fiat in pũcto h, & forma puncti e, refrangitur ad uiſum a, in ſuperficie circuli g z, ſic item in puncto z, ducantur lineæ a d, a e, a b, a z, m z, m h, & produ-

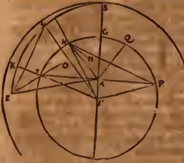
producatur linea m 3, ad arcum b e, in punctum n, & linea m h, producatur ad arcum b d in punctū f, & quoniam linea d e, æquediſtat horizonti, cū ſit quædam pars circuli æque diſtantis circulo horizontis, ut alicuius illorū circulorū qui Arabice dicatur Almucantara, palam per 68. primi huius, quoniam zenith capitis quod eſt pūctus b, eſt polus circuli d e, quoniam ipſe eſt polus horizontis, arcus itaq; b d, eſt æqualis arcui b e, per 27. tertij, chordæ enim illorū arcuū ſunt æquales per 65. primi, linea itaq; m h, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni cœleſtis per 72. primi huius, quoniam exit à centro mundi, linea itaq; h a, refrangitur à puncto h, ad uiſum a, & erit eius refractio ad partē diametri h m p 4. huius, aer enī eſt dēſior corpore cœleſti, ut patet per 48. huius, refringetur ergo ad partē cōtrariā illi, in qua eſt pars reliq̄ pp̄ēdicularis quæ h f, ergo h pūctū refractiōis eſt altius q̄ linea a d, & ſimiliter declarabitur q̄d 3 punctus refractiōis eſt altior q̄ linea a e, duo ergo puncta f & n, quæ ſunt termini duarū linearū perpendiculariū m f & m n, ſunt inter duo puncta d & e, & zenith capitū quod eſt b, ita quod punctum f, eſt inter duo puncta e & b, & angulus refractionis qui eſt apud punctū h, eſt æqualis angulo refractionis qui eſt apud punctū 3, per 13. huius, quoniā ſitus duorū punctorū d & e, reſpectu uiſus a, eſt cōſimilis ex hypotheſi, tantū ergo diſtat punctus f, à pūcto d, quantum punctus n, à puncto e, extrahatur itaq; linea a h, ad punctū t, & lineam a 3 ad pūctū k, diſtabit itaq; punctus t, à puncto d tantū, quantum punctus k à puncto e. & ducatur linea t k, qui neceſſario erit æquediſtans lineæ d e, per 88. primi huius, quoniam arcus e k, eſt æqualis arcui d t, ergo linea t k, minor q̄ linea d e, per eandē 88. primi huius, & lineæ a t, a k, a d, a e, ſunt æquales, quia punctum a, centrū uiſus eſt quaſi centrū mundi. & omnium arcuum ſignatorum ut b d & b e, duæ lineæ a t & a k ſunt æquales duabus lineis a d & a e, & baſis t k, trigoni a t k eſt minor q̄ baſis d e, trigoni a d e, ergo per 25. primi. erit angulus t a k, minor angulo d a e; ſed angulus t a k, eſt angulus ſecundū quem linea d e, comprehenditur refracte, & angulus d a e, eſt angulus ſecundū quem linea d e, comprehēditur recte, patet itaq; illud quod proponebatur, ſiue linea d e, ſit diameter alicuius ſtellarum, ſiue ipſa ſit linea determinans diſtantiam inter ſtellas.

LIII.

Diametri ſtellarum aut lineæ determinantes diſtantiam ſtellarum in aliquo circulo altitudinis ſuper horizonta erectæ, per refractionem uidentur minores quàm ſi directe uiderentur.

Remaneat diſpoſitio quæ ſupra, & ſit diameter alicuius ſtellarū uel diſtantia aliquarū duarū ſtellarū linea d e, quæ ſit erecta in aliq̄ circulo altitudinis tranſeūte per zenith capitis, q̄d eſt punctū b, q circulus altitudinis ſit b d e, ſitq; cōmunis ſectio ſup̄ficiei circuli b d e, & ſuperficiei cōcauitatis ſphæræ infimæ cœleſtis, circulus a h 3, per 69. primi huius, & ducantur lineæ a d & a e, & refrangatur forma puncti d, ad uiſum a, ex pūcto h, & forma puncti e, ex puncto 3, copulētur quoq; lineæ d h, quæ producatur ultra punctū h, in punctū n, & e 3, q̄ producatur ultra punctū 3, in punctū o, patet ergo ut in præcedēte proxima, q̄d punctū h, eſt altius q̄ linea a d, & q̄d punctū 3, eſt altius q̄ linea a e, ducātur itaq; lineæ a h, h d, a 3, 3 e, m h, m 3, & protrahatur linea m h, ultra punctū h, ad circulū altitudinis in punctū t, & linea m 3, ultra punctū 3, in puncto k, erit ergo angulus refractiōis qui fit ex refractione formæ puncti e, ad uiſum a, qui eſt angulus a 3 m, ualde paruus, quoniā linea a m, qui eſt ſemidiameter terræ reſpectu tantæ diſtantiæ, non eſt alicuius ſenſibilis quantitatis, ut aliās declarauimus in ſcientia motuū cœleſtium, & angulus refractionis eius erit paruus ſequēs modū illius anguli a 3 m, quoniā cū aer ſit denſior corpore cœleſti, ut patet p 48. huius, palā p 4. huius, q̄m fit refractio ad pp̄endicularē quæ eſt 3 m. Erit ergo p 8. huius, angulus e 3 m, & ſimiliter angulus b h t, acutus, ergo angulorū a h d & a e 3, uterq; erit obtuſus per 13. primi. Pūctū itaq; 3, aut erit in ſuperficie horizontis, aut altius, ſi erit in ſuperficie horizontis, erit ergo in extremitate perpēdicularis exeuntis à centro uiſus, quod eſt a, ſuper lineam b a, perpendiculariter ſuperficiei horizontis inſiſtentem, quæ perpendicularis imaginatur eſſe ducta in ſuperficie horizontis, aut ſi fuerit

altius horizonte, erit altius illa linea perpẽdiculari, & punctũ h, erit ſemper altius pũcto
ȝ, angplus ergo a h m, eſt minor angulo a ȝ m, q̃d patet ſi ſuper punctũ m terminũ lineæ
a m, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a m ȝ, qui ſit a m p, ducta linea m p, ad pe
rifериam circuli g h ȝ, facto quoq; angulo q a g, æquali angulo h a g, ita ut per 7. tertij, li-
nea a q ſit æqualis lineæ a h, copuletur linea h p, in trigono erao h m p, duo anguli m h p
& m p h ſunt æquales per 5. primi, ſed in trigono h a p, latus a p, eſt maius latere a h, q̃d
eſt maius latere a q, per 7. tertij, eſt ergo per 19. primi, angulus a h p, maior angulo h p a
Relinqtur ergo angulus a p m, maior angulo a h m, eſt autẽ per 4. primi, angulus a p m,
æqualis angulo a ȝ m, eſt ergo angulus a h m, minor angulo a ȝ m, ergo per 8. huius, an-
gulus formæ incidẽtiæ pũcti d, qui eſt angulus b h t, eſt minor angulo incidentiæ formæ
pũcti e, q eſt angulus e ȝ k, ergo angulus a h d, eſt maior angulo a ȝ e, per 13. primi, quia
per 8. huius, minores anguli incidẽtiç minores habẽt angulgs refractionũ, & ita angulus
n h a, ek minor angulo o ȝ a, relinquitur rrgo angulus a h d, maior angulo a ȝ e, & duæ li
neæ m t & m k ſunt ſemidiametri circuli b d e, & duæ lineæ m h & m ȝ ſunt ſemidiametri



circuli g h ȝ, linea itaq; m t, eſt æqualis lineæ m k,
& linea m h, eſt æqualis lineæ m ȝ, per diffinitio-
nem circuli, linea itaq; h t, eſt æqualis lineæ ȝ k q̃-
niã ſunt remanẽtiæ linearũ æqualiũ ablatis æqua
libus, & angulus d h t, eſt minor angulo e ȝ k, er-
go linea h d, eſt minor q̃ linea o ȝ, q̃niã linea con
tinẽs cũ linea t h, angulũ æqualẽ angulo k ȝ e, qui
eſt maior angulo d h t, erit maior q̃ linea d h per
7. tertij, linea ergo d h, eſt minor q̃ linea e ȝ, & du
æ lineæ a d & a o ſunt æquales, ſimiliter duæ line-
æ a h & a ȝ ſunt æquales, quia punctũ a centrũ ui-
ſus, eſt centrũ circulorũ b d e & g h ȝ, triangulus
ergo a h d, eſt minor triangulo a ȝ e q̃m illorũ du
orũ trigonorũ duobus lateribus exiſtentibus æ-
qualibus tertiũ eſt inæquale, ergo circulus cõtinens trigonũ a h d, eſt maior circulo conti
nẽte trigonũ a ȝ e, quia angulus a h d eſt maior angulo a ȝ e, & linea h d, eſt minor q̃ li-
nea ȝ e. linea itaq; h d diſtinguit de circulo minore cõtinẽte triangulũ a h d, arcũ minorẽ
arcui ſimili illi arcui quẽ reſecat linea ȝ c, ex circulo minore cõtinẽte triangulũ a e ȝ, an-
gulus ergo h a d, eſt minor angulo ȝ a e, ſit ergo angulus ȝ a d, cõmunis illis ambobus an
gulus, erit ergo angulus h a ȝ, minor angulo d a e angulus uero ſi a ȝ, eſt angulus ſecun-
dũ quẽ uiſus a, cõprehendit lineã d e, per refractionẽ, & angulus d a e, eſt angulus ſecun-
dum quem comprehenderetur forma lineæ d e, recte ſi hoc poſſet fieri; uiſus itaq; a, cõ-
prehendit lineam d e, reflexe minorem quàm recte per 20. qarti huius, quoniam ſub ma-
iori angulo comprehendit ipſum reflexe quàm recte, patet ergo propoſitum.

LIIII.

Omnes ſtellæ uidẽtur rotundæ maiores in horizõte q̃ in medio cœli, niſi
quandoq; contrariũ accidat propter interpoſitos uapores uiſibus & ſtellis.

Omnes ſtellæ cõprehẽdũtur rotundæ, q̃m uterq; diametrorũ ſuarũ, ſcilicet lõgitudi-
nis & latitudinis cõprehẽditur æqualiter minor q̃ ſi cõprehẽderetur recte, quilibet ergo
ſuarũ diametrorũ decliuiũ cõprehenditur æqualiter minor per refractionẽ q̃ ſi cõprehẽ
deretur recte, ſtella ergo cõprehẽditur rotunda in omni ſuo ſitu, omnes quoq; ſtellæ cõ-
prehẽdũtur minores per refractionẽ, q̃ ſi directe uiderẽtur, q̃m ipſarũ diametri cõprehẽ-
dũtur minores, ut patet ex ꝓpoſitionibus præmiſſis, & hoc uerũ eſt, quantũ à parte refra-
ctionis, quæ fit in medio ſecũdi diafoni q̃d eſt aer, q eſt denſius cœlo per 48. huius, in cœ-
leſti itaq; concaua ſuperficie fit refractio ad perpendicularem exeuntem à puncto refra-
ctionis ſuper illam ſuperficiem, hoc eſt ad lineam, quæ eſt ſemidiameter mundi per 4.
huius. Diuerſitas uero refractionis quæ fit ſecundũ diſtantiã ſtellarũ à polo mundi in-
uenitur

uenitur parua, q̃m illi anguli refractiõis ſunt parui, unde ſecũdũ ipſos non diuerſificatur ſenſibiliter quãtitas ſtellaꝝ, ſed magnitudo ſtellarũ & quãtitas diſtãtiæ ipſaꝝ ab inuicem multũ differũt, cũ ſunt in horizõte, & cũ ſunt iuxta zenith capitũ, uel in medio cœli propter ſenſibilẽ diuerſitatẽ ſuæ refractiõis, & hic eſt error ꝑpetuus, q̃a cauſa eius eſt ꝑpetua ſcilicet uictoria raritatis corꝑis cœleſtis ſuꝑ aeris raritatẽ, accidit tamẽ quandoq; uideri ſtellas maiores una uice q̃ alia, ut ſi uapor groſſus ſit inter uiſum & ſtellas, tũc enim propter refractionẽ lineaꝝ extẽſionis formaꝝ ſtellarũ in illo uapore ad perpendicularẽ, & ꝓpter refractionẽ à ſuꝑficie illius uaporis factã iterũ ad aerẽ, in quo eſt uiſus, q̃ refractio fit ab illa ꝑpendiculari, diſperſior occurrit forma uiſui, & ſub angulis maioribus uidẽtur formæ ſtellaꝝ, ſicut etiã accidit de denario ſub aqua uiſo, q uidetur maior q̃ ſi in aere uideretur, huius autẽ quantitas uiſiõis ſtellarũ maxime accidit cũ ſtellæ ſunt in horizõte, aut ꝓpe illũ, & ſic duæ refractiões ſubſequẽtes primã, q ſit in cõcaua ſuꝑficie ipſius cœli & ſit ſemꝑ in omni ſtellaꝝ uiſione, faciũt nouas immutatiões circa ſtellarũ uiſionẽ, uapor eñ ille groſſus cũ fuerit in horizõte, aut ꝓpe, & nõ fuerit cõtinuus uſq; ad mediũ cœli, erit ꝓportio cuiuſdam ſphæræ cõcentrice mũdo, & erit ſuꝑficies eius quę eſt ex parte uiſus plana, ꝓpter q̃d formæ aut diſtantiæ ſtellaꝝ, quæ ſunt ultra illũ uaporẽ uidebũtur maiores q̃ ſi ſine illo uapore uiderẽtur, in illo eñ loco cõcauitatis cœli ex quo refrangitur forma ſtellæ ad uiſum, eſt forma ſtellæ, & ex ipſo extẽditur ad uiſum ſi nõ interuenerit uapor groſſus, q̃d ſi uapor groſſus uiſibus & ſtellis interuenerit, tunc extẽditur forma ſtellæ ad ſuperficiẽ uaporis ſupremã, & refrangitur in illa ad perpẽdicularẽ. Deinde extẽditur ad ſuꝑficiẽ infimã uaporis, & refrangitur ab illa ad aerẽ purum cõtinentẽ uiſum, & fit illa refractio ad partẽ cõtrariam ꝑpendicularis exeuntis à puncto refractionis ſuꝑ planam ſuꝑficiẽ uaporis, ſic ergo forma ſtellæ & earũ diſtantia uidetur maior q̃ ſi uideretur poſt refractionẽ factam in concauo cœli à ſupremo corporis elementaris, nulla facta refractione in ſuꝑficie uaporis ad aerẽ, q eſt ſub uapore & ſub denſiore corpore rarior exiſtens, & continẽs ipſum uiſum. Cauſa uero propter quam omni uapore medio excluſo uidentur ſtellæ & ſtellaꝝ diſtantiæ maiores in horizõte q̃ in medio cœli aut prope, coadiuuatur plurimũ per exiſtimationẽ uidẽtis, quoniã exiſtimat ſtellas plus diſtare à uiſu in horizõte q̃ in medio cœli, exiſtimans ipſum partẽ cœli, quæ eſt iuxta zenit capitis propinquiorem ſibi q̃ eam quæ eſt inter horizõtẽ, ut oſtendimus per 14. huius, cõprehendit ergo uiſus quantitatẽ ſtellæ, & quantitatem diſtantiæ, quæ eſt inter ſtellas cum fuerit in horizõte aute prope, ex cõpoſitione anguli ſub quo fit uiſio ad diſtantiã remotam, & cũ fuerit in medio cœli aut prope illud cõprehendit ipſarũ quantitatẽ ex cõpoſitione anguli æqualis primo aut ferè ad diſtantiam propinquam, inter quam & diſtantiam horizontis uidetur diuerſitas maxima, & ſic iudicat ſtellarũ quantitatẽ ſecundũ modũ q̃ diiudicat quantitatẽ uiſibiliũ conſuetorũ, quæ enim à remotiori ſub eodẽ angulo uidentur quo alia propinquiora, illa remotiora iudicantur à uidẽtibus eſſe maiora, ut oſtendimus hoc 4. libro Hæc eñ cauſa uiſionis ſtellarũ eſt perpetua & immutabilis omnibus uidentibus cõmunis, & eodẽ modo accidit uidentibus in cõprehenſione diſtãtiarũ ipſarũ ſtellarũ, nam formæ harum diſtãtiarum nõ diuerſantur apud uiſum in diuerſis temporibus, ſed ſunt ſemper eodem modo ſe habentes, & uiſus aſsimilat ipſas diſtantijs rerum aſſuetarum, quæ maxime diſtant à uiſu ſuper ſuperficiem terræ ipſius, patet ergo propoſitum.

L V.

Scintillatio accidit ſemper omnibus ſtellis fixis propter diuaricationem formæ in loco imaginis ex motu ſubiecti corporis accedentem.

Quoniã enim ut patet ex p̃miſsis 5. theorematibus, locus imaginis formæ cuiuslibet ſtellarũ erit in conuexo aeris uel ignis ſub concauo cœli infimi ignem continentis. Hoꝝ aũt elementorũ quodlibet mobile eſt ſe per motu recto, utpote ſurſum ꝓpter leuitatem, quæ eſt in illis, mouetur aũt ꝑ accidens motu circulari unà cũ motu diurno cœli, ꝓpter formã ſtellarũ ipſis incidentẽ neceſſe eſt diuaricari & diſtrahi, ſic ut ipſa forma uidetur aliqualiter locũ mutare ꝓpter motũ corꝑis in q̃ uidetur, nec eſt diuerſitas in iſto ſiue lumen ſtellarũ per ſe ipſum diffundatur, ſiue fiat hoc propter reflexionem luminis ſolaris à

ſtellis

ſtellis. Semper enim tam lumẽ per diffuſum à corpore luminoſo, ꝙ lumen ab alijs corporibus diffuſum, quãdo per refractionẽ uidetur fit debilius per 10. huius, unde cum habet locum imaginis in corpore mobili diuerſis motibus, aut uno motu forti neceſſe eſt formam illam debilitatã diuaricatã & diſtinctã uideri propter motũ corporis ſubiecti in ꝗ uidetur, unde in his talis refractio luminis nõ eſt cauſa, & huius ſimile eſt in aqua uelociter currẽte, à cuius ſuperficie formæ ſtellarũ reflexæ uidẽtur plus ſcintillare ꝙ in ipſo loco ſuæ imaginis refractæ ꝑ aerẽ uideãtur, ꝗniã ꝓpter motũ aquæ diſtrahitur forma reflexa, & mutatur locus imaginis reflexæ, propter qđ & ſtellarũ formæ plus moueri uidẽtur & ideo apparẽt amplius ſcintillantes. Similiter quoqꝫ formæ ſtellarũ in loco ſuæ imaginis tp̃e uẽtorũ ꝓpter maiorẽ motũ corꝑis medij plus ſcintillant. In planetis uero nõ ſemper accidit ſcintillatio, quoniã licet plus ſcintillant, & in eis fit idẽ locus imaginis, & ipſorũ formæ propter refractionẽ debilitẽtur, tamẽ ꝓpter ꝓpinquitatẽ ad nos uidẽtes non accidit eis multa debilitas, ꝗa minor fit in eis refractio ꝑ 13. huius, perueniũt ergo formæ ipſorũ fortes ad uiſum, unde & locũ imaginis ſuæ, quamuis corpus ſubiectũ moueatur, penetrẽt immote & ſine omni diuaricatione, niſi forte aliquod corpus groſsius aere uiſibus & planetarũ formis interponatur, utpote uapor aquaticus groſſus, tunc etenim propter incertitudinẽ motus illius uaporis, præſertim cũ à uentis agitatur, formæ planetarũ quaſi ſcintillantes perueniunt ad uiſum, & ex hac cauſa aliquando & ipſam ſolẽ uidemus ſcintillantem in mane cum fuerit in ortu ſuo uiſibilis ſecũdũ ſpirituũ uiſibiliũ reſolutionẽ, propter quorũ reſolutionẽ & motũ, ſol ſemper aliqãdiu aſpectus uidetur ſcintillare & moueri forma eius, quoniã recipitur in ſpiritibus motis, qui ꝓpter uictoriã luminis cũ fuerint in fine ſuæ corruptionis ab actu uiſionis mutati, rarificãtur ſuꝑ ſuæ naturæ cõſiſtentiam, unde mouetur motu ſibi improportio nato & inſolito, fiuntqꝫ cauſa motus formæ uiſæ, & tũc uidetur forma rei uiſæ ſcintillare, ſicut etiã accidit cũ à corporibus politis fit fortis reflexio luminis ad uiſum, tũc enim ꝓpter improportionẽ illius luminis ad ſpiritus uiſibiles fit motus illorũ ſpirituũ, & uidentur formæ illorũ corporũ ſcintillantes & motæ, quia recipiũtur in corpore cõmoto. Sic itaqꝫ ſcintillatio ſemꝑ accidit omnibus ſtellis fixis, qm̃ cauſa illius eſt ꝑpetua, ſcilicet diuaricatio formæ ſuæ in loco imaginis accidens ex motu ſubiecti corporis. In planetis uero ſcintillatio accidit ut raro, quia cauſa eius eſt eueniẽs ut raro. In alijs uero corporũ formis, quarũ excellentia corrumpit ſenſum, non eſt proprie ſcintillatio, ſiue illa corruptio fiat per ſimplicẽ luminis immiſsionẽ, uel per reflexionẽ à corporibus politis, ꝗa illa ſcintillatio nõ accidit ſenſui ut eſt ſuæ ꝓpriæ diſpoſitiõis, ſed ut eſt infimæ ſuæ corruptiõis, etenĩ ſi habẽtibus in oculis formam rei motæ, aut etiam mouẽtibus, omnia moueri uideantur propter motũ ſpirituũ, ſine regimine animæ diſcurrentiũ non propter hoc differunt formæ rerum omnium ſcintillare, patet ergo propoſitũ Et quia ſecundum præmiſſos refractionum modos paſsiões uiſibilium infimorum & ſupremorum tranſcurrimus, reſtat ut refractiones, quæ in medijs accidunt corporibus aliqualiter pertractemus, utpote illas quæ in uaporibus medijs occurrunt.

LVI.

Non aggregatis radijs corporis luminoſi in corpore non luminoſo plus quàm in medio lumine ſenſibilius fieri eſt impoſsibile.

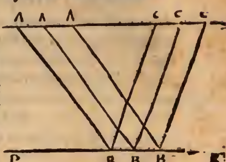
Quod hic proponitur patet, quia lato lumine per aliquam partẽ medij, uniformis erit extenſio radij ſecundum lineam rectam per 1. huius ſecũdi, unde ſi nõ aggregentur radij in corpore aliquo occurrenti ipſis radijs luminis, non erit plus ſenſibile lumen in illo corpore ꝙ fuerit in alia parte medij, per quam ferebatur ſecundũ extenſionẽ ad motũ linearum rectarum, lumine enim inæqualiter lato per unũ corpus, & aliud, niſi fiat aliqua diuerſitas ipſius luminis, nõ magis in uno ꝙ in alio corpore ſentietur, alijs circumſtantijs in uiſu & remotione exiſtẽtibus æqualibus, qđ ſi fiat diuerſitas luminis in radijs reſpectu diuerſorũ corporũ, ut patet ꝑ 4. huius, tũc in eo corꝑe in ꝗ magis radij diſgregantur minus luminis apparet. Si ergo i aliquo corpore plus luminis apparebit, neceſſe eſt in illo corpore radios plus aggregari, patet ergo quod nõ aggregatis radijs corporis luminoſi in corpore

pore non luminoſo plus quàm in medio lumen ſenſibilius fieri in aliquo corpore quàm ſit in medio unius diafoni impoſsibile eſt. Ex quo patet, quod ſi radij in aliquo corpore plus aggregentur quàm in medio, quod in illo corpore lumen ſenſibilius quàm in medio apparebit, & ſecundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

LVII.

Radios corporis luminoſi per reflexionem uel refractionem aggregari palam eſt.

Iſtud patet per hoc, quoniam cũ radius reuerberatur uel reflectitur ab aliquo corpore, tunc quia per 20. quinti huius, angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & radius incidens & reflexus ſunt in eadem ſuperficie, ut patet per 25. quinti huius. In ſuperficie ergo eadem radij duo ad æquales angulos incidentes reflectuntur & uniuntur ſic ut fiant unum, aggregantur ergo, quia duo obtinent unum locũ, imò minus unum. Verbi gratia, ſit ut in ſuperficie una reflexionis quæ ſit a b c, incidant duo radij à diuerſis partibus diametri corporis luminoſi, ſcilicet a & c, ad unum punctum corporis in quo fit reflexio, quod ſit b, & ſint anguli incidentiæ æquales, producta ergo à puncto b, linea in dicta ſuperficie ad utramq; partem, ſcilicet ea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei corporis à quo fit reflexio, quæ ſit d b e, erit angulus incidentiæ qui eſt a b d, æqualis angulo reflexionis, qui eſt c b e, per 20. quinti huius, ſed & ſecundum angulum incidentiæ qui eſt c b e, fit reflexio radij c b, ergo radius b a reflexus, radius c b incidens, efficiuntur unus radius, & radius b c reflexus, radius quoq; a b, incidens efficiuntur unus. Sic autem eſt de alijs omnibus qui incidunt ſecundum pyramidem, cuius conus eſt in aliquo puncto corporis, à quo fit reflexio, & baſis in corpore luminoſo, patet ergo quod ad minus omnes illi radij in ſe duplicãtur, unde cum ipſi ſint infiniti, quoniã ſolum ſunt entes in potentia in continuo, & tales pyramides ſunt tot, quot ſunt puncta in corpore, à quo fit reflexio, patet quod ipſi per reflexionẽ aggregantur. Sed & per refractionem in medio ſecũdi diafoni lumen aggregari per experientiam ſenſibiliter adhibitam patere poteſt. Cum enim oſtenſum ſit quod in medio ſecundi diafoni denſiori aere à parte oppoſita ſuperficie incidentiæ ſemper fit radiorum aggregatio, imò concurſus in punctum unum, & ibi lumen & calorem generant, imò quod ignitionem efficiunt in corpore inflammabili cui immorantur, patet per 46. huius. Refractio itaq; lumen generat, quoniam adunat radios. Sed & in ſuperficie à quo fit refractio in profundum corporis denſioris diafoni radius incidens & refractus, qui in medio unius diafoni producti, eſſent linea una, angulum refractionis conſtituunt. Suntq; per 46. ſecundi huius, in una ſuperficie quæ dicitur ſuperficies refractionis, eſt ſemper orthogonalis ſuper ſuperficiem corporis in quo fit refractio per 2. huius, unde tales radij omnes ſic ſibijpſis incidentibus quando ſunt refracti uicinantur & aggregantur ſecundum diafoni ſecundi diſpoſitionem angulo refractionis ad angulum incidentiæ ſuæ uariato. In groſsiori enim uel denſiori diafono radius non perpendicularis magis debilitatur, unde ad perpendicularem uehementius refrangitur & in uiciniorem punctum axis cadit, angulus ergo fit acutior angulo incidentiæ ſuæ reſpectu eius, ſi ſecundũ idem punctum radius ſubtilioris diafoni incidiſſet, & ob hoc, q̃niã angulus ex omnibus refractis radijs cum linea, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei corporis in quo fit refractio, eſt minor in corporibus denſioris diafoni quàm minus denſi, patet quod in corporibus denſioribus & radij plus aggregantur quàm in minus denſis, per 8. huius, fit itaq; illorum radiorum aggregatio quandoq; propter lucis reflexionem ad punctum unum Mathematicum uel naturalem, ut in 9 libro huius ſcientiæ per ſpecula cõburentia oſtendimus fieri aggregationem radiorum, & in alijs libris, ubi de talibus ſermo fuit. Fit etiam hæc aggregatio quandoq; per refractionem, quoniam radij ſecundum æquales angulos incidentes per 8. huius, ſecundum æquales angulos refranguntur, & quandoq; concurrunt in puncto uno, ut patet per 46. huius, ſemper aũt in talibus & radij reflexi & refra



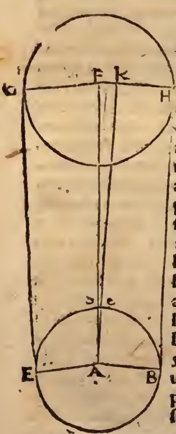
cti quodammodo in eadem parte medij ſe duplicant,unde faciunt maius lumen, aggregatis autē per refractionem radijs,ut patet ex præmiſsis,tunc uiſu exiſtente in loco aggregationis lumen generatur,& quandoq; in corporibus diafonis ſuperficiē leuem habētibus denſioribus aere propter leuitatem ſuperficiei lumen incidens ab ipſis reflectitur. ut oſtendimus per 1.quinti huius,tunc propter reflexionem lumen aggregatur, & item quia in illis corporibus propter diuerſitatem denſioris diafoni fit luminis refractio ad perpendicularem intra corpus,ut patet per 4.huius, tunc in periferia cuiuslibet ſuperficiei refractionis propter acutum angulum refractionis ipſis ad inuicem radijs uicinatis fortificatur ſenſibilitas luminis,quando ergo ſuperficies talium corporum ſunt leues ut politæ per naturam,tunc licet in ipſis fiat refractio,ab eorum tamen ſuperficie fit etiam reflexio radiorum,licet debiliter,& propter hoc duabus his cauſis concurrentibus in ſuperficie corporum talium lumen aggregatur,& apparent corpora plurimum luminoſa,quāuis magis denſa magis appareant luminoſa.Non ſunt autem modi alij aggregationis radiorum quàm reflexio & refractio,ad hos enim ut ad primos, ſi qui alij modi apparuerint,radialiter reducuntur,patet ergo propoſitum.

LVIII.

Sine oppoſitione corporis denſioris quàm ſit medium proximum radijs corporis luminoſi ipſorum radiorum reflexionem uel refractionem uel maiorem ſenſibilitatem impoſsibile eſt fieri.

Iſtud patet per hypotheſim,q̄m radij cuiuslibet corporis radioſi ſunt in ſe ſemper luminoſi & uniformes,ſi ergo medium per quod feruntur ſit uniforme,nunq̄ reflectuntur uel refrangentur,ſed ſemper ferentur in continuum & directum,ut patet per 1. ſecundi huius,nec lumen propter eorum diſperſionem aggregabitur ut uincat lumen quod ex æquali diffuſione luminis receptum eſt in oculo uidentis,nec etiam ad uiſum fiet reflexio nec refractio in partem oppoſitam ad axem pyramidis uiſualis,nec lumem uel ſenſibilitas luminis maior efficietur,patet ergo propoſitum,quoniam ſine oppoſitione corporis denſioris q̄ ſit primum medium per quod fertur radius corporis luminoſi,ipſorum radiorum reflexionem uel refractionem fieri non eſt poſsibile, quoniam omnis reflexio uel refractio ſemper fit ab aliquo talium corporum,ut eſt habitum ex præmiſsis.

LIX.



Quantitatem arcus circuli magni terræ ſecundum quē illuminatur à ſole poſsibile eſt declarari.

Suppoſito ex his quæ alibi declarata ſunt per antiquos, & nos quod corpus ſolis ſit maius corpore terræ,palam per 27.ſecundi huius,q̄m ſol aſpicit terram ſecundum ſuperficiem terræ maiorem medietate ſuperficiei ipſius terræ. Sit itaq; circulus ſecundum quem terra illuminatur à Sole, qui b c d e, cuius centrum ſit a, & ſit circulus maior ſolaris corporis, qui g h, cuius centrum ſit f, ducanturq; lineæ contingentes utramq; horum circulorum qui ſint b h & e g, proportio itaq; b c d e,terræ, eſt illuminata à ſole, qui eſt maior hemiſphærio,ducantur itaq; lineæ a b & f h,quæ erunt æquediſtantes per 28.primi,quoniam utraq; ipſarum eſt perpendicularis ſuper lineam b h,utroſq; circulos contingentem per 17. tertij, & quoniam linea h f,eſt maior q̄ linea b a,ut patet ex ſuppoſitis, reſecetur à linea f h, æqualis lineæ a b,per 3. primi; ſitq; h k æqualis ipſi a b, & ducatur linea a k, eritq; per 33.primi,linea a k æquediſtans lineæ h b, ergo linea a k eſt perpendicularis ſuper lineam f h, & quia linea f h, eſt 5. partes, & medietas partis ferè ſecundum quod linea a b eſt pars una,ut demonſtratum eſt in Aſtronomicis, remanet linea k f, 4. partes, & media. Per eandem quoque uiam Aſtronomicam oſtenſum eſt, quod ſecundum quantitatem qua ſemidiameter terræ eſt

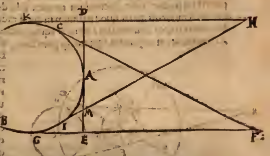
pars

pars una, linea a f, eſt partes 1210. cum ſit diſtantia ſolis à terra in medijs longitudinibus eius. Si ergo ſecundum quantitatem quã linea a f eſt 1210. partes, linea f k eſt 4. partes, & medietas partis, erit ſecundum quantitatem qua linea a f eſt 120. partes, linea f k, 29. minuta, 12. ſecunda, & ſecũdum quantitatem qua linea a f eſt 60. partes, linea f k eſt 14. minuta, & 36. ſecũda. circumſcripto ergo circulo in trigono orthogonio, qui eſt f k a, per 5. quarti, erit arcus quem ſubtendit chorda f k, quaſi 13. minuta, & 56. ſecunda, ergo per ultimam ſexti, erit angulus b a f, 13. minuta, & 56. ſecunda, ſecundum quòd angulus rectus eſt 90. partes, arcus ergo c d. 13. minuta, & 56. ſecunda, ſecundum quod arcus b c eſt partes 90. per ultimam ſexti, quoniam angulus b a c eſt rectus per 34. primi, angulus enim k h b, eſt rectus, totus ergo arcus b d, erit 90. partes, 13. minuta, & 56. ſecunda. Sed arcus d e eſt æqualis arcui d b, totus ergo arcus b c d e, eſt 180. partes, 27. minuta, & 52. ſecunda, quod quærebamus.

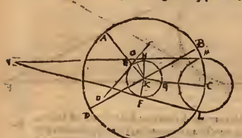
LX.

Summorum uaporum conſiſtentiam ad quantum poſsint eleuati pertingere, poſsibile eſt inueniri.

Ad hoc quod hic proponitur demonſtrandum, utemur conſuetis in ſcientia aſtrorum ut in præcedenti. Sit itaq; per 69. primi huius, circulus ſecundum quem ſuperficies plana tranſiens centrum ſolis & terræ ſecat terram circulus a b c, & ſit locus uiſus a, & ſit linea d a e, contingens circulum, & quoniam angulus contingentiæ eſt indiuiſibilis quia eſt minimus acutorum per 15. tertij, tunc patet quod uiſus non cadet ſub linea d a e, ſed tantum ſuper illam, & quoniam, ut patet per 27. ſecundi huius, umbra terræ eſt pyramidalis. Sit illa pyramis umbræ terræ, ante crepuſculum matutinum, quando primo uidetur aer albeſcere in mane, c f e g, cuius uertex ſit f, aer itaq; cadens intra hanc pyramidem nõ illuminatur à Sole, ſed radius ſolaris cadit ſuper omnem aerem, qui eſt extra hanc pyramidem, quoniam illũ non impedit per obſtaculum terræ, non tamen uidetur uiſui illuminatum hoc quod eſt extra hanc pyramidem, quoniam ut patet per 54 & per 56. huius non fit luminis reflexio ab aere puro & ſubtili. Tria ſunt ergo quæ in hac diſpoſitione res faciunt non uideri, ut ſi cadant ſub linea contingente, & per uiſum tranſeunte, uel ſi cadunt intra ſuperficiem conicam pyramidis umbræ terræ, uel ſi tanta ſit ſubtilitas materiæ corporum mediorum, ut ab ipſis non fiat reflexio ad uiſum. Sit quoq; ut linea e a d contingens terram in puncto a, centro uiſus, ſecet ſuperficiem pyramidis illius umbræ in puncto extra pyramidem, quod ſit punctum e, ut propinquum umbræ, aer ergo qui eſt apud punctum e, eſt inuiſibilis, non quod cadat ſub linea terram contingente, quoniam ille aer eſt in ſuperficie horizontis nec quod cadat intra ſuperficiem pyramidis umbræ terræ, quoniam eſt extra illam, ſed manet inuiſibilis propter ſubtilitatem materiæ ſuæ, quia non habet mixtionem uaporis denſioris aer à quo reflectatur lumen ſolis ad uiſum, ut patet per 56. huius, imaginemur ergo moueri ſolem uſq; ad principium crepuſculi matutini, & quoniam uertex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir ſolis ſemper procedit, ut patet per 27. ſecundi huius, & ex cauſa eclypſium lunarium patet quod illa pyramis omne corpus medium habet neceſſario tranſire. Sit ergo tunc pyramis umbræ terræ h i k, cuius uertex ſit h, quæ interſecet lineam e d, quæ eſt diameter horizontis in puncto m. In hoc itaq; puncto m, ex ſignificato ipſius nominis crepuſculi primo uidebitur reflexum lumen ſolis, ut fiat ſenſibile, hoc autem neceſſe eſt accidere ex den-



ſitate aeris inſpiſſati per naturam uaporum, quia ab aere ſimplici non fit reflexio, ut patet ex præmiſsis huius libri propoſitionibus, & per 1. ſecundi huius. punctum ergo m, eſt punctum altiſsimum in quo conſiſtit eleuatio uaporum aerem inſpiſſantium. Deſcribatur quoq; conſequenter circulus altitudinis pertranſiens centrum ſolis in hora diei crepuſculi, qui ſit a b c d, qui per 69. primi huius, ſecabit ſphæram terræ ſecundum circulum, qui ſit e f g h, cuius centrum ſit k. Sitq; linea à centro terræ ad zenith capitum ducta quæ ſit a c k, ſitq; linea b k d, perpendicularis ſuper lineam a k, ſemidiametrum circuli altitudinis. Eritq; linea b k d, diameter cuiuſdam circuli, cuius ſuperficies per 18. undecimi, erit erecta ſuper ſuperficiem altitudinis ſecans ſphæram terræ in duo hemiſphæria, nec eſt differentia ſenſibilis ſuperficiei huius circuli à ſuperficie circuli horizontis. Sit itaq; corporis ſolis centrum in puncto c, eritq; per attentionem Aſtronomicam, ſcilicet inſtrumentalem armillarum, uel Aſtrolabij, uel Tabularum, totalis arcus b c, quo diſtat centrum ſolis ab ipſa ſuperficie horizontis ferè 19. partes, ſecundum quod circulus altitudinis eſt 360. & quoniam diameter ſolis eſt quintuplus diametro terræ & eius continens medietatem, fiat circa centrum c, circulus l m, ſecundum diametrum quintuplam & medietatem continentem lineæ e k, quæ eſt ſemidiameter terræ. Erit quoq; ut patet ex præmiſsis circulis l m, maximus circulorum corporis ſolaris, producaturq; linea c k, à centro ſolis ad centrum terræ ſecans ſuperficiem terræ in puncto g, & quoniam longior radius à corpore ſolis exiens, & ad terram pertingens quaſi linea contingens eſt per 16. ſecundi huius, ducantur duæ lineæ contingentes ambos circulos, ſolis ſcilicet & terræ, qui ſunt l f n & m h n, ſecundum quas lineas per 27. ſecundi huius, continetur illuminatio ſolis & umbra terræ, producatur quoq; linea contingens circulum terræ in puncto e, quæ ſit p o, ſecetq; linea m h n, lineam p o, in puncto q. Eritq; punctum q, locus luminoſus in tempore crepuſculi, & quoniam punctus n, qui eſt uertex pyramidis umbræ, quia ſemper eſt in nadair ſolis, ſecundum motum ſolis declinat, & partibus ſuæ baſis uicinus uelocius mouetur, patet quod primum in quod radius ſolis cadit extra pyramidem, eſt ſummitas uapor eleuatorum à terra & aqua, producatur ergo linea k r q, à centro terræ ad ſummitatem uaporum, ſigneturq; punctus r, in ſuperficie terræ, & ducatur linea k f. Eritq; arcus f g h, pars terræ illuminata, cuius quantitas, ut patet per præmiſſam, eſt 180. partium, 27. minutorum, & 52. ſecundorũ, ſecundũ quod totus circulus e f g h, eſt 360. ptes, erit medietas ipſius quæ eſt f g, partes 90. & 13. minuta, & 56. ſecunda, hæc eſt ergo quantitas anguli f k g, ſecũdum quod 4. recti ſunt 360. partes, ſed angulus b k c, ex præmiſsis, & per ultimam ſexti, eſt 19. partes, quoniam eſt angulus crepuſcularis. Remanet ergo angulus e k h, 18. partes, 46. minuta, 4. ſecunda, & quoniam linea q c, eſt æqualis lineæ q l, per 58. primi huius, quoniã ab uno pũcto ducãtur eundẽ circulũ cõtingentes, erit per 8. primi, angulus q k c, æqualis angulo q k h, erit ergo angulus q k e, 9. partes, 23 minuta & 2. ſecũda, & quoniam angulus k q e eſt rectus per 17. tertij, erit angulus k q e, per 32. primi, cõplementũ unius recti, hoc eſt 80. partes, 36. minuta, & 58. ſecũda, put 4. recti ualet 360 partes, & ſecũdũ quod duo recti ualẽt 360. partes. Erit ergo angulus k q e, 161. partes, 13. minuta, & 56. ſecũda, circũſcripto ergo circulo ipſi trigono q e k, erit arcus quẽ ſubtẽdit linea k e, 161. partes, 13. minuta & 56. ſecũda, chorda ergo eius quæ eſt linea k e, erit 118. partes, 23. minuta, & 20. ſecũda, 18. tertia, ſecundũ quantitatẽ qua diameter q k, erit 120. partes, & ſecundũ quantitatẽ qua diameter q k eſt 60. erit chorda k e, 59. partes, 11. minuta, 40. ſecũda, 9. tertia, ergo ſecũdũ quãtitatẽ qua linea k e, eſt 60, erit linea k q, 60. partes & 48. minuta, & quinquaginta ſecũda, ablata itaq; à linea k q. partibus ſexaginta, quæ eſt quantitas lineæ q r, ſemidiameter terræ, remanet linea k q, quæ eſt ſumma uaporum eleuatio



tatio 48. minuta, 50. ſecunda, ſecundum illam quantitatem qua diameter terræ eſt 120. partes, & quoniam ſecundum Coſmographos maximus circulus terræ ſecundum milia ria eſt notus, ergo ſecundum illum quantitas diametri eſt nota, ergo & linea r q eſt nota & hoc eſt propoſitum. Eſt autem ſecundum computationem Abbomadi ex miliaribus, quibus terræ circumferentia eſt 24000. miliaria, linea r q. 51. miliarium, 47. minuta, & 34. ſecunda, & 31. tertium ſunt ferè. Summa ergo ad quod eleuantur uapores ſecundum ipſorum conſiſtentiam minus ꝗ 52. milia paſſuum, ut patere poteſt perquirenti.

LXI.

Ab aqua & aere denſo & uapore rorido reflexionem radiorum corporis luminoſi fieri manifeſtum eſt.

Iſtud in politis corporibus, & ut in ſpeculis & ſimilibus ſenſus comperit, nosq; in pluribus præmiſsis huius ſcientiæ libris iſtud ſumus cum amplitudine ſtudij perſequuti. In aqua uero ſoli expoſita patet, quia radius in parte ſoli oppoſita uidetur, & maxime ſi locus oppoſitus ſit obſcurus, hoc autem fit per reflexionem. In aere etiam aliqualiter den ſiori idem euenit, ut quando inſpiſſatus eſt & conſiſtens quaſi in nubem, tunc enim ab ipſo fit luminis reflexio, ut apparet in crepuſculis ſerotinis & matutinis. Huic etiam atteſtatur quod tempore pluuiali radij ſolis ſæpe in aere diſperguntur, & uix tenuiter ad terram pertingit propter humiditatem & groſsiciem aeris contrapoſiti ipſi ſoli, hoc etiam patet, quoniam in aere modicæ denſitatis in hyeme maxime flante auſtro circa lucernas frequenter uidetur lumen reflectio ſecũdum formam circularem, & maxime uiſibus humidis ad quos de facili fit luminis reflexi & formarum, cum uirtus uiſiua propter debilitatem organi debilitatur, ſic quod non poteſt denſitatem modicam aeris penetrare, ſed ad uiſum forma rei uiſæ refrangitur ab aere modicæ denſitatis, ſicut ad uiſus fortes re frangitur ſolum ab aliquo ſolido peruietatem non habente, unde etiam in uiſu aliquis debilitatus, & non acute uidens propter ophtalmiam, uel propter aliud, uidet quandoq; imaginem ſuam in aere groſſo ante ſe, ſicut in ſpeculo, ſtantem contra ſe, & ambulantem cum ipſo quando ipſe ambulat, & reſpicientem ad ipſum, & ſic quidam notus meus poſt plurium noctium uigilias cum compulſus nocte ſequenti equitaret, formam ſuam, hoc eſt uirum alium ſecum equitantem uidit, cum tranſiret quandam aquam, circa quã groſſus fuit aer, & cũ ſtaret ſtetit, & ille alius, & omnia opera ipſius faciebat, cũ autẽ ad aerẽ ſerenum uenit ille notus meus, tunc ſocius eius diſparuit, quia non fuerat niſi forma ſua. Et ſic uiſui debili error accidit, nec mirum, quia & quandoq; ſanis uiſibus hoc accidit ab aere ſpiſſo & longe diſtante, ſicut etiam auxilio ſpeculorum, ut in ultima ſeptimi huius, oſtendimus, poſſet fieri, quod aliquis imaginem propriam uel aliam nõ in ſpeculo, ſed extra ſpeculũ uideret in aere in loco imaginis, qui per induſtriam poſſet ad locum certum uariari. In uapore etiam rorido fit reuerberatio luminis, quando incipit uapor aqueus diſſolui in guttas, quia quælibet ſuarum partium fit quaſi ſpeculum, & ob hoc lumen reflectitur ab ipſo, & iſtud apparet in aqua guttatim ſparſa, quoniam ab illa lumen etiam ad partem oppoſitam reflectitur, & ſic poſt reflexionem coloretur, patet ergo propoſitum.

LXII.

A ſuperficie aquæ & aeris denſi, & uaporis roridi, & ſimilibus refractionem fieri ad perpendicularem pateris eſt.

Quod hic declarandum proponitur, patet per 4. huius ſed etiam experimentis cõprobatur, & hoc eſt uniuerſale, quando forma rei uel radius per mediũ rarius ad denſius diafonum procedit, tunc enim ſemper in medio ſecundi diafoni fit refractio ad perpendicularem, uerbi gratia, expoſita aqua in uaſe ſoli in fundo uaſis uidebuntur radij aggregati, luceſcente etiam ſole ſuper aerem denſum uiſui & ſoli interpoſiti, quandoq; lux aggregatur, & maior calor peruenit in nobis, quamuis multa pars luminis ſuperius ad nubes uicinas reflectitur, & hoc fit maxime in tempore præcedente tempus pluuiarum, unde poſt talem improportionatum tempori calorem & lumen inſolitũ ſæpius pluuia deſcendit

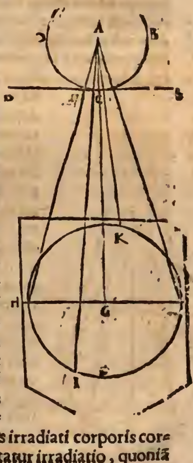
dit. Ex quo patet, quia nube in uaporem roridum reſoluta refractio fit radiorum in ipſo uapore rorido, & ad nos perueniunt radij ſolis aggregati per refractionem, patet ergo quod in aqua & in aere denſo & uapore rorido, quandoq; forma uel lumen eſt in rariori diafono, & incidit illis diafonis denſioribus, diafonum quoq; in quo eſt uiſus non multū differt à diafono in quo fit refractio, tunc fiet refractio ſenſibilis ad perpendicularem, q̄d ſi forma uel lumen ſit in denſiori diafono, uel ultra denſius diafonum uideatur, tunc fiet refractio à perpendiculari, & ob hoc omnia talia uiſui apparent maiora ſua certa quantitati, ut patet per 40. huius, & ob hoc accidit quod ſummitates rerum in mari uiſarum refracte uidentur, eo quod forma ipſarum diſpergitur à perpendiculari in ſecūdo diafono ſubtiliori ſcilicet in aere, & uidetur formæ illorum in concurſu lineæ refractæ cum perpendiculari ducta à re uiſa ad ſuperficiem aquæ, ut patet per 14. huius, & denarius uidetur poſitus in baſe ſub aqua in ea diſtantia, in qua uiſus propter altitudinem periferiæ uaſis ſine aqua ipſum denarium directe non uideret, & tunc uidetur etiam maior, quoniam ſub maiori angulo uidetur. In aere etiam denſo, utpote quando Euri flant, & aer humidus fit, & ingroſſatur, omnium rerum uidentur magnitudines maiores, Sol quoq; & omnia aſtra orientia & occidentia propter caliginem aut aerem uaporibus terræ ingroſſatum illis uiſibus interpoſitum, uidentur maiora, quàm in medio cœli exiſtentia, ut patet per 52. huius, & hæc eſt cauſa temporalis, alia uero eſt perpetua, quam diximus ibidem, ex hoc etiam peruenit quod ſi in loco imaginis, uel inter imaginem & uiſum ponatur uitrū clarū uel criſtallus, ita ut imago reflexa à ſpeculo ad certum locum aeris uideatur per uitrum, tunc enim imago maior uidebitur, & ſecundum quod media diafona multiplicata à denſiori in rarius fuerint, forma ſe uiſibus ita uicinante, quod ultimo ipſa per aerem uideatur, tunc forma maxima uidebitur, cuius ratio patet ex præmiſsis pluribus theorematibus huius libri. In iſtis enim corporibus medijs omnibus ſic diſpoſitis fit refractio à perpendiculari ducta à centro rei uiſæ ad ſuperficiem corporis diafoni rem ipſam uel formā refractam continentis. His ergo modis fit in propoſitis corporibus uel ſimilibus ſibi ad uiſum refractio, inter hæc uero maxime fit in aqua, magis autem fit in uapore rorido incipiente aquam fieri quàm fiat ab aere, nec mirum, quia uapor roridus qui fit tempore tranſmutationis nubium ex uapore continuo inguttatim ſparſam aquam eſt groſsior aere, unde in ipſa facta refractio plus ſentitur, non poteſt autem tunc figura rei uiſæ cuius forma refrangitur diſtincte ad uiſum peruenire propter refractionum multitudinē, ſed peruenit uiſui tantum aliqua forma rei, ſicut patet etiam quod in ſpeculis paruarum partium uel ſuperficierum refractarum alterius ſuper alteram eleuatarum, & ſi modicæ præeminentiæ ſint, ita tamen quod ſuperficies ipſorum ſpeculorum non ſint in eadem linea recta uel curua, tunc non apparet rei propria quantitas uel figura, ſed apparet recte color ipſius rei uiſæ, cuius forma reflectitur ab ipſis, per quod manifeſte patet quod forma corporis luminoſi, quæ ab aqua uel aere groſſo integre ſcilicet quo ad figuram & lucem & colorem reflectitur ad uiſum à uapore rorido, ſine figura & quantitate certa, ſed tantum cum ſuo colore uel lumine, & ita cum à uapore rorido fit reflexio ad uiſum luminis ſolaris uel ſtellarum, non uidentur formarum reflexarum figuræ propriæ, ſed tantū formæ luminis reflexi, patet ergo propoſitum.

LXIII.

Omnis corporis ſphærici luminoſi irradiationem in corpore cuius ſuperficies æquediſtat ſuperficiei contingenti corpus radioſum ſphæricum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis ſphærici ſuper ſuperficiem corporis illuminandi ſecat ſuperficiem corporis ſphærici, poſsibile eſt fieri ſecundum pyramidem rotundam, cuius baſis eſt in corpore irradiato, uertex uero in centro corporis luminoſi, ex quo patet omnem huiuſmodi irradiationem fieri ſecundum angulos incidentiæ æquales.

Sit corpus radioſum ſphæricum, in quo ſit circulus magnus qui b c d, & eius centrum ſit

ſit punctum a, contingatq́ ipſum ſuperficies plana, quæ ſit ſ p, in puncto c, & ſit ſuperficies corporis illuminandi à corpore ſphærico ſuperficies g, quæ ſit ex hypotheſi æquediſtans ſuperficiei a p, & ſit linea a c g, ducta à centro corporis ſphærici perpendicularis ſuper ducti corporis ſuperficiem, dico quod irradiationem illius corporis poſsibile eſt fieri ſecundum pyramidem rotundam, cuius baſis eſt in ſuperficie corporis g, uertex uero in puncto a, centro corporis luminoſi. Si enim perpendicularis a g, in centro uel in media ſuperficiei g, non ceciderit, ducatur ad ipſius ſuperficiem g, breuius extremum linea a f, ſuper cuius terminum in puncto a, conſtituatur angulus ex 23. primi, æqualis angulo g a f, quæ ſit g a h, producaturq́ linea a h ad ſuperficiem g, & producantur in ſuperficie, g, lineæ g f, & quoniam duorum triangulorum a g f & a g h, anguli a g f, & a g h, q ſunt ad baſem, ſunt æquales, ex diffinitione lineæ erectæ ſuper ſuperficiem, & anguli g a f & g a h ſunt æquales, & latus a g commune, patet ex 26. primi, quia latus a f erit æquale lateri a h & f h æquale g h, ſimiliter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h, angulus triangulorum qui ſit g a k, productisq́ lineis a k & g k, erit ſicut in præcedentibus, linea a k æqualis lineæ a f uel a ij, & erit linea g k æqualis lineæ g f uel g h, cum ergo ex puncto g, exeant tres lineæ æquales & in eadem ſuperficie, patet ex 9. tertij, lineam f h k ſecundũ quantitatem lineæ g f à puncto g. productam eſſe circularem, quia itaq́ irradiatio fit ſecundum has lineas, ſcilicet a f, a h, a k, & ſecundũ alias omnes ducibiles angulos æquales cum linea a g, prædictorum triangulorum angulis qui ſunt ad punctum a, continentes, ut eſt linea a l, & aliæ, patet ex diffinitione pyramidis rotundæ, q̃m fit irradiatio ſecundum pyramidem rotundam, fit enim ſecundum figuram quæ deſcribi poſsit per triangulum d g f, orthogoniũ, latere a g, fixo manente, & a f & g f, lateribus reuolutis ad locũ unde incœperant moueri, & ex præmiſsis patet, quoniam huius irradiatio ſemper fit ſecundum angulos incidentiæ æquales, patet ergo propoſitum. Si dicatur quod etiam fit irradiatio extra hanc pyramidem, hoc eſt uerum, ſed quia natura lucis eſt ſemper æqualiter diffundi, ut patet per 20. ſecundi huius, tunc fiet ad omnem partem ſuperficiei g, ſecundum pyramidem uel ſecundum partem pyramidis in ipſa receptam parte alia pyramidis ad ſuperficiem corporis non illuminabilis protenſam, unde ſi pars illuminata extra ſignatam pyramidem modica fuerit, non fiet in ea ſenſibilis irradiatio propter radiorum paucitatem, qui ſi magna fuerit cum ipſa ad æquales angulos, multi radij conueniant, tunc irradiatio ſenſibilis erit propter multorum radiorum concurſum & æqualitatem angulorum, & ſic eſt poſsibile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri ſecundum lineam circularem quæ ſit terminus baſis pyramidis uel parti baſis. Eodem autem modo demonſtrandum, ſi ſuperficies g æquediſtet ſuperficiei g p, contingenti corpus luminoſum in b d, punctis, uel in alijs punctis ſignatis. Vniuerſaliter autem corporum quæ ſplendorem ſenſibilem à corpore aliquo luminoſo accipiunt, oportet quod ſit talis aſpectus ad corpus luminoſum, ut theorema ſupponit, ſcilicet æquediſtantia ad ſuperficiem planam contingentem corpus luminoſum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis radioſi ad ſuperficiem corporis illuminandi ſecat ſuperficiem corporis luminoſi, & huius ſignum eſt irradiatio lunæ, quæ nunquam niſi in parte ſoli oppoſita illuminatur, & ſemper medietas illius, ea ſcilicet quæ ſolem reſpicit eſt illuminata neceſſario propter naturam præmiſſi aſpectus, aliam uero partem irradiatio ſolis niſi forte per refractionẽ nullatenus attingit, & quoniam pyramides uerticem habentes in centro corporis luminoſi, ad infinitas baſes in corpore irradiando una baſe alteri inſcripta applicantur, ideo tata ſuperficies irradiati corporis corpus luminoſum aſpiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio, quoniã



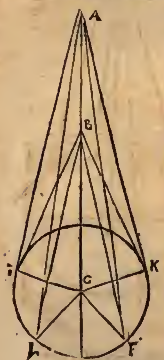
oportet

oportet ut tale corpus ſit denſius medio per quod lumẽ uenit ad ipſum, oportet enim q̃d tale corpus habeat aliquid denſitatis, unde ſi lumẽ nihil haberet reſiſtentiæ tranſiret nec corpus pertranſitũ irradiaret, aut etiam in ipſo nõ fieret reflexio uel refractio per 56 huius, & quoniam per reflexionẽ radij aggregantur, & ſimiliter per refractionem ex 55. huius, tunc per 54. huius, radijs non aggregatis plus ſenſibilis non fieret irradiatio ꝙ in medio, nunc autem irradiatio in theoremate ſupponitur, patet ergo quod oportet corpus irradiatũ eſſe denſius ꝙ ſit corpus propinquũ corpori luminoſo. & exemplariter uero hic declarari poteſt per hoc q̃d in 37. ſecũdi huius, oſtendimus, quia ſi per foramẽ rotũdũ penetret radius ſolis, ſtatim in corpore oppoſito ad baſem applicatur, & in formã pyramidis lumẽ figuratur. Signũ ergo eſt quod in quolibet radio corporis luminoſi idẽ fiat, qui cũ ſint naturæ homogeneæ, eadem eſt natura in toto & in parte, & ad minus ſi illud nõ ſit neceſſarium ſemper fieri, eſt tamẽ poſsibile fieri ut proponitur, patet ergo intentum.

LXIIII.

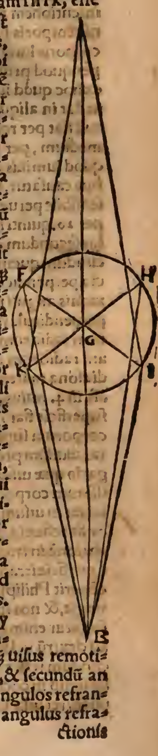
Si ad idem centrum uiſus ab aliqua ſuperficie fiat luminis refractio uel reflexio, neceſſe eſt extremum illius luminis ſuperficiei uiſus circulariter ſecũdum rotundam pyramidem incidere, ex quo patet tunc centrum corporis irradiantis, & centrum uiſus centrumq́ꝫ circuli baſis pyramidis irradiationis refractæ uel reflexæ in eadem recta linea conſiſtere oportere.

Suppoſito quod aliquod corpus irradiatum ſit inter uiſum & inter corpus luminoſum irradians, & ſit illud medium corpus diafonum, ita quod radij refracti in centro uiſus ualeant aggregari, aliter enim non uideretur irradiatio. Sit quoq; centrum corporis irradiantis a, ſuperficiesq́ꝫ corporis irradiati ſit f h i k, perpendicularis ducta à centro corporis luminoſi ſuper illam ſuperficiem ſit a g, & ducantur lineæ a f, a h, a i, a k, & lineæ g f, g h, g i, g k, & ſit centrum uiſus b, ducãturq́ꝫ lineæ b f, b h, b z, b k, b g, quoniam itaq; ut patet ex hypotheſi lumen corporis irradiantis per refractionem uidetur in puncto b, & per tertiam huius, perpendicularis non refrangitur, ſed tranſit ad angulos rectos ut incidebant ad lineas f g, h g, i g, k g, & in uno puncto, ut in centro oculi cõcurrunt plures radij refracti, qui oblique incidunt illi ſuperficiei ex hypotheſi, qua autẽ ratione aliquis radius refractus peruenit ad centrum uiſus, eadem ratione omnes radij incidentes ſuperficiei corporis f h i k, ſecundum circulum, cuius centrum eſt punctum g, refracte perueniunt ad centrum uiſus, ut patet in 46. huius, ſunt enim illi anguli incidentiæ omnes æquales, ut patet per præmiſſam, ergo & anguli refractionis omnes erunt æquales per 8. huius, in centro ergo unius uiſus nulli radij extremi cõcurrunt, niſi qui refranguntur ſecundum angulos æquales, ſic ergo ut ſit illa refractio ſecundum aliquos angulos extremos qui ſint b f g & b h g, & b k g, & b i g. erunt ergo illi anguli æquales, ſed & anguli ad punctũ ſub linea b g, & ſub lineis f g, h g, i g. k g, ſunt æquales, q̃a ſunt recti, ſunt ergo trigona b g k, b g h, b g k, b g i, æquiangula per 32. primi, ergo per 4. ſexti, ipſorum latera ſunt proportionalia, ſed latus b g eſt æquale ſibijpſi, cum omnibus ſit illis trigonis commune, latera ergo b f, b h, b k, b i, ſunt æqualia inter ſe, & latera g f, g h, g k, g i ſunt inter ſe æqualia, ergo per nonam tertij linea h f i k, eſt periferia circuli cuius centrum eſt punctum g, & ſic deſcribitur in oculi ſuperficie, fit ergo pyramis refracta cuius uertex eſt in puncto b, à centro uiſus, & eius baſis eſt in illuminata ſuperficie, eſtq́ꝫ alia pyramis illuminationis, cuius uertex eſt in puncto a, centro uiſus, & eius baſis eſt etiam circulus f h i k, patet ergo quod iſtarum duarum pyramidum lineæ g f, g h, g i. g k, ſunt in eadem ſuperficie ut prius, quoniam ab eiſdem lineis in quas radius incidit etiam refrangitur, una eſt ergo ſuperficies communis terminans iſtas duas pyramides quæ eſt circulus f h i k, & eſt baſis ambarum illarũ pyramidum, patet etiam hoc ex 5. undecimi, quia illæ lineæ



ſecundum

ſecundum unũ punctũ qui eſt g, cũ linea b a, angulos rectos faciunt, angulus em̃ f g b eſt æqualis angulo f g a, quoniã uterq; ipſorũ eſt rectus, ex eo quod ſuppoſitũ eſt angulum a g f, eſſe rectũ, eritq; ſuperficies in qua ſunt lineæ f g, h g, i g, orthogonaliter ſuper ſuperficies omnis refractionis, patet ergo unũ propoſitorum. Quod ſi centrũ uiſus fuerit inter corpus irradiatũ, & corpus irradians conſtitutũ, tunc eadẽ diſpoſitione manente, niſi ſole puncto b, inter a & g, puncta conſtituto, patet propoſitũ, ex eo quod tunc corpus irradiatũ non uidetur, niſi per reflexionẽ luminis recepti à corpore luminoſo, & ſemper angulus incidẽtiæ erit æqualis angulo reflexionis per 20. quinti huius, quia angulus extrinſecus angulo a g f, in triangulo a g f, pyramidis illuminationis, erit æqualis angulo b f g, qui fit ad baſem trianguli b f g, pyramidis reflexionis, nec erit poſsibilis uiſio irradiationis, niſi in puncto axis pyramidis illuminationis, ubi ſecundũ æquales angulos reflexi radij à tota ſuperficie illuminati corporis cõcurrunt. Eruntq; omnes anguli triangulorũ pyramidis reflexionis, qui ſunt ad baſem æquales inter ſe per 20. quinti huius, quoniam anguli extrinſeci pyramidis irradiationis, qui ſunt anguli incidentiæ, omnes ſunt æquales inter ſe, omnes itaq; radij ad uiſum reflexi qui ſunt in eadẽ ſuperficie per 6. primi, erunt æquales, & quoniã lineæ f g, h g, i g, k g, ſunt æquales, patet per 9. tertij, lineam f h i k, eſſe periferiã circuli quod eſt ſecundũ propoſitũ, & quoniam linea b g, quæ eſt perpendicularis ſuper illam ſuperficiẽ, omnibus illis trigonis eſt cõmunis, & angulus cuiuslibet triangulorũ qui ſunt ad baſem æqualis eſt, alterius ſibi correſpondenti per 106. primi huius, cũ lineæ f g, h g, i g, k g, ſunt adinuicẽ æquales, ut declaratũ eſt prius, & ab ipſis fiet reflexio ad uiſum, quia erit per radios ad ipſis reflexos pyramis inſcripta pyramidi ad eandẽ baſem, ſed diuerſæ altitudinis, quoniã punctũ b, qui eſt centrũ uiſus, poſitus eſt eſſe inter corpus irradians & corpus irradiatũ, & erit illa baſis cõmunis duabus pyramidibus, ſcilicet pyramidi irradiationis & pyramidi reflexionis orthogonalis ſuper omnes ſuperficies reflexionis, patet ergo quod correlarie proponebatur per 107. primi huius. Viſum eſt etiam quibuſdã ad propoſitam uiſorũ circulationẽ coadunare circulationẽ foraminis uneæ, ac ſi ad periferiã foraminis ſolũ radij incidant, & ſic in ſuperficie uiſus rotundentur, quod & ſi ſit aliquando poſsibile, nõ tamen eſt uniuerſaliter neceſſariũ, quia etiã cuicũq; parti ſuperficiei uiſus radij incidant ſecundũ angulos æquales, ſemper accidit neceſſario figuram uideri circularẽ, per 73. quarti huius. Ex iſtis itaq; manifeſte patet, quia & ſi tota ſuperficies alicuius corporis irregularis uel regularis rectilinea uel circularis ſit irradiata, non tamen uidebitur niſi circularis pars irradiata, quando per reflexionẽ uel refractionẽ uidetur, quia oportet ad hoc quod uiſus ipſum iudicet irradiatũ, radios plures in centro oculi aggregari: non autẽ concurrũt niſi illi qui incidentes ad ſuperficiẽ corporis irradiati & reflexi ad centrũ oculi omnes æquales angulos conſtituunt, tales autẽ incidunt ſecundum circulũ, faciunt enim pyramidẽ, ut patet ex præmiſſa, & reflectũtur uel refranguntur neceſſario ſecundũ circulũ eundem, ergo ſuperficies illius corporis ſemper uidebitur circulariter irradiata, nec uidebit uiſus illam irradiationem, niſi fuerit in puncto concurſus linearũ taliter reflexarum conſtitutus, & propter hoc in eadem ſuperficie irradiati corporis diuerſis uiſibus diuerſi apparebunt circuli, quia eædem lineæ in diuerſis punctis non concurrunt, ſed in uno tantũ, & remotioribus maiores apparebunt circuli, ſcilicet illi quibus ad maiores angulos incidebant radij, & ad maiores reflectuntur uel refranguntur, & ſunt exteriores in periferia baſis. Sic ergo pyramis interior, ſcilicet reflexionis uel refractionis inſcribitur pyramidi alteri reflexionis uel refractionis minorem exterius ambienti, centrumq; uiſus propinquius ſuperficiei irradiatæ minorem uidebit circulũ q̃ uiſus remotior, quoniam radij in minori circulo ſecundũ angulos minores incidunt, & ſecundũ angulos minores reflectuntur per 20. quinti huius, uel ſecundũ minores angulos refranguntur per 8. huius, patet autem per 106. primi huius, quia ſecundũ quod angulus refractionis



ctionis uel reflexionis plus minuitur, ſecundum hoc angulus in uiſu contentus augmentatur, & quia angulus refractionis uel reflectionis ſemper eſt acutus rectilineus diuiſibilis, propter hoc angulus ad axem ſemper fit rectus per 89. primi huius. Ex præmiſsis quoq; patet corporum perpulchrum auxilium 12. huius, quoniam enim in pyramide orthogonia centrum circuli baſis, & conus ſemper ſunt in eadem linea, ut in axe in propoſito erūt a & g, in axe a g, ſed eadem ratione erunt b & g in eadem linea, linea uero l g & g a, coniunctæ ſunt in linea una, eo quod f g, à termino ipſarum exiens cum ambabus facit angulos rectos, quomodocunq; ergo ſe habeat uiſus ad corpus irradiatum, dummodo ad ipſum fiat reflexio uel refractio, patet propoſitum, quoniam ſemper centrum corporis irradiantis & centrum oculi, & centrum circuli baſis utriuſq; pyramidis irradiationis, ſcilicet & uiſionis ſunt in eadem linea, ſcilicet axe pyramidis irradiationis; nec aliter eſt poſſibile uideri irradiationem.

LXV.

Iridē ex reflexiōe & refractiōe radiorū corporis luminoſi uideri neceſſe eſt.

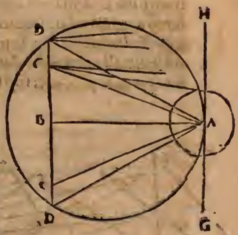
Locuturi de iride, de illa principaliter intendamus, quæ interſecans horizontem ad diuerſas partes mundi protenditur, quamuis etiam de alijs quæ illi iridi ſimilia uidentur intentionem non principaliter facturi ſimus. Quoniam uero iris fit ex multitudine luminis corporis luminoſi in uiſu recepti, hoc patet ſenſui: quod autem non aggregatis radijs corporis luminoſi lumen ſenſibilius poſsit fieri in corpore non luminoſo quàm in medio per quod prius lumen ferebatur, oſtenſum eſt per 54. huius impoſsibile eſſe, unde patet ex hoc quod lumen uigoratur ex aggregatione radiorum corporis luminoſi, ut ſenſibilitas fiat in aliquo corpore quàm in medio, quia uero aggregatio radiorum corporis luminoſi fiat per reflexionem uel per refractionem quæ fit in corpore denſioris diafoni quàm medium, per quod antea ferebatur, declaratum eſt per 55. huius, patet itaq; generaliter quod luminis maior ſenſibilitas per reflexionem uel per refractiōem in omnibus uiſibilibus cauſatur. Quod uero iris ſpecialiter ex reflexione fiat, patet per hoc, quia lumen eius ſenſibile peruenit ad uiſum ut ſuppoſitum eſt in principio libri huius, oſtenſum eſt quoq; per 20. quinti huius, quod omne quod uidetur per reflexionem, ſic uidetur, quod angulus ſecundum quem forma ſpeculo uel alteri corpori polito incidit, fit æqualis angulo ſecundum quem illa forma reflectitur ad uiſum, quod etiam patet per 26. quinti huius, ducta perpendiculari à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiem corporis politi ad quam reflexionis anguli referuntur, continet enim radius incidens & radius reflexus cum eadem perpendiculari angulos æquales, ſi itaq; forma iridis fiat in uiſu, patet iridem per reflexionem radiorum corporis luminoſi ad uiſum cauſari. Quod uero iris per refractionem etiam radiorum corporis luminoſi fiat, patet per hoc, quia non generatur iris, niſi in aliqua diafona materia exiſtente in medio, & prohibente tranſitum luminis. Iam quoq; dictum eſt in 4. huius, quod in corporibus diafonis denſioribus primo diafono, & ſi ab ipſorum ſuperficie fiat reflexio ſemper tamen fit refractio ad perpendicularem, & ſic lumen taliū corporum ſuperficiebus oblique incidens quaſi ſecundū unā lineā ad duas partes oppoſitas diuiſum protenditur, fit itaq; per refractionem in talibus corporibus luminis aggregatio quæ uiſui offertur, ſicut & quodlibet aliud uiſibile, & ſicut nubes alba, & lumen ab illorum corporū ſuperficie ad uiſum reflexum coadiuuat, ut actum minoris ſenſibilitatis faciat in uiſum, ſicut uidemus quod à corporibus albis quæ plus habent luminis ſenſibilior fit reflexio quàm à corporibus medio colore coloratis, hoc etiā patet per luminis profundationē in iridis generatione, cū enim ea quæ ſolū reflexionem luminis habent tantū in ſuperficie irradietur. Materia iridis ſenſibiliter inuenitur in ꝓfundo irradiata, & ob hoc cōperit Philippus ſodalis Platonis, & ut quottidie quoq; circa iridē deambulātibus contingit, & nos ipſi experimento hoc didicimus, iris mutatur ſecundū mutationē uidentis, ſequitur enim fugientē ab ea, & illū qui progreditur ad eam fugiens antecedit, & ſi quis ad dextrū uel ſiniſtrū latus progreſſus fuerit, iris ad idem latus uidebitur moueri, ſed ſecundum reflexionē ſolū uiſa fugiunt fugientē & occurrunt accedenti, uidentur enim talia ſemꝑ in cōcurſu lineæ reflexionis ad uiſum progredientis, cū perpendiculari ducta à pūcto rei uiſæ ſuꝑ ſuperficiē corporis à qua fit reflexio formæ uiſæ, ut patet per 37. quinti

huius, iris ergo non ſolū uidetur ꝑ reflexionē, ſed etiā ꝑ refractionē luminis intra corpus à q̄ reflectitur, quāuis accedenti ad iridē uel ab ipſo elongato ab alijs & alijs ſupficiebus corporū lumini obuiātiū fiat reflexio luminis ad uiſum, qm̄ fuga iridis ꝓgrediēti ad eā & ſequutio fugiētis ab ea, accedit ꝓpter diuerſas reflexiões, quę fiūt ad uiſum à diuerſis partibus materiæ iridis, ſcilicet ſecundū q̄d uiſus mutat pūcta, in q̄bus ab angulis baſis unius pyramidis oēs radij in cētro ipſius occuli cōcurrūt, & q̄a tales baſes ſunt infinitæ, & puncta in q̄bus eorū radij reflexi in axe colligūtur ſunt infinita, patet etiā quod ꝑ reflexionē multifariā uidētur irides infinitæ ſecundū infinitatē punctorū in axe pyramidis occurrentis accedēti uel recedēti ſecūdū lineā eiuſdē axi, uel etiā à latere exeūti ſecundū mutationē axis à centro corporis luminoſi per aliū punctū ſuæ ſuperficiei exeūtis, q̄ per illū quo primus axis exiebat, fit enim uiſus ad latera ſic mutāti noua pyramis & noua baſis, aliudq́ eſt punctū ſuperficiei corporis luminoſi, per quod uenit radius perpēdicularis ad ſuperficiem materiæ iridis, qui in ipſum cadēte centro oculi fit axis pyramidis utriuſq́, uidētur itaq́ hoc modo irides infinitæ ad quamcunq́ differentiā poſitiōis quis uidentiū motus fuerit, dū modo cōtra corpus luminoſum nō moueatur, quod etiam ſi uerū ſit per reflexionis naturā poſſe fieri, refractio tamen radiorū corporis luminoſi ſemper augmētat lumē, ut uideri ualeat ſenſibilius à uiſu, patet enim quod refractio radiorū corporis luminoſi aggregat lumē, ut fiat magis uiſibile, qm̄ propter refractionē radiorū circa eandē partē medij radius duplicatur. Similiterq́ ipſorū radiorū reflexio lumē aggregat & ad uiſum ſenſibiliter reducit, iris uero non fit niſi ex aggregato lumine, nec fit ex illo, niſi occurrat uiſui, ergo ad generationem iridis refractio radiorū corporis luminoſi & reflexo eorundē neceſſario exiſtunt, & hoc eſt quod in præſenti theoremate perquirere uolebamus.

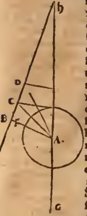
LXVI.

In uapore rorido iridem generari neceſſarium eſt.

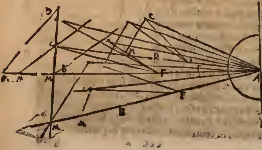
Quod hic proponitur patet, q̄a cū iris nō fiat ſine lumine, immo luminis multitudinē, lumē aūt nō aggregatur niſi ex reflexiōe aut refractiōe radiorū corporis luminoſi, ut patet per 5. q̄nti huius, hæc aūt nō fiant, niſi tantū fiat obiectio corporis denſioris aere puro ꝑ 65. huius, ergo in loco generatiōis iridū nō erit ipſius generatio ſine corpore irradiali, à cuius ſupficie poſsit fieri reflexio & refractio luminis incidētis, aliq̄d uero ſolidorū planorū ibi eſſe eſt impoſsibile, ſed neq́ aquā, qm̄ hæc curreret ſubito ad inferiorē locorū ſibi poſsibilē, iris uero aliquo tp̄e manet, nec tamē poſſet in aqua cōtinua figura iridis generari, qm̄ lumē integrū reflecteretur à ſupficie aquæ ꝓpter cōtinuitatē ipſius aquæ. Iris quæ fit in aqua diffuſa ꝑ remos, fit ꝓpter aquæ diſperſionē q̄a tūc remone ꝓ manu utitur nauta aquā rorans, & ob hoc cū aqua ſic fuerit fuſa in ipſa colores iridis apparēt, nō etiā poteſt eſſe q̄ ſit aer groſſus in q̄ iris generatur, qm̄ impreſsio luminis in aere nō efficeret colores iridis, ſed faceret quandā albedinē, ut apparet in crepuſculis matutinis in ipſarū principijs & etiā terminis crepuſculorū ſerotinorū & uniuerſaliter in ſimilibus q̄buſcūq́ Non etiā poteſt eſſe uapor cōtinuus, ſiue ſit eleuatus ad generationē nubis, ſiue ſit in nubē cōdēſatus. Eſto eīm q̄d ſit poſsibile à uapore cōtinuo nubē generari, ponatur ergo corpus radioſum, cuius centrū ſit a, in circulo horizōtis, ſecetq́ ipſum ſupficies orthogonaliter erecta ſup ſupficiē horizōtis ꝑ cētrū ipſius corporis, & ducatur in illa ſupficie ſecante ꝑ centrum corporis luminoſi linea h g. Huic itaq́ ſupficiei ſecanti aut æq̄diſtat uapor cōtinuus irradialis aut nō. Si æq̄diſtat, ſit linea eius ſupficiei b c d æq̄diſtans lineæ h g. Incidātq́ ſibi radij a b, a c, a d & ſit linea a b ꝑpendicularis ſup ſupficiē uaporis quæ in ſe reflectetur per 21. quinti huius, & reflectētur etiam lineæ a c, a d, q̄a non ſunt ꝑpendiculares qm̄ aūt angulus a c b eſt acutus ꝑ 32. primi, cū angulus a b c ſit rectus, patet ꝑ 13. primi, q̄d angulus d c a eſt obtuſus, ꝑpēdicularis ergo extracta à pūcto c, nō cōcurret cū axe a b ergo nec radius reflexus, cū ergo centrū uiſus ex 62. huius, neceſſario ſit ſitū in linea a b, quæ eſt in ſuperficie horizōtis, & centrū uiſus ſit centrū horizōtis, quæ ſit punctus f, patet



quod lumen ſit reflexũ centrũ uiſus nullatenus attinget, niſi forte radius ille reflexus ſuperficiei alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uiſum, ergo uapore taliter diſpoſito iris nõ uidebitur, ꝙd ſi uaporis continui ſuperficies ſuperficiei ſecantis corpus lu-



minoſum nõ æquediſtet, ſed cũ ipſa cõcurrat, ſi illæ ſuperficies ſub horizonte cõcurrant, idẽ accidit impoſsibile, & eodẽ modo deducendũ, quia & ſi hoc modo radios aliquos de ſub horizõte ad uiſum reflecti ſit poſſibile, nõ tamẽ uiſus illorũ paſsionẽ aliquã iudicabit, nõ enĩ uidẽtur ea quæ ſub horizõte, cũ horizon ſit circulus, q eſt terminator uiſus, & cũ ſuperficies horizõtis ſit obliqua ſuper ſuperficiẽ uaporis, patet ꝙd radius à cẽtro corporis luminoſi perpẽdiculariter incidens ſuperficiei uaporis cadit ſub horizõte, oẽſq; radij nõ perpẽdiculariter ſuperficiei uaporis ultra ſuperficiẽ horizõtis incidentes reflectũtur ad partẽ cõtrariam cẽtro uiſus in centro horizõtis cõſtituti, nõ ergo uidebitur iris cẽtro uiſus & ſuperficiei illius uaporis taliter adinuicẽ diſpoſitis, ꝙd ſi non ſub horizõte, ſed ſuper horizontẽ cõcurrant illæ duæ ſuperficies, una uaporis, & alia ſecans luminoſum corpus, tũc iterũ lumen ad uiſum reflecti nõ eſt poſsibile, ex cauſis prius dictis. Semper enim angulus a c d, cũ ſit extrinſecus angulo a b c, in angulo orthogonio a b c, erit minor recto p 16. primi. ergo reflexio nunq̃ fiet ad uiſum qui eſt in centro horizõtis. Sed etiã dato ꝙd in aliqua præmiſſarũ diſpoſitionẽ fiat reflexio ad uiſum, ꝙd tamẽ eſt impoſsibile, nõ propter hoc iris uidebitur, qm̃ ꝓpter cõtinuitatẽ fiet luminis multa in ſuperficie uaporis generatio, & erit lumen cõtinuũ quo ad uiſum reflexũ ipſum debilitabit, nec in profundũ uaporis ipſum permittet inſpicere, & dicit uulgus qđ tale lumen eſt Sol aqueus, nec habet diſtinctionẽ aliquã colorũ. & etiam ſi dictæ ſuperficies ſuꝑ horizontẽ cõcurrẽt, tũc iris reflexa uideretur ad zenith capitis ſenſibilis ſecundũ gibbũ circuli quo uidetur, qđ totũ ſenſui eſt cõtrariũ, nec apparet uiſui. In tali ergo uapore non eſt conueniens iridem cauſari. Sed inter uaporẽ aqueũ continuũ, & inter aquã depluentẽ à nubibus eſt quoddã mediũ qđ dicitur uapor roridus, & fit quãdo frigus cõdenſare incipit uaporẽ aqueũ in formã propriã, ſcilicet aquæ reducere, tũc enim cõdenſantur raræ partes uaporis, & fit partiũ uaporis diſtantia: quæ rotundari incipiũt, nõ dũ tamẽ propter debilitatẽ agentis reducũtur ad formã propriam quæ ſibi det motũ ad inferius, & tũc illæ uaporis particulæ ſunt quaſi quædã parua ſpecula in quibus ſolũ apparet color corporis radioſi ſine quantitate & figura ut diximus in 59. huius. Si ergo ad talia corpuſcula incipientia rotũdari propter æqualẽ ex omni parte uirtutis cõdenſantis actionẽ quouſq; materiã condenſet, incidat lumẽ corporis luminoſi, refrangitur ad poſterius ipſius quilibet radiorũ ſibi incidẽtium ad lineã perpẽdicularẽ à pũcto incidẽtiæ ſuꝑ ſuperficiẽ illius corporis ꝑductam per 4. huius, & qm̃ per 72. primi huius, illa perpẽdicularis tranſit centrũ illius corporis ſphærici, patet quod radius refractus oblique cadet ſuꝑ ſuperficiẽ illius corporis oppoſitã corpori luminoſo, & aggregabitur lumẽ in ꝓfundo totius conſiſtẽtis iſtorũ corpuſculorũ propter refractionẽ factam in quolibet ipſorũ ſicut uidemus in criſtallo rotũdo, qm̃ ultra ſuperficiẽ illius poſteriorũ fit aggregatio radiorũ in aere ad punctũ unum, ut patet p 46. huius, in quolibet autẽ iſtorũ corpuſculorũ ſiue ipſa ſint maiora guttis ex ipſis poſtmodũ uia condenſationis generatis, ut quãdoq; poſsibile eſt fieri ſiue per modũ aggregationis ex pluribus corpuſculis fiat gutta. In hoc enim quo ad iridis generationem nõ eſt diuerſitas, quoniã in



quolibet

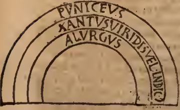
quolibet corpuſculorũ taliũ ſemper incidunt radij infiniti,quoniam etiam reflectuntur a
ſuperficie ipſorũ corpuſculorũ ſecundũ angulos incidentiæ ſuæ,quos faciunt cũ lineis ma-
iores circulorũ dictorum corpuſculorũ in puncto ſuæ incidentiæ contingentibus,qui an-
guli diuerſi ſunt,etiam ob hoc anguli reflexionis efficiuntur diuerſi, ut patet per totũ te-
xtum librũ huius ſcientiæ,& radij incidentes facientes angulos cũ lineis contingentibus
corpuſcula prædicta cũ lineis ſignatis in ſuperficie corpus luminoſum ſecante concurren
tibus ſuperius horizonte,& interſecantibus axem pyramidis illuminationis ultra punctũ
b,remotus à corpore luminoſo,ut in puncto m,quia anguli tales inter pyramidem obtu-
ſi ſunt,ideo per 33.quinti huius,illi radij ſic incidentes ad uiſum reflectuntur,& in pũcto
ubi talium radiorum plurimorum fit concurſus in axe inter corpus luminoſum & uapo-
rem uiſu poſito uidetur lumen,& quoniam iſtorũ corpuſculorũ quædam ſunt in quo ſe-
cundum æquales angulos,ut dictum eſt,radij incidunt à centro corporis luminoſi, tales
autem radij ex omni parte nubis diſperſi ſunt infiniti,cũ enim tota conſiſtentia uaporis
ſit plena talibus corpuſculis,infiniti ſunt tales radij in ſuperficie nubis uel uaporis roridi
concurrente,uel etiam æquediſtante ſuperficiei ſecanti corpus luminoſum ſecundum quod
reſpicit uaporis cõſiſtentiam,& in illorũ irradiatione pyramis figuratur,cuius uertex eſt
in centro corporis luminoſi,baſis uero in conſiſtentia uaporis roridi,& lineæ longitudi-
nis illius pyramidis terminantur ad diuerſas partes diuerſorum corpuſculorũ, qui cũ ſe-
cundũ ſimiles angulos ſuæ incidentiæ reflectuntur ad uiſum aliam faciunt pyramidẽ,cu-
ius uertex eſt in centro uiſus,baſis uero eadem cũ baſe pyramidis prioris , & eſt circulus
ut oſtenſum eſt uniuerſaliter in 62.huius,uidetur autẽ illud lumen reflexũ continuũ pro
pter uicinitatẽ partiũ uaporis,& eorũ diſtantiæ inſenſibilitatẽ à uiſu,qui protenſus ab il-
lis fallitur propter ſui debilitatem,& ob hoc uiſus aggregatum ab omnibus illis corpu-
ſculis reflexum lumen ſine cognitione uel perceptione diſtantiæ partium recipit, & iudi
cat tanquam unum,patet itaq; ex præmiſsis,quod licet tota conſiſtentia uaporis ſit radi
oſa,& forte tota irradiata ſuperficies ſit multilatera,tamen ſemper uidetur circularis,cu-
ius ratio eſt,quia non uidetur niſi quod de ipſo ſecundũ æquales agulos ad unum punctũ
axis pyramidis radialis eſt reflexum,quando uero anguli ad baſem ſunt æquales , latera
æquos angulos continentia ſunt æqualia per 6.primi,ergo per 56.primi huius , centrum
uiſus eſt polus,& ſuperficies ad quam illæ æquales lineæ terminantur eſt circulus , & ita
uidetur iris circularis. Poteſt etiam exempli cauſa idem aliter declarari , ut ſi ductis tri-
bus lineis uel pluribus à punctis reflexionis orthogonaliter ſuper lineam ipſi totali conſi
ſtentiæ uaporis à centro luminoſi corporis perpendiculariter incidentem , illæ enim erũt
in eadem ſuperficie ex 5.undecimi,eruntq; æquales ex 32.& ex 26.primi,ergo in pũcto
concurſus earum in axe,eſt centrum circuli ex 9.tertij,& quia totius radij partes non ad
æquales angulos reflectuntur,non uidetur totus circulus radioſus,quamuis in tota nubis
conſiſtentia ubiq; lumen exiſtat , radij enim qui ad maiores angulos reflectuntur q; ſint
anguli radiorum ad uiſum reflexorum ultra punctum uiſus ad aliũ locum axis reflectun
tur,radij autem qui ad minores angulos eis qui ad uiſum perueniunt reflectuntur, ad lo-
cum alium axis intra centrum uiſus concurrunt,& ſic neutri uidentur,niſi forte ab alijs ui
ſibus in locis ſuorum concurſuum exiſtentiũ,& propter hoc accidit moto homine in an-
te uel retro,aliam & aliã iridem uideri,quoniam ſemper uiſus progredientis uel recedentis inci
dit in pũcta aggregationis diuerſorũ radiorũ,ſicut etiã accidit in hominibus diuerſis ma
gis uel minus à centro ſolis ſecundũ diuerſam zenith capitis elongationem diſpoſitionis,
ſub eodẽ tamẽ exiſtẽtibus circulo meridiano,uel alio circulo altitudinis. Iris itaq; propter
has cauſas uidetur circularis concaua,quia nec exteriores nec interiores radij inciden-
tes ſuperficiei totius conſiſtentiæ roridæ in eodem puncto concurrunt ad uiſum,unde ui-
ſus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas,& ſignum huius eſt , quod accidit in ſuper
ficie plana aquæ,in qua in quolibet puncto eſt forma ſolis uel lunæ, uel ſtellarũ nõ tamẽ
uidetur niſi in puncto uel loco uno , à quo eſt poſsibilis reuerberatio ad uiſum , & muta-
to uidente ulterius alia iterum forma corporis luminoſi uidetur à loco alio,à quo eſt ad
uiſum poſsibilis reflecti,& idem uidetur de candela uel lumine aliquo diſtincto in cultel
lo nouo uel ferreo polito,uel alio,quia ſemper re immobili exiſtẽte mutatur forma uiſæ,

uiſu mutato ſecundū motū quo poſsibile eſt ad oculū reflecti, & in puncto alio nō uideatur, aliud etiā ſignū huius eſt, quia ſcilicet ſi aliquo exiſtēte radio ſolis per aliū qui eſt extra radiū tranſuerſaliter ſpergatur ore uel aliquo alio artificio aqua roratim in radiū, uiſus eius quieſt in radio forte nō uidebit niſi colorē albū, cū tamē ſpargēs cui opponitur uapor directus uideat lumen & colores iridis ſed cōfuſos, niſi diſpoſitio corpuſculorū radiorum ſic diſponatur, ut poſsit fieri certa reflexio ad uiſum in medio radij exiſtentē. Patet itaq; ex præmiſsis, quōd iris in uapore rorido generatur. Signū aūt illius eſt, quia modicū ſtat iris, eo qd' uapor talis cū ſit ex materia graui, iam ad formā grauis accedente ſtare nō poteſt ſup ſuperficiē horizōtis, niſi moueatur ad centrū grauiū, quod eſt centrū mūdi ſecundū quod ei eſt poſsibile, & ob hoc etiam poſt apparitionē iridis quando operatione agentis cōdenſatur materia, & reducitur ad formā potentē mouere, ſicut pluuia, & ex corpuſculorū quolibet in uapore prius ſeparatorū fit per condenſationē materiæ gutta aquea deſcendēs. Signū etiam eius eſt quod dictū eſt prius, quōd aqua uaporoſe ſperſa ore manu uel remo, ut apud nautas, in radio ſolari apparet iris & iridis colores, & diuerſi aſpicientes uident illud, quia radij incidentes guttu'is diuerſimode reflectūtur, patet ergo propoſitum, quod eſt iridem in uapore rorido generari. Si autē dicatur, quia partes corpuſculorum in materia iridis non ſunt omnes omnino ſphærice, non eſt uim faciens inſtantia, quia idem accidit omnino in non ſphæricis, quod nunc dictū eſt de ſphæricis, nunquā enim fiet iris niſi multi congregati radij ad uiſum uniformiter reflectantur.

LXVII.

Tricolor eſt omnis iris.

Dubitatū propter ſui difficultatē ab antiquis hoc theorema proponitur, multis enim Mathematicorū patuit figura & quantitas iridis, & ſunt hæc ab ipſis naturalis philoſophiæ inquiſitoribus ſuppoſita, color tamē quē uidimus nondū cōuenienter ab aliquo eſt pertractatus niſi per diſtinctionē materiæ iridis ſecundū aduſti, indigeſti & opaci naturam, quod ſi hoc motū & poſsibilitatē rerum naturaliū ſeruet & ſeruare ualeat intellectū eorū qui ſcripſerunt talia duximus relinquendū. Colores aūt iridis ſecundū uerum, quod ſe nobis poſt multos cogitatus & experientias obtulit, ſic poſſunt declarari, quia enim totus uapor roridus, qui eſt materia iridis in ſuperficie & profundo eſt irradiatus & ipſius eſt multa profunditas, patet quia ipſe in aſpectū uiſui ad ſolem ſerenius & immixtius habet lumen mixtū, tamē cū colore uaporis qui niger eſt, ut in aquoſis uaporibus euidēs eſt, ſunt enim omnes nigri, natura aūt lucis eſt immiſcere ſe coloribus rerum ad quas reflectitur. Eſt enim in principio ſecūdi huius ſuppoſitū, lucē res coloratas tranſeuntē illarū coloribus colorari, hoc em̄ patet ſenſui, unde etiā lumen reflexū ſecū defert colorē rei à qua reflectitur ad uiſum, ſicut patet in radio tranſeunte per uitrū coloratū, cū itaq; lumē de natura ſua fulgidū ſit, ut patet, & recipiatur in generatione iridis in uapore nigro aqueo, neceſſe eſt ipſum per 15. quarti huius, uiſui colorē præſentare puniceū, & iridē in parte illa ſecundū uiſum colorē habere puniceū propter fortitudinē uiſus & plurimā ad ipſum in loco uicino reflexionē fortiorū radiorū propter uicinitatē corporis luminoſi à quo fit impreſsio lucis reflexæ ſecūdū lineā breuiorē, & quoniam tota nubes eſt luminoſa, & lumē ſemper ſecundū æquales angulos reflexū à diuerſis ſuperficiebus in profundo nubis æquediſtantibus baſi pyramidis primo illuminationis ad eundē reflectitur uiſum per ſuperficiē prioris pyramidis uicinioris uiſui; quoniā ut patet per 68. primi huius, circuli æquediſtantes in eadē axe ſuos habēt polos, & idē punctus eſt polus diuerſorū circulorū, patet, quia etiam lumen quod eſt in profundo nubis uidetur, quoniā uero illud lumē, eſt lumē refractum debile multo colori nubis qui niger eſt admixtū, & quōd uidetur per pyramidē uiſualē inſcriptam ab eodē uertice, ut pote à centro oculi ipſi primæ pyramidi uiſuali ſecūdū quā uiciniores radij, qui punicei



apparent ad uiſum reflectuntur, quæ ad minorem baſem inſcribitur, patet per 106. primi huius, quoniam anguli qui ad baſem inſcriptæ pyramidis fiunt, maiores erunt anguli qui fiunt ad baſem primæ pyramidis, lumen ergo ab illo loco in radijs ſub maiori angulo ad uiſum reflectitur, unde radij minus lumini uniti ſunt, & debilius uiſui offeruntur, anguli etiam quos in centro uiſus faciunt, ſunt minores, ut patet per eandem 106. primi huius, quoniam anguli qui fiunt per radios primæ pyramidis in centro uiſus, ſub minori ergo angulo uidetur lumen in corpore nubis, quàm in ſuperficie, quod autem ſub minori angulo uidetur minus uidetur, ut patet per uigeſimam quarti huius, hoc autẽ patet experimentanti in lumine ſtellæ uel candelæ, quòd enim prius uiſum eſt aperto oculo fulgidum, claudendo plane oculis amittit fulgorem, & incipit nigreſcere. Item quoniam à remotiori uidetur tale lumen, ideo debilius uidetur, remotio enim ſiue protenſio uiſibilis à uiſu eſt cauſa debilitatis uiſus, ut patet per 15. 8. quarti huius. Item quia uapor remotior à corpore luminoſo groſsior eſt & nigrior, & magis aqueus, unde nigredo uaporis lumini incorporatum plus denigrat, & magis ipſum uiſui obſuſcatum præſentat, & hoc quidem in coloribus iridis aliquam cauſalitatem habent, totalis uero cauſa omnibus huius coloribus uniuerſalis immixto umbrarũ ipſi fulgori luminis, quoniã enĩ ut patet per præmiſſam, uapor roridus eſt materia iridis, à cuius corpuſculis fit reflexio luminis ad uiſum per undecimam ſecũdi huius, omnia corpora dẽſa in parte luminoſo corpori aduerſam umbram proijciunt, patet quod radij reflexi à remotiorum corpuſculorum ſuperficiebus, umbrarum anteriorum corpuſculorum nigredini ſe immiſcent, & ſic permixti colore nigro umbrarum perueniunt reflexi ad uiſum, & ſecundum quod plus uel minus umbrarum nigredine permiſcentur, ſecundum hoc diuerſificant actum ſuæ luminoſitatis, in uarios colores, & huius rei ſignum eſt in coloribus ſimilibus iridi, qui obducto uiſu ipſa manu uel alio umbroſo, de ſub manu in feneſtrarum periferijs uidentur. Siguum quoq; huius eſt magnitudo maris, quæ propter umbrarum multiplicationem accidit in maribus aquarum limpidarum, in quas lumen ſe profundat, cum ex turbulentis aquis marium, quos lux non penetrat ut umbras efficiat, ipſis maribus non nigredo ſed uiriditas accedit, & obductis palpebris uiſui reſpectu luminis ex umbris pilorum ipſarum palpebrarum colores iridis uidẽtur. Singula quoq; particularia in quibus colores iridis apparent, ad hanc umbrarum cauſam, ut ad quoddam uniuocum reducuntur, ut patet in collis anatum & pauonum, quæ ſecundum diuerſam diſpoſitionem diuerſimode colorantur, criſpitudo enim ſuarum pennarum alias hinc & inde proijcit umbras, quæ permixte lumini diuerſos hinc & inde procreant colores, ut patet intuenti, nec enim alias præmiſſorum cauſas noſtro potuimus indagare ingenio, exiſtentibus enim tantum 22. uiſibilibus, nullum aliorum uiſibilium præter umbram, & lumen horum colorum apparentium uiſui uidetur eſſe cauſa, unde & hunc colorum iridis æſtimauimus proximam eſſe cauſam, nullum tamen uidimus quem intellectus ſuus in hoc modicum intelligibile direxerit. Sed huius rei facilis omnes alij difficiles uiſi ſunt dare cauſas. Nos tamen hac cauſa ut uniuoca & conuertibili erimus contenti, alia quæ præmiſimus ponentes, ut quædã adminiculãtia huic cauſæ. Iſtis itaq; præmiſsis cauſis uel omnibus, uel pluribus, uel aliq̃d ſenſibiliter concurrentibus interſectione pyramidum reflexionis baſium æquediſtantiũ tunc deficit iudiciũ uiſus, & lumẽ magis mixtũ uaporis nigredini minusq; refractũ, ſub maiori quoq; angulo reflexũ & ſub angulo maiori uiſum, & in minori diſtãtia à ſeipſo poſitũ, & in materia groſsiori radiatũ, & umbris pluribus ꝑmixtũ uiſus iudicat magis ab albo recedere ꝙ puniceũ, uideturq; illud lumen reflexũ ſibi iride ſeu praſsium, & ſecundũ colorem praſsium plurimũ pyramidũ facta reflexiõe cũ dictæ ſenſibiliter à prius entibus conditionibus uariantur, uidetur lumen plus nigro accedere, & fit uiſui color Alurgus ſiue laſurus, qui uaporis magnitudine umbrisq; pluribus magis permixtus eſt ꝙ praſsius, & demum cum ſecũdum hunc colorem alurgum plurimum pyramidum uiſis circũferentis baſiũ ſenſibiliter incipiunt prædictæ conditiones uariari, & cũ lumẽ amplius ad uiſum ſit diſpoſitũ nõ reflectitur, fit nigrũ, quod amplius permixtũ lumen non uidetur.

Signum uero prædictarũ eſt,quia cũ aliquis poſtq̃ ſolem uel aliqđ corpus fulgidũ aſpe
xerit,claudit oculos ſubitò & fortiter,primò quiden obducto oculo pelle,quod prius ui
dit fulgidũ,uidebit puniceũ,deinde praſsiũ,deinde purpureũ,poſt in nigrũ colorẽ forma
lucis decidens exterminatur,& ſic facto motu in uiſu de albo ipſo paulatim exterminato
ſemper in proquius nigro fit reſolutio. Patet itaq; ex præmiſsis,q̃m iris fit tricolor, quo-
rum colorũ ſupremus eſt puniceus,& color uiridis ſub puniceo cõtinetur,q̃m color circũ
ferentiarũ baſium uiridiũ ſub colore baſiũ circumferentiarũ puniceaũ fertur ad uiſum,&
ſimiliter color alurgus ſub uiridi continetur eadẽ ratione,& ſic uidetur unus arcus colo-
ratus ſub alio arcu cõtinuo colorato. Color uero xantus qui inter colorẽ uiridem & colo
rem puniceũ uidetur,in iride nõ eſt color diſtinctus ab alijs,ſed ex cõmixtione uiridis &
rubei uiſibus occurrit. Puniceus enim color iuxta praſsinũ uiſus albus uidetur, q͂a & pur
pureus color iuxta nigrũ albus uidetur,uiride eñ per mixtũ eſt albo,& ob hoc color xan
ticus,quia propinquior eſt nigro q̃ puniceus,inter puniceũ & uiridẽ uidetur, unde etiã
facta iride in nube nigerrima,color ſuperior nõ eſt puniceus,ſed xanticus uidetur ꝓpro-
pter multã nigredinis uaporis cũ lumine ꝑmixtionẽ,& reſoluta nube q̃d prius uidebatur
puniceũ,demũ albũ uidetur,praſsiũ quoq; uidetur tendere ad xantũ colorẽ,& alurgũ ad
uiridẽ,& iam uidit quidã uir experiẽtiæ iridẽ totam albã,q̃d accidit propter materiæ ra
ritatẽ,& luminis claritatẽ,& uiſus optimã diſpoſitionẽ in ſe,& in diſtantia ꝓportionata
ad rẽ uiſam,uel forte ꝓpter uaporis plurimã groſsiciẽ & denſitatẽ,in quo non potuit lu-
men penetrare in profundũ ſed fiebat à ſuꝑficie uaporis reflexio,& ꝓpter hoc lumẽ non
recepat colorẽ à colore corpis ſibi cõmixto,nec miſcebatur nigredini umbrarũ,unde refle
xio faciẽs iridẽ in forma luminis reflectebatur ſine admixtiõe nigredinis & umbrarũ. Si
gnũ uero diuerſæ apparitionis colorũ eſt q̃d uidet̃ in texturis purpurarũ,in q̄bus colores
iuxta alios poſiti plurimã faciũt differentiã & mixtionẽ in uiſu,nõ eñ idẽ uidetur purpu
reũ iuxta poſitũ albo & nigro,aut alicui alteri colori,& ex hoc ꝓpter claritatẽ aliqualem
quẽ color accipit à uicino ſibi colore aliquæ fantaſiæ colorũ in uiſibus oriũtur. Sicut etiã
accidit operãtibus ad lucernã decipi in coloribus ꝓpter admixtionem impuri luminis,&
accidit eos peccare,& alius colores pro alijs accipere,colorũ alietate ex immixtiõe ipſius
luminis generata, & ſic nõ inconueniẽter dici poſsit,q̃d medij colores iridis,à medijs py-
ramidibus ſecũdũ dictas circũſtantias & diuerſarũ umbrarũ permixtionem cũ lumine
generẽtur. Numerũ aũt colorũ iridis ſecũdũ antiq̃s in ternario decreuimus,extendũt eñ
in tantum colorum nomina,aut color medius illius extrem coloris non habeat cum quo
niger participat in natura,& ſic iridẽ tantũ tricolorẽ eſſe neceſſario cõprobatur,nec poſ
ſunt pictores tales colores plenarie ſimulare. De coloribus q̃ apparẽt in iride generata
ex uapore aqueo ſparſo ore uel ſubtili artificio manu uel remo,tota cauſa dicta eſt cũ eñ
lumẽ ad talia corpuſcula incidit,& ab eis reflectitur ad uiſum in radio poſitũ,uel in fene-
ſtra per q̃ incidit radius uerſo occipite directe ad cẽtrũ ſolis,tũc lumẽ ꝓpinquius reflexũ
tanti eſt luminis,qđ remotius reflexũ lumẽ ꝓpter admixtionẽ umbrarũ ſuperiorũ corpu
ſculorũ ꝓpinquiorũ uiſibus & corpori luminoſo magis & magis obtenebratur ſecũdum
modos prius dictos,uidebiturq; ſic cõſtituto uiſu iris ex cauſis prius dictis rotũdata, tali-
ter aũt uiſu diſpoſito ad radiũ uidebũtur ꝓpter inordinatã reflexionẽ ad uiſum colores i-
ridis inordinati,q̃m illa reflexio cũ nõ fiat ſecundũ angulos æquales ad figuram iridis ro
tundam nõ ꝑtingit,& ſecundũ qđ lumẽ corpuſcula rorida cõtingit,ſic ſecundũ aliquam
reflexionẽ perceptam lumẽ colores uarios uiſui inducit,ſed quanto remotiores ſunt radij
à principio ſub aggregatiõis in feneſtra,tanto colores magis efficiũt opacos ꝓpter plu-
rimam umbrarũ immixtionem ipſi lumini reflexo. Inuenimus & nos diebus æſtiuis cir-
ca horam ueſpertinã,uel modicũ ante circa. Viterbiũ in quodam præcipitio apud balne-
um,quod dicitur Scopuli,aquam uehementer præcipitari,deſcendentesq; ad uidendum
quid in ipſo poſſet accidere ſoli ſibi oppoſito,uidimus iridem perpetuam ſole circa aſpe-
ctum illi debitum exiſtente, & multas ex proprietatibus iridis notauimus,unde quia eã
quæ prius ſcripta de iride fuerant,nobis non per omnia ſufficere uidebantur, excepto eo
quod inuolute ſcripſerat Ariſtotelis, illud nobis principium cogitationis fuit, ut præſenti
negocio ſtudium applicaremus,patet itaq; propoſitum.

LXVIII.

Corona fit ex refractione luminis Solis uel Lunæ uel ſtellarum primæ magnitudinis à uapore humido circulariter ad uiſum.

Impreſsio,quæ græcè dicitur halo,& Arabicè Alileri,Latine dicitur corona, fit autem hæc impreſsio in uiſu ex incorporatione luminis in aliqua conſiſtētia uaporis. Cum enim ut patet per 54.huius,non aggregatis radijs corporis luminoſi in corpore non luminoſo plus ꝙ in medio lumen ſenſibilius fieri ſit impoſsibile,patet quod ad generationem halo neceſſarium eſt aliquē uaporem corpori luminoſo & uiſibus interponi. Cum ergo aliquis uapor humidus communis interponitur uiſibus,& corpori luminoſo non potente illum uaporem cito diſſoluere uel diſgregare,tunc fit ad uiſum refractio luminis ſecundum circulum per 62.huius,lumen enim ſecundum æquales angulos illi uapori per ignē & aerem incidens ſecundum æquales angulos refrangitur ad uiſum per 8.huius, uidetur itaq; lumen circulare propter æqualem refractionem luminis aggregati ad uiſum, quoniam propter refractionem luminis,ut patet per 14.huius,aggregantur radij in profundo uaporis. Cum enim lineæ radiales frangantur ad angulos,tunc lumen uiſui quaſi duplicatur,& peruenit uehementius ad uiſum,& ſi forte uapor ille ſit roridus diſtinctus per corpuſcula,tunc plures fiunt refractiones & augetur lumen,& quoniam idem radius incidens ſuperficiei uaporis,in corpore uaporis refrangitur ad perpendicularem à puncto ſuæ incidentiæ ſuper ſuperficiem corporis,à quo refrangitur productam,& ſecundum extenſionem lineæ incidentiæ umbra protenditur per 11.ſecundi huius,& quoniam radius incidens & refractus non ſunt linea una,ſed angulum continent. Ideo patet quia radius refractus refrangit umbram proiectam à corpore cui incidebat, quæ tamen eſt modica, quia ut plurimum corona uidetur in uapore raro leuiter condenſato , ueruntamen quia retro uaporis illius conſiſtentiam fit noua refractio in aere medio inter uaporem & uiſum,qui fit à perpendiculari per 4.huius,patet quod lumen refractum perueniens ad centrum uiſus non eſt umbrarum nigredine permixtum,ſed liberum ab illis, & propter hoc ſemper uidetur album uel forte modico,& indiſtincto colore aliqualiter rubeo ſecundum ſe totum coloratum,iris uero quia fit per reflexionem radiorum umbras protractas penetrantium.ideo illi radij ſub actu coloris perueniunt ad uiſum,fitq; diſtinctio colorum ſecundum modum diuerſitatis luminis & umbrarum. Videtur itaq; corona ex refractione luminis quandoq; ſolaris,ſed raro accidit hoc propter fortitudinem & uehementiam illius luminis,uaporem quæ eſt materia coronæ ſubito diſſoluentis. Sæpe tamen accidit hoc ex lumine lunæ uel ſtellarum primæ magnitudinis,quorum lumen illam conſiſtentiam uaporum diſſoluere non poteſt,à minoribus uero ſtellis non accidit halo propter ſui luminis debilitatem,quod tantum effectum imprimere non poteſt. In circuitu quoq; luminis candelarum quandoq; accidit uideri coronam in aere groſſo,ut plurimum flante Euro,& tunc quandoq; propter raritatem aeris umbram proijcientis partium ſuperiorum ſuper infimas accidit uiſibus colorem purpureum à tali refracto uel reflexo lumine præſentari. patet itaq; propoſitum.

LXIX.

Iridem in parte mundi meridionali à ſeptentrionalibus uiſibus non eſt poſſibile uideri.

Quod per 107. primi huius, patet in pyramidibus purè Mathematicis ſibi ad inuicem inſcriptis,idem patet per 62.huius,de pyramidibus reflexis iridem cauſantibus,quæ naturam Mathematicorum pyramidum conſequentur,ſemper enim oportet ut centrū uiſus ſit inter centrum corporis luminoſi & centrum iridis,ad hoc ut illa impreſsio uideatur,quam proprie iridem nominamus, licet aliæ impreſsiones colores iridis ſimulantes quandoq; per modos alios uideri ualeant,ut inferius patebit. Quod autem iris meridiana à uiſibus ſeptentrionalibus uideri non ualeat,ſatis patet ex aliis,quæ diximus in generatione colorum iridis,qui propter reflexionem luminis & umbrarum lumini admixtionē per ſe cauſantur, poteſt etiam occaſionaliter id patere per hoc quod materia iri-

dis in approximatione corporis luminoſi de facili reſoluitur in aquam, uel ſubtiliatur in aerem lucidum, à cuius ſuperficiei non poſſunt fieri reflexiones, quæ etſi fierent tamẽ tenderent in partem in qua eſt ſol, nec ad uiſum peruenirent, & etiam quia colores iridis, qui fiunt propter debilitatem reflexæ lucis non poſſunt in tali loco cauſari, quia circa corpus luminoſum cum ſemper magis ſit luminis, radij reflexi non debilitantur, ſed magis uiſibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radiorum refractione ad uiſum per uaporem uel aerem denſum aliquod lumen aggregatum uideri poteſt in uapore uel aere condenſato, ut diximus de generatione in præmiſſa coronæ, quæ fit ex refractione luminis ſolis quandoq;, & tamen raro, propter luminis illius fortitudinem. Sæpe uero ex lumine lunæ & ſtellarum primæ & principalis magnitudinis generatur iris, ergo quando debet generari, oportet quod radij ad oculum reflectantur, & quod retro uaporem roridum, qui eſt materia iridis, per 64. huius, non ſit lumen aliud irradians, unde etiam corona groſſa apparente uiſui, ſcilicet in groſſa materia & ſpiſſa ſiue denſa à forti lumine cauſata eſt poſsibile, ut in ipſo aliqui colores iridis appareant uiſu poſito inter corpus luminoſum & uaporem, tunc enim omnes conditiones & cauſæ colorum iridis in loco tali cõcurrẽt, & materia ſubeſt, iris ergo ſic poterit apparere, fortè accidit quod materia in qua plus meridionalis à uapore rorido iris uidetur reflexa, tunc hominibus plus ſeptentrionalibus ab eodem uapore, ita quod uapor idem eodem tempore utriſq; habitatoribus appareat, & ſecundum eundem circulum altitudinis uideatur, corona propter luminis refractionem, & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus conſtitutis. Ex quolibet his quæ dicta ſunt patere poteſt, quia quandoq; ex fortibus ſolis radijs reflexis à nube aquoſa integra ad locum in quo eſt uapor roridus à latere ſolis aliquo poſſunt colores iridis generari in plenis circulis uel circulorum portionibus incompletis, ut quando corporis ſolis nubes ſolida aquoſa diametraliter componitur, & in ipſam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obſiſtit, in qua fit radiorum refractio & reflexio perueniens ad uiſum, tunc enim colores iridis apparent ſiue recti, ut cum uapor recte opponitur uiſui, & tales colores ſunt in uapore raro aqueo permixto, quandoq; uero apparent circulares, & fiunt quaſi irides, oportet autem ad hoc ut talis iris uideatur, quod nubes ad quam fit radiorum ſolis reflexio ad oppoſitum uaporem, & uapor roridus ad quem & à quo ad uiſum fit luminis reflexio, & uiſus ad quem fit reflexio in eadem recta linea conſiſtant, & quod ſuperficies nubis à qua fit reflexio & ſuperficies uaporis à qua & ad quam fit reflexio productis ſuper horizontem quaſi in ſuperiori hemiſphærio concurrant, aliter enim uix fieret ſenſibilis reflexio ad uiſum poſteriorem nube, à qua fit reflexio, fieret autem modica propter naturam reflexionis à corpuſculis paruis, de quibus ſermo fit in 64. huius. Nos enim per huius concurſum ſuperficierum intelligimus concurſum linearum contingentium corpuſcula uaporis roridi in ipſo pũcto reflexionis. Sed etiam quod nubes aquea reuerberans lumen uicina ſit circa ſolem, ubi radij ſolares fortes exiſtunt, & talem iridem non unam nec duas tantum, ſed 4. ſimul uidimus Paduæ ſole iam ad ueſperam declinantem, & non erant irides in diſtantia 10. graduum à ſole, & omnes circulorum completorum & in ſuperficiebus diuerſis, & erant quædam quaſi ſe extrinſecus contingentes. Eas autem irides, quæ fiunt ex radijs corporis luminoſi non ab alia nube reflexis ad uaporem, ſed ab ipſa uapore ad uiſum reflexum, nõ eſt poſsibile fieri, niſi in oppoſitione corporis luminoſi ad uaporem uiſu in medio exiſtente, unde in noſtro habitabili non poteſt uideri iris ad meridiem, quia nõ interponitur ibi uiſui uapor & corpori luminoſo, curſus enim ſtellarum erraticarum terminantur ſecundum partem qua extremitas zodiaci terminatur, qui in noſtra habitabili ſeptentrionalis fieri non poteſt, & hoc eſt quod proponebatur.

LXX.

Ex radijs ſolaribus & lunaribus tantum irides generantur.

Quoniam enim tantum horum duorum corporum radij ſecundum mundi diametri

enſi

ſenſibiliter extenduntur, ſolis utpote, quia eſt corpus maximum quantitate omnium luminoſorum corporum & puriſsimæ ſubſtantiæ, lunæ uero, quia ipſa terræ eſt uicinior, unde eius radij uiſui ſenſibilius offeruntur, ab aliorum uero corporum luminis ſenſibilitate excuſat uiſum paruitas ipſorum corporum reſpectu ſolis, & magna à nobis diſtantia reſpectu lunæ. A ſole autem iridem fieri cognitum eſt ſenſui, ex radijs etiam lunæ iridem fieri eſt poſsibile, & hoc eſt ſæpe uiſum maxime apud plus ſeptentrionales, quibus ſæpe offertur materia, unde uiderunt lunæ iridem obſeruatores nocturni in Alemania bis in uno anno, & forte pluries uideretur ſecundum quod ſe offerunt agens & materia, apud meridionales uero rarius uidetur, quia non offert ſe totiens materia, & ſi agens ſemper ſit diſpoſitum ad diffuſionem luminis, ut in omni plenilunio uel circa illud, unde Ariſtoteles non conſiderauit fieri iridem lunæ in loco ſuæ habitationis niſi bis in 50. annis, fiunt autē irides lunæ plures in crepuſculis luna plena uel gibberoſa magna exiſtente poſita circa orientem ſuper horizonta ſic, ne radij ſolis uideantur, fiunt etiam in nocte, ſemper tamen in oppoſito lunæ, habetq́ iris lunæ formam & materiam quam & iris ſolis ſimiliter & colorum diſtinctiones, qui tamē ſunt albiores coloribus iridis ſolis, cuius cauſa eſt, quoniam in nube nigra & in nocte fit iridis lunæ apparitio, unde duplicato nigro, ſcilicet noctis & nubis, album quod fit ex radijs lunæ, magis uidetur album, & quia puniceum eſt debiliter album, ideo puniceum magis album tunc uidebitur comparatione plus nigri, & ſimiliter de unoquoq; aliorum colorum, quilibet enim illorum colorum albior uidetur, & ſic tota iris lunæ albior uidetur quàm iris ſolis, umbræ enim radijs lunæ accidentes non ſunt tam nigræ ut umbræ ſolis, & huius cauſæ ſunt diuerſæ, ut dictum eſt, lumen enim lunę eſt pallidius lumine ſolis, unde colores ex commixtione ſui informati inficiuntur, nec accedunt ad ſummum formæ ſibi propriæ, ſicut etiam accidit propter pallorem luminis candelæ uariari plurimos colores & alios pro alijs accipi per ſenſum. Sic ergo patet à quorum corporum radijs irides generantur, quoniam ex radijs ſolis & lunæ tantum, non autem ex aliarum ſtellarum radijs quarumcunq;, quod eſt propoſitum.

LXXI.

Non plures duabus iridibus ſitu colorum differentibus poſsibile eſt uideri.

Verbi gratia, cum non ſint plures niſi tres colores iridis, ut patet per 65. huius, non eſt poſsibile diuerſificari colores iridis in ſitu, niſi ſecundum extremorum colorum, ſcilicet punicei & alurgi localem tranſpoſitionem, quia ſemper medius manet in cauſalitate media inter iſtos, & ob hoc patet quòd plures quàm duæ irides ſitu colorum differentes fieri non poſſunt, quia color medius non poteſt habere cauſam generationis alijs coloribus manentibus in forma propria, quamuis ſint tranſpoſiti in ſitu. Quod autem quandoq; plures irides eiuſdem ſitus in coloribus uidentur una ſub alia, ut primo rubeum, dein de uiride, & deinde alurgum, & idem rubeū, & idem uiride, & demum alurgum, hoc accidit propter diuerſitatem materiæ, in diuerſis ſuperficiebus, quarum una eſt ante aliam, & quos accidit ſub uno angulo uideri, unde uidentur quaſi ſint habitæ uel contiguæ, quod ſi in angulo ſit diuerſitas, ut quia exiens à uiſu, tranſiens per gibbum iridis unius ſcilicet inferioris, nō tranſit per gibbum ſuperioris, tunc uidebuntur concurrentes, & inter alurgum ſuperioris & puniceum inferioris erit notabilis differentia, ſcilicet alba, quoniā ab illa parte nubis propinquioris uel remotioris ipſi uiſui quàm uidetur reflexionis ad uiſum illum conueniat, non fit reflexio luminis ad uiſum, quod non accideret quando ſub eodem an-

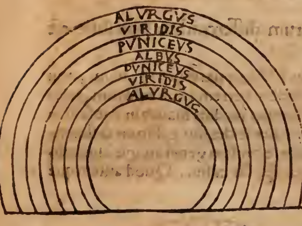


gulo uidentur. Sunt tamen huiuſmodi irides ſemper in diuerſis ſuperficiebus, & ab una pyramide inflexi luminis cauſantur, & ob hoc ipſorum eſt quaſi centrum unum, quod eſt centrum pyramidis irradiationis, & uidentur æquediſtantes in uiſu ipſorum periferiæ, & poſsibile eſt licet non ſæpe eueniat, quod plures tales irides una uidelicet intra aliã uiſui offerantur, & iſtud poterit probari duobus aquam in radio ſpargentibus, uno ſcilicet ſub reliquo, tunc enim iris ſub iride poterit uideri, ſed idem erit ordo in ſitu colorum iridis utriuſq;, neuter tamen alterius iridem uidebit, ſed cuicunq; ſua in eodem tempore uiſui occurrit. Impoſsibile autem eſt quod hic fiat in eandem ſuperficie, ſcilicet quod plures irides eiuſddm ſitus in coloribus appareant, quoniam ab illa ſola parte ſuperficiei fit reflexio, ubi ſecundum æquales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus eiuſdem ſuperficiei ſuperioribus uel inferioribus periferia prędicta, ut patet per 61. huius, colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris ſemper debiliores apparent, quoniam fiunt à radijs magis diſtantibus à perpendiculari & remotioribus à uiſu, unde lumen per eos reflexum debilius uidetur reſpectu eius, quod ex interioribus radijs cauſatur.

LXXII.

In iride exteriori quandoq; colores interioris iridis contrapoſiti & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapoſitos dicimus, quando ſicut iridis interioris color eſt puniceus qui eſt in exteriori circumferentia ipſius, ſicut exterioris iridis color eſt puniceus, qui eſt in interiori periferia ipſius iridis, mediusq; utriuſq; iridis color eſt praſsinus. Interiorq; color interioris iridis eſt alurgus, ſicut exterior color iridis exterioris. Sic autem diſpoſitis duabus iridibus, tunc omnes colores exterioris iridis ſunt debiliores quàm interioris iridis colores. Huius quoq; cauſa aliqua eſſe poſſet ſi illi colores omnes in una nubis ſuperficie uiderẽtur, quia tunc colores exterioris iridis per magnã diſtantiam uiſui apparerent, ſicut & interiores periferiæ iridis interioris. Ad quod intelligendũ ponamus exempli cauſa ſolem ſuper horizonta 20. gradibus eleuatum, & quoniam patuit prius in 62. huius, quod centrum baſis pyramidis irradiationis & centrum uiſus, & centrum corporis radioſi, quod eſt ſol ſunt ſemper in eadem linea. Centrumq; baſis pyramidis irradiationis & pyramidis uiſionis eſt unum punctum centro ſolis diametraliter oppoſitum, unde ipſum eſt nadir ſolis, & mouetur ſemper ſecundum motum ſolis, motuq; ſuo ſimilem circulum deſcribit, circulo motus ſolis ſcilicet ei paralello quem ſol motu ſuo diurno deſcribit ſuper horizonta, talem enim dictum centrum iridis deſcribit, quod eſt centrum baſis pyramidis illuminationis ſub horizonte, & ſicut cum ſol fuerit in puncto horizontis orientali, centrum fuit in parte horizontis occidentali, centrum illud fit in parte orientali, & quoniam lineæ ductæ à centro ſolis ad circumferentiam baſis pyramidis illuminationis ſunt æquales per 89. primi huius, palam quod ſuperficies baſis prædictæ pyramidis ſic horizonta interſecat, quod ipſa cum ſuperficie ſecante ſolem orthogonaliter inſiſtente horizonti concurret ſub horizonte, ergo facit angulum ſuper horizontem obtuſum reſpectu uiſus, nec mirum quoniam horizon cum tranſeat per unum polorum circuli ut per centrum uiſus, qui eſt polus illius circuli per 65. primi huius, patet quod per polum alterũ illius circuli non tranſit, quælibet ergo pars ſuperficiei uaporis in qua fit iris exterior illa pars quæ eſt ſuper circulum iridis in parte altiori plus à uiſu elongatur



tur, & ſi ab ipſa reflecti accidat radios ad uiſum, neceſſe eſt ſuperiores nigriores uiſui apparere, reſpectu eorum radiorum, qui à partibus eiuſdem ſuperficiei in ſuperioribus illis ad uiſum reflectuntur, ut patet per penultimã & ultimam quarti huius, & ſit ſuperioris iridis inferioris periferiæ, quæ uicinior eſt uiſui colores puniceos, mediæ uero praſſinos, ſupremæ uero Alurgos neceſſe eſt uideri, & uincit quantitas diſtantiæ in magnitudine exceſſus elongationis quantitatem angulorum reflexionis, & quantitatem angulorum uiſionis, & ob hoc colores iridis ſuperioris contrapoſiti quandoque uidentur coloribus iridis interioris, in qua ſuperior periferia ſemper uidetur punicea, quoniam quando ad uiſum ab illa parte ſuperficiei fit reflexio improportionata reflexionibus diſtantia, tunc radij inferiores eiuſdem ſuperficiei in eadem diſtantia ad uiſum reflecti non poſſunt, eo quod in proximitate debitam diſtantiam excedunt, ſunt enim tali uiſui proportionata reflexioni diſtantia uiciniores quod ergo uiſui de proximo uapore irradiatum apparere poteſt, puniceum apparet propter unitatem & alias cauſas in 65. huius, prius dictas, uiſui uero profundato ulterius in uapore ſecundum modum diſtantiæ fulgor luminis umbrarum nigredine permiſcentur, & uariantur colores ſecundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quædam gibboſitas quo ad uiſum, & ob hoc forte dictum eſt à quibuſdam, nubem fore concauam, in qua iris generatur, quamuis ea quæ uidentur nubis concauitati non oporteat adſcribi, quia uapor quo ad conſiſtentiam ſui totius eſt integer plenus corpuſculis diſtinctis, ſicut uidentur athomi totum ſolis radium implere, & eſt talis uapor à parte poſteriori à ſole groſsior quàm à parte anteriori ſolem aſpiciente. Quod ſi centrum ſolis in periferia horizontis poſitum fuerit, ſic ut baſis pyramidis illuminationis ſit orthogonaliter horizonti inſiſtens, adhuc radij exteriores ad uiſum reflexum, ſunt longiores reſpectu eorum, qui ab interioribus periferijs reflectuntur per decimamnonam primi. In eodem enim triangulo ad uiſum terminato maiori angulo opponuntur. Sic ergo patet, quod corpore ſolis ubicunque poſito exterioris iridis colores reſpectu colorum iridis interioris poſsibe eſt contrapoſitos apparere. Omnes autem colores ſecundæ iridis ſunt debiliores neceſſario coloribus primæ iridis, quoniam fiunt à radijs magnis diſtantibus à perpendiculari, & ſecundum maiores angulos ad uiſum reflexis, propter quod iſti radij cum radijs incidentibus minus aggregantur, unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autem eo quod nunc præmiſimus utimur pro principio ad propoſitum declarandum diſponente, & ſi ipſum non ſit circa cauſam, manifeſtum eſt enim quod illi radij cũ ſint extra periferiam proportionatam reflexioni ad illum uiſum, ſcilicet ultra puniceam interioris iridis, quoniam non reflectentur ad uiſum cum lumine, niſi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad reflexionem diſponatur, & niſi lumen eorum innatum uiſibilitatis per aggregationem luminis illorum radiorum cum ipſis ad uiſum reflexorum producatur, & huius ſignum eſt albedo, quæ circulariter apparet in nube inter periferiam ſuperiorem iridis inferioris puniceam, & inferiorem iridis ſuperioris puniceam, & quia hæc albedo fit per lumen nubem irradians ad uiſum non reflexum, cum enim radiorum ab eadem ſuperficie reflexibilium qui ad uiſum in aliquo uno loco diſpoſitũ reflecti poſſunt. Sint hij, qui ab ultima periferia inferioris iridis reflectuntur, nullus ſuperior radiorum reflectetur ad illum uiſum, ſed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uiſionis ſimplicis illi uiſioni occurret, ex periferia uero punicea inferioris iridis, & ſi plurimi radij præter eos qui ad illum uiſum reflectuntur ad partes uicinas uaporis roridi ſe diffundant, lumen tamen ad illum uiſum ex eorum incidentia à uicino uapore reflecti non poteſt, quoniã cadunt illi radij in ſuperficiebus uaporis aqua, ſicut à ſuperficie improportionata adhuc uiſui non eſt cõueniens diſtantia reflexioni, hoc enim in principio periferiæ puniceæ incipit, ubi ſecundum angulos in illa pyramide acutiſsimos radij incidunt ipſi nubi, alij uero radij poſteriores his radijs in punicea periferia inferioris iridis ad maiores radios anguli incidũt quo ad uiſum, cũ ſint in profundiore ſuperficie à uiſu ad illam ſuperficiẽ uaporis

poris in qua eſt inferior ſuperioris iridis periferia punicea reuertuntur,& ibi aggregati cum radijs illi parti uaporis incidentibus à ſole illam partem ſuperficiei ex aggregationē maioris luminis uiſibilem faciunt,radijs ad uiſum reflexis,qui prius propter luminis debilitatem ſenſibiliter nō poterant reflecti,& quoniam radij ab inferiori parte ſurſum ad alias partes uaporis roridi reflexi,ſiue uapor ad quem fit reflexio in eadem ſuperficie cū prima iride ſiue in alia ſuperficie ſit conſiſtens cū radijs ab eadem periferia ad uiſum reflexis in generatione primæ iridis,ut declaratum eſt in 64.huius,angulos conſtituunt,fiunt trianguli,quorum anguli ſunt in centro uiſus,baſes uero ſunt lineæ interiacentes puniceam periferiam inferioris iridis,& puniceam ſuperioris,& quod ab illis baſibus nulla fit ui ſui ſenſibilis reflexio,tota ipſarum ſuperficies uidetur alba,niſi reflexo ab ipſa aliquo lumine ad uiſum. Simili quoq; modo fit reflexo ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridē ſupremam.& quoniam anguli incidentiæ radiorum illas partes iridis cauſantium ſunt maiores,ut ſupra patuit per 106.primi huius,ideo per 20.quinti huius,& anguli refractionum ſunt maiores,altius ergo in uaporem ſuperiorem illi radij pertingunt, procreantes ſibi ſimiles colores,quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorum corpuſculorum colorem participant,qui ad corpus oppoſitū mixtum cum lumine tranſmutatur per 2.quinti huius,& ſicut oſtenſum eſt per 55.quinti huius,quoniam propter reflexionem dextra apparent ſiniſtra,& ſiniſtra dextra,ſic etiam accidit in ipſa reflexione coloris iſtarum iridum contrapoſitos uiridi,colores quoq; ſecundæ iridis debiliores uidentur quàm primæ iridis,ſcilicet inferioris,quoniam radij remoti ab axe pyramidis irradiationis nubi incidētes ſunt debiles,& uiſui propter diſtantiam magnam inſenſibiles,ut patet per penultimam quarti huius,& etiam radij reflexi à primæ iridis refractis radijs ſunt debiles,ut patet per 3.quinti huius,& per 10.huius. Sic ergo neceſſario ſecundæ iridis colores ſunt debiles nigri,quia nigredine umbrarum permiſcentur, neceſſario ergo reſpectu primæ iridis coloribus ſecundæ iridis colores debiliores apparent,nec fit aliqua ulterior reflexio ab illis ad partes ſuperiores roridi uaporis propter illorum radiorum debilitatem,& forte ob hoc dixit Ariſtoteles,quod plures duabus iridibus non poſſunt uideri, quoniam tantum duæ ſunt quæ ſitu colorum formaliter diſtinguuntur,quamuis plures quandoq; uideantur,ut in præmiſſa declaratur,patet ergo propoſitum.

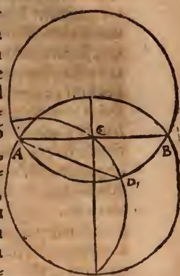
LXXIII.

Omnem arcum ſenſibilem iridis per circulum ſuæ altitudinis in duo æqualia diuidi eſt neceſſe, unde manifeſtum eſt quemlibet uidentem propriam iridem uidere.

Cum enim ex præcedentibus patet,quod quando ſuperficies horizontis interſecet ſuperficiem circuli iridis,tunc eorum communis ſectio ex 37.undecimi,eſt linea recta, ſed quia circulus altitudinis iridis ſemper tranſit per zenith capitis,quoniam ut patet per 62. huius,& declaratum eſt in præhabitis centrū uiſus eſt polus iridis,illius uero circuli altitudinis centrum,eſt centrum mundi & horizontis,ergo ipſe tranſit per polos horizontis,zenith enim capitis eſt polus ipſius horizontis,linea uero à polo ad centrum horizontis deducta eſt erecta ſuper ſuperficiem horizontis ex principio primi huius,ergo per 18 undecimi, circulus ille altitudinis iridis eſt erectus ſuper ſuperficiem horizontis, & ipſe tranſit eius cētrum,quoniam cum ipſi ambo ſint circuli magnæ ſphæræ mūdi, patet quoniam ipſorum eſt idem centrum quod eſt centrum mundi. Ille ergo circulus altitudinis ſecat horizontem per æqualia & orthogonaliter. Similiter autem & idem circulus altitudinis cum per centrum uiſus tranſeat, & per centrum circuli iridis, & per centrum ſolis hæc enim ſunt in eadem linea per 62.huius,tranſit ergo per polos circuli iridis,& ſecundum præmiſſa ſecat eum per æqualia & orthogonaliter. Sed ſi horizonta & circulū iridis altitudinis per æqualia ſecat & orthogonaliter, ergo illorum ſectionē per æqualia ſecabit & orthogonaliter per decimamnonam undecimi. Sit ergo illa communis ſectio linea a b,quæ productū circulum altitudinis diuidat per æqualia in puncto c, ducaturq; ſurſum in ſuperficie circuli altitudinis in puncto c,linea c d,quæ ſit communis ſectio ſuperficierum illius circuli & iridis,& hæc linea c d,erit perpendicularis ſuper lineam a b, per

decimam

decimamnonam undecimi,eo quod circulus altitudinis erectus eſt ſuper ſuperficiem cuiuſq; duorum illorum circulorum,quorum eſt communis ſectio linea a b, ſitq; communis ſectio periferia circuli altitudinis & iridis punctus d.angulus ergo d c a eſt rectus, & ſimiliter angulus d c b,ſubtendātur ergo illis angulis lineæ a d & b d, & patet ex 4. primi, & ex præmiſsis quod ipſæ ſunt æquales,ergo p 27.tertij,arcus iridis qui eſt a d eſt æqualis ipſius arcui b d,pars ergo periferiæ iridis quæ eſt ſuper horizontem, quoniam illa ſola eſt ſenſibilis quæ per circulum altitudinis per æqualia eſt diuiſa,quod eſt propoſitum. Vnde manifeſtum eſt correlarium perpulchrum,ſcilicet quemlibet uidētem iridem propriam uidere,ex eo enim quod aliquo moto uidente ſecundum locum ſuper zenith capitis uariatur,patet enim quod diuerſorum diuerſa ſunt zenit,& diuerſi horizontes,nec eſt poſsibile aliquos duos eadem habere horizonta,quoniam ſemper oculos uidentis eſt cētrum horizontis,ſi ergo aliquorum diuerſitas ſit ſecūdum diſtantiam latitudinis uniuerſi tantum,tunc ab eorundem oculos diuerſimode radij reflexi à corpore nubis ſecundum diuerſa puncta aggregationis concurrent,& remotior ipſorum à uapore rorido maiorem iridem uidebit,propinquior minorem,ſi in eadem ſuperficie appareant irides, quæ ſi appareant in ſuperficiebus diuerſis æquediſtantibus,tunc ſecundum æquales circulus iridis uideri poterit, & ſequetur iris fugientem & fugiet ſequentem, ut diximus in 63.huius,eſt tamen eis idem circulus altitudinis, ſed non eodem modo ſe habens, quod ſi diuerſitas aliquorum ſit ſecundum longitudinem uninerſi tantum, tunc erunt diuerſi circuli altitudinis,& quilibet illorum circulorum diuidit per præmiſſa arcum iridis qui eſt ſuper horizonta,in duo æqualia,ergo ipſa diuiſa ſicut & ipſa diuidētia ſunt diuerſa,quilibet ergo propriam iridem uidebit,quod ſi latitudo & longitudo uidentium differant,tunc per præmiſſa patet,quod nullo modo eandem iridem uidebunt,patet ergo quod intendebamus,& ſignum huius eſt,quod ſi aliquis ſtans in radio ſolis auerſa ſoli facie aquam ore ſpargat uidebit cum ambobus oculis ante frōtem ſuam colores iridis, & arcum æqualiter ab utroq; oculo diſtantem, quod ſi aquam ſecundo ſparſerit, & oculum dextrum clauſerit uel manu cooperiat,uidebit arcum æqualiter diſtantem à centro ſiniſtri oculi, arcum quoq; iridis dextrum oculum ſecantem, & econuerſo erit,ſi oculum ſiniſtrum clauſerit,tūc enim iterum uidebit arcum æquediſtantem à centro dextri oculi,ſiniſtrumq; oculum ſecantem,ex quo manifeſte patere poteſt,quod color iridis eſt paſsio uiſus,& quod mutatur iris ſecundum uidentium mutationem,& quod materia ſua eſt uapor roridus, & quod diſtinctio colorum nō eſt ex qualitate materiæ,ſed ex reflexione luminis ad uiſum cui color eſſentialiter aduenit ex commixtione nigredinis umbrarum.

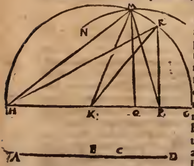


LXXIIII.

In aliquo puncto horizontis exiſtente centro corporis luminoſi, neceſſe eſt tantum ſemicirculum ab eo cauſatæ iridis uideri.

Quoniam enim non eſt poſsibile ſolis uel lunæ,quorum ſolummodo corporum ut in 68.huius diximus,radij iridem faciunt,centra in horizonte exiſtere,niſi in oriente uel occidente in noſtra terra,ſcilicet Poloniæ,habitabili,quæ eſt circa latitudinem 50. graduum,& quamuis in regionibus maximæ latitudinis,ſole exiſtente in capite capricorni, ut in his quæ ſunt 66.graduum & 9,minutorum ſol in meridiano exiſtens circulo uideatur in periferia horizontis,& in alijs regionibus diuerſificata latitudine regionis & declinatione ſolis in diuerſis circulis altitudinis quandoq; ſol uideatur in horizonte. Ponamus itaq; ſolem in oriente cuius centrum ſit a, fiatq; iris in parte ſibi oppoſita uiſui inter medio exiſtente, & erit illa iris ad occidētem per 67.huius,& ſit centrum iridis punctū b,ducaturq; diameter circuli iridis trans ſuperficiem horizōtis per centrum b,quod centrum tunc neceſſario erit in ſuperficie horizontis, qm̄ per 62.huius,oſtenſum eſt, quod centrum ſolis & centrum uiſus,& centrum iridis neceſſe eſt in eadem linea eſſe.Eiuſdem

uero lineæ partem in eadem ſuperficie, partem in ſublimi eſſe eſt impoſſibile per primã
undecimi. In ſuperficie uero horizontis eſt ex hypotheſi centrum ſolis & centrum uiſus
& centrum horizontis, ergo & linea copulans illa centra erit in ſuperficie horizontis, &
ſit diameter illa iridis quæ c d, & coniungantur lineæ a b, a c, a d, fientq; duo trianguli a c
b & a d b, & quoniam in his triangulis latus a c eſt æquale lateri a d, per 89. primi huius,
quoniam ſunt lineæ longitudinis unius & eiuſdem pyramidis; & latus c b æquale eſt la-
teri d b, quia ſunt ſemidiametri circuli iridis, latus uero a b, commune eſt ambobus illis
triangulis, patet ergo per octauã primi, & angulus c b a eſt æqualis angulo d b a, uterq;
itaq; eſt rectus, patet per decimamoctauam undecimi, erit ſuperficies horizontis erecta
ſuper ſuperficiem circuli iridis, tranſit autem per centrum iridis, palam ergo quoniam
circulus horizontis diuidit circulum iridis per æqualia, communis enim ſectio illorũ cir
culorum non poteſt eſſe niſi diameter circuli iridis quæ ſemper ſuum circulum diuidit p
æqualia, per diametri diffinitionem. Quod autẽ de circulo iridis eſt ſuper horizonta hoc
uidetur. Sic ergo poſito centro ſolis uel lunæ in puncto horizontis, ſemicirculus iridis ui-
detur, niſi forte tanto minus quantum eſt differentiæ, propter hoc, quod centrum uiſus
non eſt uerum centrum uniuerſi. In hoc autem non eſt ſenſibilis differentia, & ſi ſit, non
eſt in generatione iridis, ſed in uiſione ipſius, & hoc eſt quod hic proponitur demonſtran
dum. Poteſt & idem aliter demonſtrari. Sit ergo ſecundum diſpoſitionem priorem cen-
trum ſolis in aliquo puncto horizontis quod ſit punctum h, & ſit k centrum uiſus, quod
eſt centrum horizontis, & ſit horizontis diameter linea h g, erigatur ergo ſemicirculus
unius altitudinis ſuper horizontem orthogonaliter ex centro k, quæ ſit h m g, hunc quo
que ſemicirculum altitudinis arcus iridis generatæ in oppoſitæ ſolis interpoſitione cen-
tro uiſus, ſecet in puncto m, & producatur linea k m, & quoniã lineæ h k, k m, & k g, om
nes ſunt ex centro circuli altitudinis, omnes ergo ſunt æquales, & omnes notæ, quoniam
mũdi ſemidiameter eſt nota, ut ſi ipſa ſupponatur eſſe 60. partiũ, producatur itaq; linea
h m, & ſi notus eſt angulus h k m, tunc linea h m erit nota. Sciri autem poteſt angulus h k
m, per hoc ut ſciatur arcus m g, qui eſt arcus altitudinis, qui ſciri poteſt per inſtrumentũ
ut per armilla uel per aſtrolabium, uel quadrantem, quo ſcito ſcitur angulus m k m, quæ
ſi auferatur de duobus rectis, ſcitur angulus h k m, & ſic ſcitur linea h m. reſpectu ſemidia
metri k m, operatione illa qua utimur in ſcientia aſtrorum, linea uero h m, cũ ſit linea lon
gitudinis pyramidis illuminationis, & per 89. primi huius, omnes lineæ longitudinis uni
us pyramidis ſint æquales, erunt tunc omnes lineæ longitudinis illius pyramidis notæ.
circumducatur itaq; circulus iridis ſuper ſuperficiem horizontis eam interſecans, quæ
ut patet ex præmiſsis tranſeat punctum m, circuli altitudinis, ſit quoq; ut ipſe circulus
iridis ſecet horizontẽ in puncto n, duos itaq; circulos contingent lineæ k m & h m in pũ-



cto m, in circulo altitudinis datum eſt, & lineæ h m &
k m ſunt notæ, erit proportio lineæ h m ad lineam k
m nota, & quoniam quæ eſt proportio alicuius lineæ
primæ ad aliquam ſecundam, eadem eſt cuiuslibet ter
tiæ ad aliquam quartam, tunc per tertiam primi hu-
ius, eſto ut ſit proportio lineæ rectæ a b ad rectam b c,
ſicut lineæ h m, ad lineam k m, & quoniam linea h m,
eſt maior quàm linea k m, per decimamnonam pri-
mi, eo quod maiori angulo opponitur in triangulo h
m k, patet ergo quod linea a b eſt maior quàm linea
b c, producatur ergo linea b c ad punctum d, in tantũ
ut ſit proportio lineæ b d ad lineam a b, ſicut lineæ, a b
ad lineam b c, & quia quæ eſt proportio lineæ h m ad
lineam k m, eadem eſt linea a b, a d, b c, erit ergo per
undecimã quinti, proportio lineæ h m ad lineam m k,
ſicut lineæ b d ad lineam a b, & quia proportio lineæ h m, ad lineam k m, uel ad lineam h
k, æquales per ſeptimã quinti, ex præmiſsis eſt nota, proportio ergo lineæ a b ad lineam

b c, erit

b c,erit nota,ergo ipſarum utraq; eſt nota ſecundum aliquam quantitatem ſuppoſitam in altera ipſarum, ſed & proportio lineæ b d ad lineam a b eſt nota,ergo & linea a b eſt nota,linea b d eſt nota,ſed linea b c fuit nota,ergo relinquitur ut linea c d ſit nota, ſed linea h k eſt nota,quia cum ipſa ſit diameter horizontis,erit ipſa partium 60. ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota,quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad lineam h k,eadem erit lineæ b c,notæ ad aliquam aliam per tertiam primi huius, quia nota eſt proportio a b ad b c,ſicut b d ad a b,& a b eſt maior quàm b c,ut patet ex præmiſsis,erit ergo b d maior quã a b,relinquetur'q; c d maior quã b c,hoc autem patet in numeris taliter diſpoſitis quibuſcunq;. Linea ergo proportionalis lineæ h k eſt linea c d, illa erit minor quàm linea h k, uel quàm linea k g, abſcindatur ergo per tertiam primi, æqualis illi lineæ k g,& ſit linea k p. Erit'q; linea k p,ſecundum præmiſſa nota, copuletur itaq; à puncto p. ad punctum m,linea in ſuperficie circuli altitudinis quæ ſit p m, erit'q; neceſſario,ut quæ eſt proportio lineæ c d ad h k,uel lineæ b c ad k p,eadem ſit proportio lineæ a b ad lineam p m, quod ſi dicatur hoc non eſt poſsibile, quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad h k,uel b c ad k p,eadem erit lineæ a b ad aliquam aliam lineam maiorem uel minorem linea p m, per tertiam primi huius. Sit ergo nunc illa proportio lineæ a b ad quandam minorem lineam m p,quæ ſit p r,quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad lineam h k,uel b c ad lineam k p eadem eſt lineæ a b ad lineam p r,quæ aũt eſt proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem eſt lineæ b c ad lineam k p,ergo per decimamſextam quinti,quæ eſt proportio lineæ b c ad a b,eadẽ eſt lineæ k p ad p a, & ſic lineæ c d,b c, a b,proportionales erũt lineis h k,k p, p r,ſed quæ eſt proportio lineæ a b ad b c,eadem eſt lineæ b d ad a b,ergo & in ipſarũ proportionibus ſic erit, q̃d ſicut ſe habet linea r p ad p k,ſic coniunctim ſe habebit tota p h ad lineam p r,ducãtur ergo lineæ h r & k r,fient'q; duo trianguli,quæ h r p & k r p, quarũ cõmunis eſt angulus r p h,& latera dictũ angulũ cõtinentia reſpectu diuerſorũ trigonorum ſunt proportionalia,quæ enim eſt proportio lineæ p r,lateris maioris trianguli ad lineã p k.latus minoris trianguli,eadẽ proportio lineæ h p,lateris maioris trigoni ad lineã p r. latus trigoni p r k minoris,ergo p 6. ſexti, illi trianguli ſunt æquianguli,ergo p 4 ſexti, latera ipſorũ æquos angulos reſpiciẽtia ſunt ꝓportionalia. Eſt ergo proportio lineæ h p ad lineã p r,& lineæ p r ad lineã p k,ſicut lineæ h r ad lineã k r,ſecũdũ q̃ ꝓportionẽ habet linea h p ad lineã p r,hãc habet linea b d ad lineã a b,& q̃ habet linea b d ad a b, hanc habet linea a b ad b c,& quã a b ad b c,hanc habet linea h m ad k m ex hypotheſi,per 11.ergo quinti patet,ꝙ q̃ proportionẽ habet linea h r ad lineã k r, hãc habet linea h m ad lineã k m,hoc aũt eſt impoſsibile & cõtra 56. primi huius,q̃niã in ſemicirculo q̃cunq; duabus lineis ductis ad q̃dcunq; punctũ periferiæ.ſ.una à termino diametri,& alia à cẽtro,ut ſunt in propoſito lineæ h m & k m,duas alias lineas ab eiſdẽ punctis ad aliũ punctũ circumferentiæ q̃dcunq; duabus prioribus ꝓportionales ducere eſt impoſsibile. Eſt ergo impoſsibile lineã a b ad aliã minorẽ lineam quã linea p m,eandẽ habere ꝓportionẽ quã linea b d ad lineam h p,uel quã linea c d ad h k,uel quã linea b c ad k p,ſed neq; poteſt linea a b,habere illam ꝓportionẽ ad aliquã lineã maiorẽ linea p m,q̃niã eadẽ eſt ratio,& eodẽ modo deducitur ad impoſsibile,ergo q̃ eſt ꝓportio c d ad lineam h k,uel lineæ b c ad k p,eadẽ erit lineę a b ad p m,& ſeq̃tur repetita priori demõſtratiõe,q̃ ducebat ad impoſsibile.ſ.q̃ eſt ꝓportio lineæ h p ad p m,& lineæ m p ad p k,eadẽ ſit lineæ h m ad k m, ductis itaq; pluribus ſemicirculis altitudinis circa centrũ k,ſub horizõte,ꝓportionales lineæ p̃dictis lineis h m & k m,ducant̃ ſecundũ modũ 65. primi huius. Si ergo linea m p,ſic ꝑpendiculariter inſiſtens diametro h g,tũc poſito cẽtro p,ſecundũ ſemidiametrũ p m, deſcribat̃ circulus, q̃d ſi linea p m,nõ ſit ꝑpendicularis ſuꝑ diametrũ h g,polo itaq; exiſtẽte pũcto p,ꝑ 65. primi huius,q̃niam ille punctus diſtabit æqualiter ab omnibus in illis ſemicirculis ſignatis punctis ſimilibus puncto m,ducatur circulus ſecũdum diſtantiã lineæ p m,qui attinget omnia dicta pũcta ſemicirculorũ altitudinis in quæ cadũt prædictæ proportionales lineæ ſiue anguli reflexionũ iridem cauſantes. Si em̃ dicatur q̃d nõ attingat, accidet ſecundũ p̃miſſam cõtrariũ 65. primi huius,quod eſt impoſsibile,poteſt etiã ſic fieri,ut ſemicirculus h m g,ſit medietas horizontis,& facta diuiſione in pũcto m, intelligatur circũduci idem ſemicirculus,nihil enim refert ſemicirculos diuerſos deſcribere uel unum cĩcumducere,

punctusq́ m, circumductus deſcribet circulum iridis, qui eſt n m, circa centrū uel polum p, ſecundum diſtantiam lineæ p m. Eruntq́ anguli à termino diametri, ſcilicet puncto h, & à cētro k, ductarum ad circulum n m, omnes æquales in qualibet ſuperficie reflexionis, quia triangulus h m k, in tota circumductione ſimiles ſibi triangulos cauſat in qualibet ſuperficie reflexionis, & ſimiliter triangulus h m p, motu ſuo deſcribet ſimiles triangulos, & triangulus h m p ſimiliter ſimiles triangulos deſcribet. Si itaq; linea m p, nō ſit perpendicularis ſuper diametrum h g, ducatur ergo perpendicularis à puncto m, per duodecimam primi Euclidis, ſuper diametrum h g, cadetq́ illa perpendicularis per 29. primi huius, inter puncta k & p, uel inter puncta p & g, quoniam linea m p, cum diametro h g, ex aliqua ſui parte angulum acutum continet, ut patet ex præmiſsis, & ſimiliter linea m k, quia iris non apparet ultra medium diametri horizontis, ut prius patuit, cadit ergo illa perpendicularis in punctum o. Similiterq́ ad idem punctum diametri neceſſario cadent ab omnibus aliorum ſemicirculorum angulis lineæ perpendicularis, uel angulus k o m, motu ſuo in omnibus ſuperficiebus reflexionum æquales angulos cauſabit, punctū ergo o, eſt centrum circuli reflexionis factæ ad uiſum, cum ergo centrum iridis ſit in horizontis diametro, medietas eius erit ſuper horizōtem, quæ eſt n m, & medietas ſub horizonte quam tunc communis ſectio ſuperficierum horizontis & iridis, eſt diameter iridis. Idemq́ accideret ſi linea m p eſſet perpendicularis ſuper diametrū, & hic eſt modus quo Ariſtoteles propoſitum concluſit. Sed tamen non eſt nobis uiſa fore neceſſaria noticia linearum, quia ſine illa idem & eodem modo declarari poteſt.

LXXV.

In aliquo circulo altitudinis ſuper horizontem exiſtente centro corporis luminoſi ſecundum eius eleuationem, centrum circuli iridis ſub horizonte deprimitur, & portio iridis minor ſemicirculo uidetur.

Eſto ſecundum diſpoſitionem proximæ, ſcilicet ut ſit horizon circulus h m g, cuius diameter ſit linea m h, & centrum k, ſitq́ circulus altitudinis tranſiens per zenith capitis & per centrum corporis luminoſi, qui eſt l m n h. & ſit centrum ſolis eleuatum ſuper horizontem in circulo altitudinis in puncto n, & quoniam per 62. huius, centrum corporis luminoſi, & cētrum oculi, & centrum baſis pyramidis irradiationis ſemper ſunt in eadē linea, cum centrum uiſus ſit centrum circuli altitudinis, ſi ducatur linea à centro luminoſi corporis per centrum uiſus, illa neceſſario erit diameter circuli altitudinis, erit ergo illa linea à puncto n, producta per centrum k, neceſſario cadens in aliquo punctum circuli altitudinis, qui ſit l, & erit ſemicirculus altitudinis eleuatus ſuper circulum horizontis, qui eſt h n m æqualis ſemicirculo n m l, & quoniam ſunt medietates eiuſdem circuli, ablato ergo communi arcu, qui eſt n m, erit arcus, qui eſt h n, æqualis arcui m l, ſed pūctum l eſt locus centri circuli irradiationis, & punctum n, eſt locus centri ſolis, patet ergo quod quantum centrum ſolis eleuatur ſuper horizonta, tantum centrum circuli baſis pyramidis irradiationis deprimetur ſuper horizonta, & hoc eſt primum propoſitum. Cum autem erit centrorum utrunq; in circulo horizōtis, medietas circuli iridis uidetur, ut in præcedenti theoremate eſt oſtenſum, ergo cum centrum ſolis eleuatur, & centrum circuli deprimetur, minus ſemicirculo uidebitur, & hoc eſt quod ſecundo proponebatur. Quod autem nunc diximus exponentes propoſitum, ſole exiſtente in oriente, idem eſt, ſi ſit in horizontis parte occidentali, uel in quacunq; parte ſit horizontis, ut eſt his quorum latitudo eſt 66. graduum, & 9 minutorum, his enim eſt ſol in meridie in puncto tropici hyemalis in horizōte, & ſic ſecundū regiones diuerſas uniuerſale ſemper eſt propoſitū theorema.

LXXVI.

Iridis nunquam uideri poſſe completum circulum manifeſtum eſt.

Quoniā enim ſi ſol eſt in horizōte, ſemicirculus tātū uidetur, ut patet ex 72. huius, & ſi ſit ſuper horizonta in aliquo circulo altitudinis, patet p præmiſſam, qđ quantū centrum ſolis uel lunæ eleuatur ſuper horizonta, tantū centrum iridis deprimitur ſub horizonte, unde tūc ſuper horizontē ſemper pars iridis minor ſemicirculo uideť, ſicut patet in alijs paralel-

paralellis in ſphæra,per quorum centrū non tranſit horizon. Hi enim in portiones inæquales ſub horizonte & ſuper horizōtem ſecantur,patet ergo cum corpus luminoſum in tempore uiſionis iridis ſit, aut in horizōte,aut ſuper horizonta,quod nunquam completus circulus iridis poterit uideri, niſi forte fiat ex reuerberatione luminis ſolis à nube forti ad terram,uel ad aliam nubem,ubi ſit uapor roridus in medio,& uiſus inter uaporem & nubem à qua fit reuerberatio,uel in eadem linea,ſic quod ad ipſum poſsit fieri reflexio, tunc enim impoſsibile eſt integras irides uideri, ſed de talibus ſermo propoſitus non intendit,diximus enim de talibus iridibus in 67.huius,patet ergo propoſitum.

LXXVII.

Datæ iridis ſemidiametrum inuenire.

Ad quantum enim ſummorum uaporum cōſiſtentia eleuari poſsit,iam oſtendimus in 58.huius,ſed non ſecundum totam eleuationem illorum,poſsibile eſt iridem eleuari, quoniam materia iridis eſt uapor roridus per 64. huius, qui non adeo eleuatur ut uapor ſiccus. Si ergo datę iridis ſemidiametrum uolumus inuenire,data iris ſit ſemicircularis, faciliter habetur propoſitum: Accipiatur enim altitudo ſua per inſtrumentum, circulićꝫ altitudinis ſuæ portio,ſiue arcus interiacēs horizonta & gibbum iridis duplicetur,& cū arcu duplicato intrentur tabulæ chordarum & arcuum prima dictione Almageſti poſitarum,& extrahatur chorda arte conſueta,eritćꝫ chorda inuenta diameter totius iridis,& ea diuiſa per æqualia medietas ipſius erit ſemidiameter iridis,& ita ſummus circuli altitudinis erit ſemidiameter iridis,quæ ſub hoc ſitu in tali altitudine uidetur. Si dicatur quod illa ſemidiameter non eſt iridis ſecundum cuiuſdam alterius circuli æquediſtantis iridi, ſed maioris iride,hoc non obſtat,quod illi duo circuli in eundem angulum ſolidum cadunt apud centrum mundi,quod tunc eſt centrū uiſus,unde quod de uno dicitur de reliquo poteſt intelligi,quo ad quātitatē,& quia per taliū diametrorū ꝓportiones habetur completa proportio iridis ad iridem,ideò talem diametrum, iridis diametrum appellamus.Si uero iris ſit proportio minor ſemicirculo,accipiatur ipſius altitudo,& quia ut patet per 73.huius,tunc ſol eſt ſuper horizonta in eodem circulo, accipiatur altitudo ſolis, quia ergo, ut in illa declaratum eſt, diſtantia cētri iridis ſub horizonte eſt æqualis eleuationi ſolis ſuper horizontem,coniungantur iſti duo arcus altitudinis,iridis,ſcilicet,& ſolis,perueniećꝫ arcus interiacens punctum circuli altitudinis in quo incidit diameter ducta à centro corporis ſolis per centrum uiſus & per centrum iridis ad ipſum circulum altitudinis,& hoc eſt nadair ſolis,& punctum ſuperiorem circuli altitudinis iridis,duplicetur ergo ille arcus,& extrahatur chorda ut prius,diuidaturćꝫ per æqualia, & habetur intentum,patet ergo propoſitum.

LXXVIII.

Iridis ſemicirculus uiſus eſt medietas circuli minoris, portio uero minor ſemicirculo uiſa eſt portio circuli maioris.

Huius propoſitæ rei cauſa patet ſecundum præmiſſa huius libri, quoniam enim ut patet per 63.huius,patet centrum ſolis & uiſus & iridis ſemper in eadem linea conſiſtunt, quæ eſt axis pyramidis illuminationis uaporis roridi,propter quod patet in omni reflexione ex qua apparet iris,ſemper centrum uiſus eſt polus circuli iridis, palàm ergo quod nullam facit diuerſitatem in uiſu erectio uel obliquatio ſuperficie iridis ſuper ſuperficiē horizōtis,quoniā ſemper linea pertranſiens centrū ſolis & uiſus eſt erecta ſuper ſuperficiē iridis,& ſic periferia iridis ſemꝑ ſe habet uniformiter ad uiſum quātum eſt de ſe,ut patet per 65.primi huius.Quod tamē hic proponitur,cauſam habet nō ex reflexiōe,ſed ex refractione, quia ut in 8.huius, declarauimus, diuerſitas angulorū refractionis cauſatur ex diuerſitate diametris corporum diafonorum eiuſdem ſpeciei,maior enim fit refractio ad punctum perpendicularem in aqua groſsiori,quàm in aqua ſubtiliori, quia itaćꝫ ſole exiſtente in periferia horizontis,aer eſt groſsior ſeipſo,poſtmodum per luminis ſolaris præſentiam ſubtiliato,palàm quod in groſsiori illo aere minor fit refractio à perpendiculari,radiį itaćꝫ tunc refracti magis approximant perpendiculari quàm poſtmodum aere ſubtiliato,ad propinquiorem ergo locum ſuperficiei iridis fit aggregatio radiorum

incidentium ſuperficiebus uiſuū ibi exiſtentiū, q̄ fiat in aere rariori exiſtente, ſubtiliato uero aere fit ad eoſdē uiſus à partibus remotioribus ipſius uaporis reflexio, non enim fit à partibus propinquioribus, quoniam ab illis neq; prius fiebat. Sed neq; fit illa reflexio à partibus uaporis, à quibus fiebat prius, qm̄ medio immutato eſt ipſa refractio immutata, p 8. huius, fit ergo neceſſario reflexio à partibus uaporis remotioribus q̄ prius. Radij ergo reflexi ſunt longiores his qui prius reflectebantur, pyramidis ergo illuminationis eſt maior, ergo & baſis eius, quæ, ut patet ex præhabitis, eſt periferia iridis, erit maior. Exiſtente uero ſole in periferia horizontis, tunc tantum cauſatæ iridis ſemicirculus uidetur, ut patet per 72. huius, eleuato uero ſole ſuper horizonta, tunc portio iridis minor ſemicirculo uidetur, ut patet per 73. huius, manifeſtum eſt ergo propoſitum. Eſt autem quorundam experientia, quod altitudo iridis, & altitudo ſolis coniunctæ ſemper faciunt gradus 42. quod per præſens theorema impoſsibile eſſe oſtenditur. Si enim ſemidiameter circuli iridis ſit, quandoq; minor quandoq; maior, ſecundum mediorum diafonorum & ſuarum reflexionum diuerſitatem, ut præoſtenſum eſt, tunc non poterit rationabiliter uideri alicui, quod omnes aliorum circulorum diuerſarum iridum ſemidiametri ſunt æquales, poſſet tamen eſſe modica differentia, quæ forte per inſtrumentum modicum improportionale circulo altitudinis non poſsit aliqualiter perpendi, & etiam eorum experientia eſt in proportionibus iridum minoribus ſemicirculo, quod patet per altitudinem ſolis, quod tales uerſo inſtrumento, uel mutato uiſu fixo inſtrumento accipiunt, quæ nulla eſt ſole exiſtente in periferia horizontis, & forte talium portionum uel ſuarum diametrorum non eſt ſenſibilis differentia, quia etiam Ariſtoteles de illa nihil ſcripſit, cum tamē de præſenti theoremate magnam fecerit mētionem, quamuis nec ipſe nec alius, cuius ſcripta uiderimus, ſuper hoc attulit declarationem. De differentia uero climatum nullus excuſationem afferat, quia quod in uno climate accidit, in omnibus climatibus euenire neceſſe eſt in iridis generatione, ſemper enim centrum ſolis, uiſus, & circuli iridis in eadem linea conſiſtunt, & arcus altitudinis ſub horizonte centri circuli iridis ſolis altitudini in omnibus climatibus eſt ęqualis, nec in hoc aliqs differentiam perpendet.

LXXIX.

In quibuſdam regionibus ſole exiſtente in meridie iris ſenſibilis non apparet.

Ad oſtendendum propoſitum ponatur primo centrum ſolis in aliqua regione in meridie in zenith capitis, & palàm ex præmiſsis, quod tunc baſis pyramidis irradiationis erit ſub horizonte æquediſtans horizonti, & quoniam tunc altitudo ſolis erit partium 90. ſole deſcendente, ſiue hoc ſit propter ipſum motum ſolis, ſiue propter altitudinem regionum diſtantium plus ab æquinoctiali, quàm regio in qua ſol fuit perpendicularis in meridie, ut ab ea quæ eſt directe ſub capite cancri, nunquam fiet iris in meridie, quamdiu ſinus circuli altitudinis ſolis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 75. huius, diligens perquiſitor poterit inuenire, quantum aūt ſinus circuli altitudinis ſolis in meridie minuetur à diametro iridis, tantum apparebit uiſui in meridie de diametro iridis & de iride, & ob hoc in diebus æſtiualibus ab æquinoctio uernali aut autumnale in conſuetis nobis regionibus quæ ſunt ultra clima quartum uſq; ad finem notorum ſeptem climatum, in meridie iris non apparet, & ſi in alia parte anni appareat quādoq;, totum autem hoc diximus propter regiones quæ ſunt extra climata, in quibus præmiſſa regula doctrinæ generali poterit cōmitti. In omnibus autem regionibus ſole exiſtente ſuper horizontem in qualibet hora diei iris poterit apparere, prçter quàm in meridie. In illis tamē horis in quibus ſinus circuli altitudinis ſolis maior eſt iridis diametro, & hęc ſufficiāt pro iridis intento, quia irim de cœlo miſit Saturnia Iuno.

LXXX.

Nubium apparens color fit ſecundum diſpoſitionem materiæ, & luminis incorporationem.

Quoniam enim nubium conſiſtētia ex duobus fit uaporibus, ſicco ſcilicet & humido, ut

ut declaratum eſt in philoſophia naturali, tunc quando ſol agendo ex ſicco penitus extrahit humidum, aduritur ſiccum terreſtre, ita quod lumen in ipſum penetrare non poteſt, ideò fit tunc nubes nigra multæ nigredinis, & ſunt tales nubes materia uentorum. In uapore uero aqueo generatur nigredo ex condenſatione frigoris, propter quam in ipſum penetrare non poteſt radius ſolaris, uel ſtellarum, & non remanet nubes humida multum nigra. Ex uapore uero quocunq; diſgregato ſubtili recipiente ingreſſum luminis ſolaris fit nubes alba, unde etiam aliquando uidetur nebula alba. Quando autem nubes habet in ſe humidum fumoſum ammixtum, aliquantulum terreſtre aduſto, tunc in ipſo recepto lumine fit nubes rubea, & alia purpurea, ut cum radij terminantur in inferiorem partem nubis humidæ in mane uel in ſero, & hæc ſignificant pluuiam futuram, & ſi quidem ſit in oriente in mane, defertur pluuia ſuper homines illius habitabilis. Si uero ſit in occaſu, tunc defertur pluuia in mundi inferius hemiſperium ſub homines uidentes, & erit ibi pluuia in nocte, & redibit illa pars cœli forte ſpoliata nubibus in mane, & ſic ſignificat rubor nubium in ſero ſerenitatem in die ſequenti, quoniam uero nubes depreſſa habet ſuperius reſperſam purpureitatem obſcuram ualde, tunc illa rubedo eſt ex partibus terreis aduſtis, quæ iam incipient inflammari in uentre nubis, & ſunt nubes tales periculoſæ continentes materiam tonitrui, & ſimilium. Quod ſi nubes ſit rorans, & in fine ſuæ reſolutionis, tunc illa nubes in ſe recepto lumine, quandoq; iridis acquirit colorem, & ſecundum ſui uarias diſpoſitiones fit multa uarietas colorũ lumine nubibus præſente, ſiue lumen nubi incidens refrangatur ad uiſum propter denſitatem ſecundi diafoni, ſiue reflectatur ad uiſum à ſuperficie ipſius nubis. Sed in his coloribus medijs nubium non modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes ſuperior per nubem ſubtilem umbroſam uiſibus occurrit, tunc enim uario colore coloratur nubes uiſa ſecundũ illarum umbrarum admixtionem, patet ergo propoſitum.

LXXXI.

Virgæ fiunt ex refractione radiorum ſolarium ad uiſum ab aliqua conſiſtentia nuboſa raritate & ſpiſsitudine inæqualiter diſtincta.

Virgæ dicimus extenſiones radiorum per nubes, quæ uulgo dicuntur funes tentorij, interpoſita enim nube aliqua aquoſa inter ſolem & uiſus noſtros fit refractio radiorum ſolarium ad uiſum, & hoc accidit in medio ſecundi diafoni, & ob hoc quandoq; ibi uidentur iridis colores ſecundum quaſdam lineas rectas protenſæ, eo quod habeant quandam ſubtiliorem, & quandam groſsiorem conſiſtentiam, in quibus permixtum ſolis lumen fantaſiam coloris in ipſis facit, potior tamen in his cauſa eſt admixtio umbrarum, quę diuerſimode immixtæ lumini colores diuerſos uiſibus repræſentãt, & quia radius ſolis perpendicularis ſuper ſuperficiem nubis penetrat nubem, & ad uiſus non reflectitur, ideo nubes in medio alba & incolorata uidetur, & ſol per illã uiſus uidetur ſine figura, ſed in colore puniceus aut colorem alium habens uiſus. Sol enim per cõſiſtentiam nubis groſſiorem & caliginoſam alium, & alium præſentat uiſibus colorem. Non eſt autem in hoc differentia, ſiue ſol uideatur per nubem, ſic quod fiat ſuorum radiorum ad uiſus refractio, ſiue radij ſolis reflectantur ad uiſum, aſpicienti uero ad ſolis latera uidetur quandoq; iridis color uirgatus, ut præmiſimus, quando nubes ſecundum aliquid eſt ſpiſſa, & ſecundũ aliquid rara, & ſecundum aliquam ſui partem plus aquoſa, & ſecundum aliquam minus, & quandoq; uidetur aliqua pars punicea, alia uero uiridis aut flaua, uirgæ itaq; fiunt propter irregularitatem diuerſi ſitus & quantitates ſpeculorum, non propter figuræ anomaliam. Sunt enim quædam ſpecula, quæ propter ſui anomaliam figuras anomalias permutatas uiſibus oſtendunt formarũ uiſarum per ipſa, de quibus in nono libro ſcientiæ huius aliquis ſermo fuit, unde & nubes figuram ſolis non oſtendit, quia ſpecula nubis non ſunt proprie oſtendentia figuram propter ſpeculorum paruitatem, ſed oſtendunt colorem, quod conuenit diafonitati ſpeculorum & nubis totius, & diſtinguuntur illi colores ſecundum diſpoſitionem, cui lux incorporatur, & ſecundum umbrarum immixtionem, patet ergo propoſitum.

LXXXII.

Pareliæ fiunt ex reflexione radiorum ſolarium ad uiſum ab æquali conſiſtentia nuboſa

Pareliæ dicimus quaſi paria ſoli, elios enim Græce ſol dicitur latine, & ſignificat ſoles aqueos, qui in nube uidentur, nube enim interpoſita ſoli & uiſibus exiſtente æquali ſecundum ſui ſpecula, neq; denſiore, neq; rariore, neq; plus aquoſa, neq; minus ſecundum ſuas partes, tunc radius ſolis illis incidens propter ſimilitudinem & æqualitatem ſpeculorum, & ipſorum regularitatem minus coloris ſit fantaſia, albi autem uidetur coloris propter ſpiſsitudinem conſiſtentiæ & regularitatem ipſius nubis, Radij enim ad ipſam nubem ſic diſpoſitam incidentes, & ab ipſa refracti ad uiſus maxime nube illa non exiſtente aquoſa neq; nigra, uicina tamen aqua ſine admixtione alicuius umbræ reflectuntur ad uiſum, propter quod proprium ſolis colorem, qui luminoſus & albus eſt, in tota nubis cõſiſtentia apparere faciunt uiſibus, fiuntq; pareliæ albæ, ſicut etiã ab omni corpore poliſto reflectitur lumen ſolis ad uiſum propter ſpiſsitudinem conſiſtentiæ, ut oſtenſum eſt per primam quinti huius. Sunt autem pareliæ magis ſignum pluuiæ quàm uirgæ, quia æqualis nubium conſiſtentia, quæ eſt materia parelijs, ſignum eſt quod aer idoneæ habet ſe ad permutationem & ad generationem aquæ. Et quia Auſtralis aer facilius in aquam permutatur propter ſui facilitatem in paciendo, quàm aer Borealis, qui ſiccior eſt propter frigoris conſtrictionem, ideo pareliæ Auſtrales magis ſunt ſignum pluuiæ quàm Boreales. Fiunt autem pareliæ ſicut & uirgæ magis ſole exiſtente in oriente uel occidente quàm in meridie, quoniam ſol exiſtens in medio cœli ſoluit tales nubium conſiſtentias, & plurimum ſegregat illas, & neque fiunt deſuper ſolem, neque deſubtus, ſed à lateribus ſolis obliquis quæ ſunt ſecundum polos mundi, & neque fiunt multum prope ſolem, quia à propinquo cito diſſoluitur nubium conſiſtentia, neque fiunt multum longe à ſole, quia non eſt inde poſsibile reflexionem fieri ad uiſus. Reflexio enim facta à paruo ſpeculo ſubtilis eſt, unde longa protenſa debilitatur, & euaneſcit antequam perueniat ad uiſus, & ex eiſdem cauſis non fiunt hæ pareliæ ſuper ſolem, neque ſub ſole, quia prope ſolem exiſtentes conſiſtentiæ nubium ſoluuntur, remotæ uero diſtantes nõ perueniunt ſecundum ipſorum reflexionem ad uiſum, ſecundum lateralem uero ſolis ſitum eſt inuenire mediocrem diſtantiam, in qua conſiſtentia non ſoluitur, & tamen fit reflexio ad uiſum, & cum non eſt minus prope ad terram deſcendens illa nubis conſiſtentia, quando enim nubes ſunt nimis propinquè horizonti, tunc ab ipſis nubibus reflexi radij non pertingunt ad uiſus, propter diſtantiam minorem improportionatam reflexionem luminis, quoniam enim uiſus ſunt apud terram, patet quòd tunc luminis reflexio à nube non concurrit cum uiſibus. Sub ſole etiam non poteſt fieri parelia, quia & tunc nubes uicina terræ perpendicularem ſolis radium reſpiciens diſſoluitur cum radio ſolari remota uero nubes à uiſu nullam cauſat reflexionem uel refractionem ad uiſum propter longitudinem diſtantiæ, quia ſi in altera ſolis eſſet conſiſtentia nubis nimis alta, non accideret reflexionem luminis fieri ad uiſum, ne tunc apparent pareliæ ipſis uiſibus, patet ergo propoſitum.

LXXXIII.

Ex criſtallo exagona ſoli oppoſita colores iridis generantur.

Huiuſmodi enim colores generantur ex debilitatione luminis, propter refractionẽ ad perpendicularem ductam à centro corporis ſolis ad ſuperficiem unius paralellogrammi ex lateribus criſtalli, & quoniam declarauimus in 27. ſecundi huius ſcientiæ, manifeſtum eſt, quod à ſole illuminatur magis medietate chilindri ſibi oppoſiti, ſi rotundum fit chilindrum, hæc autem in chilindro angulato eſſe non poteſt angulis uenientibus in diametrum corporis baſem per æqualia diuidentis, tũc enim ſola medietas illuminatur propter radiorum incidentiam, ut diximus ibidem. Sed ſi corpus illud columnare diafonum fuerit, tunc enim alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractionem, Si itaq; ſuperficies corporis diafoni ſoli oppoſita unica fuerit, ut in corporibus quadrangulis

drangulis, tunc una fit luminis refractio fortis, & lumen ſub forma luminis tranſibit ad partem oppoſitam corporis, aggregabitur extra corpus ſub forma luminis, ſicut etiam hoc fortius euenit in corpore ſphærico diafono nō concauo, eo quod à ſuperficie maioris partis totius illius corporis ſphærici fit refractio ad radium, qui perpendiculariter incidit ſuper ſuperficiem corpus ſphæricum contingentem æquediſtantem ſuperficiei ſecanti corpus ſolis per centrum ſecundum aſpectum, quo ab ipſo reſpicitur corpus illuminandum, ut oſtendimus in 46. huius, ex tantorum ergo & tot radiorum aggregatione, & ſi non ad punctum unum, quoniam hoc eſt impoſsibile propter diuerſitatem ſuperficierum incidentiæ, ad locum tamen naturalem paruum fit luminis aggregatio ipſo lumine abſq; coloratione ſub forma luminis manente, & illud lumen aggregatum calefacit corpus oppoſitum, & incendit ex mora corpus inflammabile ſubito, ut ſtupam uel aliud potentiam actiuam in ſe habentem ad inflammationem. Si uero corpus diafonum ſoli oppoſitum ſit plurimum ſuperficierum quàm unius planæ, uel circularis, ſecundum eam, ſcilicet partem, qua ſoli opponitur, utpote ſi corpus quadrangulum ſecundum unū ſuorum angulorum ſoli opponitur, tunc fiet refractio radiorum incidentium uni ſuperficiei ad ambas ſuperficies oppoſitas, & ſimiliter radiorum incidentium alteri ſuperficiei, & tamen ex parte oppoſita lumini refracto aer, qui eſt corpus rarioris diafoni, occurrerit, refrangentur radij ab utraq; parte ſuperficiei ab illa perpendiculari, quæ ab angulo ad angulum ducta in corpore baſem ipſius per æqualia diuideret, uel alia ei æquediſtante, & in alio corpore denſo illi corpori diafoni ſubiecto, ut terra uel alio corpore quocunq;, tunc quandoq; apparebunt duo lumina clara, aliquando uero colorata, ut ſi corpus diafonum æqualium fuerit angolorum & ſuperficierum, & hoc patet experimentanti, eruntq; ibi duo colores confuſi, non plures, color, ſcilicet rubeus, & alius mixtus quaſi uiridis, qui ſecundum criſtalli uel alterius parui corporis diſpoſitionem magis ſunt intenſi uel remiſsi. Quod ſi ſuperficies corporis quo ad partem ſoli oppoſitam fuerint tres, ut ſunt in criſtallo exagona, tunc à qualibet ſuperficierum oppoſitarum ſoli, quæ ſunt 3. receptum lumen cuiuslibet ſuperiorum trium ſuperficierum redditur corpori oppoſito, ut terræ uel alteri corpori cuicunque fuerit, quæ tria lumina, quorum medium manet in ipſa perpendiculari columnæ criſtallinæ baſem ſuam per æqualia diuidente uel ipſi diuidenti æquediſtante, & fit uiſibile lumen, illud niſi lumen ſolis impediat. Alia uero 2. refranguntur à dicta perpendiculari propter naturam ſecundi diafoni rarioris, ſcilicet aeris, dictum enim eſt in 4. huius, quod in medio ſecundi diafoni rariore exiſtente refractio fit à perpendiculari, & eſt quaſi quædam diſperſio radiorum, apparent autem colores in iſtis luminibus ſi reflexis uel refractis propter mixtionem nigredinis coloris criſtallini cū lumine penetrante, & propter ammixtiones umbrarum partium ipſius criſtalli præminentium ſecundum acumen ſuorum angulorum, qui per 11. ſecundi huius, proijciuntur ad partem oppoſitam incidentiæ radiorum in partē aduerſam corpori luminoſo, quarum umbrarum numerus facit diuerſitatem colorum, quando lumini permiſcentur, quoniam ubi radio luminis perpendiculari magis quo ad ſuperficiem incidentiæ circa quam in uiciniori multorū radiorū fit aggregatio, color criſtalli & umbræ commixtus reflectitur, quia ille radius magis eſt luminoſus, tunc fit color rubeus. In alijs uero radijs ſecundū ſui debilitatem coloris corporis luminoſi & umbrarū plurimum commixtionem alij colores medij generantur, fiūt autē tres colores, quoniā ex tribus ſuperficiebus ſuperioribus radij colligūtur ad quamlibet inferiorū ſuperficierū, & color rubeus ſemper ab illa parte uidebitur, ubi radius perpendicularis ſuper ſuperficiem criſtalli in contrario ſitu generatæ iridis oppoſitam ſoli aggregatis omnibus radijs ſuæ ſuperficiei incidit poſt reflectionem factam ex aeris intrapoſiti diafonitate, & tunc q̄niā tres irides generantur propter triplicem naturā refractionis in medio 2. diafoni rariori, ut præmiſſum eſt, & quia ter tria faciūt quadratū, q eſt 9. erūt tunc 9. colorum indiuidua multiplicitatis trium ſuperficierum ſuperiorum, numero in numerum, trium inferiorum, tres uero erunt ſpecificæ differentiæ colorum, & fit iſtarum colorum per an-

 gulos

gulos corporis ſenſibilis diſtincti,quoniam & à linea angulorum quæ actu eſt indiuiſibi lis,reflexi uel refracti radij indiuiſibiles, nihil ſenſibile producunt. Non autem fiunt iſti colores iridis per criſtallum penitus per naturam colorum ueræ iridis, quorum diſtinctio formaliter eſt tantum in uiſu,ſed fiunt per naturam lucis reflexæ à figura dicti corporis,unde etiam cauſa ipſorum non eſt ad uiſum facta reflexio,non enim uidentur per modum reflexionis,ſed per modum ſimplicis uiſionis,ut alia uiſibilia,quæ uiſui offeruntur,& à quolibet in eodem loco uidentur, fit itaque colorum diſtinctio à figura corporis, quoniam à qualibet alia criſtallo uel corpore peruio alterius figuræ colores uarij apparent,qui ſecundum ſitum colorum iridis non ſunt diſtincti,& iſtius ſignum eſt,quod ſi accipiatur criſtallus exagona,& duo eius ſuperficies cæra rubea,uel alia tegantur, ſic quòd inter illas 2.tertia ſuperficies maneat non opaca,tunc & tribus alijs ſoli tranſeunti per foramen non magnum oppoſitis,ſi locus operationis non ſit aliàs ualde luminoſus,& aliquod nigrum ſupponitur,tunc uidebitur etiam ex criſtallo modica iris maxima & pulcherrima, & coloris clariſsimi,quod fit propter aggregationem totius luminis ab omnibus ſuperficiebus ſuperioribus ad inferiores incidentis,quæ,ad locum uicinum unicum aggregantur. Si uero illæ ſuperficies 3.quæ nunc ſoli fiunt oppoſitæ inferiores fiunt, & econuerſo aliæ 3.ſuperiores,tunc iris quandoque una,&quandoque nulla apparebit, & qui ludum iſtum iocoſum reuoluerit,inueniet quæ hic ſcripſimus plura,quàm per nos in tali ſolatio ſunt inuenta,& ſi unam ex 6.ſuperficiebus dictis experimentans opacauerit, ille ſimilia per reuolutionem criſtalli ad diuerſos ſitus inueniet,& ſi criſtallum oculo oppoſuerit,ſic ut 3.non opacatæ ſuperficies ad oculum uertantur,& omnes 3.oculo oppoſitos illam cæram rubeam uidebit,& ſi reuoluerit criſtallum coram oculo,plures occurrent diuerſitates,quas generationibus colorum applicare quis poterit,ſemper conſiderans umbrarum immixtionem, quoniam eadem eſt natura reflexionis formarum ad uiſum, & luminis ad ea quibus incidit,non enim defertur color uel forma uiſibilis ad uiſum,niſi per naturam lucis quæ eſt in ipſo,poteritque per experientiam his dictis multa addere diligẽs inquiſitor,patet itaque propoſitum.

LXXXIIII.

Sub uaſe uitreo rotundo pleno aqua ſoli expoſito, colores ſimiles iridis coloribus uidentur.

Sit ut exponatur ſoli uas uitreum rotundum ad modum urinalis plenum aqua pura, dico quod uerum eſt quod proponitur,uidentur enim in ſuperficie corporis ſuppoſiti illi corpori,ut in terræ ſuperficie,uel in alia corpore,colores ſimiles iridis coloribus, quorũ generatio eſt propter uarias luminis ſolis refractiones,ut enim patet per 4.huius, fit una refractio ab aere ad uitrum,& alia à uitro ad aerem ſubiectum, quorum refractionum anguli ſunt diuerſi,ut patet per 8.huius,ſecundum hos itaque refractionum modos cũ admixtione coloris ipſorum corporum diafonorum,& umbrarum proiectarum à corporibus,lumen penetrat, & circulariter diffuſum,uel forte irregulariter ſecundum corporum diafonorum conuexas,ſuperficies uarias uiſui præſentant colores diſtinctos ſecundum præmiſſas cauſas. Quod ſi uas illud extrinſecus aqua perfuſum fuerit, pulchriores uiſui præſentabit,quoniam tunc numerus refractionum aliqualiter augetur, & ſimiliter numerus umbrarum,non ſunt autem hi colores uere colores iridis, quoniam numerantur alio colorum numero quàm colores iridis,& non perueniunt ad uiſum per reflexionem quamcunque colores iridis,ſed uidentur directe,ſicut & ipſum lumen & alij colores, patet itaque propoſitum.

LXXXV.

Speculo quocunque ſub aqua ſoli expoſito figura ſolis uidebitur quaſi duplicata.

In

In ſpeculo enim reſpectum lumen radiorum ſuper ſuperficiem aquæ perpendicularium, ſuperficiei uero ſpeculi oblique incidentium, reflectitur à ſuperficie ſpeculi ad uiſum in loco reflexionis exiſtente, & ſic offert uiſui figuram ſolis, lumen uero radiorum oblique ſuperficiei aquæ incidentium refrangitur in ſuperficie aquæ ad perpendicularē ductam à puncto incidentiæ ad ſuperficiem aquæ per 4. huius. cum itaq; illa forma refracta peruenit ad ſpeculi ſuperficiem, tunc ab illa ſuperficie, cui oblique incidit, reflectitur iterum ad uiſum, apparentq; duæ figuræ ſolis, una maior propter ſimplicem reflexionem, alia quoq; minor propter refractionem, quæ in medio denſiori minuit figuram poſtmodum reflexam, uideturq; illa ſecunda figura ſolis quaſi ſit corpus ſtellæ ſequentis corpus ſolis. Eſt autem & ipſa forma ſolis quod patet, quoniam & extra radium ſolis cum figura ſolis à ſuperficie ſpeculi per ſe non reflectitur, & hanc refractam formam accidit uideri, & ſi planè ſpeculum ſuper aquam deducatur in ſolis radium, tunc eadem numero forma, quæ prius ſub minori lumine fuit uiſa, uidebitur amplius quàm prius luminoſa, & ſecundum motum aquæ uidebitur moueri, circa reflexam figuram ſolis, patet ergo propoſitum. Et quoniam nos diuinæ gratiæ ſuffragante præſidio tres propoſitos uidendi modos ſecũdum omnem ipſorum quatenus potuimus diuerſitatem tranſcurrimus, nec condignum aliquid tantæ munificentiæ diuinæ bonitati reddere poſsibile nobis eſt, ad illas tamen quas poſſumus gratiarum actiones conſurgimus ei, qui uere trinus & unus eſt, ſoli nihil in rebus entibus conforme, nihil coæternum, nihil æquebonum æſtimantes, cui ſit honor & gloria per infinita ſecula, Amen.

Vitellionis Mathematici doctiſsimi περὶ ὀπτικῆς ſeu Perſpectiuæ libri decimi, & ſic totius operis continentis propoſitiones 805. finis.

...t premier sõ fiez contenuz esdittes escriptures
...te de ce faire entant q̃ dit ... fiez et de to...
...i ... [illegible]

Item Et pareillement en ce que ledit deff...
premier que ledit demandeur avoir ... et ...

Contredictz et Raisons de droit
Pour venerable et discrete personne
maistre Jehan Ollivier prestre demandeur

Ce sont les contredictz [illegible]
devant vous sire juge monseigneur le [illegible]
maistre Jehan [illegible] demandeur [illegible]